

第1章 緒 言

1.1 研究の目的

計測値などの系の応答や既知情報に基づいて、未知な入力や物性値または構造等を推定する問題や、要求仕様を実現するような形状や境界条件を決定する問題は逆問題と呼ばれ、非破壊検査、システム同定、材料定数同定、設計問題など広い分野に関連した重要な課題である。近年、種々の問題を逆問題としてとらえ、計算力学的手法を援用して解決しようとするアプローチが数多くなされている⁽¹⁾⁻⁽²²⁾。この背景には数値解析手法の急速な発展および計測技術の進歩による高精度で大量の測定データが収集可能になったことへの期待が挙げられる。

現象の数値解析手法はコンピュータハードウェアの発展と相まって急速に発展し、あらゆる分野の現象の数値シミュレーションが可能となってきた。数値解析は当初、構造解析の分野において開発され育成されてきたが、現在では海洋における潮流解析や天気予報などの自然環境分野における大規模なシミュレーションから、物理学分野における素粒子などの極微な世界でのシミュレーションまで、各種の現象を把握し、予測するための欠かせない技術となっている。工学分野においては、製品開発における設計作業や性能評価に特に活用されており、現象の高精度な解析を汎用的に行うことを目標として進歩してきた⁽²³⁾⁻⁽²⁹⁾。これと同時に、センサ技術や電子デバイスなどのエレクトロニクス技術の発展により、各種情報のセンシングが高精度に行われるようになり、大量のデータ収集を行いながら処理し蓄積する計測技術も長足の進歩を遂げている⁽³⁰⁾⁻⁽³³⁾。

逆問題は一般に非線形問題であり、さらに、不適切性という重大な困難点を有するため解析が難しい問題である。したがって、なんらかの適切化を行って解の安定性や信頼性を高めることが必須となる。各種の適切化手法が提案されているが、現時点では個々の問題に対して適用方法を検討し対処しているのが現状である。逆問題解析に

いては、対象を数理モデルとして扱い、未知量に関する連立方程式を測定値等を条として解く手法や、境界要素法や有限要素法などにより解析した計算結果と測定値の差を最小にするように解を決定する手法が採用されることが多く、数値解析手法適用方法を検討する必要がある。また逆問題は、実験により計測されたデータやすでに得られている情報に基づき未知量を決定する問題である。その解析手法の研究に、実際のデータを用いる検討も重要であるが、条件設定の困難さから検討可能な項には限界がある。また、コストの面からも得策ではない。このため、種々の検討はコンピュータ上の数値シミュレーションを活用することが効果的である。数値シミュレーションでは境界条件や物性値、領域形状などの実験条件が容易に設定可能である。さらに、不適切性の問題において重要な誤差に関して、数値計算結果に誤差を加えることで所望の測定誤差を有するデータが準備できることから、各種の誤差の影響を検査することが容易である。

本研究では、上述の背景を念頭に置き、逆問題解析の数値シミュレーション技術を立することを目標とする。そのため、まず、(1) 逆問題のコンピュータ解析手法を発する。そして、(2) 工学分野において広い応用分野を有するいくつかの逆問題の析に適用する方法を検討する。次に、(3) 逆解析の数値シミュレーションを行って解析手法の適用上の留意点を整理し、(4) 有効な逆解析を行うための知見を得る。上の4項目を中心に研究を遂行する。4つの項目の具体的な内容については、次節にす逆問題解析の特性をふまえたうえで、1.3節において述べる。

1 逆問題について

逆問題(inverse problem)は原因から生じる結果を解析する順問題(direct problem)に対して述べられるが、順問題の設定を逆にしたものが必ずしも逆問題と呼ばれるわけではない。現象が偏微分方程式で記述されているとすると、順問題はある規定された期条件、境界条件のもとで、現象の支配微分方程式を解く問題である。このとき、或の形状、境界条件、物性値などは明確に与えられ、もちろん支配方程式も与えらる。そして、一般には2種類定義できる境界値のうち一方が境界条件として与えら一方が順解析結果として求められる。これに対して、境界値の既知量と未知量の系を逆にした問題は必ずしも逆問題ではなく、未知量と既知量の関係が適切に関係ナられ未知量が完全に規定できるときには、通常の設定と同じであり順問題である。のように未知量を規定するのに十分なデータが与えられ、誤差の影響も問題になら問題が適切に定義されるときは逆問題とはいえない。例えば、引張試験結果から単性係数を決定する問題において、諸元が精度よく計測されている場合には、フックの法則に基づく公式から解が求められる適切な問題であるが、寸法や荷重などの測

定誤差が顕著な場合に、正しい答えを得ようとする問題は逆問題となる。逆問題はその設定において不適切性(ill-posedness)を有する点が特徴である。

不適切性とは異なる原因からほとんど同じ結果が生じるなど、原因の影響が有効に解に反映されない性質である。原因の影響をほとんど受けないすなわち原因に対する感度が微小であるようなデータ、または原因に関する情報の一部が欠けている不完全なデータから原因の全貌を求めることは困難である。しかしながら、そのような微弱な影響をもつデータや原因の情報を完全には保有していない一部のデータ、外乱による誤差を含むデータから原因を推定することが要求される。ここに逆問題が生じる。

逆問題とはこのように不適切性を有し、しかも順問題ではすべて適切に与えられる支配方程式、領域形状、境界条件、物性値のいずれか一つまたは複数が欠ける状況でそれらの欠落情報やその他の未知量を求める問題である。図1.1は逆問題の概要を示している。上の図はシステムの一部に未知量を含み、これを入出力の関係から求める逆問題である。中央の図では入力の一部が不明でありこれを他の入力と出力に基づいて求める逆問題、下の図は出力すなわち観測量に多くの誤差を含みこれらを既知情報に基づいて除去し、明確な情報を得ようとする逆問題である。このほかにもこれらを組み合わせた逆問題が考えられ、いずれも不適切性を有する問題となる。

逆問題としてとらえることができる問題は理工学分野に限らず広い分野において存在し、従来より多くの解析がなされてきている⁽¹⁾⁻⁽²²⁾。たとえば、天文学の分野では深宇宙の恒星が遠ざかる速度から宇宙創成期におけるビックバンのメカニズムを推定する逆問題が例としてあげられる。素粒子物理学の分野において高エネルギー粒子の衝突、生成、散乱、崩壊過程の観測結果に基づき、素粒子間の相互作用を求める問題も逆問題である。1990年に打ち上げられ、その後光学系の不備による撮影画像の焦点づれが問題となり不鮮明な画像を送ってきたHubble宇宙望遠鏡に対して、地上で解析した受信画像の解析結果から望遠鏡光学レンズ系の補正量を同定して、送られてきた画像を処理し鮮明な画像を得た事例がある。これなどは光学レンズ系の調整誤差を直接測定することなく、系を通過した情報から原因を推定し、さらにその結果を用いてボケ画像として出力された結果を修正することに成功した逆解析の例である⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾。光学分野においてはこのほかに、光CTによる内部構造のビジュアライゼーションが逆解析の実用例である⁽³⁶⁾⁽³⁷⁾。

音波、電磁波、弾性波、光波などを用いてこれらの散乱状態を測定しその原因を探るものは特に散乱逆問題⁽³⁸⁾⁻⁽⁴⁵⁾と総称されている。地震探査は散乱逆問題の一例であり、人工的に作り出した弾性波を利用して、地表における物理量を観測することにより地下の地質状態を推定する。これは地表で観測された情報は途中の媒質の影響を受けており、これを利用して原因である地中の状態を知ろうとするもので、観測値から

支配領域の構造を推定するという逆問題である．この他にも物理探査と呼ばれている電磁気や重力，熱などを観測して地下の構造を探る逆解析が行われている⁽⁴⁶⁾⁻⁽⁵¹⁾．

