

学位論文の審査結果の要旨

本論文において、仲尾光平氏は、水や油などの非圧縮性粘性流体（粘性のある縮まない流体）の運動を表す非線形連立偏微分方程式である Navier-Stokes 方程式および非圧縮性粘性流体における熱対流を記述する方程式（熱対流方程式）を数学的に解析し、3つの新しい結果を証明している。

一つ目の結果は、Beale-Kato-Majda 型の解の接続定理の改良である。Beale-Kato-Majda 型の解の接続定理とは、滑らかな時間局所解に対し、渦度の挙動に関するある仮定を課すと、解の時間延長ができるというものである。仲尾氏は共著者とともに、Beale-Kato-Majda 型の接続定理の改良版である Fan-Jiang-Nakamura-Zhou の解の接続定理の別証明を与えた。さらに、取り扱う解の属する空間の一般化も成功している。また、Fan-Jiang-Nakamura-Zhou は全空間上の流体を扱っているが、本論文では、外部領域などの一般の領域を扱っている点で、大変興味深い。さらに Fan-Jiang-Nakamura-Zhou はエネルギー法を用いているのに対し、本論文では積分方程式と Stokes 作用素の smoothing effect を用いるなど、全く違う新しい方法が開発されており、この方法自体が大変興味深く、非線形偏微分方程式の研究への貢献が期待できるものである。

本論文の二つ目の結果は、Serrin 型の解の接続定理の部分的な改良である。Beale-Kato-Majda 型の解の接続定理では渦度に対しある仮定が課せられるが、Serrin 型の解の接続定理とは、渦度ではなく速度場に対してある仮定を課すと、解の延長ができるというものである。仲尾氏と共著者は、彼らの結果の証明のために、実関数論を駆使し、有名な Brezis-Gallouet-Wainger 型不等式とよばれる \log 型の不等式を改良している。この種の \log 型不等式は Navier-Stokes 方程式だけでなく、2次元非線形 Schroedinger 方程式の大域可解性等の証明にも応用されていることから、非線形偏微分方程式分野において、彼らの不等式の貢献が広範囲に期待できる。

さらに、本論文の3つ目の結果として、仲尾氏は3次元外部領域上での非圧縮粘性流における熱対流方程式の時間周期解の存在も証明している。熱対流方程式は、浮力による影響を考慮した、速度場、圧力場および温度分布を未知関数とする方程式であり、Navier-Stokes 方程式の一般化になっている。Navier-Stokes 方程式では、時間周期解の存在が山崎によってすでに証明されており、熱対流方程式に関しても時間周期解の存在定理が成り立つと期待されていたが、実際には、同方程式の研究には多くの困難が現れる。例えば、一般の外部領域上の時間周期問題では、流体にかかる浮力を表す項の空間変数に関する早い減衰が一般には期待できないため、Navier-Stokes 方程式の研究で用いられる山崎の手法をそのまま使うことが難しい。仲尾氏はこのような困難な問題の解決のため、実補間空間の理論を駆使し、熱方程式の解に対する新しい評価を導き、それを利用することにより、熱対流方程式の時間周期解の存在証明に成功している。

仲尾氏の業績は、著名な2つの査読付き海外学術誌と1つの査読付き国際研究集会論文集に掲載されており、「数理情報システム学講座」の学位審査基準のめやす『1. 審査論文は数理情報システム学の理論及び応用について重要な寄与が認められる論文であること、2. 審査制度のあ

る学会誌・学術誌等に掲載された、主著者である原著論文（採録決定を含む）が1編以上あること』を十分満たしている。

以上のことから博士学位論文として十分であると評価する。

公表主要論文名

- Kohei Nakao, Yasushi Taniuchi;
An alternative proof of logarithmically improved Beale-Kato-Majda type extension criteria for smooth solutions to the Navier-Stokes equations, Nonlinear Analysis, Vol.176, pp.48-55 (2018)
- Kohei Nakao, Yasushi Taniuchi;
Brezis-Gallouet-Wainger type inequalities and blow-up criteria for Navier-Stokes equations in unbounded domains, COMMUNICATIONS IN MATHEMATICAL PHYSICS, Vol.359, Iss.3, pp. 951-973 (2018)
- Kohei Nakao, Yasushi Taniuchi
Brezis-Gallouet-Wainger type inequality and its application to the Navier-Stokes equations, Contemporary Mathematics, Vol.710, pp.211-222 (2018)