

反共振を含む制御対象における SAC の問題点と PFC の設計による改善

種村 昌也^{*1}, 山城 始之^{*2}, 千田 有一^{*3}, 丸山 直人^{*2}

An issue of SAC for application to a plant including anti-resonance and improvement by PFC design

Masaya TANEMURA^{*1}, Tomoyuki YAMASHIRO^{*2}, Yuichi CHIDA^{*3} and Naoto MARUYAMA^{*2}

^{*1,*2} Graduate School of Science and Technology, Shinshu Univ. Dept. of Mechanical Systems Engineering
4-17-1 Wakasato, Nagano-shi, Ngano 380-0928, Japan

^{*3} Shinshu Univ. Dept. of Mechanical Systems Engineering
4-17-1 Wakasato, Nagano-shi, Ngano 380-0928, Japan

Received 16 August 2013

Abstract

Simple adaptive control (SAC) is known as a control method that keeps control performance even if plant properties have changed. However, there is a problem such that the vibratory output occurs in the transient response when SAC is applied to a vibration system which includes anti-resonance modes. This paper clarifies the reason and an improvement method of the problem. The reason why the vibratory output occurs is that the vibratory input corresponding to the anti-resonance frequency occurs by the structure of SAC. In order to overcome the problem, it is shown that designing of a parallel feedforward compensator (PFC) appropriately is effective. The PFC should be designed such that the frequency response of an augmented system which consists of the plant and the PFC does not have anti-resonance properties even if the plant includes anti-resonance modes. This paper proposes a PFC design method to overcome the problem such that the gain of the augmented system is matched to the one of a pre-specified desired model. Furthermore, the PFC must give the ASPR property to the augmented system. The design problem is described as an optimal problem of the frequency response matching under some restrictions on the ASPR property. The optimal problem is solved using the distributed particle swarm optimization which is effective for a non-convex problem. The effectiveness of the proposed method is verified by numerical simulations and experiments.

Key words : Adaptive control, Simple adaptive control, Optimal design, Vibration control, Distributed particle swarm optimization, Parallel feedforward compensator

1. はじめに

適応制御の一つである単純適応制御 (SAC : Simple Adaptive control) は, コントローラ的设计が容易, かつ, ロバスト性が高い手法の一つとして知られている. SAC の制御性能は実験およびシミュレーションにより検証されており, 良好な結果が得られている場合が多い (日野他, 1992, 京和泉他, 2001, 永田他, 1996, 山崎他, 2003). しかし, 反共振を含む制御対象に SAC を適用すると, 制御出力の過渡応答が振動的になるという問題が著者らによって指摘されている (小柳, 千田, 2011). これは, 制御対象の反共振周波数に対応した振動的な制御入力

論文 No.14-00474 [DOI:10.1299/transjsme.14-00474]

^{*1} 学生員, 信州大学 工学部 (〒 380-0928 長野県長野市若里 4-17-1)

^{*2} 信州大学 工学部

^{*3} 正員, 信州大学 工学部

E-mail of corresponding author: chida@shinshu-u.ac.jp

発生することが原因である。この問題に対して、文献（山城，千田，2012）では、並列フィードフォワード補償器（PFC : Parallel Feedforward Compensator）を適切に設計することにより、制御出力の振動を回避する方法が示されている。そこでは、PFC のゲインを大きくして制御対象と PFC の並列結合によって構成される拡大系に反共振が現れないようにすることで、制御出力の振動を回避している。しかしながら、SAC の制御則を用いるためには拡大系が概強正実（ASPR : Almost Strictly Positive Real）となるように PFC を設計する必要があるものの、文献（山城，千田，2012）では試行錯誤的に PFC を設計しており、PFC の設計方法は提案されていなかった。そこで本稿では、連続時間、LTI、SISO 系の制御対象を対象とし、最適化問題を解くことにより PFC を設計する方法を提案する（種村他，2013）。まず、拡大系の目標となる理想モデルを設定する。この理想モデルは反共振を含まず、ASPR となるように設定しておく。その上で、その周波数応答と拡大系の周波数応答の誤差を評価関数とし、評価関数を小さくする PFC を最適化問題を解くことにより設計する。その際、拡大系の ASPR 性を制約条件として加えることにより保証する。さらに、本稿では PFC の安定性についても、制約条件として加える。最適化手法には分散型 Particle Swarm Optimization (PSO) を用いる。分散型 PSO は、非凸性の強い最適化問題にも有効に機能し、複雑な制約条件を容易に加えることができる。

一方、これまでに多くの PFC の設計方法が提案されている（Bar-Kana, 1991, Eguchi, et al., 2006, 岩井他，1991, 水本，2013, Mizumoto, et al., 2010, 高木，水本，2012）。その中で、PFC の設計を最適化問題に定式化して解く方法には文献（Eguchi, et al., 2006）の方法がある。文献（Eguchi, et al., 2006）では、複数の周波数点における制御対象の周波数応答が得られていると仮定し、それらの周波数点上で拡大系の周波数応答をマッチングしている。これは伝達関数モデルの次数や係数パラメータを同定しないで PFC 設計ができるという利点があるが、理論的に拡大系の ASPR 性が保証されない。一方、本稿の方法では、制御対象を伝達関数モデルによって表し、モデルパラメータの公称値が得られていると仮定して、拡大系の ASPR 性を保証している点で異なっている。また、文献（Eguchi, et al., 2006）では PFC の伝達関数の分子多項式のみが設計パラメータであるが、本稿では PFC のすべての係数を設計パラメータとして扱う。一方、文献（Mizumoto, et al., 2010）では理想モデルから制御対象を引いた伝達関数を PFC として用いる方法が提案されており、本論文で扱う制御問題にも適用可能であるが、本稿の提案手法は低次元化の PFC が得られる点で優位性がある。提案手法の有効性は、反共振を含む制御対象として、人工衛星の太陽電池パドルを模した実験装置を用いて検証する。本実験装置は反共振をもつ機械系の典型例である。実験装置に対して PFC を設計し、シミュレーションと実験の結果により検証する。

2. 制御対象と SAC の構成

2.1 制御対象

本稿で考える制御対象は、式 (1) の連続時間、LTI、SISO 系であり、 $(\mathbf{A}_p, \mathbf{b}_p)$ 可制御、 $(\mathbf{c}_p, \mathbf{A}_p)$ 可観測とする。

$$G_p(s) \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{b}_p u_p(t), & \mathbf{A}_p \in R^{n_p \times n_p}, \quad \mathbf{b}_p \in R^{n_p \times 1} \\ y_p(t) = \mathbf{c}_p \mathbf{x}_p(t), & \mathbf{c}_p \in R^{1 \times n_p} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $R^{n \times m}$ は n 行 m 列の実行列空間を示す。制御対象のパラメータは公称値として得られていると仮定する。