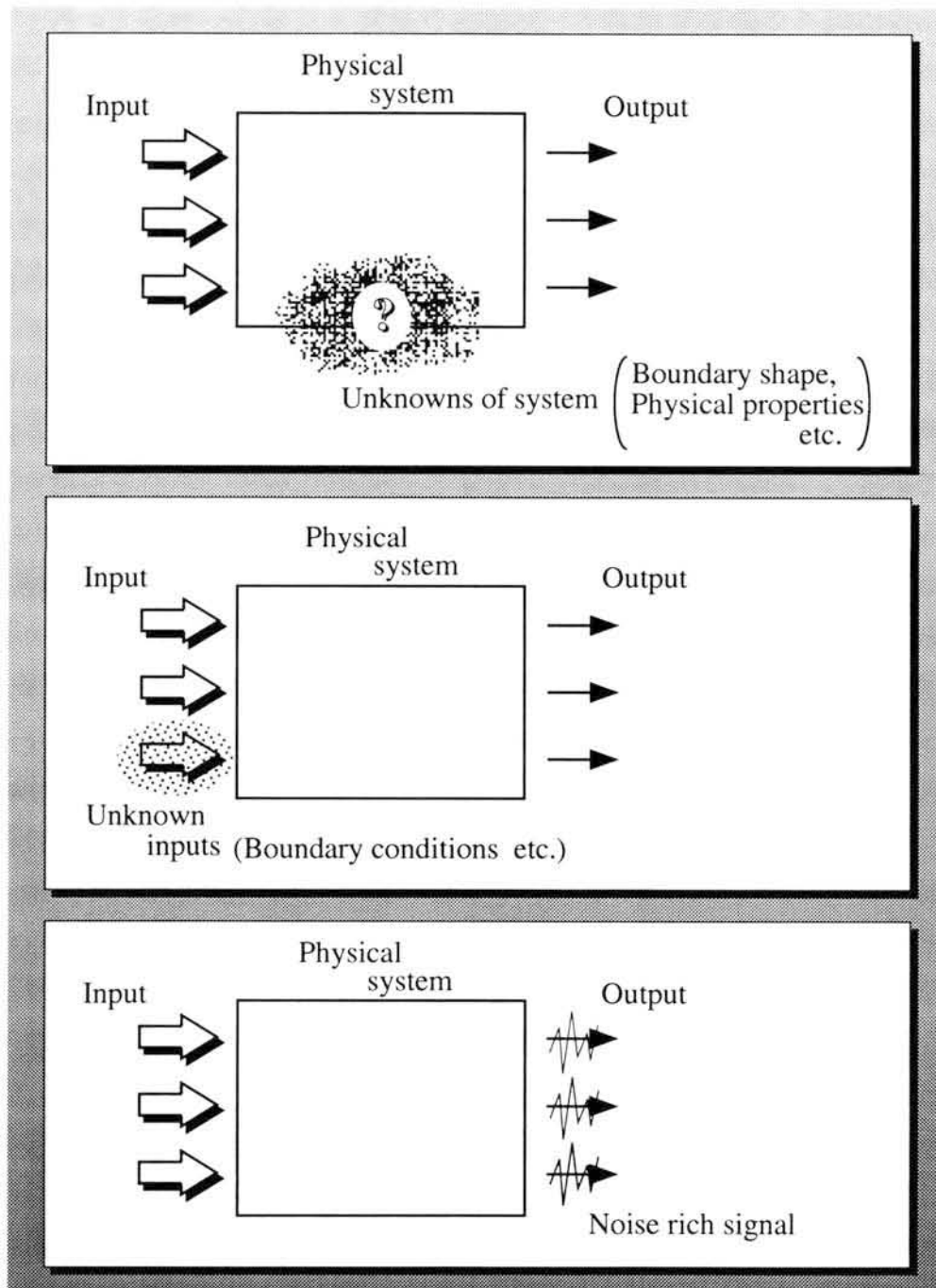


図1.1 逆問題の概念図

同様に、機械構造物に内在する欠陥を構造物を壊すことなく検知しようとする非破壊検査も、磁気や電流、超音波、X線などの入力信号に対する材料の応答が欠陥などの内部構造によって変化する現象を利用した典型的な逆問題である⁽⁵²⁾⁻⁽⁵⁷⁾。なかでも電流によるき裂の同定は非破壊検査法として実用化されている。これにはき裂を有する物体に通電したとき、き裂の存在による境界上の電気ポテンシャルの変化を計測し、その変化の原因となっているき裂の存在位置や形状を決定する逆問題である。この逆問題を取り扱うための手法として電気ポテンシャルCT法⁽⁵⁸⁾⁻⁽⁶⁶⁾が提案されている。

熱伝導に関する逆解析は応用分野が広く種々のものがある。領域内部や境界上の温度の測定値から、計測困難な境界上または内部の温度や熱流束などを推定する逆問題解析⁽⁶⁷⁾⁻⁽⁷⁴⁾や、熱的データを基に未知欠陥や相界面などの領域の内部構造を推定する形状同定⁽⁷⁵⁾⁻⁽⁸²⁾、領域の未知な物性値を求める物性値同定⁽⁸³⁾⁽⁸⁴⁾などの温度場に関する逆問題解析が検討されている。また、熱と同様汚染物質や地下水などの物質の拡散現象に関する逆解析⁽⁸⁵⁾⁽⁸⁶⁾も行われており、地球環境問題への意識の高まりと共に注目される分野である。

人間環境の一層の快適さを求めるアメニティへの要求が高まっていることから、ビルや橋梁、車輛などにおける振動制御や音波の干渉現象を利用したアクティブ消音に関する振動制御問題⁽⁸⁷⁾⁻⁽⁹³⁾も注目される分野である。

既存システムの解析、予測、制御、シミュレーションなどを行うためのモデルを、条件を変えたいくつかの実験結果から同定しようとする、システム同定の問題⁽⁹⁴⁾⁻⁽⁹⁶⁾も逆問題である。

最適設計問題⁽⁹⁷⁾⁻⁽¹⁰⁰⁾は与えられた仕様を満足する最適な構造、機構および材質等を決定する問題であり、さまざまな制約の下に最適なシステム構成しようとする逆問題である。

腐食性電解液中の2種類の金属の一方が選択的に腐食するガルバニック腐食に対して、金属に外部から電流を加え防食する、カソード防食での最適な電極配置と電流の大きさを決定する問題⁽¹⁰¹⁾⁽¹⁰²⁾、半導体素子の空乏層内の電位および電解強度を計算するため空乏層の境界位置を求める問題⁽¹⁰³⁾、物体に高周波微小電流を流して表面上での相互インピーダンスの変化を測定し、内部の不均質領域の境界を決定するインピーダンスCT⁽¹⁰⁴⁾⁻⁽¹⁰⁶⁾、残留応力や固有ひずみ分布の同定⁽¹⁰⁷⁾⁻⁽¹¹⁰⁾、材料の弾性定数の同定⁽¹¹¹⁾⁻⁽¹¹⁴⁾、発熱源や振動源に関するソース同定逆問題⁽¹¹⁵⁾⁻⁽¹¹⁸⁾などの逆問題も取り扱われている。逆問題の例をいくつかあげたが、さらに多くの分野において逆問題解析が活発に行われている。ここで取り上げた逆問題解析は、数値解析手法を援用して効率的に定量的な解を得ようとするアプローチをとっている点に特徴がある。

近年、逆問題解析の研究は多彩な広がりを見せ、従来、別のアプローチで行われて

いたものも逆問題として捉えられ解析されるようになった。上述の逆問題の例としてあげたものは実用上重要なものであり、これらの解析手法に対して数多くの研究がなされている。逆問題を解くための一般的なアプローチは特に存在するわけではない。逆問題解析は個々の問題に対してそれぞれに対する手法を用いて行われているのが現状である。逆問題解析手法の主なものは、支配方程式の逆定式化によるものや、未知量に関する連立方程式を測定値等を条件として解く手法、境界上での測定値と計算値との差が最小になるように、非線形最適化手法などを用いて反復計算により未知量を表すパラメータを修正して解く方法、誤差を含む測定データを前提として、それに対する最尤推定値を与える最大エントロピー法やカルマンフィルタ理論などの確率論的手法による解析法⁽¹¹⁹⁾⁽¹²⁰⁾、生物学的最適化手法である遺伝的アルゴリズム⁽¹²¹⁾⁻⁽¹²⁵⁾やニューラルネットワークを適用した手法⁽¹²⁶⁾、数式処理プログラムを用いてシンボリックに逆定式化を行う手法⁽¹²⁷⁾⁽¹²⁸⁾、ファジィ理論⁽¹²⁹⁾、人工知能による推論やデータベースを利用した手法⁽¹³⁰⁾⁽¹³¹⁾などがある。

一般に逆問題解析においては、利用できる情報の一部が欠落していたり、さまざまな外乱を含んでいる不完全で条件の悪いデータを取り扱うため、その不適切性から、真の解とは異なった解を導き出す可能性がある。逆解析においては適切化が重要な課題である。適切化の有効な手法としては逆解析過程における解の平滑化を行う手法があげられる。平滑化手法にはチホノフの適切化(Tikhonov regularization)⁽¹³²⁾や関数近似、関数展開などの手法がある。これらの適切化手法は、解の先験情報により解の性質や存在範囲を規定し安定な解を得ようとするものである。このほかに逆解析で用いる情報を選択して未知量に対する感度の高い情報を与える方法、確率論的な手法により測定誤差を考慮する方法や、特異値分解による方法⁽¹³³⁾、クラスタリング(clustering)による適切化手法⁽¹³⁴⁾、情報基準量AIC (Akaike information criterion)⁽¹³⁵⁾⁽¹³⁶⁾を用いてモデルパラメータを設定し、最良のモデルに基づいて逆解析を行うなどの手法⁽¹³⁷⁾が提案されている。

典型的な解析手法としては、求めるべき未知量をパラメータで表現し、仮定したパラメータに対する順解析を行い、測定値と解析値との値が十分近くなるパラメータを反復計算により求める方法が行われている。この種の手法の一例を図1.2の概要図に示す。この手法が採られる背景には1.1節で述べたように、問題の非線形性による解析の困難さや、充実してきたコンピュータソフトウェアを利用して、新たに複雑な定式化を行わずに逆解析が可能となることへの期待が理由としてあげられる。順解析ソフトウェアとしては有限要素法が整備されていることから、これを用いた逆解析のアプローチが多く報告されている。一方、境界要素法順解析ソフトウェアも各分野において著しく発展し整ってきている。測定データに基づく逆解析においては境界値を取

り扱うことが多く、また、反復計算により未知量を修正しながら解を求める手法が広く採用されている。例えば、欠陥同定問題では初めに仮定された欠陥の位置形状が修正されながら解が求められるため、毎回離散化をしない必要があるが生じる。設計問題において重量やスペースの制約の下、与えられた荷重に耐え得る最適な形状を決定する形状最適化の例のように、設計形状の変化に伴い解析対象の要素再分割が必要となる。このため有限要素法などでは領域内部も要素分割することから、要素形状のゆがみによる解析精度の低下を招き、計算途中で要素再分割を注意深く行う必要があるが生じる。最近ではプリプロセッサにより再分割を自動的に行う方法も開発されてきてはいるが、このような操作は煩雑であり効率を悪化させる。これに対して境界要素法では、形状修正に伴う要素再分割が境界だけに限定されるため、比較的容易に再分割を行うことができるという利点を有している。このため最近では、境界要素法による逆解析が盛んに行われるようになり成果をあげている⁽¹³⁸⁾。

