第6章　物性値同定逆問題の解析

6.1 はじめに

Young率やPoisson比，密度などの弾性定数や熱伝導率，比熱などの熱物性値は，機械構造物の設計や解析上重要なパラメータであり，種々の実験的測定法が開発されている．

弾性体の材料定数の測定法は，大きく分けて静的測定法と動的測定法の二つが挙げられる[(1)(2)]．静的測定法は，試験片に静的な引っ張りや圧縮などの荷重を加えたときに生ずる変形を測定し，応力とひずみの関係から材料定数を求める方法である．動的測定法では試験片に動的な負荷を加えて材料定数を求める方法である．動的測定法には，材料の共振周波数を測定し，材料定数を決定する共振法や超音波や衝撃力の伝播速度から材料定数を求めるパルス法などが一般的に用いられている[(3)-(13)]．

弾性定数と同様に，熱物性値の測定法も種々実用化されており，熱伝導率に関しては定常法やパルス加熱法，ステップ加熱法などの測定法がある[(14)-(18)]．また熱伝達率に対しては，伝熱面近傍内部での温度測定値から熱流束を求め，これをもとに値を決定する方法がとられている[(14)-(16)]が，精度良く決めるのが難しいといわれている．

これらの実験計測に対して，計算力学的解析手法を援用して，従来の実験的測定法により得られたデータに基づき，材料定数や熱物性値などを推定する逆解析手法が注目されており，様々な適用が試みられている[(19)-(29)]．このような手法には，静的または定常振動応答，衝撃応答を用いて弾性体の材料定数や地盤の物性値を逆解析により同定する手法などが提案されている．また，逆解析に基づく熱特性値の推定手法としては，領域内の温度の測定値から，熱伝導率の空間分布と熱容量を同時に決定する手法[(28)]や，温度依存の熱伝導率と熱容量を同時推定する手法[(29)]などが提案されている．これらの手法では，試験片または解析対象の形状や境界条件を任意に設定でき適用範囲が広い．

一方逆解析手法は，仕様として規定された境界上の応答や構造の挙動，性能，強度などを実現するような物性値を求める，材料設計問題の解析法としての応用も期待される．

本章では逆解析手法を物性値同定問題の解析に適用し，いくつかの数値シミュレーションを行った結果を示す．まず，弾性定数を変位応答の測定データから同定する逆解析例を示す．次に熱物性値を温度の測定データから同定した逆解析結果を示す．

6.2 弾性体の物性値同定

6.2.1 材料定数の同定結果

動的弾性変位応答をもとに拡張カルマンフィルタと境界要素法を用いた逆解析手法により，未知な材料定数の同定を行った結果を示す．図6.1に示すような2次元弾性板モデルを考える．ヤング率E，ポアソン比ν，密度ρの三つの材料物性値が不明であるとし，これらを未知パラメータとする．数値シミュレーションにおいては，正解の材料物性値に対する境界要素解析による変位の計算値を測定データとして用いる．測定点は長方形板の拘束部分以外の境界上にほぼ一様に6点配置する．

逆解析においては，材料定数を表すパラメータのオーダーが異なり収束が悪いため，次式に示すスケーリングを行う．

$$\left.\begin{aligned} E' &= \alpha E \\ \nu' &= \beta \nu \\ \rho' &= \gamma \rho \end{aligned}\right\} \tag{6.1}$$

ただし，係数α, β, γはスケーリングの定数を示す．上式における，E', ν', ρ'を逆解析の未知パラメータとする．

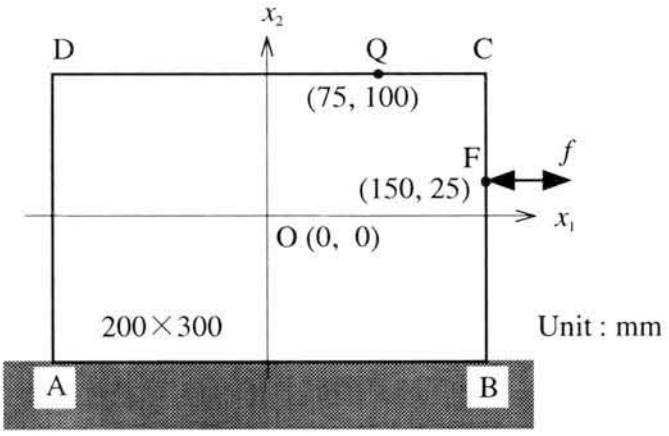


図6.1　材料定数同定の数値シミュレーションモデル

表6.1に示す材料定数の組み合わせ(E, ν, ρ)について逆解析の数値シミュレーションを行った．初期仮定値は正解値の50%の値を仮定した．同定結果の中から例として，正解値がE=10GPa, ν=0.3, ρ=2,000kg/m^{3}に対する同定結果を示す．この場合，測定誤差の共分散行列R_Iの対角項は1.0×10^{-4}とする．これは最大測定変位の±3%の測定誤差に相当する値である．また，調和加振力の大きさfは0.15 GPaと仮定し，調和振動数ωは10,000rad/secとした．初期仮定値と同定結果，変位の残差の無次元量Zの値，反復回数を表6.2に示す．図6.2にZの収束状況を，図6.3にパラメータの収束状況を示す．少ない反復回数で精度良い解が得られていることがわかる．他の組み合わせについても同様に精度の良い結果が得られている．