2.2 SAC の構成

制御対象の出力を追従させる SISO 系の n_m 次規範モデルを式 (2) とする。ただし、 \mathbf{A}_m は安定行列である。

$$G_m(s) \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{b}_m u_m(t), & \mathbf{A}_m \in R^{n_m \times n_m}, \quad \mathbf{b}_m \in R^{n_m \times 1} \\ y_m(t) = \mathbf{c}_m \mathbf{x}_m(t), & \mathbf{c}_m \in R^{1 \times n_m} \end{cases} \quad (2)$$

制御対象および規範モデルは、SAC 適用の前提条件として次の仮定を満たしているとする（水本，岩井，2001）。

仮定 1 制御対象は ASPR である。

仮定 2 制御対象と規範モデルは、CGT 解をもつ。

仮定 3 $u_m(t)$ の 1 階微分 $\dot{u}_m(t)$ が存在する。

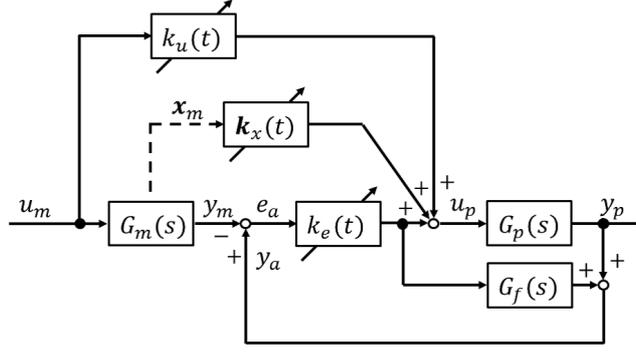


Fig. 1 Block diagram of SAC system with PFC

以上の仮定を満たすとき、式 (3) を実現することが制御目的である。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad e(t) := y_p(t) - y_m(t) \quad (3)$$

図 1 に本稿で用いる SAC の構成を示す。ただし、一般に制御対象が ASPR 性を有していることはあまり多くないため、本論文では PFC の導入を前提とする。そこで、図 1 のように制御対象と並列に PFC である $G_f(s)$ を付加し、拡大系が ASPR となるように $G_f(s)$ を設計する。これにより拡大系は ASPR となるため、拡大系に対して SAC を適用できる。以降では式 (4) で定義される拡大系 $G_a(s)$ に対して SAC を適用する。

$$G_a(s) = G_p(s) + G_f(s) \quad (4)$$

制御目的を達成するために以下のように制御入力 $u_p(t)$ を構成する。ここで、 $k_u(t), k_x(t)$ は適応フィードフォワードゲイン、 $k_e(t)$ は適応フィードバックゲインである。適応調整則として σ 修正項を付加した比例積分型適応調整則を用いる。 Γ_P, Γ_I は調整則ゲイン行列である。また、 $k_I(t)$ の初期値は設計パラメータである。

$$u_p(t) = \mathbf{k}(t)^T \mathbf{z}(t), \quad \mathbf{z}(t) := \left[e_a(t), \mathbf{x}_m(t)^T, u_m(t) \right]^T, \quad \mathbf{k}(t) := \left[k_e(t), \mathbf{k}_x(t)^T, k_u(t) \right]^T$$

$$\mathbf{k}(t) = \mathbf{k}_P(t) + \mathbf{k}_I(t) \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{k}}_P(t) = -\Gamma_P \mathbf{z}(t) e_a(t), \quad \Gamma_P = \Gamma_P^T > 0 \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{k}}_I(t) = -\Gamma_I \mathbf{z}(t) e_a(t) - \sigma(t) \mathbf{k}_I(t), \quad \Gamma_I = \Gamma_I^T > 0 \quad (7)$$

$$\sigma(t) = \frac{e_a^2(t)}{1 + e_a^2(t)} \sigma_1 + \sigma_2, \quad \sigma_1 > 0, \quad \sigma_2 \geq 0 \quad (8)$$

3. SAC における入力振動問題

反共振を含む制御対象に SAC を適用すると、後述する図 11, 図 12, 図 13 に示すように、入力や出力に振動的な応答を生じる場合がある。これは、反共振周波数に対応した振動的な入力生成され、システムに印加されてしまうことによる。この振動的な入力の生成は SAC の構造に起因しており、結果として出力に振動応答を生じる。本章では、この入力振動問題の原因と改善方法について述べる。図 1 の規範モデルへの入力 $u_m(t)$ から、制御対象への入力 $u_p(t)$ までの伝達関数を求め、 $u_p(t)$ に現れる反共振の影響を調べることにより原因を明らかにする。式 (1) の制御対象、PFC、規範モデルの伝達関数をそれぞれ $G_p(s)$ 、 $G_f(s)$ 、 $G_m(s)$ とし、次式で定義する。

$$G_p(s) := \frac{n_p(s)}{d_p(s)}, \quad G_f(s) := \frac{n_f(s)}{d_f(s)}, \quad G_m(s) := \frac{n_m(s)}{d_m(s)}$$