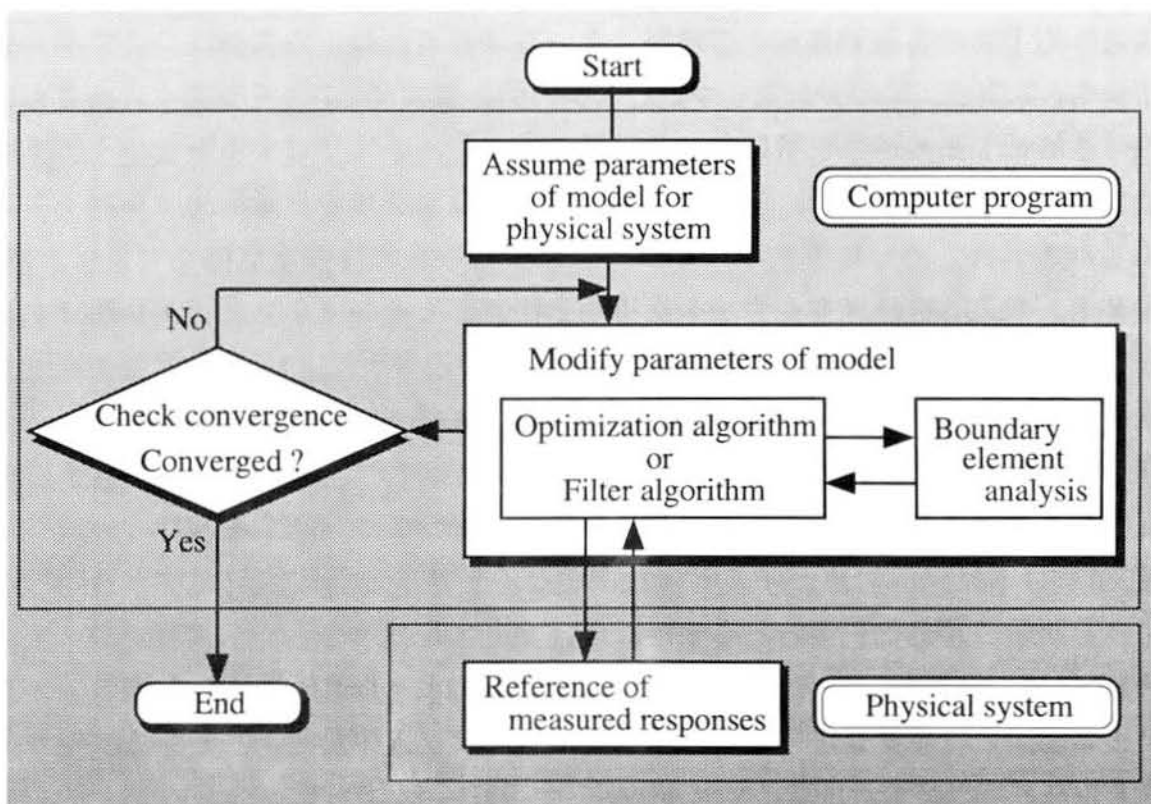


図1.2 数値解析を援用した逆解析の一例

1.3 研究内容および論文の構成

1.1節で述べた目的を達成するために、以下の項目について研究を進める。まずはじめに、(1) 本研究で取扱う逆問題について述べる。すでに述べたように逆問題は多岐にわたり多くの分野に存在するが、ここでは、関連分野が広く実用上重要な動弾性問題と非定常熱伝導問題における逆問題に焦点を絞る。これらの分野における三つのタイプの逆問題を扱う。一つ目のタイプは非破壊検査に関連した欠陥同定逆問題である。もう一つは、境界値同定逆問題であり、計測できない境界部分の諸量を計測可能なデータから推定する問題に相当する。三つ目は、物性値同定逆問題である。逆問題の不適切性を回避する上で逆解析で与える情報の選択は有効な適切化の一つである。そのため、これらの逆解析に動的弾性応答や時間依存のデータを用いることは、未知量に対する感度が高く質のよい情報を得られる点から有利となる。つぎに、(2) これらの逆問題に対して二つの逆解析手法を提案する。一つは汎用性に優れ、種々の適切化法の組み込みが容易である最適化手法を用いたものであり、それと境界要素法による数値解析を組合わせた逆解析手法である。もう一つは、測定誤差の確率論的な取扱いが可能なフィルタアルゴリズムと境界要素法を組合わせたものである。そして、(3) これらの逆解析手法を適用するうえで検討したいいくつかの適用上の工夫について述べる。未知量の近似方法、情報量を補う手法と情報の質を選択する方法を提案する。さらに、二つの逆解析手法の適用の際に生じる数値モデルをいかに設定するかという問題点を解決するための手法として、モデルパラメータの設定が可能な遺伝的アルゴリズムを適用した逆解析手法を提案する。これらの逆解析手法の詳細を記述した後は、(4) 三つのタイプの逆問題に対する手法の適用性を数値シミュレーションにより検討する。そして、(5) 数値シミュレーション結果をふまえ、逆解析における問題点と適用上の留意事項について論じる。最後に、(6) 結論をまとめる。

本論文は、以下の章から構成される。第1章の本章では、研究の目的と背景について説明し、逆問題の定義および逆問題解析の特徴と現状について述べる。

第2章では本研究で対象とする動弾性問題と非定常熱伝導問題における逆問題について、逆問題の設定と工学的応用分野について述べる。

第3章では、逆解析手法の詳細を述べる。ここでは、非線形最適化手法の一つである共役勾配法と境界要素法を用いた逆解析手法および確率論的手法である拡張カルマンフィルタアルゴリズムと境界要素法を用いた逆解析手法の二つを説明する。そして、未知量を少ないパラメータで近似する方法を説明する。逆問題では不適切性に関連して用いる情報の取扱いが重要となるため、逆解析において複数実験により情報を補う手法と、感度を用いて有効な情報を選択する手法について述べる。さらに、最適化手

法やフィルタアルゴリズムを適用した逆解析手法では困難である，モデルのパラメータすなわち初期仮定値を設定する手法として遺伝的アルゴリズムによる逆解析手法について述べる．最後に，動弾性問題と非定常熱伝導問題の境界要素解析法について述べる．

第4章からは，逆解析手法を例題に適用した数値シミュレーション結果を示し，手法の有効性と適用上の問題点を示す．第4章では，欠陥同定逆問題の解析を行う．基本的な単一欠陥の同定結果やき裂の同定結果，遺伝的アルゴリズムを用いた逆解析による複数欠陥の同定結果を示す．また，少数の測定点における情報を補う手法であるマルチ加振法の適用結果と有効性，および感度を用いた情報選択手法の有効性を示す．誤差による影響の検討結果も示す．

第5章では，境界値同定逆問題の解析結果を示す．動弾性問題における未知変位分布や表面力分布の同定結果を示す．未知欠陥と変位分布の同時同定の結果も示す．非定常温度場において境界上の未知温度分布や熱伝達率分布の同定を行った結果を示す．さらに，最適設計問題への適用例として，非定常温度場における最適設計の例題を解析した結果について述べる．

第6章では，物性値同定逆問題の解析結果を示す．動弾性逆解析により弾性体の材料定数を同定した結果と，熱伝導逆解析により温度場の熱物性値を同定したシミュレーション結果を示す．第4章から第6章の各章においては，いくつかの例題に対して共役勾配法と拡張カルマンフィルタを用いた逆解析手法を比較した結果についても述べる．

第7章では，逆問題解析上の諸問題と留意点について論じる．第4章から第6章に示した逆解析の数値シミュレーション結果について考察し，逆解析上の問題点を指摘して有効な逆解析結果を得るうえでの注意事項を整理する．まず，逆問題における不適切性の具体例を説明し，本研究で提案した逆解析手法における適切化の解釈を与える．未知量に対する情報の感度と情報選択の有効性，情報量との関係について考察を加える．測定誤差の影響に関して考察する．モデリングの問題を整理し遺伝的アルゴリズムを用いた逆解析手法の有効性と役割について述べる．それに関連して，初期仮定値の問題と収束判定について考察する．情報の質や量などの検討に関連して，最適化手法による逆解析手法とフィルタ理論による逆解析手法の二つを比較しそれらの特徴についてまとめる．