表6.1　逆解析を行った材料定数の組合せ

Young's modulas E [GPa]	10.0	50.0	200
Poisson's ratio ν	0.30		
Mass density ρ [kg/m^3]	2,000	5,000	8,000

表6.2　材料定数の同定値とZおよび反復回数
(E=10GPa, ν=0.3, ρ=2,000kg/m^{3}の場合)

Material constants	E [GPa]	ν	ρ [kg/m^3]
Exact	10.0	0.30	2,000
Initial assumed	5.00	0.15	1,000
Estimated	10.0	0.30	2,000
Iterations	5		
Number of BE Analyses	21		

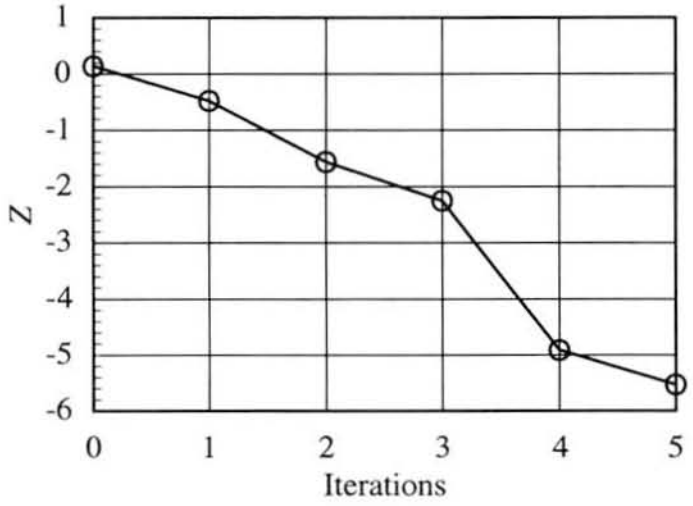


図6.2　材料定数同定におけるZの収束状況
(E=10GPa, ν=0.3, ρ=2,000kg/m^{3}の場合)

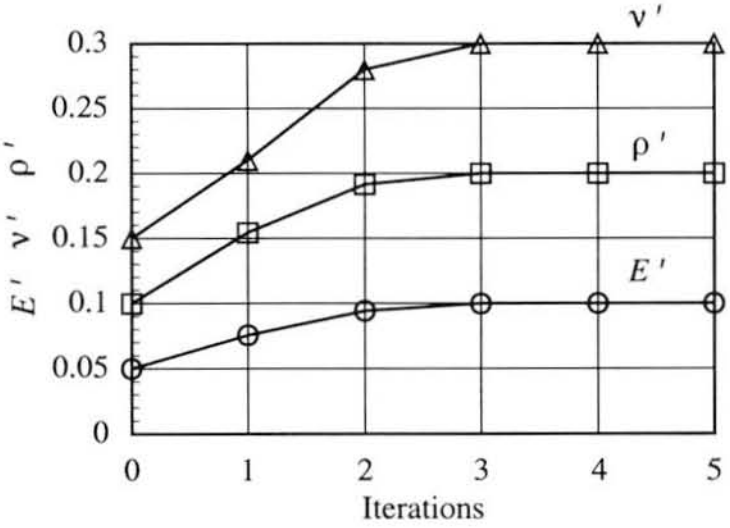


図6.3　パラメータの収束状況
(E=10GPa, ν=0.3, ρ=2,000kg/m^{3}の場合)

6.2.2 調和加振力の振動数による同定結果への影響

次に，加振力の振動数による同定結果への影響を検討する．このときの材料定数の正解値はE=200GPa, ν=0.3, ρ=8,000kg/m^{3}と仮定した．図6.4はこのときの図6.1に示す点Qにおける変位の周波数応答を境界要素法により計算した結果である．調和振動数をいくつか変えて同定を行ったときの反復回数と同定された材料定数値を表6.3に示す．ω=2,000rad/s程度までは収束するまでの反復回数は数十回以上と非常に多く，周波数を大きくしていくと5,000rad/s付近まで反復回数は減少し，それ以上では数回の反復で収束して精度良い結果が得られている．一方，共振周波数に近いω=19,000rad/sの場合は途中結果が発散し計算を進めることができなかった．このことから共振周波数を避けて動的効果が十分に得られるような周波数が望ましいことがわかる．