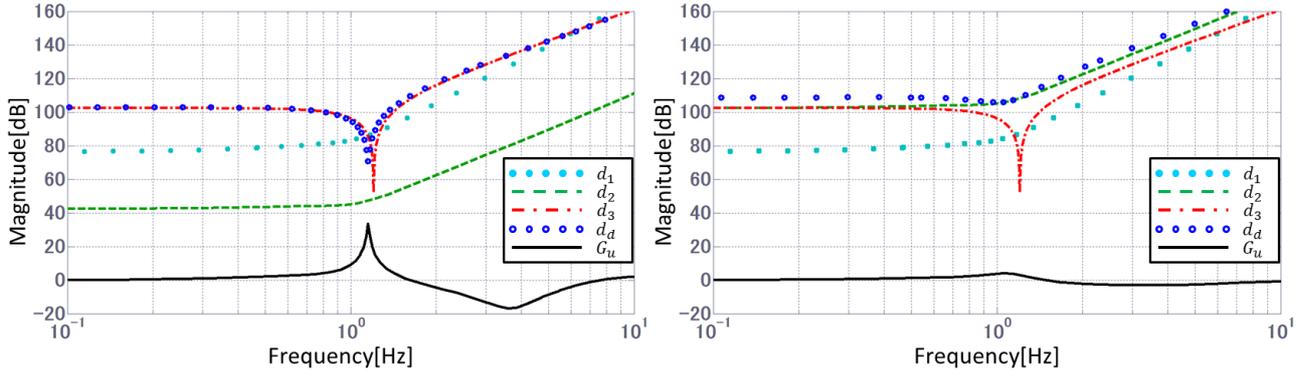


Fig. 2 Bode plot of $G_u(s)$ and denominator of $G_u(s)$ in $G_{f1}(s)$

Fig. 3 Bode plot of $G_u(s)$ and denominator of $G_u(s)$ in $G_{f2}(s)$

簡単のため、 $\mathbf{k}_x = \mathbf{0}$ と仮定する。このとき、 $u_m(t)$ から $u_p(t)$ までの伝達関数を $G_u(s)$ とすると、 $G_u(s)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 G_u(s) &= \frac{k_u(1 - k_e G_f(s)) - k_e G_m(s)}{1 - k_e(G_p(s) + G_f(s))} \\
 &= \frac{d_p}{d_m} \frac{k_u \{d_f d_m - k_e n_f d_m\} - k_e n_m d_f}{d_p d_f - k_e \{n_f d_p + n_p d_f\}} \\
 &= \frac{d_p}{d_m} \frac{k_u \{d_f d_m - k_e n_f d_m\} - k_e n_m d_f}{\{d_1 + d_2 + d_3\}} \tag{9}
 \end{aligned}$$

$$d_d := d_1 + d_2 + d_3, \quad d_1 := d_p \cdot d_f, \quad d_2 := -k_e \cdot n_f \cdot d_p, \quad d_3 := -k_e \cdot n_p \cdot d_f$$

式(9)の分母に注目すると、 d_3 に反共振の要素である $n_p(s)$ が含まれている。その影響により、 $G_u(s)$ に共振が現れ制御入力が振動的になると考えられる。これを具体的な数値例により確認する。例として、以下のように制御対象を $G_p(s)$ 、PFC を $G_{f1}(s)$ 、規範モデルを $G_m(s)$ とし、 $k_e = -20$ 、 $k_u = 1$ とした場合を考える。

$$\begin{aligned}
 G_p(s) &= \frac{115.7(s^2 + 0.01193s + 57.14)}{(s^2 + 4.906s + 47.76)(s + 39.0382)(s + 3.5456)} \\
 G_{f1}(s) &= \frac{0.001}{0.1989s + 1}, \quad G_m(s) = \frac{25.27}{s^2 + 7.108s + 25.27}
 \end{aligned}$$

d_1, d_2, d_3, d_d と $G_u(s)$ のゲイン特性を図2に示す。図2より、 d_d に反共振が現れ、その結果として $G_u(s)$ に共振が現れている。 $G_u(s)$ に共振があると $u_p(t)$ として振動的な入力生成される。図2より、 d_3 のゲインが d_1, d_2 の項よりも大きく、支配的になっていることから $20 \log_{10} d_d$ は $20 \log_{10} d_3$ によって近似できることがわかる。 d_3 は制御対象の分子多項式 $n_p(s)$ によってもたらされているので、 $n_p(s)$ による反共振が d_d に反映される。

この入力振動問題の改善方法を説明する。反共振のある帯域で d_3 が支配的にならなければ反共振の影響は低減される。そのため、 d_3 と比較して d_1, d_2 を相対的に大きくすることにより、 d_d に反共振が現れないようにすればよい。そこで、PFCの分子 $n_f(s)$ が d_2 に含まれていることに注目し、 $n_f(s)$ を大きくして d_2 を d_3 より大きくすることを考える。一例として、次式の $G_{f2}(s)$ を PFC とした場合の d_1, d_2, d_3, d_d と $G_u(s)$ のゲイン特性を図3に示す。

$$G_{f2}(s) = \frac{1}{0.1989s + 1}$$

図3では d_2 が支配的であることから、 $20 \log_{10} d_d$ は $20 \log_{10} d_2$ によって近似できることがわかる。このことから、 d_2 を大きくすることで d_d の反共振が消え、その結果 $G_u(s)$ の共振を抑えることができる。よって、入力振動問題を改善するためには、拡大系 $G_a(s)$ に反共振が現れないように PFC のゲインを大きくすればよい。

4. 提案手法

4.1 考える問題

4.1.1 問題設定

PFC 設計に要求される条件を整理する.

条件 I $G_f(s)$ のゲインを適切に設定することにより, $G_a(s) = G_p(s) + G_f(s)$ に反共振が現れないようにする.

条件 II $G_a(s)$ の ASPR 性を保証する.

条件 III $G_f(s)$ の安定性を保証する.

一つ目は, 入力振動を抑制するための条件である. 二つ目は, SAC を適用するために必要な条件である. 三つ目は, 一般に制御器は安定であることが望ましいことから設定した条件である. 本稿で考える問題は, 条件 I~III を満たすように式 (10) の $G_f(s)$ の係数 a_i, b_i を設計することである. ただし, 次数 n, m はあらかじめ定めておくものとする.

$$G_f(s) = \frac{n_f(s)}{d_f(s)} := \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (10)$$

4.1.2 周波数応答マッチング

まずはじめに, 条件 I を満足させるため, 反共振を含まない理想モデル $G_r(s)$ を設定し, $G_a(s) = G_p(s) + G_f(s)$ の周波数応答を $G_r(s)$ にマッチングさせることで, $G_a(s)$ の反共振を抑制することを考える. マッチングする周波数点を $\omega_k, k = 1, \dots, N$ とし, 設計パラメータからなるベクトルを $\mathbf{x} = [a_0, \dots, a_{n-1}, b_0, \dots, b_m]^T$ とする. ベクトル \mathbf{x} は式 (10) に示す $G_f(s)$ の係数である. このとき, マッチング誤差を表す評価関数を式 (11) で定義する.

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N \{\log_{10} |G_r(j\omega_k)| - \log_{10} |G_a(j\omega_k, \mathbf{x})|\}^2 \quad (11)$$

式 (11) は, 周波数応答の対数の差を評価しており, これによりゲインが大きい帯域と小さい帯域において, マッチング誤差を同じオーダーで評価することができる. 式 (11) は非線形な評価関数であり, 非凸であるが, 非凸な最適化問題に有効な分散型 PSO など用いて $J(\mathbf{x})$ の最小化解 \mathbf{x}_{opt} を求めることができる. その際, 次節で示す条件を制約条件として付加した上で問題を解く. これにより, 条件 I を満たす解を得る.

4.1.3 制約条件

4.1.1 項の条件 II, III は, 前述した最適化問題を解く際に制約条件として考慮する. まず, 条件 II については $G_a(s)$ が ASPR である次の十分条件におきかえて新たな制約条件と考える.

条件 IIa $G_a(s)$ の相対次数が 0 または 1.