第8章において本研究で得られた結論をまとめ，さらに今後の展望について述べる．

第1章の参考文献

- (1) M. Tanaka and H.D. Bui (Eds.), *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, (1993), Springer-Verlag.
- (2) S. Kubo (Eds.), *Inverse Problems*, (1993), Atlanta Technology Publications.
- (3) 久保司郎, 逆問題, (1992), 培風館.
- (4) 岡本良夫, 逆問題とその解き方, (1992), オーム社.
- (5) 川井忠彦, 加川幸雄(編), 特集/電気・波動工学における逆問題—CTから最適設計まで, コンピュートロール, **39**, (1992), コロナ社.
- (6) 久保司郎, 逆問題の解析手法, 材料, **41**-470, (1992), pp.1595-1604.
- (7) 日本機械学会P-SC165分科会(編), 逆問題の計算力学的手法に関する調査研究分科会成果報告書, (1992).
- (8) 久保司郎, 材料力学とその関連分野における逆問題, システム/制御/情報, **35**-10, (1991), pp.634-642.
- (9) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行, 境界要素法, 第10章逆問題への応用, (1991), pp.235-255, 培風館.
- (10) 田中正隆, 逆問題解析における最近の研究動向(1), 機械の研究, **43**-6, (1991), pp.648-656.
- (11) 田中正隆, 逆問題解析における最近の研究動向(2), 機械の研究, **43**-7, (1991), pp.751-756.
- (12) 日本機械学会(編), 逆問題のコンピュータアナリシス, (1991), コロナ社.
- (13) 田中正隆, 動的逆問題への境界要素法の応用, シミュレーション, **9**-1, (1990), pp.2-9.
- (14) 日本機械学会(編), シンポジウム「逆問題のコンピュータ手法とその応用」講演論文集, No.890-34, (1989).
- (15) 日本機械学会P-SC111分科会(編), 逆問題のコンピュータ手法とその応用調査研究分科会成果報告書, (1989).
- (16) M. Tanaka, Some Recent Advances in Boundary Element Research for Inverse Problems, *Boundary Elements X, Vol.1*, C.A. Brebbia (Ed.), Springer-Verlag, (1988), pp.567-582.
- (17) 久保司郎, 機械工学における逆問題的取扱い, 機械の研究, **39**-10, (1987),

- pp.1071-1077.
- (18) 境界要素法研究会(編), 境界要素法の応用, 第10章逆問題解析への応用, (1987) pp.181-198, コロナ社.
- (19) 久保司郎, 逆問題的アプローチとは何か, 何ができるか, 材料, **36**-406, (1987) pp.771-772.
- (20) 特集・逆問題, 数理科学, No.274, (1986), コロナ社.
- (21) M.H. Hayes, Inverse Problems — An Overview, 計測と制御, **25**-12, (1986) pp.1089-1094.
- (22) 小特集・逆問題, シミュレーション, **9**-1, (1990), pp.1-34.
- (23) 特集・シミュレーション, 日本機械学会誌, **96**-891, (1993), pp.107-144.
- (24) 使いやすくなるCAD/CAM/CAE—FEMの自動化や設計の最適化も, 日経メカニカル, No.360, (1991), pp.50-78.
- (25) 特集・先端領域における計算力学, 機械の研究, **41**-1, (1989), pp.83-230.
- (26) 日本物理学会(編), 計算物理学—コンピュータ支援による物理学の新しい展開 (1991), 培風館.
- (27) 石川晴雄, 材料力学分野における計算機利用の動向, 機械の研究, **42**-4, (1990) pp.449-456.
- (28) 相澤龍彦, 前川桂徳(編), CAE—新製品開発・設計支援コンピュータ・ツール, (1988), 共立出版.
- (29) 川井忠彦(編), 特集/コンピュータイシヨナル・メカニクス(計算力学), コンピュータコントロール, **8**, (1984), コロナ社.
- (30) Special Issue, センサガイド, 日経メカニカル, No.397, (1993), pp.17-95.
- (31) センサデバイス・計測器ガイドブック'92, センサ技術, **12**-6, (1992), pp.1-247.
- (32) 日本機械学会(編), センサと信号処理システム I, (1986), 朝倉書店.
- (33) 日本機械学会(編), センサと信号処理システム II, (1985), 朝倉書店.
- (34) A.B. Meinel, M.P. Meinel and D.H. Schulte, Determination of the Hubble Space Telescope Effective Conic-Constant Error from Direct Image Measurements, *Applied Optics*, **32**-10, (1993), pp.1715-1719.
- (35) J.R. Fienup, J.C. Marron, T.J. Schulz and J.H. Seldin, Hubble Space Telescope Characterized by Using Phase-Retrieval Algorithms, *Applied Optics*, **32**-10, (1993), pp.1747-1767.
- (36) S. Havlin, J.E. Kiefer, B. Trus, G.H. Weiss and R. Nossal, Numerical Method for Studying the Detectability of Inclusions Hidden in Optically Turbid Tissue, *Applied Optics*, **32**-4, (1993), pp.617-627.
- (37) 山田幸生, 長谷川裕夫, 光断層イメージングのシミュレーション, 機械技術研究所報, **45**-5, (1991), pp.219-224.
- (38) 加川幸雄, 逆問題とCT, コンピュータコントロール, **39**, (1992), pp.3-13, コロナ社.
- (39) 宇野 亨, 安達三郎, 電磁波逆散乱問題—媒質推定・形状推定, コンピュータロー

- ル, **39**, (1992), pp.47-53, コロナ社.
- (40) D. Colton and R. Kress, *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*, (1992), Springer-Verlag.
- (41) C.-H. Ho and M.N. Özisik, An Inverse Radiation Problem, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **32**-2, (1989), pp.335-341.
- (42) Q. Jiang and J.K. Knowles, On the Direct Determination of the Near-Tip Stress Field for the Scattering of SH-Waves by a Crack, *Int. J. Fracture*, **41**, (1989), pp.283-288.
- (43) B.M. Agarwal and M.P. Mengüç, Forward and Inverse Analysis of Single and Multiple Scattering of Collimated Radiation in an Axisymmetric System, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**-3, (1991), pp.633-647.
- (44) W. Menke, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, (1989), Academic Press.
- (45) J.S. Haykin (Ed.), *Array Signal Processing*, (1985), Prentice-Hall.
- (46) 松岡俊文, 地震探査法に見られるインバージョンとその数値解法, 日本音響学会誌, **46**-3, (1990), pp.276-285.
- (47) T. Matsuoka, Deconvolution Filter in Seismic Data Processing, 石油学会誌, **31**-6, (1988), pp.439-447.
- (48) 大久保 博, 物理探査における新しいインバージョン法, 物理探査, **39**-6, (1986), pp.357-367.
- (49) 大久保泰邦, 津 宏治, 重力・磁気探査におけるインバージョン, 物理探査, **39**-6, (1986), pp.427-439.
- (50) 村上 裕, 小川康雄, 電気・電磁探査におけるインバージョン, 物理探査, **39**-6, (1986), pp.440-451.
- (51) 岡部政之, 資源探査における逆問題, 数理科学, No.274, (1986), pp.62-70, コロナ社.
- (52) S. Crutzen, R.W. Nichols, K. Kussmaul and G. Yagawa, Developments in Fracture Mechanics and Non-Destructive Examination, *Nuclear Engineering and Design*, **134**, (1992), pp.59-86.
- (53) 日本機械学会(編), 非破壊計測技術, (1990), pp.33-146, 朝倉書店.
- (54) 小幡充男, 非破壊損傷計測の現状, 機械の研究, **41**-7, (1989), pp.770-776.
- (55) 富士 岳, 超音波による検査技術の基礎, 非破壊検査, **37**-12, (1988), pp.919-928.
- (56) M. Blakemore and G.A. Georgiou (Eds.), *Mathematical Modelling in Non-Destructive Testing*, (1988), Clarendon Press.
- (57) G.C. Johnson (Ed.), *Wave Propagation in Homogeneous Media and Ultrasonic Nondestructive Evaluation*, (1984), ASME.
- (58) Y. Hashimoto, Y. Urabe, S. Masamori, Y. Kamiwaki and K. Baba, Procedure of Crack Shape Determination by Reversing DC Potential Method, *Nuclear Engineering Design*, **138**, (1992), pp.259-268.

- (59) H. Okada, W. Zhao and S.N. Atluri, A Computational Approach to Determining the Depth of Surface Flaw by the ACPD Technique, *Engineering Fracture Mechanics*, **43-6**, (1992), pp.911-921.
- (60) D.S. Hsu and C.H. Tsai, Crack Detection Using Electric Conductive Finite Elements, *Computer & Structures*, **45-3**, (1992), pp.471-479.
- (61) 坂 真澄, 金子 隆, 阿部博之, 交流電位差法による三次元表面き裂の応力拡大係数計測, 日本機械学会論文集(A編), **57-541**, (1991), pp.2222-2229.
- (62) 阪上隆英, 久保司郎, 大路清嗣, 山本賢治, 中塚賢二, 電気ポテンシャルCT法による三次元内部き裂の同定, 日本機械学会論文集(A編), **56-521**, (1990), pp.27-32.
- (63) 大路清嗣, 久保司郎, 阪上隆英, 安田章二, 藤下健一, 直流電気ポテンシャルによる半だ円形き裂の寸法測定法, 材料, **39-443**, (1990), pp.1167-1172.
- (64) 久保司郎, 逆問題解析と電気ポテンシャルCTクラック同定, 機械の研究, **41-1**, (1989), pp.209-216.
- (65) 林 眞琴, 大高正廣, 小池皓充, 千葉矩正, 松本宏一, ポテンシャル法によるパイプ内面き裂形状の外面からの検出, 材料, **37-419**, (1988), pp.964-970.
- (66) M. Hayashi, M. Ohtaka and K. Takaku, PIPE Inside Scanner for Crack Detection System, *Proceedings of 9th International Conference on Nondestructive Evaluation in the Nuclear Industry*, (1988), pp.197-203.
- (67) A.S. Carasso, Slowly Divergent Space Marching Schemes in the Inverse Heat Conduction Problem, *Numerical Heat Transfer, Part B*, **23**, (1993), pp.111-126.
- (68) H.C. Moulin and E. Bayo, Well-Conditioned Numerical Method for the Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem, *Numerical Heat Transfer, Part B*, **22**, (1992), pp.321-347.
- (69) H.-J. Reinhardt, A Numerical Method For the Solution of Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problems, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **32**, (1991), pp.363-383.
- (70) 白鳥正樹, 原田 衛, 桑嶋隆夫, 赤外線温度計測に基づく三次元熱伝導解析システムの開発, 日本機械学会論文集(A編), **57-539**, (1991), pp.1593-1598.
- (71) H.-T. Chen and S.-M. Chang, Application of the Hybrid Method to Inverse Heat Conduction Problems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **33-4**, (1990), pp.621-628.
- (72) N. Zabararas and J.C. Liu, An Analysis of Two-Dimensional Linear Inverse Heat Transfer Problems Using an Integral Method, *Numerical Heat Transfer*, **13**, (1988), pp.527-533.
- (73) 庄司正弘, 非定常熱伝導の逆問題に関する研究, 日本機械学会論文集, **44-381**, (1978), pp.1633-1643.
- (74) J.V. Beck, Nonlinear Estimation Applied to the Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **13**, (1970), pp.703-716.
- (75) G.S. Dulikravich and T.J. Martin, Determination of Void Shapes, Sizes, Numbers and