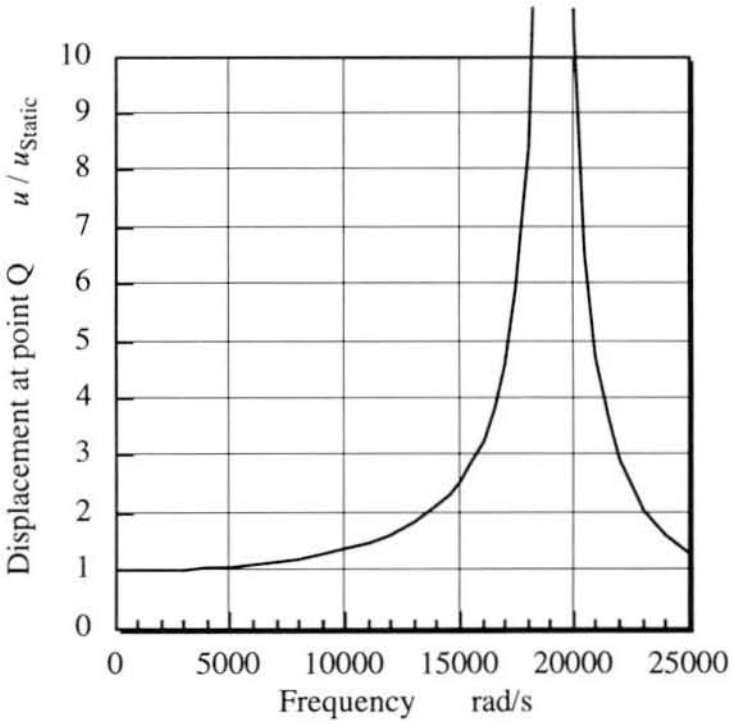


図6.4　点Qにおける変位の周波数応答

表6.3 調和加振力の周波数と材料定数の同定結果

Frequancy ω [rad/s]	Number of iterations	Results		
		E [GPa]	ν	ρ [kg/m^3]
2,000	52	200	0.3	0.79
10,000	6	200	0.3	0.8
18,000	6	200	0.3	0.8
19,000	*	—	—	—

* Diverged

6.2.3 二つの逆解析手法による材料定数同定結果の比較

拡張カルマンフィルタを用いた逆解析と，共役勾配法を用いた逆解析による材料定数の同定結果の比較を行った．表6.4に拡張カルマンフィルタを用いて同定された結果および共役勾配法を用いて同定された結果を示す．また，図6.5と図6.6にそれぞれの手法におけるパラメータの収束の様子を示す．パラメータの初期仮定値はE'=1.50, ν'=2.50, ρ'=0.50とした．両手法による同定結果の違いは認められず，いずれの方法を用いてもうまく同定ができることがわかる．

表6.4 拡張カルマンフィルタを用いた逆解析と共役勾配法を用いた逆解析による材料定数の同定結果の比較

Parameters	Exact	Kalman		CGM	
		Estimated	Number of iterations	Estimated	Number of iterations
E [GPa]	210	210	5	210	16
ν	0.300	0.300		0.300	
ρ [kg/m^3]	7,850	7,850		7,851	

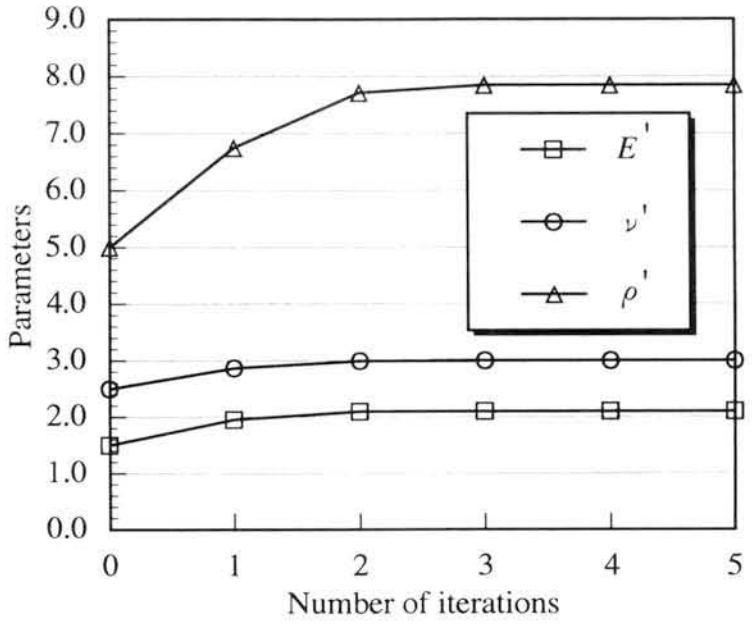


図6.5　拡張カルマンフィルタを用いた逆解析におけるパラメータの収束状況

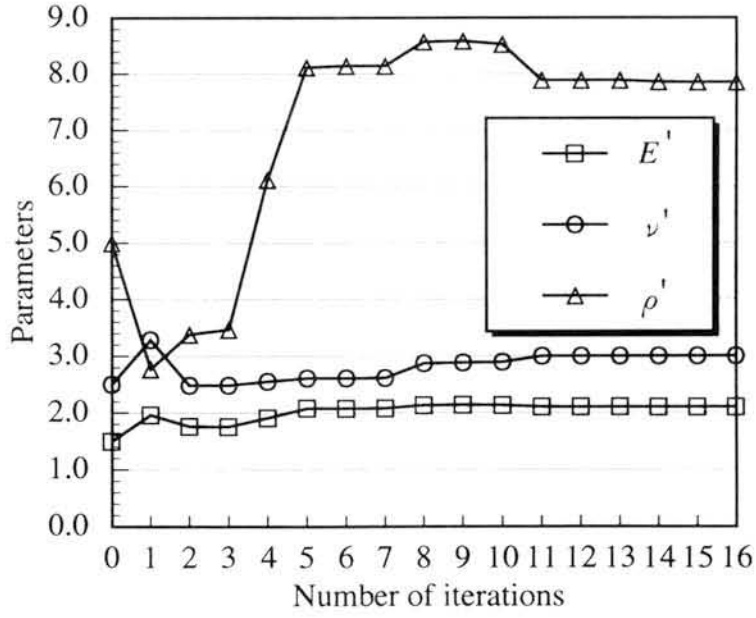


図6.6　共役勾配法を用いた逆解析におけるパラメータの収束状況

6.3 熱物性値の同定

熱伝導率や比熱などの熱物性値を同定する逆解析を行った結果を示す．また，熱伝導率と比熱などの複数の熱物性値を同時に同定した結果も示す．これらの逆解析においては，領域内部で測定された温度データから未知量を同定する検討や，同定結果への測定誤差の影響に関する検討を行う．