条件 IIb $G_a(s)$ が最小位相系.

条件 IIc $G_a(s)$ の最高位係数が正.

条件 IIa は式 (10) の PFC の相対次数を 1 にすることで満たされる. そこで, $m = n - 1$ とする. 一方, 条件 IIb, IIc および条件 III については, 最適化問題を解く際に直接的に制約条件として付加することで考慮する.

4.2 PFC の設計手順

PFC の設計手順をまとめる.

Step1 : 反共振を含まず, ASPR 性を有する理想モデル $G_r(s)$ を設定する.

Step2 : 式 (10) の PFC の次数 n を設定する. ただし, $m = n - 1$ とする.

Step3 : マッチングする周波数点 $\omega_k, k = 1, \dots, N$ を設定する.

Step4 : 分散型 PSO により以下の最適化問題を解き, 得られた \mathbf{x}_{opt} から式 (10) の PFC を構成する. ただし, α

は $G_a(s)$ の最高位係数とする.

$$\mathbf{x}_{opt} = \arg \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \text{ Subject to } C \quad (12)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{k=1}^N \{\log_{10} |G_r(j\omega_k)| - \log_{10} |G_a(j\omega_k, \mathbf{x})|\}^2 \text{ Subject to } C \quad (13)$$

$$C : \mathbf{x} \in \{\mathbf{x} \mid G_f(\forall p_i, \mathbf{x}) = \infty, \operatorname{Re}(\forall p_i) < 0, i = 1, \dots, n\} \quad (14)$$

$$\mathbf{x} \in \{\mathbf{x} \mid G_a(\forall z_i, \mathbf{x}) = 0, \operatorname{Re}(\forall z_i) < 0, i = 1, \dots, n_p + n - 1\} \quad (15)$$

$$\alpha > 0 \quad (16)$$

ここで、式 (14)、式 (15)、式 (16) はそれぞれ条件 III、IIb、IIc を保証するための制約条件である.

5. 分散型 PSO のアルゴリズム

式 (13) の最適化問題を解く際の分散型 PSO のアルゴリズムを以下に示す. 分散型 PSO とは設計パラメータ \mathbf{x} を粒子とみなし、座標空間を粒子が速度を持って移動し評価関数を小さくする座標を探索する最適化手法である. 粒子数を N_p とおき、 k 回目の反復における粒子の座標を $\mathbf{x}_0^k, \mathbf{x}_1^k, \dots, \mathbf{x}_{N_p-1}^k \in R^{(n+m+1) \times 1}$ とおく.

1. Initialize $\mathbf{x}_0^1, \mathbf{x}_1^1, \dots, \mathbf{x}_{N_p-1}^1$
2. $[\mathbf{v}_0^1 \mathbf{v}_1^1 \dots \mathbf{v}_{N_p-1}^1] \leftarrow \mathbf{0}$
3. for $k = 1$ to k_{\max} do
4. for all $i \in \{0, 1, \dots, N_p - 1\}$ do
5. $\mathbf{x}_{pb,i}^k \leftarrow \arg \min_{x \in \{x_i^j \mid j=1, \dots, k\}} J(\mathbf{x})$
6. $\mathbf{x}_{sb,i}^k \leftarrow \arg \min_{x \in \{x_i^l \mid l=i-N_s/2, \dots, i+N_s/2\}} J(\mathbf{x})$
7. $\mathbf{v}_i^{k+1} \leftarrow c_0 \mathbf{v}_i^k + c_1 r_{i,1}^k (\mathbf{x}_{pb,i}^k - \mathbf{x}_i^k) + c_2 r_{i,2}^k (\mathbf{x}_{sb,i}^k - \mathbf{x}_i^k)$
8. $\mathbf{x}_i^{k+1} \leftarrow \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1}$
9. if C is not true
- $\mathbf{x}_i^{k+1} \leftarrow \mathbf{x}_i^k$
10. end for
11. $c_0 = c_0^I + (c_0^T - c_0^I) \frac{k}{k_{\max}}$
12. end for
13. $\mathbf{x}_{opt} \leftarrow \arg \min_{x \in \{x_{pb,i}^k \mid i=0, \dots, N_p-1\}} J(\mathbf{x})$

1 行目において、初期粒子 \mathbf{x}_i^1 を設定し、次に粒子の初期速度 \mathbf{v}_i^1 を $\mathbf{0}$ としている. 5 行目では粒子 \mathbf{x}_i^k の過去の最良の座標を計算している. 6 行目では粒子 \mathbf{x}_i^k に近い番号を持つ $N_s + 1$ 個の粒子の中で反復 k 回目における最良の座標を計算している. さらに、7 行目で各最良の座標の方向に重みをつけ速度を更新している. 9 行目では、8 行目によって移動した粒子が制約を満たすか判定し、制約を満たしていない粒子は移動前の座標に戻している. 設計パラメータは、7 行目の探索方向に対する重みづけをする c_0, c_1, c_2 である. $r_{i,1}^k, r_{i,2}^k$ は $[0, 1]$ に一様に分布する乱数であり MATLAB の “rand” のコマンドを用いる. また N_s は情報を共有する粒子数、 k_{\max} は探索回数である. 上記の分散型 PSO は文献 (丸田, 杉江, 2010) のアルゴリズムに基づいている. ただし本稿では文献 (丸田, 杉江, 2010) と異なり、9 行目で制約条件を満たさない粒子 \mathbf{x}_i^{k+1} に関しては更新を行わず、次の探索のループに入るように設定した. これにより、上記のアルゴリズムにより求めた \mathbf{x}_{opt} は制約条件を満たす. 式 (14)、式 (15) は MATLAB の “eig”, “zero” のコマンドを用いて極・零点を計算し、その安定性を判定する. また、 c_0 は探索回数により変動するように設定した. この理由は、 c_0 が大きい場合は大域的探索を行う傾向が強く、小さい場合は局所的探索を行う傾向が強くなるという性質があり、探索の初期には探索空間を網羅的に調べるために c_0 を大きくとり、精度の高い解を得るために次第に c_0 を減少させることが望ましいと考えられるからである (阪井, 高濱, 2005). c_0 の初期値を c_0^I 、最終値を c_0^T とし、11 行目のように変化させる.