- Locations Inside an Object with Known Surface Temperatures and Heat Fluxes, M. Tanaka, and H.D. Bui (Eds.), *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, (1993), pp.489-496, Springer-Verlag.
- (76) 小島史男, 東谷保孝, 笹川司朗, サーマルトモグラフィにおける材料欠陥形状推定問題, 第42回応用力学連合講演会講演予稿集, (1993), pp.493-496.
- (77) 白鳥正樹, 桑嶋隆夫, 高橋嘉明, 赤外線探傷におけるき裂のビジュアライゼーション, 日本機械学会第69期通常総会講演会論文集(Vol.A), No.920-17, (1992), pp.27-29.
- (78) J. Rantala and J. Hartikainen, Numerical Estimation of the Spatial Resolution of Thermal NDT Techniques Based on Flash Heating, *Res. Nondestr. Eval.*, **3**, (1991), pp.125-139.
- (79) 阪上隆英, 小倉敬二, パルス電流加熱による非定常温度場に基づくき裂状欠陥の非破壊検出, 日本機械学会第67期通常総会講演会論文集(Vol.A), No.900-14, (1990), p.144-146.
- (80) C. Bénard and A. Afshari, Inverse Stefan Problem: Tracking of the Interface Position from Measurements on the Solid Phase, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **35**, (1992), pp.835-851.
- (81) A.N. Alexandrou, N.R. Anturkar and T.C. Papanastasiou, An Inverse Finite Element Method with an Application to Extrusion with Solidification, *Int. J. Numer. Methods Fluids.*, **9**, (1989), pp.541-555.
- (82) N. Zabaras and Y. Ruan, A Deforming Finite Element Method Analysis of Inverse Stefan Problems, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **28**, (1989), pp.295-313.
- (83) 近久博志, 津崎淳一, 中原博隆, 桜井春輔, 現場計測データに基づくマスコンクリート構造物の熱特性評価のための逆解析手法, 材料, **42**-475, (1993), pp.436-441.
- (84) C.H. Huang and M.N. Özisik, Direct Integration Approach for Simultaneously Estimating Temperature Dependent Thermal Conductivity and Heat Capacity, *Numerical Heat Transfer, Part A*, **20**, (1991), pp.95-110.
- (85) A.N. Alexandrou, R. Elden and J. McConnell, An Inverse Approach to Three-Dimensional Solidification Problems, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **36**, (1993), pp.135-145.
- (86) K.E. Harrouni, D. Ouazar and L.C. Wrobel, About the Identifiability of Inverse Problems with Boundary Element Method, *Boundary Elements XV*, (1993), pp.399-410, Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science.
- (87) 西村直志, 小林昭一, 積分方程式法による波動方程式の制御問題の解法, 境界要素法論文集, **9**, (1992), pp.41-46.
- (88) R.J. McKinnell, Active Vibration Isolation by Cancelling Waves, *Proc. R. Soc. Lond. A*, **421**, (1989), pp.357-393.

- (89) J.-G. Ih, O.-S. Kwon and B.-K. Kim, Boundary Element Simulation for Efficient Active Noise Control of Three-Dimensional Interior Space, *Computational Engineering*, (Eds.) B.M. Kwak and M. Tanaka, (1993), pp.415-420.
- (90) C.R. Fuller, S.D. Snyder, C.H. Hansen and R.J. Silcox, Active Control of Interior Noise in Model Aircraft Fuselages Using Piezoceramic Actuators, *AIAA Journal*, **30**-11, (1992), pp.2613-2617.
- (91) K.A. Cunefare and G.H. Koopmann, A Boundary Element Approach to Optimization of Active Noise Control Sources on Three-Dimensional Structures, *J. Vibration and Acoustics*, **113**, (1991), pp.387-394.
- (92) 田中正隆, 松本敏郎, 山田泰永, 排気音の能動制御に関する境界要素法シミュレーション(2次元モデルの考察), 日本機械学会論文集(C編), **59**-560, (1993) pp.1097-1102.
- (93) 田中正隆, 山田善啓, 白鳥正利, ダクト騒音の能動制御のための境界要素法シミュレータの開発, 境界要素法論文集, **6**, (1989), pp.25-30.
- (94) 相良節夫, 同定問題, 計測と制御, **8**-4, (1969), pp.268-280.
- (95) 中溝高好, 信号解析とシステム同定, コロナ社, (1988).
- (96) 須田信英, 中溝高好, システム同定の理論と技術, コンピュートロール, **23** (1988), コロナ社.
- (97) 尾田十八, 構造最適化手法の最近の動向, 日本機械学会論文集(A編), **57**-541 (1991), pp.1952-1957.
- (98) 日本機械学会(編), 構造・材料の最適設計, (1989), pp.13-16, 技報堂出版.
- (99) R.H. Gallagher and O.C. Zienkiewicz (Eds.), 川井忠彦, 戸川隼人(監訳), 最適構造設計—基礎と応用, (1977), 培風館.
- (100) 最適設計を目指す逆解析CAE, 日経メカニカル, No.309, (1989), pp.18-26.
- (101) 青木 繁, 天谷賢治, カソード防食の最適化(電極の最適壁面配置), 日本機械学会論文集(A編), **57**-539, (1991), pp.1465-1469.
- (102) 岸本喜久雄, 天谷賢治, 青木 繁, 境界要素法によるカソード防食の最適化, 日本機械学会論文集(A編), **56**-525, (1990), pp.1282-1287.
- (103) 小野記久雄, 内藤正美, 境界要素法を用いた半導体素子空乏層境界決定手法, 境界要素法論文集, **1**, (1984), pp.139-144.
- (104) G. Huiskamp and A.V. Oosterom, Tailored Versus Realistic Geometry in the Inverse Problem of Electrocardiography, *IEEE Trans. Biomedical Eng.* **36**-8, (1989) pp.827-835.
- (105) T. Murai and Y. Kagawa, Boundary Element Iterative Techniques for Determining the Interface Boundary Between Two Laplace Domains— A Basic Study of Impedance Plethysmography as an Inverse Problem, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **23**, (1986) pp.35-47.
- (106) 加川幸雄, 村井忠邦, 中斉孝文, 電気インピーダンス法による非破壊検査の境界

要素シミュレーション, 境界要素法論文集, **2**, (1985), pp.269-274.

- (107) 久保司郎, 大路清嗣, 平松慎一郎, 固有ひずみ分布推定のための逆解析手法の提案と数値的検討, 日本機械学会第70期全国大会講演論文集(Vol.A), No.920-78, (1992), pp.25-27.
- (108) H. Koguchi, T. Tomishima and T. Yada, A Study of an Identification Method of Residual Stress by Inverse Analysis with the Boundary-Element Method, *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, **44**, (1990), pp.49-66.
- (109) Z. Gao and T. Mura, On the Inversion of Residual Stress from Surface Displacements, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **56**, (1989), pp.508-513.
- (110) 久保司郎, 辻 昌宏, 大路清嗣, 疲労き裂伝ば寿命推定のための初期残留応力分布同定に対する逆問題的取扱い, 日本機械学会論文集(A編), **54**-501, (1988), pp.892-900.
- (111) 岸本喜久雄, 小浴祥和, 納富充雄, 小泉 堯, 逆解析手法による傾斜機能材料の弾性定数測定, 日本機械学会論文集(A編), **59**-557, (1993), pp.197-202.
- (112) 大上俊之, 三井康司, 草間孝志, 境界要素法によるパラメータ同定解析, 境界要素法論文集, **8**, (1991), pp.17-22.
- (113) 久保司郎, 大路清嗣, 離散系の材料特性値逆問題に対する解析手法, 日本機械学会論文集(A編), **57**-541, (1991), pp.2257-2263.
- (114) 小嶋啓介, 足立紀尚, 荒井克彦, 砂質地山トンネル掘削に伴う地盤物性定数の逆解析, 土木学会論文集, **406/III**-11, (1989), pp.167-174.
- (115) 大江貴司, 大中幸三郎, 対数ポテンシャルに対する逆問題のフーリエ展開を用いた点ソース個数判定, 日本機械学会第70期全国大会講演論文集(Vol.A), No.920-78, (1992), pp.7-9.
- (116) 久保司郎, 大中幸三郎, 大路清嗣, 境界積分に基づく物体内の発熱源および荷重の同定, 日本機械学会論文集(A編), **54**-503, (1988), pp.1329-1334.
- (117) V.T. Borukhov and P.M. Kolesnikov, Method of Inverse Dynamic Systems and its Application for Recovering Internal Heat Sources, *Int. J. Mass Transfer*, **31**-8, (1988), pp.1549-1556.
- (118) M. Ohtsu, Source Inversion of Acoustic Emission Waveform, *Structural Eng. Earthquake Eng.* **5**-2, (1988), pp.275s-283s.
- (119) 星谷 勝, 斉藤悦朗, 建設技術者のためのデータ解析と応用—カルマンフィルタを中心として, (1991), 鹿島出版会.
- (120) C. R. Smith and W.T. Grandy Jr., *Maximum-Entropy and Bayesian Methods in Inverse Problems*, (1985), D. Reidel Publishing Company.
- (121) 武田信和, 上坂 充, 宮 健三, 遺伝的アルゴリズムを用いた超電導電流分布の逆問題解析, 日本AEM学会誌, **1**-1, (1993), pp.43-48.
- (122) 坂本二郎, 尾田十八, 遺伝的アルゴリズムを利用した最適トラス形態決定法, 日本機械学会論文集(A編), **59**-562, (1993), pp.1568-1573.