6.3.1 熱伝導率の同定結果

図6.7に示すような60mm×60mmの2次元正方形領域ABCDを考える．辺AB上をT=200℃の温度で30秒間加熱し，辺CD上の測定点で温度の時間変化を測定しているものとする．領域の初期温度は$T(\boldsymbol{x},0)$=0℃であるとする．辺AD，辺BCは熱流束q=0の断熱境界であり，辺CDは熱伝達率h=100W/m^2℃，外部雰囲気温度T_a=20℃の対流境界である．また，熱物性値は温度に依存しないものとして表6.5のように与える．

数値シミュレーションでは，上述の初期条件と境界条件および熱物性値に対して境界要素法により求められる数値計算結果を測定データとして用いる．なお，境界要素解析においては，正方形領域の境界を2次アイソパラメトリック境界要素により12要素に一様分割し，解析時間は30秒とする．また，解析時間内の測定点における時間軸上の温度の値は，等間隔に10点選ぶものとする．

拡張カルマンフィルタを適用した逆解析手法を用いる．ここでは，共分散値を1.0×10^{-3}と仮定する．この値は最大測定温度の値$T_{\max}$の約±0.05％のばらつきにあたる．また，推定誤差共分散行列$\boldsymbol{P}_t$の初期値の対角成分は1.0×10^{4}とする．

まず，熱伝導率のみを同定する数値シミュレーションを行う．熱伝導率のみがわからないものとし，他の物性値および初期条件，境界条件等は全て既知であるものとする．このとき，同定すべき未知パラメータの正解値は表6.5で与えられている熱伝導率の値とし，λ=398.0W/m℃である．図6.8は，熱伝導率の初期仮定値を500.0W/m℃，100.0W/m℃，50.0W/m℃とした場合のパラメータの収束状況を示す．縦軸は熱伝導率を表し，横軸は反復回数を表す．表6.6にそれぞれの初期仮定値に対する同定結果を示す．初期仮定値がいずれの場合においても，少ない反復回数で正解値に収束していることがわかる．

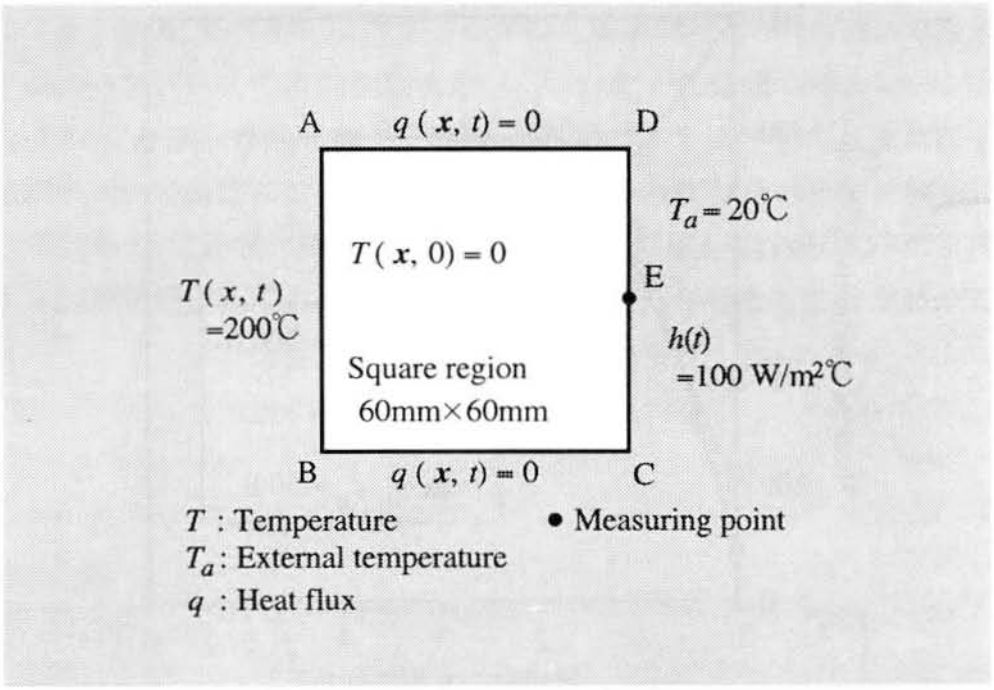


図6.7　熱伝導率同定の逆解析モデル

表6.5　モデルの熱物性値

Thermal conductivity	398.0　W/m℃
Specific heat	386.0　J/kg℃
Mass density	8,880.0　kg/m^3
Heat transfer coefficient on side CD	100.0　W/m^2℃