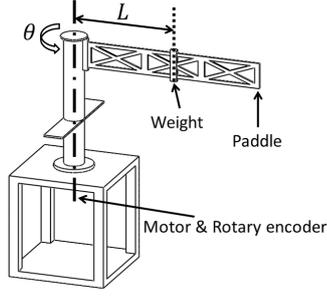


Fig. 4 Plant model

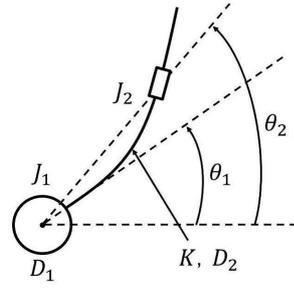


Fig. 5 Approximated model of the plant

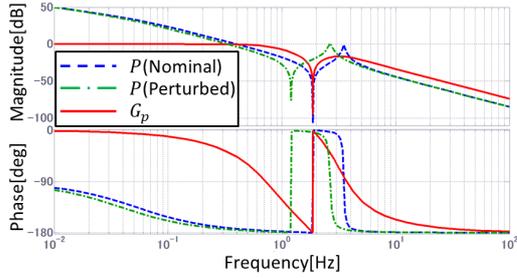


Fig. 6 Bode plot of $P(s)$ (Nominal), $P(s)$ (Perturbed) and $G_p(s)$

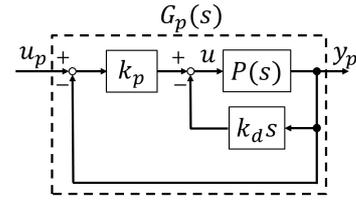


Fig. 7 PD control system

6. 実験機とPFC設計

6.1 制御対象

図4に示す機械振動系実験装置を用いて提案手法の有効性を検証する．実験装置は，イナーシャ，パドルと $L = 290 \text{ mm}$ の位置に取り付けられた重さ 0.3 kg の重りから構成される．パドルは弾性体で構成しており，この機械振動系の周波数応答に反共振が現れる．重りは $L = 290 \text{ mm}$ から $L = 435 \text{ mm}$ まで変化すると想定し，適応制御によってプラント変動に対応させる．このシステムは，回転軸下部に取り付けられたモータにより制御入力 $u(t)$ が印加される．制御出力はパドルの回転角 $\theta_1(t)$ であり， $y_p(t) = \theta_1(t)$ である． $\theta_1(t)$ はモータと同軸上にあるロータリエンコーダにより検出する．制御対象の運動モデルを図5に示す．制御対象の運動方程式を以下に示す．

$$J_1 \ddot{\theta}_1(t) + K\theta_1(t) - K\theta_2(t) + (D_1 + D_2)\dot{\theta}_1(t) - D_2\dot{\theta}_2(t) = u(t) \quad (17)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2(t) + K\theta_2(t) - K\theta_1(t) + D_2\dot{\theta}_2(t) - D_2\dot{\theta}_1(t) = 0 \quad (18)$$

制御対象の伝達関数を $P(s)$ とし， L の公称値と変動後の値を表1に示し，各変数と各パラメータを表2に示す．制御対象のボード線図を図6に示す．破線は L が公称値 $L = 290 \text{ mm}$ ，一点鎖線は変動後 $L = 435 \text{ mm}$ のときの制御対象のボード線図である．図6から明らかなように， $L = 290 \text{ mm}$ の公称値において本制御対象は 1.9 Hz に反共振をもつ．

6.2 マイナーPD制御器

制御対象は，共振を含んでおりこのままでは扱いにくい．さらにこの制御対象は原点に極を含むため安定系ではない．そこで，図7のように制御対象にマイナーフィードバックによってPD制御器を付加することにより，効果的に共振を抑制し安定化する．PDゲインは以下のように設定した．

$$k_p = 3.5, \quad k_d = 1 \quad (19)$$

$L = 290 \text{ mm}$ とした公称プラントに対してマイナーPD制御を施すことによって得られた閉ループ系 $G_p(s)$ は式(20)となる．

$$G_p(s) = \frac{81.02(s^2 + 0.0009255s + 137.9)}{(s^2 + 17.38s + 416.6)(s^2 + 6.926s + 26.81)} \quad (20)$$

Table 2 Parameters of the plant

Inertia moment of the rotary shaft	J_1	0.0422 [kg·m ²]
Inertia moment of the weight and the paddle	J_2	0.1081 [kg·m ²]
Equivalent spring constant of the initial vibration mode	K	14.9[Nm/rad]
Viscosity resistance of the motor shaft	D_1	0.05 [Nms/rad]
Viscosity resistance of the the paddle	D_2	0.0001 [Nms/rad]
Torque of the control input	u	-[Nm]
Rotational angle of the rotary shaft	θ_1	-[rad]
Rotational angle of the weight	θ_2	-[rad]

Nominal plant	$L = 290$ mm
Perturbed plant	$L = 435$ mm

$G_p(s)$ のボード線図を図 6 の実線に示す。破線はマイナー PD フィードバックを施す前のプラント $P(s)$ のボード線図である。 $G_p(s)$ は相対次数が 2 であり ASPR ではない。また、図 6 から $G_p(s)$ は共振が抑制されていることが確認できるが、反共振を含んでいることがわかる。以降では、式 (20) の $G_p(s)$ を式 (1) の $G_p(s)$ と考え、提案手法を用いて PFC を設計する。

6.3 PFC の設計

4.2 節の手順に沿って PFC を設計する。

Step1 : 理想モデル $G_r(s)$ は式 (21) と指定した。 $G_r(s)$ のボード線図を図 8 に示す。図において、実線が設定した $G_r(s)$ 、破線が $G_p(s)$ である。 $G_r(s)$ は $G_p(s)$ の反共振のある帯域において大きいゲインを持つものを設定した。また、低周波帯域では $G_r(j\omega) \approx G_p(j\omega)$ となるようにした。それ以外については、特段細かな考慮なしに設定している。

$$G_r(s) = \frac{5.309s^2 + 346.9s + 838.4}{s^3 + 24.12s^2 + 211.9s + 838.4} \quad (21)$$

Step2 : PFC の次数を $n = 3$, $m = 2$ と設定した。 n の選定については、良好なマッチング結果が得られた範囲の中で最も次数を低くした結果、 $n = 3$ とした。

Step3 : マッチングする周波数 ω_k は $\{1 \times 10^{-3}, 0.5, 1, 2, 3, 10, 1 \times 10^2\}$ [Hz] の 7 点とした。マッチングする周波数点は少ないと良好なマッチングが得られないことがあり、多くすると計算量が増加する。そこで、周波数点を徐々に増やし、良好なマッチングが達成されることが多かった ω_k を設定した。

Step4 : 分散型 PSO のパラメータを以下に示す。

$$N_p = 100, N_s = 20, k_{max} = 300, c_0^I = 0.5, c_0^T = 0.05, c_1 = c_2 = 1.8$$

初期粒子は、まず制約を満たす粒子を一つ設定する。

$$\mathbf{x}_0^1 = [2.481 \times 10^4, 4.501 \times 10^3, 94.25, 2.481 \times 10^4, 3.956 \times 10^4, 125.7]^T \quad (22)$$