- (123) 古口日出男, 渡部 浩, 矢田敏夫, 遺伝的アルゴリズムを用いた二次元弾性逆解析, 日本機械学会第3回設計工学・システム部門講演会講演論文集, No.930-27, (1993), pp.57-62.
- (124) 中村正行, 田中正隆, 望月雅一, 遺伝的アルゴリズムを適用した逆問題解析手法(モデルパラメータの設定方法に関する考察), 日本機械学会第6回計算力学講演会講演論文集, No.930-71, pp.173-174.
- (125) 中村正行, 田中正隆, 望月雅一, 遺伝的アルゴリズムを用いた動弾性逆解析による欠陥同定, 日本機械学会平成5年度材料力学部門講演会講演論文集, No.930-73, pp.765-766.
- (126) 矢川元基, 吉村 忍, 大石隆寛, 階層形ニューラルネットワークと計算力学による三次元き裂の形状同定, 日本機械学会論文集(A編), **59**-559, (1993), pp.526-534.
- (127) 依田 潔, Mathematicaを用いた2次元有限要素法逆解析(II), 第12回シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス論文集, (1993), pp.325-328.
- (128) K. Yoda, Symbolic Computation for Inverse Boundary-Value Problems and its Application to Impedance Tomography Reconstruction, *IEEE Trans. Magnetics*, **29**-2, (1993), pp.1943-1945.
- (129) 青木 繁, 天谷賢治, 富樫 潤, あいまいな先験情報を利用したガルバニック腐食問題の逆解析, 日本機械学会論文集(A編), **59**-562, (1993), pp.1562-1567.
- (130) 大路清嗣, 久保司郎, 鹿児島昌之, 今宿 匠, 電気ポテンシャル分布データベースを用いた表面き裂の測定, 日本機械学会論文集(A編), **57**-541, (1991), pp.2078-2084.
- (131) 平野 徹, 山田智彦, 寺木潤一, 知識工学的手法と数理計画法を組み合わせた逆問題解析手法について, 日本機械学会論文集(A編), **57**-533, (1991), pp.209-214.
- (132) A.N. Tikhonov and V.Y. Arsenin, *Solution of Ill-posed Problems*, (1977), John Wiley & Sons.
- (133) 久保司郎, 大路清嗣, 桑山真二郎, 特異値分解を用いた境界値逆問題の解析とその適切化, 日本機械学会第70期全国大会講演論文集(Vol.A), No.920-78, (1992), pp.1-3.
- (134) 青木 繁, 浦井芳洋, クラスタリングによるガルバニック腐食逆問題, 材料, **40**-452, (1991), pp.619-624.
- (135) 中溝高好, 信号解析とシステム同定, (1988), pp.193-221, コロナ社.
- (136) 伊藤孝一, 工藤昭夫, 統計的モデル撰択について, 数理科学, No.153, (1976), pp.65-70.
- (137) 村井忠邦, 加川幸雄, 心電図逆問題に伴う悪条件の適切化の一手法, 電子通信学会誌, Vol.J65-C, No.5, (1982), pp.359-366.
- (138) 田中正隆, 中村正行, 逆問題への境界要素法の応用ー最近の動向, 日本機械学会第6回計算力学講演会講演論文集, No.930-71, (1993), pp.157-158.

第2章 逆問題

2.1 はじめに

逆問題として捉えることが可能な問題は理工学分野に限らず広い分野に存在し、取り扱う問題は多岐にわたる。本論文では、対象とする逆問題を二つの分野に絞って議論する。一つは動弾性逆問題であり、もう一つは非定常熱伝導逆問題である。これら二つの分野に関する逆問題は、未知量に対する感度の高いデータ、すなわち動的あるいは非定常の測定データに基づいて解を求める点で共通する。両者とも工学的に重要な問題を含んでおり応用分野が広い。

本章では、二つの分野に関連する逆問題の概要と応用分野について述べる。

2.2 動弾性逆問題

測定された弾性応答に基づいて、対象とする領域に関するさまざまな情報を得ることが広く行われている。地球規模の対象では、地震波を計測して震源の位置や深さ、地震の持つエネルギーなどが推定される。人工地震による波動により得られる弾性応答から、地層構造や地質等を推定する地震探査も行われている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。機械工学の分野においては、超音波パルスのエコーを計測して、欠陥を非破壊的に推定する超音波探傷法や超音波による物性値評価、はく離や損傷の検出などが実用化されている⁽⁷⁾⁻⁽¹⁸⁾。これらは非定常の弾性波による応答に基づいた未知量推定の逆問題の例である。定常振動応答を利用するものには、定常振動による周波数応答からシステムのモデルパラメータを決定するモード解析⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾や試験片の材料定数を決定する共振法による材料試験⁽²¹⁾⁽²²⁾等が挙げられる。静的な弾性応答も利用されており、引っ張り試験機により材料の静的な伸びを測定してフックの法則から弾性定数を求めることが行われている⁽²³⁾。また、上述のように積極的な入力に対する弾性応答を利用した逆解析のほか、周囲のひずみ場から接触面の圧力や変形状態を推定⁽²⁴⁾⁻⁽²⁷⁾したり、熱応力による

性変形量から計測困難な領域の温度分布等を推定⁽²⁸⁾⁻⁽³¹⁾する逆解析，熱変形や熱応の規定値から温度環境を設計する逆解析も行われている。

物体の多くが弾性体として取り扱うことが可能なことから，弾性応答の実験計測に基づく逆解析が広く行われている．特に，動的弾性応答を利用するものは静的応答に比べて，未知量に対する感度が高くより多くの情報を含んだ応答を利用できることが有利である．本研究では，逆解析における不適切性を回避するうえで，用いる情報質が基本的に重要なポイントとなると考え，動的応答を利用することに着目した．た，計測技術およびデータ処理技術の進歩により，高精度な大量のデータが利用できる状況にあることも背景としている．定常振動応答を得るには加振機による加振が一般的であり，変位測定には加速度センサ，光波干渉による非接触変位測定機等が利用できる．ひずみ応答はひずみゲージを用いた測定が実用的である⁽³²⁾⁽³³⁾．

本研究の動弾性逆問題では，動的応答の中でも定常振動応答を中心に扱う．次，対象とする領域とそれに関する動弾性逆問題の概要および実用上の応用分野について示す．

ここでは，次のような動的な弾性変形状態にある物体を考える．すなわち，均質で方形の線形弾性体とし，ひずみは微小であると仮定する．図2.1に示すように物体占める領域を Ω とし，その境界を Γ とする．領域 Ω 内の任意点 \mathbf{x} での時刻 t における変を $u_i(\mathbf{x}, t)$ とする． i は座標成分を表し， $i=1, 2, 3$ である．このとき弾性体の運動方程式は次式で表すことができる⁽³⁴⁾⁻⁽³⁶⁾．

$$(C_1^2 - C_2^2)u_{i,ij}(\mathbf{x}, t) + C_2^2 u_{j,ii}(\mathbf{x}, t) = \ddot{u}_j(\mathbf{x}, t) \quad (2.1)$$

だし，動弾性問題では一般に物体力の影響は小さく，考慮しなくてもよい場合が多いので物体力項は省略してある．また，上付きドット $(\dot{})$ は時間微分を，下付きコンマ $(,)$ はそれに続く添え字による空間微分を表す． C_1 と C_2 はそれぞれ縦波と横波の伝搬速度を表し，次式で与えられる．

$$C_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (2.2)$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (2.3)$$

だし， ρ は物体の密度， λ と μ はLameの定数であり， E はYoung率， ν はPoisson比を表

この弾性体が一定な角振動数 ω の調和加振力 $p_i(\mathbf{x})\exp(i\omega t)$ を受け，十分長い時間を経

過して定常振動状態が達成されたと仮定する．このときの物体の応答は，次式によって表すことができる．

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega) \exp(i\omega t) \quad (2.4)$$

この場合，弾性体の支配方程式(2.1)は次式のように書くことができる．

$$(C_1^2 - C_2^2) \tilde{u}_{i,ij}(\mathbf{x}, \omega) + C_2^2 \tilde{u}_{j,ii}(\mathbf{x}, \omega) + \omega^2 \tilde{u}_j(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (2.5)$$