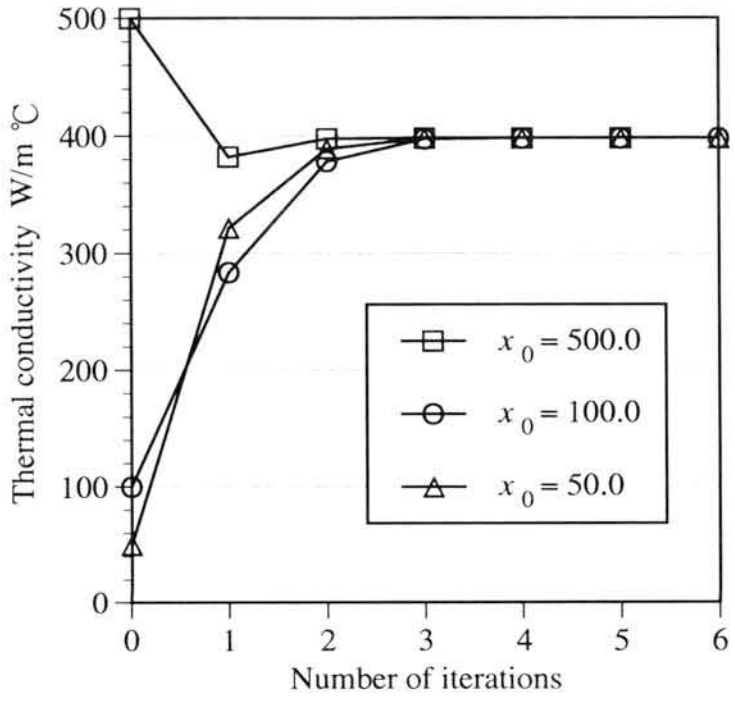


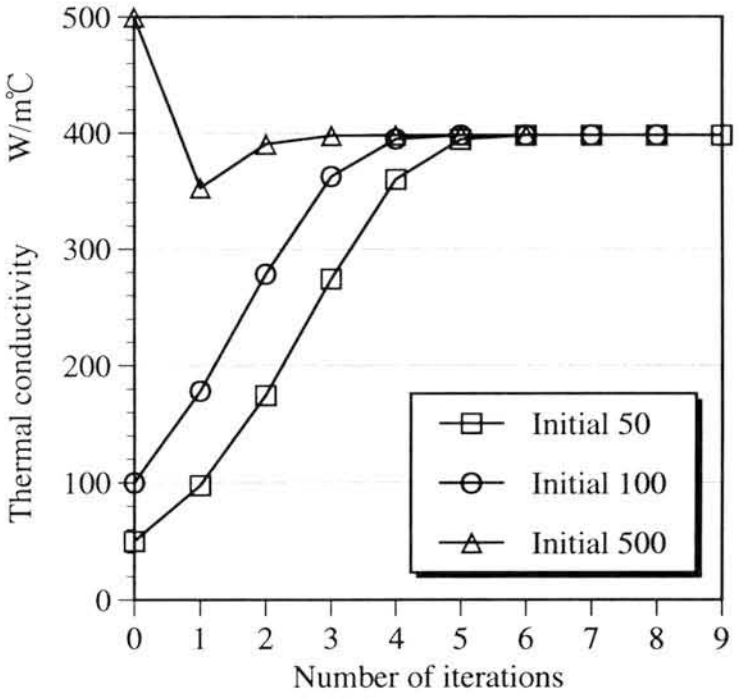
図6.8 熱伝導率同定における収束状況

表6.6 熱伝導率の同定結果

	Initial assumed value [W/m℃]			Exact [W/m℃]
	50.0	100.0	500.0	
Estimated	398.0	398.0	398.0	398.0
Number of iteartions	6	6	5	—