この \mathbf{x}_0^1 を基準とし、式 (23) により残りの初期粒子を決定する。

$$\mathbf{x}_i^1 = \text{diag}[(1 + r_{1i})^2, \dots, (1 + r_{6i})^2] \cdot \mathbf{x}_0^1, \quad i = 1, \dots, N_p - 1 \quad (23)$$

ここで、 r は標準正規分布により生成される疑似乱数 (MATLAB の “randn” を使用) である。 \mathbf{x}_i^1 , $i = 1, \dots, N_p - 1$ が制約条件を満たすまで式 (23) の座標設定を繰り返し、その後探索を開始する。式 (13) の最適化問題を解き、評価関数を最も小さくした \mathbf{x}_{opt} により構成した PFC を以下に示す。

$$G_f(s) = \frac{5.309s^2 + 223.1s + 0.01586}{s^3 + 15.77s^2 + 136.7s + 451.7} \quad (24)$$

式 (24) により構成した $G_a(s)$ と理想モデル $G_r(s)$ のボード線図を図 9 に示す。実線が $G_a(s)$ 、破線が $G_r(s)$ である。図 9 より、良好なマッチングが達成されていることがわかる。ここで、最適化における粒子の収束の様子を図 10

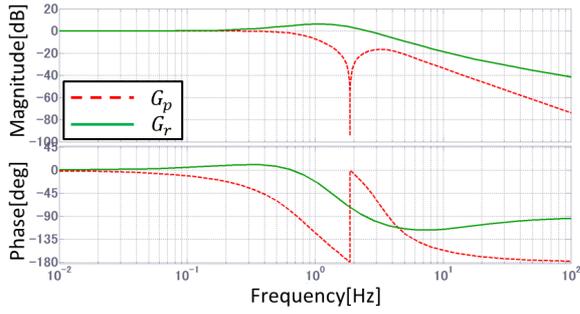


Fig. 8 Bode plot of $G_p(s)$ and $G_r(s)$

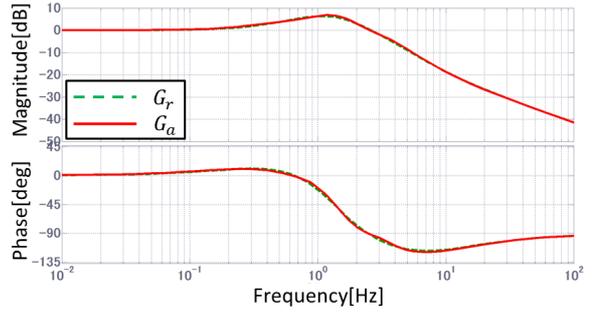


Fig. 9 Bode plot of $G_r(s)$ and $G_a(s)$

に示す. 図 10 において横軸は探索回数, 縦軸は $\log_{10} |e_i|$ である. ここで, $e_i = x_{opt_i} - x_i$, $i = 1, \dots, n+m+1$ は x_{opt} に対する粒子 x の各要素の誤差である. 図 10 において, 探索回数が約 180 回目以降で x_{opt} との誤差が約 10^{-6} 以下となっており, パラメータが収束していることがわかる. ただし, 288 回目の探索で x_{opt} が得られており, そこでの誤差は $e_i = 0$ であるため, 図 10 は 288 回目で途切れている. また, 文献 (Mizumoto, et al., 2010) の方法により PFC を $G_r(s) - G_p(s)$ とした場合, PFC の次数は 7 であるのに対し, 提案手法で得られた PFC は 3 次であるため低次元な PFC を設計することができる.

7. 数値シミュレーション

7.1 シミュレーション条件

提案手法の振動抑制効果を数値シミュレーションにより検証する. 振動抑制効果を明確にするために, 規範入力 $u_m(t)$ は機械系の振動を励起させるように大きさ 1 の矩形波を用いる. また, 整定するまでの時間を確保するために $u_m(t)$ の周期は 50 s とする. 用いた SAC の設計パラメータを以下に示す.

$$G_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot 0.707 \omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n = 0.8 \cdot 2\pi$$

$$\Gamma_P = \text{diag} [10, 1, 1, 0.1], \quad \Gamma_I = \text{diag} [100, 1, 1, 1]$$

$$\sigma_1 = 1 \times 10^{-2}, \quad \sigma_2 = 1 \times 10^{-5}$$

$$k_I(0) = [-20, 0, 0, 1]^T$$

また, 比較対象として従来の考え方に従い, 反共振に伴う入力振動問題を考慮せずに, 拡大系の ASPR 性だけを考慮して設計した式 (25) の PFC を用いて 2.2 節の SAC を構成した場合を「従来手法」とする.

$$G_f(s) = \frac{0.001}{0.1989s + 1} \quad (25)$$

なお, 式 (24), 式 (25) 両方の $G_f(s)$ について, L の変動があっても ASPR 性は保証されていることを確認している.

7.2 シミュレーション結果

図 7 におけるプラント $P(s)$ への入力 $u(t)$ を図 11, $G_p(s)$ への入力 $u_p(t)$ を図 12, 出力 $y_p(t)$ を図 13 に示す. 図において, 実線は提案手法, 破線は従来手法である. 図 12 より, 従来手法は約 1.7 Hz の振動的な $u_p(t)$ が印加され, 結果として出力 $y_p(t)$ に振動が現れている. 制御対象の反共振周波数は 1.9 Hz であるため, 反共振周波数に対応した振動な入力生成されていることがわかる. これは, 3 章で言及した結果である. 一方, 提案手法によれば入りに振動が見られず, 結果として出力に振動は発生していないことがわかる. また, 応答が立ち上がりから最終値の $\pm 1\%$ の幅に入るまでの整定時間を比較すると, 提案手法は 1.35 s であるのに対し従来手法は 7.63 s であり, 82% 短縮することができた. 以上より, 提案手法によって設計した PFC は振動抑制効果があり, 提案手法の有効性が確認できた.

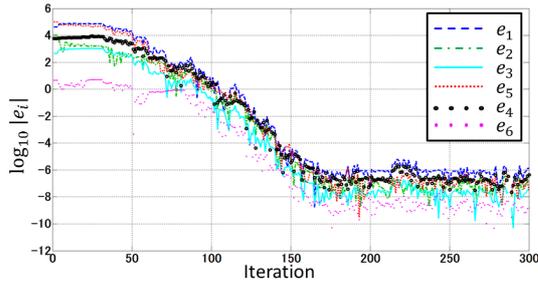


Fig. 10 Transitions of design parameters.