本研究では式(2.5)で表される定常振動する弾性体を対象とする．

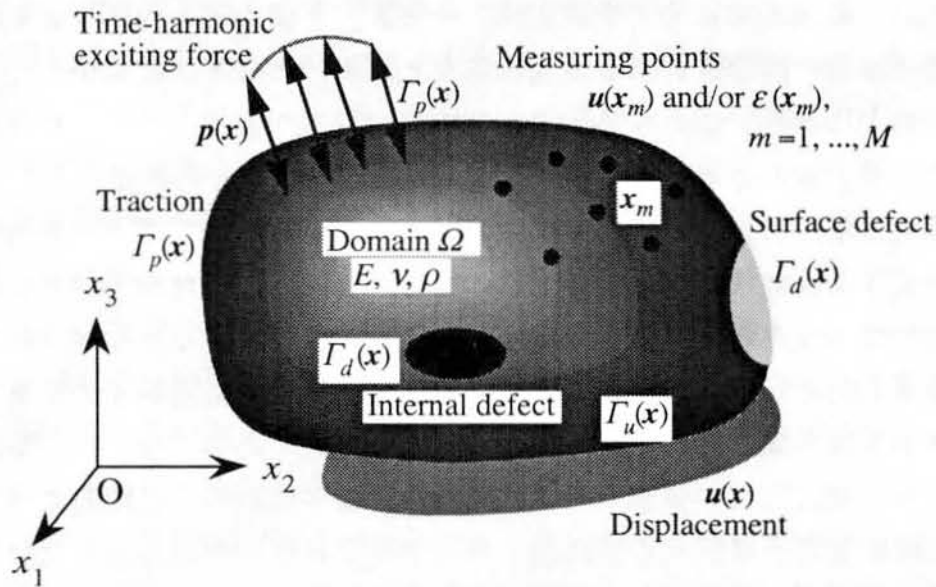


図2.1 定常振動する弾性体

図2.1に示すように弾性体の境界のうち，変位が規定された境界を Γ_u ，表面力が規定された境界を Γ_p とする．また，境界上の M 個の測定点 $\mathbf{x}_m (m=1, 2, \dots, M)$ において変位やひずみの調和成分 $\mathbf{u}(\mathbf{x}_m)$ や $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}_m)$ を計測しているものとする．この弾性体は境界 Γ_d を持つ未知欠陥を有するものと仮定する．また，変位分布や表面力分布など境界値の一部が不明である場合も想定する．すなわち，境界の一部において境界値のいずれもが規定されない不完全規定境界が存在する．さらに，材料定数が未知な場合も考えら

る。

この弾性体に関する未知量をまとめると以下のものが想定される。

[1] 領域形状

欠陥の位置形状 $\Gamma_d(\mathbf{x})$

[2] 境界値

境界の一部における変位分布 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$

境界の一部における表面力分布 $\mathbf{p}(\mathbf{x})$

[3] 材料定数

弾性体構成材料の材料定数 E, ν, ρ

介在物の材料定数 E_d, ν_d, ρ_d

具体的には、領域形状として空洞欠陥、介在物、き裂などの内部未知欠陥、外部境界上の観察できない部分における表面欠陥などが挙げられる。境界値としては、クラップや接着などの状態に依存する拘束部分の変位分布や表面力分布、荷重負荷部分の面力、さらに、弾性体自体の材料定数が未知量として考えられる。

これらの未知量に対する動弾性逆問題には、動的応答の測定データを得て欠陥の位形状を同定する非破壊検査がある。この場合、欠陥以外の境界形状や材料定数、境界条件などは既知であるとする。領域内部の完全に観察できない欠陥のほかに、境界面上に存在し形状の一部が測定できる表面欠陥なども非破壊検査の対象であり、このような表面き裂の深さを推定することは重要な課題である。また、接触面の圧力分や変位分布を推定したい要求も多く、これらは境界値同定の逆問題である。弾性体或材料の材料定数を推定する逆問題も形状や境界値同定の逆問題と同様に扱うこと可能であり、材料定数測定法として応用可能である。このほかにも、上述のいくつかの未知量が組み合わされた様々な逆問題が考えられる。構造要素に複数の欠陥が在する場合やき裂や空洞が混在する場合も考えられる。拘束部分の変位分布と未知縮を同時に同定する問題も非破壊検査の実用上において重要である。さらに、ここ挙げた形状や境界値、材料定数などの設計変数を仕様に基づき決定する設計問題も要な逆問題である。

非定常熱伝導逆問題

領域内部や境界上の温度測定値から、計測困難な境界または内部の温度や熱流束を定する熱伝導逆問題解析や、熱的データを基に未知欠陥や相界面などの領域の内部構造を推定する形状同定逆解析、領域の未知な物性値を求める物性値同定逆解析など

の温度場に関する逆問題解析が検討されている⁽³⁷⁾⁻⁽⁴³⁾。

温度場は定常状態である場合と、非定常状態である場合の二つの場合が考えられる。定常の温度場では、温度分布の時間的定常状態を正確に実現することが重要となる。しかし、外部への熱損失により温度場に均一な熱流を生じさせ定常状態を保つことは難しく、境界条件を厳密に定めるための対策が必要となる。特に、高温領域においては定常状態を達成するまでに長時間を要するため効率的ではない。一方、非定常の温度場においては、温度の時間変化の応答を得るために、レーザパルスによる加熱など、比較的大きな温度変化を有するエネルギーの小さな熱的信号を与えることができ、加熱部への影響が少ないうえに周囲からの熱的外乱の影響を相対的に小さくできるため、理論的な境界条件の実現が比較的容易である。このように、非定常温度場の測定は、定常の温度場のように境界条件を厳密に達成するための特別な工夫を必要としないため、迅速にしかも比較的容易に行うことができる。また、温度場における未知量に対する感度が高いデータを得ることができるという利点がある。

非定常の温度応答を得るための加熱法としては、表面を瞬間的に昇温させるパルス加熱法やステップ状に加熱するステップ加熱法などがある。パルス加熱源としては、レーザビームが用いられる。また、ステップ状加熱は加熱源として赤外線ランプや電気抵抗加熱などが用いられる。温度応答の測定は一般に熱電対や赤外線サーモグラフィを用いて行うことができる⁽⁴⁴⁾⁻⁽⁴⁷⁾。

このように、非定常温度場においては温度情報を得るうえでのいくつかの利点が挙げられるが、特に、動弾性逆問題の場合と同様に領域の情報を多く有する点で非定常データを利用することに着目した。本研究では、非定常の温度場で測定される温度の時間変化の応答を用いて未知量を同定する逆問題を考える。

ここでは、次のような温度場を対象とする。すなわち、均質等方な領域における非定常熱伝導問題を考える。支配微分方程式は拡散方程式で表され、内部発熱がないとき、次のように書くことができる⁽⁴⁸⁾⁻⁽⁵⁰⁾。

$$k\nabla^2 T(x,t) = \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (2.6)$$

ただし、 $T(x,t)$ は領域内のある点 x での時刻 t における温度を表し、 ∇^2 はラプラシアンを表す。また、 k は温度拡散率であり次式で与えられる。

$$k = \frac{\lambda}{c\rho} \quad (2.7)$$

ただし、 λ は熱伝導率、 c は比熱、 ρ は密度である。また、 k は空間的に一様であり時間

依存しないものと仮定する.

図2.2に示すように領域の境界が, 温度が既定された境界 Γ_T と熱流束が既定された界 Γ_q および熱伝達境界 Γ_h からなり, 境界上または境界内部における M 個の点 \mathbf{x}_m において, L 点の時刻 t_l ($l=1, 2, \dots, L$) における温度 $T(\mathbf{x}_m, t_l)$ または熱流束 $q(\mathbf{x}_m, t_l)$ を計測してものとする. また, 領域内部や表面上に未知欠陥が存在する場合も想定されその界を Γ_d とする.

このような温度場に関する未知量としては以下のものが考えられる.

[1] 領域の形状

欠陥の位置形状 $\Gamma_d(\mathbf{x})$

[2] 境界値

境界上の温度分布 $T(\mathbf{x}, t)$

境界上の熱流束分布 $q(\mathbf{x}, t)$

境界上の熱伝達率分布 $h(\mathbf{x}, t)$

[3] 熱物性値

温度場構成材料の熱物性値 λ, c, ρ

介在物の熱物性値 λ_d, c_d, ρ_d

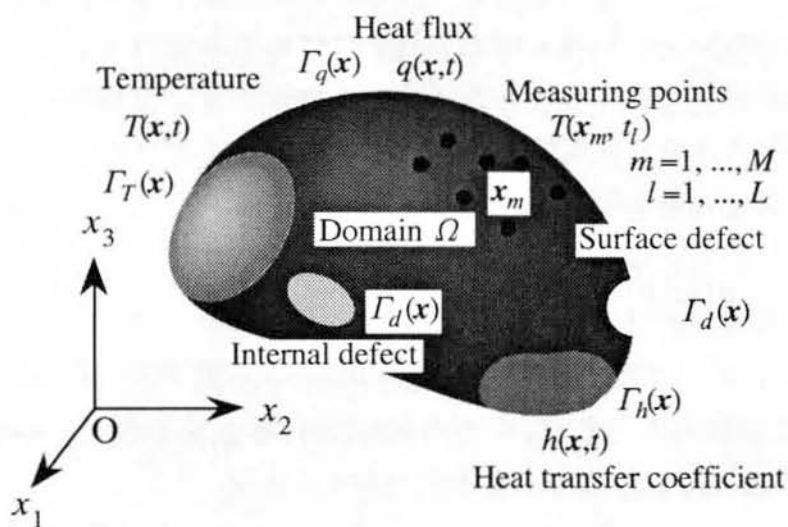


図2.2 非定常熱伝導場

未知量はいくつかの測定点において計測された温度の時刻歴応答に基づいて同定される。形状同定逆問題では欠陥の位置形状が未知量でありその他の境界形状や境界条件、熱物性値などは既知であるとする。境界値同定に関しては、温度場の境界上の一部において温度分布 $T(x,t)$ や熱流束分布 $q(x,t)$ 、熱伝達率分布 $h(x,t)$ などの境界値分布が未知である場合には、これを未知量として温度の測定データから同定する逆問題が想定される。このとき、考えている温度場の形状および熱物性値はすべて既知である。熱物性値を同定する逆問題では、領域の形状は既知であり、境界の一部が加熱され、その温度変化が既知であるとする。未知パラメータとしては、熱伝導率 λ 、比熱 c 、密度 ρ が考えられる。また、いくつかの未知量が組み合わされた問題も考えられる。