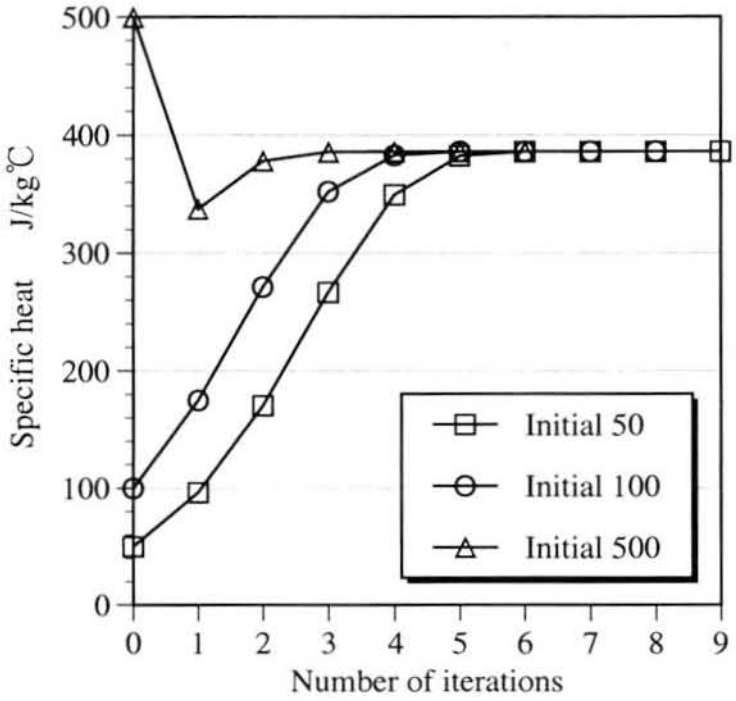
6.3.2 熱伝導率と比熱の同時同定結果

熱伝導率と比熱を同時に同定する逆問題の解析結果を示す．拡張カルマンフィルタを適用した逆解析を用いた．解析条件は前節の例題と同じであり，図6.7のモデルにおいて，熱伝導率と比熱の両方が未知であるものとし，他の条件は全て与えられているものとする．同定すべき未知パラメータの正解値はそれぞれ表6.5で与えられている値とする．パラメータの初期仮定値をいくつか変えて数値シミュレーションを行った．図6.9の(a)と(b)は，それぞれ熱伝導率と比熱のパラメータの収束状況を示す．初期仮定値がいずれの場合においても，二つのパラメータはそれぞれ正解値に収束していることがわかる．また，表6.7にパラメータの初期仮定値と収束時の反復回数を示す．表より，初期仮定値によってパラメータの収束性が異なることがわかる．



(a) 熱伝導率

図6.9　熱伝導率と比熱の同時同定におけるパラメータの収束状況



(b) 比熱

図6.9 前ページのつづき

表6.7 熱伝導率と比熱の同時同定結果

Initial assumed	Exact	Estimated	Number of Iterations
500.0 500.0	398.0 386.0	398.0 386.0	6
100.0 100.0	398.0 386.0	398.0 386.0	8
50.0 50.0	398.0 386.0	398.0 386.0	9
10.0 10.0	398.0 386.0	398.0 386.0	11

Upper : Thermal conductivity [W/m℃]
Lower : Specific heat [J/kg℃]

6.3.3 誤差による熱伝導率同定結果への影響

誤差を含む測定データを用いて熱伝導率を同定した結果を示す．図6.7に示すものと同じモデルを考える．ここでは，測定誤差の影響を考慮するために，逆解析に用いる測定値の精度をいくつか仮定する．測定データとして用いる境界要素法による解析結果を四捨五入により，0.01℃，0.1℃，1℃の測定精度に丸めてシミュレーションを行う．また，比較のため，数値解をそのまま測定データとして使用した誤差を含まない場合(No error)についても示す．

図6.10は，拡張カルマンフィルタを用いた場合の各測定精度に対する残差二乗和の無次元量Zの収束状況を示す．同様に図6.11は共役勾配法を用いた場合の結果を示す．表6.8は，各測定精度に対するパラメータの収束値を示す．表6.9にはZの収束値を示す．

表6.8より，測定精度が1℃の場合でも精度良く同定できていることがわる．未知パラメータが少ない単純な問題では，拡張カルマンフィルタを用いた場合でも共役勾配法を用いた場合でも各測定精度に対して同程度の推定結果が得られている．表6.9よりZの収束値には測定精度によって下限値があることがわかる．このことについては第7章で考察する．

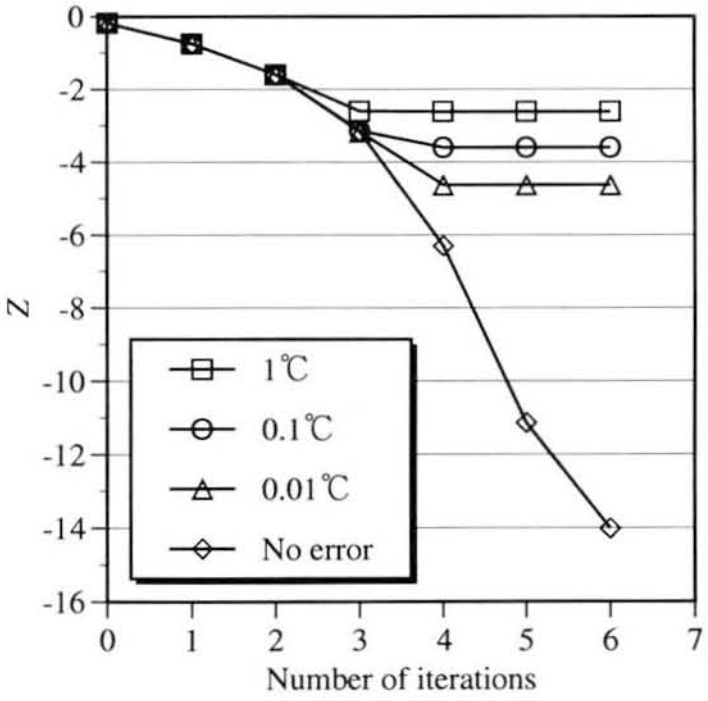


図6.10　拡張カルマンフィルタを用いた逆解析による熱伝導率同定における誤差の影響(無次元量Zの収束状況)