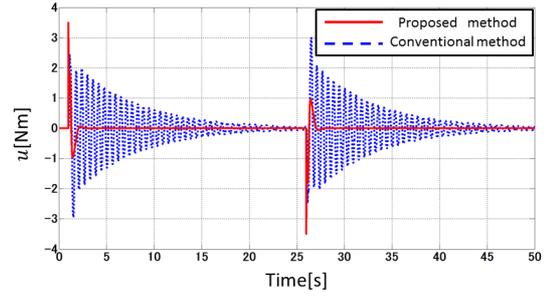


Fig. 11 Time history of $u(t)$: simulation

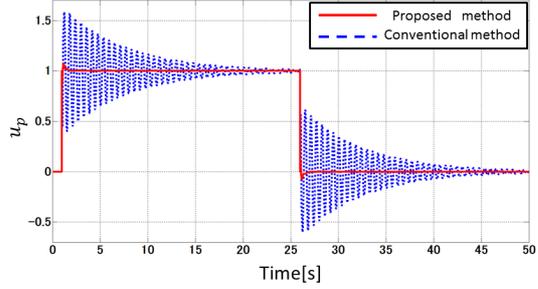


Fig. 12 Time history of $u_p(t)$: simulation

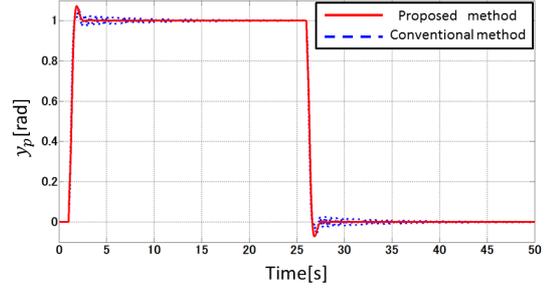


Fig. 13 Time response of $y_p(t)$: simulation

8. 実機実験

8.1 実験条件

ここでは、重りの位置が $L = 435 \text{ mm}$ に変化した場合の変動プラントに対する振動抑制効果を検証することで、SACとしての効果を示す。実験ではサンプリング周期を 2 ms とし、 $G_m(s)$ 、 $G_f(s)$ はゼロ次ホールドにより離散化をした。ローカル PD 制御器の D 制御器は近似微分器を用い、双一次変換により離散化した。

8.2 実験結果

図 7 におけるプラント $P(s)$ への入力 $u(t)$ を図 14、 $G_p(s)$ への入力 $u_p(t)$ を図 15、出力 $y_p(t)$ を図 16 に示す。また、提案手法の適応フィードフォワードゲイン $k_u(t)$ の時間変化を図 17 に示す。図 14、図 15、図 16 から、制御対象の摂動がある場合においても、提案手法は入力振動を抑制し、結果として出力の振動も抑制している。このことから、設計した PFC は実機に対しても振動抑制効果があることが確認できた。

9. おわりに

本稿では、反共振を含む制御対象に SAC を適用した場合に現れる入力振動問題の原因と改善方法を明らかにした。入力振動の原因は制御対象の反共振によるものであり、これを改善するためには、拡大系の周波数特性に反共振が現れないように PFC を設計すればよいことを示した。さらに、入力振動を抑制する PFC の設計問題を周波数応答マッチングの考え方にに基づき最適化問題に定式化し、分散型 PSO により PFC を設計する方法を提案した。その際、拡大系の ASPR 性と PFC の安定性を制約条件とすることで、それらを保証した解を得ることができる。これにより、システムティックな設計が可能になる。次に、反共振を含む機械振動系を制御対象とし、提案手法によって PFC の設計を行った。その結果、文献 (Mizumoto, et al., 2010) の方法よりも低い次元によって PFC が得られ、良好な周波数応答マッチングを達成することができた。入力振動抑制効果は数値シミュレーションおよび実機実験により検証を行い、提案手法により設計した PFC を用いることで効果的に振動を抑制できることを確認した。以上より提案手法の有効性を示すことができた。