これらの未知量同定の逆問題の具体例としては、形状同定逆問題に関しては、内部欠陥の位置形状や表面欠陥などの観測できない部分の境界形状を同定する欠陥非破壊検査、境界値同定逆問題に関しては、エンジンのシリンダ内壁や高压容器の内壁、圧延ロール圧延部の表面など、直接計測が困難な境界上の温度や熱流束、熱伝達率分布などの推定、接合界面での熱伝導状態の推定などの逆問題が考えられる。特に、境界形状や境界条件によって影響を受ける熱伝達率分布を推定する問題は重要である。また、物性値同定逆問題に関しては、領域の熱伝導率や比熱の推定、複雑な構造領域の等価熱伝導率の決定に関する逆問題が挙げられる。さらには設計仕様を実現するような温度場形状や境界値、熱物性値を決定する最適設計問題を挙げることができる。

2.4 まとめ

本研究で取り扱う動弾性逆問題と非定常熱伝導逆問題の概要と実用上の応用分野について述べた。これら二つの分野に関して本章で取り上げた逆問題は実用上重要なものの多くをカバーするが、このほかにも多数の逆問題が存在する。特に、領域内の材料定数分布や熱物性値分布、残留応力、発熱源などの同定問題、傾斜機能材料の設計問題は重要な課題である。これらの逆問題では領域の支配方程式と未知量の取り扱い方が異なるため、次章から述べる逆解析手法はそのまま適用することはできないが、本手法を発展させることによって同様な取り扱いが可能となる。

第2章の参考文献

- (1) W. Menke, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, (1989), Academic Press.
- (2) J.H. Justice, Array Processing in Exploration Seismology, *Array Signal Processing*, (1985), pp.6-114, Prentice-Hall.
- (3) 六川修一, ジオトモグラフィーその理論的背景, 物理探査, **39-6**, (1986), pp.377-383.
- (4) 大友秀夫, ジオトモグラフィ技術の現況, 物理探査, **39-6**, (1986), pp.384-397.
- (5) 円谷裕二, 大塚俊道, 田村八洲夫, 反射法におけるインバージョン, 物理探査, **39-6**, (1986), pp.398-416.
- (6) 西木 司, 川村 隆, 屈折法におけるインバージョン, 物理探査, **39-6**, (1986), pp.417-426.
- (7) 白岩俊男, デジタル化進む超音波探傷装置使いやすく技量に左右されずに検査, 日経メカニカル, No.343, (1991), pp.102-108.
- (8) S.K. Datta, J.D. Achenbach and Y.S. Rajapakse (Eds.), *Elastic Waves and Ultrasonic Nondestructive Evaluation*, (1990), North-Holland.
- (9) 日本機械学会(編), 非破壊計測技術, (1990), pp.33-146, 朝倉書店.
- (10) 村上理一, 最近の超音波探傷法(1), 機械の研究, **41-9**, (1989), pp.993-1000.
- (11) 村上理一, 最近の超音波探傷法(2), 機械の研究, **41-10**, (1989), pp.1109-1115.
- (12) 富士 岳, 超音波による検査技術の基礎, 非破壊検査, **37-12**, (1988), pp.919-928.
- (13) R.B. Thompson and D.O. Thompson, Ultrasonics in Nondestructive Evaluation, *Proc. of IEEE*, **73-12**, (1985), pp.1716-1755.
- (14) E. Dieulesaint and D. Royer, *Elastic Waves in Solids – Application to Signal processing*, (1980), John Wiley & Sons.
- (15) G.C. Johnson (Ed.), *Wave Propagation in Homogeneous Media and Ultrasonic Nondestructive Evaluation*, (1984), ASME.
- (16) 坂 真澄, 滝田茂雄, 逆問題解析による開口垂直き裂の超音波非破壊評価, 日本機械学会論文集(A編), **57-542**, (1991), pp.2395-2402.
- (17) 野中壽夫, 山本 弘, 西森博幸, 藤島一雄, 宮木克己, 早川泰夫, 超音波顕微鏡の物性評価への応用, 日本機械学会論文集(A編), **58-552**, (1992), pp.1481-1488.
- (18) 野中壽夫, 下平貴之, 早川泰夫, 超音波による接着・はく離の非破壊評価, 日本

- 機械学会論文集(A編), **58-546**, (1992), pp.431-438.
- (19) 長松昭男, モード解析, (1989), 培風館.
 - (20) 日本機械学会(編), モード解析の基礎と応用, (1986), 丸善.
 - (21) 村松篤良, 弾性係数の測定法, 日本機械学会誌, **72-608**, (1969), pp.1229-1233.
 - (22) 松室昭仁, 長坂俊弘, 妹尾允史, 円柱体共振法による多結晶材料の材料定数の測定(液体He温度域での測定), 日本機械学会論文集(A編), **57-533**, (1991), pp.127-132.
 - (23) 川田雄一, 松浦佑次, 水野正夫, 宮川松男(編), 材料試験, (1985), 共立出版.
 - (24) 尾田十八, 接触応力分布の測定法, 機械の研究, **43-2**, (1991), pp.239-246.
 - (25) 尾田十八, 水上孝之, 服部 誠, ニューラルネットワークによる弾性接触応力分布の推定法, 日本機械学会論文集(A編), **58-552**, (1992), pp.1524-1529.
 - (26) 尾田十八, ひずみデータを用いた接触応力場の逆解析, 日本機械学会論文集(A編), **58-545**, (1992), pp.106-111.
 - (27) 上田 整, 圧縮荷重を受ける半無限弾性体の逆問題解析, 日本機械学会論文集(A編), **54-499**, (1988), pp.529-533.
 - (28) 大多尾義弘, 谷川義信, 笠井輝明, 軸対称非定常加熱条件下での不均質円柱の変位に関する逆問題解析, 日本機械学会論文集(A編), **57-537**, (1991), pp.1161-1168.
 - (29) 大多尾義弘, 谷川義信, 笠井輝明, 中西庸介, 非軸対称加熱を受ける不均質円柱の非定常熱応力に関する逆問題解析, 日本機械学会論文集(A編), **58-548**, (1992), pp.567-573.
 - (30) T.G. Ryall, M. Heller and R. Jones, Determination of Stress Components from Thermoelastic Data without Boundary Conditions, *ASME, J. Appl. Mech.*, **59**, (1992), pp.841-847.
 - (31) N. Noda, F. Ashida and T. Tsuji, An Inverse Transient Thermoelastic Problem for a Transversely-Isotropic Body, *ASME, J. Appl. Mech.*, **56**, (1989), pp.791-797.
 - (32) 日本機械学会(編), 振動・騒音計測技術, (1985), 朝倉書店.
 - (33) 振動工学ハンドブック編集委員会(代表, 谷口 修)編, 振動工学ハンドブック, (1976), 養賢堂.
 - (34) 国尾 武, 固体力学の基礎, (1977), pp.92-93.
 - (35) I.S. Sokolnikoff, *Mathematical Theory of Elasticity*, (1978), pp.56-90, Tata McGraw-Hill Publishing Co. Ltd.
 - (36) J.D. Achenbach, *Wave Propagation in Elastic Solids*, (1973), pp.79-121, North-Holland Publishing Co.
 - (37) M. Tanaka, and H.D. Bui (Eds.), Chapter 8, Thermal Inverse Problems, *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, (1993), pp.473-525, Springer-Verlag.
 - (38) 久保司郎, 逆問題, (1992), 培風館.
 - (39) 日本機械学会P-SC165分科会(編), 逆問題の計算力学的手法に関する調査研究

- 分科会成果報告書, (1992).
- (40) 日本機械学会(編), 逆問題のコンピュータアナリシス, (1991), コロナ社.
 - (41) 日本機械学会(編), シンポジウム「逆問題のコンピュータ手法とその応用」講演論文集, No.890-34, (1989).
 - (42) 日本機械学会P-SC111分科会(編), 逆問題のコンピュータ手法とその応用調査研究分科会成果報告書, (1989).
 - (43) 境界要素法研究会(編), 境界要素法の応用, 第10章逆問題解析への応用, (1987), pp.181-198, コロナ社.
 - (44) 日本機械学会(編), 熱物性値測定法, (1991), 養賢堂.
 - (45) 計量管理協会(編), 温度の計測, (1988), コロナ社.
 - (46) 日本機械学会(編), 機械工学便覧(基礎編A6, 熱工学), (1985), 日本機械学会.
 - (47) 甲藤好郎, 佐藤 俊, 西川兼康, 水科篤郎, 森 康夫(編), 伝熱学特論, (1984), pp.346-394, 養賢堂.
 - (48) 関 信弘(編), 伝熱工学, (1988), pp.1-41.
 - (49) Y. Jaluria and K.E. Torrance, *Computational Heat Transfer*, (1986), pp.11-24, Hemisphere Publishing Co.
 - (50) J.R. Welty, C.E. Wicks and R.E. Wilson, *Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer*, (1976), pp.223-251, John Wiley & Sons.