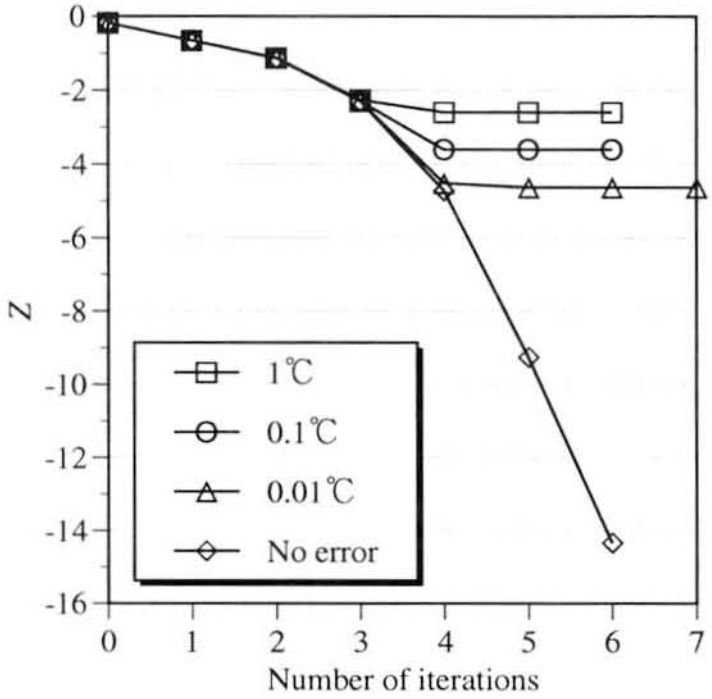


図6.11 共役勾配法を用いた逆解析による熱伝導率同定における誤差の影響(無次元量Zの収束状況)

表6.8 熱伝導率と比熱の同時同定結果

[W/m℃]

	Measurment accuracy				Exact
	No error	0.01℃	0.1℃	1℃	
Kalman	398.00	398.00	397.98	397.59	398.00
CGM	398.00	398.00	397.98	397.48	

表6.9　熱伝導率と比熱の同時同定におけるZの収束値

		Measurment accuracy			
		No error	0.01℃	0.1℃	1℃
Z	Kalman	-14.02	-4.63	-3.61	-2.62
	CGM	-14.02	-4.63	-3.61	-2.60

6.4 まとめ

Young率やPoisson比，密度などの弾性定数や熱伝導率，比熱などの熱物性値を測定データに基づき同定する逆解析結果を示した．

弾性定数の同定では種々の組み合せを同定し，良好な結果が得られた．また，調和加振力の振動数は共振点を避けて動的効果が得られる値を用いれば，収束性および精度の良い結果が得られている．また，静的な応答を用いるより効率的な同定が行えることがわかった．均一な領域の弾性定数同定では，未知パラメータの数が少なく拡張カルマンフィルタまたは共役勾配法のどちらを用いても同様に効率的に精度の良い結果が得られている．

熱伝導率の同定では初期仮定値による影響を検討したが，未知パラメータが少ないことからこれらの影響は現われず，いずれの場合にも精度の良い同定結果が得られた．測定データの誤差の影響を検討し，手法によらず残差の無次元量Zの値には誤差によって下限値が存在することがわかった．これに関する考察は第7章において行う．

物性値の同定は重要な課題であり，種々の応用分野がある．本研究で取り扱わなかった異方性材料や複合材料あるいは物性値が分布する場合の同定問題も重要である．これらの問題に対しては対象の精度良い数値解析手法が整備されていれば，物性値の分布状態を近似する方法を工夫して本研究で用いた手法を応用可能であると考えられる．さらに，物性値同定の逆解析は材料設計問題の解析にも有効に応用できると考えられる．

第6章の参考文献

(1) 村松篤良, 弾性係数の定義, 日本機械学会誌, **72**-608, (1969), pp.1223-1226.

(2) 村松篤良, 弾性係数の測定法, 日本機械学会誌, **72**-608, (1969), pp.1229-1233.

(3) 妹尾允史, 松室昭仁, 河合 望, 張川隆司, 多モード共振法による圧延板材の弾性異方性の測定, 日本機械学会論文集(A編), **54**-501, (1988), pp.1030-1034.

(4) 妹尾允史, 西村 融, 平野元久, 円柱体共振法による多結晶材料の材料定数の測定, 日本機械学会論文集(A編), **50**-451, (1984), pp.440-447.

(5) 妹尾允史, 松室昭仁, 円柱体共振法による多結晶材料の材料定数の測定(低温および高温における測定), 日本機械学会論文集(A編), **52**-478, (1986), pp.1615-1620.

(6) 妹尾允史, 西村融, 石外伸也, 円柱体共振法による多結晶材料の材料定数の測定(軸対称性を有する材料の弾性異方性), 日本機械学会論文集(A編), **52**-480, (1986), pp.1945-1950.

(7) 松室昭仁, 長坂俊弘, 妹尾允史, 円柱体共振法による多結晶材料の材料定数の測定(液体He温度域での測定), 日本機械学会論文集(A編), **57**-533, (1991), pp.127-132.

(8) 徐 章, 池田郁雄, 山田尚雄, 動的測定法による脆性材料の弾性係数測定(板厚の薄い試料への適用に関する一考察), 日本機械学会論文集(A編), **59**-560, (1993), pp.951-956.

(9) S. Ödeen and B. Lundberg, Determination of Complex Modulus from Measured End-Point Accelerations of an Impacted Rod Specimen, *J. Sound and Vibration*, **165**-1, (1993), pp.1-8.

(10) M. Senoo, T. Nishimura, A. Matsumuro and S. Ishigai, Measurement of the Elastic Constants of Polycrystals in a Cylindrical Specimen by the Resonance Method, *JSME International Journal*, **30**-263, (1987), pp.747-753.