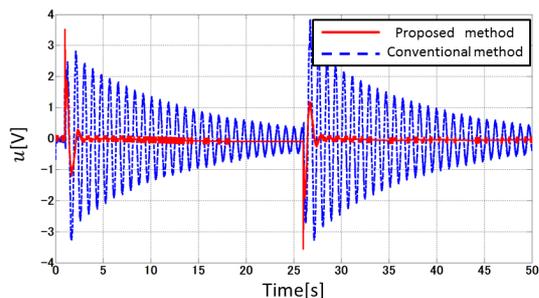


Fig. 14 Time history of $u(t)$: experiment

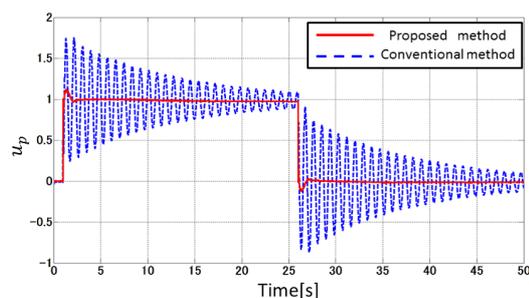


Fig. 15 Time history of $u_p(t)$: experiment

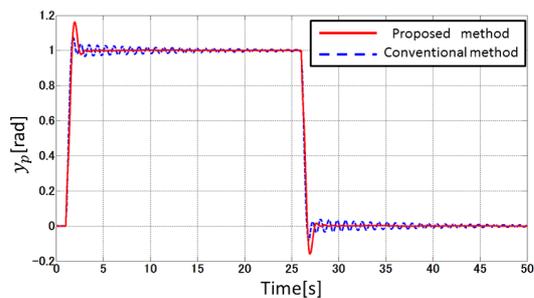


Fig. 16 Time response of $y_p(t)$: experiment

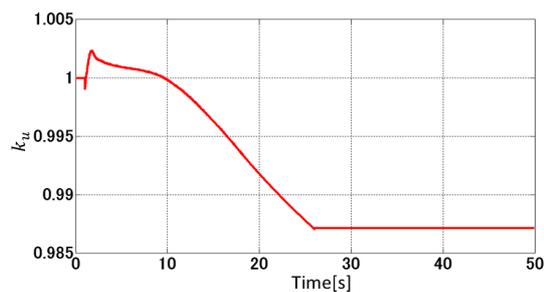


Fig. 17 Time history of $k_e(t)$: experiment

文 献

- Bar-Kana, I., Positive-realness in multivariable stationary linear systems, *Journal of the Franklin Institute*, Vol.328, No.4(1991), pp.403-417.
- Eguchi, K., Iwai, Z. and Mizumoto, I., PID controller design based on ASPR-ness by using partial model matching on frequency domain, *SICE-ICASE International Joint Conference(2006)*, pp.3252-3257.
- 日野満司, 岩井善太, 福島浩介, 若宮龍市, 単純適応制御法による能動制振, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.58, No.548(1992), pp.1034-1040.
- 岩井善太, 筒井和彦, 甲斐勝也, 並列フィードフォワード補償を併用した単純適応制御系とその寄生要素に関するロバスト性, *計測自動制御学会論文集*, Vol.27, No.9(1991), pp.996-1001.
- 小柳高士, 千田有一, 機械振動系への SAC 応用上の問題点とその解決手法について, *計測自動制御学会第 11 回制御部門大会 (CD-ROM)*, 167-3-2(2011).
- 京和泉宏三, 藤田行茂, 蛭原 義雄, 単純適応制御手法による空圧サーボ位置決め制御-PFC のオートチューニング機構の導入, *システム制御情報学会論文誌*, Vol.14, No.3(2001), pp.102-109.
- 丸田一郎, 杉江俊治, 分散型 Particle Swarm Optimization による区分的アファインシステムの同定, *第 39 回制御理論シンポジウム (2010)*, pp.327-330.
- 水本郁朗, 適応出力フィードバック制御のための PFC のモデルフリー設計, *計測と制御*, Vol.52, No.10(2013), pp.866-871.
- Mizumoto, I., Ikeda, D., Hirahata, T. and Iwai, Z., Design of discrete time adaptive PID control systems with parallel feedforward compensator, *Control Engineering Practice*, Vol.18, No.2(2010), pp.168-176.
- 水本郁朗, 岩井善太, 単純適応制御 (SAC) の最近の動向, *計測と制御*, Vol.40, No.10(2001), pp.723-728.
- 永田正伸, 大友篤, 岩井善太, 分散形単純適応制御によるロボットマニピュレータの運動制御と 6 自由度マニピュレータによる制御性能の検討, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.62, No.598(1996), pp.2306-2313.
- 阪井節子, 高濱徹行, α 制約パーティクルスウォームオプティマイザ α PSO による制約付き最適化, *数理解析研究所講究録*, Vol.1457(2005), pp.233-240.
- 高木太郎, 水本郁郎, 直接繰り返し調整法によるシステム ASPR 化並列フィードフォワード補償器設計, *電気学会制御研究会資料*, Vol.CT-12, No.18-23(2012), pp.1-4.
- 種村昌也, 千田有一, 池田裕一, SAC における分散型 PSO を用いた PFC 設計方法の提案, *MOVIC2013 (CD-ROM)*,

Vol.13th(2013), D27.

山城始之, 千田有一, 反共振を含む機械振動系に対する単純適応制御系設計, 計測自動制御学会制御部門大会 (CD-ROM), Vol.12th(2012), 13:40-15:40.

山崎慎一, 岩井善太, 水本郁郎, 公文誠, 神澤龍市, 吉村匡喜, SACにもとづく構造物の適応制振, 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会論文集, Vol.2003, No.Pt.4(2003), pp.562-566.

References

- Bar-Kana, I., Positive-realness in multivariable stationary linear systems, *Journal of the Franklin Institute*, Vol.328, No.4(1991), pp.403-417.
- Eguchi, K., Iwai, Z. and Mizumoto, I., PID controller design based on ASPR-ness by using partial model matching on frequency domain, *SICE-ICASE International Joint Conference(2006)*, pp.3252-3257.
- Hino, M., Iwai, Z., Fukushima, K. and Wakamiya, R., An active vibration control by means of a simple adaptive control method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*, Vol.58, No.548(1992), pp.1034-1040(in Japanese).
- Iwai, Z., Tsutsui, K. and Kai, K., Simple adaptive control system with parallel feedforward compensation and its robustness in the presence of parasitics, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.27, No.9(1991), pp.996-1001(in Japanese).
- Koyanagi, T. and Chida, Y., A problem of the simple adaptive control application to a mechanical vibration system and a solving method, *SICE 11th Control Division Conference(CD-ROM)*, 167-3-2(2011)(in Japanese).
- Kyoizumi, K., Fujita, Y. and Ebihara, Y., Simple adaptive control method with automatic tuning of PFC and its application to positioning control of a pneumatic servo system, *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, Vol.14, No.3(2001), pp.102-109(in Japanese).
- Maruta, I. and Sugie, T., Identification of Piecewise affine systems via distributed particle swarm optimization, *39th SICE Symposium on Control Theory(2010)*, pp.327-330.
- Mizumoto, I., Model free designs of PFC for adaptive output feedback control, *Journal of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.52, No.10(2013), pp.866-871(in Japanese).
- Mizumoto, I., Ikeda, D., Hirahata, T. and Iwai, Z., Design of discrete time adaptive PID control systems with parallel feedforward compensator, *Control Engineering Practice*, Vol.18, No.2(2010), pp.168-176.
- Mizumoto, I. and Iwai, Z., Recent trends on simple adaptive control (SAC), *Journal of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.40, No.10 (2001), pp.723-728(in Japanese).
- Nagata, M., Ohtomo, A. and Iwai, Z., Motion control of robot manipulators with decentralized simple adaptive control scheme and its evaluation using six-degree-of-freedom manipulator, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*, Vol.62, No.598(1996), pp.2306-2313(in Japanese).
- Sakai, S. and Takahama, T., α seyiakupa-thikuruswo-muoputhimaiza α PSOniyoruseiyakutukisaitekika, *Research Institute for Mathematical Sciences Preprint*, Vol.1457(2005), pp.233-240(in Japanese).
- Takagi, T. and Mizumoto, I., Design of parallel feedforward compensator realizing ASPR system by direct iterative tuning method, *The papers of technical meeting on control, IEE Japan*, Vol.CT-12, No.18-23(2012), pp.1-4(in Japanese).
- Tanemura, M., Chida, Y. and Ikeda, Y., PFC design method in SAC using distributed particle swarm optimization, *MOVIC2013(CD-ROM)*, Vol.13th(2013), D27(in Japanese).
- Yamashiro, T. and Chida, Y., Simple adaptive control systems design for mechanical vibration systems including antiresonance, *The Society of Instrument and Control Engineers Control Division(CD-ROM)*, Vol.12th(2012), 13:40-15:40(in Japanese).
- Yamazaki, S., Iwai, Z., Mizumoto, I., Kumon, M., Kohzawa, R. and Yoshimura, M., Adaptive vibration control of structural systems based on SAC, *The Japan Society of Mechanical Engineers. Dynamics and Design Conference*, Vol.2003, No.Pt.4(2003), pp.562-566(in Japanese).