(11) P.-O. Larsson, Determination of Young's and Shear Moduli from Flexural Vibrations of Beams, *J. Sound and Vibration*, **146**-1, (1991), pp.111-123.

(12) 佐藤千之助, 宮園昭八郎, 超音波による各種構造材の高温における弾性係数の測定, 日本機械学会誌, **69**-572, (1966), pp.1146-1154.

(13) 大田友弥, 土田幸雄, 竹内洋一郎, 小寺邦正, 入交 裕, 超音波反射法による金属

の弾性係数の温度依存の測定, 日本機械学会誌, **71**-598, (1968), pp.1496-1500.
(14) 甲藤好郎, 佐藤　俊, 西川兼康, 水科篤郎, 森　康夫(編), 伝熱学特論, (1984), pp.346-394, 養賢堂.
(15) 日本機械学会(編), 機械工学便覧(基礎編A6, 熱工学), (1985), 日本機械学会.
(16) 日本機械学会(編), 熱物性値測定法, (1991), 養賢堂.
(17) 小林清志, 熱伝導率等の測定法の最近の進展(1), 機械の研究, **42**-5, (1990), pp.551-556.
(18) 小林清志, 熱伝導率等の測定法の最近の進展(2), 機械の研究, **42**-6, (1990), pp.679-682.
(19) 久保司郎, 大路清嗣, 離散系の材料特性値逆問題に対する解析手法, 日本機械学会論文集(A編), **57**-541, (1991), pp.2257-2263.
(20) 尾田十八, 服部　誠, 材料の弾性的特性を推定する逆解析手法について, 日本機械学会論文集(A編), **58**-552, (1992), pp.1376-1381.
(21) 村瀬治比古, 小山修平, 穂波信雄, カルマンフィルタ代用電荷法による二次元および三次元弾性逆解析, 日本機械学会論文集(A編), **56**-531, (1990), pp.2310-2316.
(22) S. Sim and K.-J. Kim, A Method to Determine the Complex Modulus and Poisson's Ratio of Viscoelastic Materials for FEM Applications, *J. Sound and Vibration*, **141**-1, (1990), pp.71-82.
(23) 谷　順二, 宮崎　徹, 大友規矩雄, 滝島　任, 小岩喜郎, 大山　匡, 清水芳雄, 高木壮彦, 菊池淳一, 本田英行, 星信夫, 心臓左室の粘弾性値の同定, 日本機械学会論文集(C編), **58**-547, (1992), pp.738-743.
(24) 松本浩之, 線形粘弾性体の衝撃応答, 日本機械学会論文集(A編), **48**-436, (1982), pp.1475-1479.
(25) D.S. Schnur and N. Zabaras, An Inverse Method for Determining Elastic Material Properties and a Material Interface, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **33**, (1992), pp.2039-2057.
(26) G. Gioda and S. Sakurai, Back Analysis Procedures for the Interpretation of Field Measurements in Geomechanics, *Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **11**, (1987), pp.555-583.
(27) 大上俊之, 楠　英人, 三井康司, 草間孝志, 直交異方性弾性体に対する同定問題の境界要素解析, 境界要素法論文集, **5**, (1988), pp.107-112.
(28) G.P. Flach and M.N. Özisik, Inverse Heat Conduction Problem of Simultaneously Estimating Spatially Varying Thermal Conductivity and Heat Capacity per Unit Volume, *Numerical Heat Transfer, Part A*, **16**, (1989), pp.249-266.
(29) Y. Scudeller and J.P. Bardon, Simultaneous Measurement of the Thermal Conductivity and Diffusivity of Small Size Elements: Application to the Characterization of Integrated Circuit Package Samples, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**-3, (1991), pp.673-680.

第7章　逆問題解析上の諸問題と留意点

7.1 はじめに

本章では逆解析を行う上での諸問題と留意点について述べる．第4章，第5章，第6章に示した欠陥同定逆解析，境界値同定逆解析，物性値同定逆解析では，個々の例題に対する逆解析結果から重要な知見が得られており，それぞれに対する結果としてすでに述べてきた．よってここでは，逆解析を行う上で共通に現われる留意事項について，第4章から第6章に示した数値シミュレーション結果をふまえながら考察を進める．

まず，逆問題解析において重要なポイントである不適切性と適切化について述べる．次に，不適切性に密接に関連する測定データの取扱い方について，情報量と情報選択の観点から考察する．測定データには誤差の混入が避けられず，誤差の影響は不適切性として解に重大な影響を与える．誤差による同定結果への影響について述べ，誤差を考慮できるカルマンフィルタを用いた逆解析手法の適用上の留意点について述べる．

本研究で用いた関数近似による適切化は，その関数形をあらかじめ設定してから逆解析を行う必要がある．このためには解の分布形などに関する先験情報を取り入れたとしてもかなりの自由度があり，いかなるモデルを採用するかを決定することが困難である．また，逆問題は未知な対象を求める問題であるのでモデリングそのものであるとも言える．そこでモデリングの問題についていくつかの点から考察する．特に，本研究においてモデリングを行うために導入した遺伝的アルゴリズムを用いた逆解析手法の有効性について考察する．なお，モデリングの問題は初期仮定値をどのように設定するかの問題でもある．また，モデリングの結果に対して得られた解の収束判定や解の一意性にも関連しており，これらの点について考察する．

本研究ではフィルタ理論によるものと最適化手法による2種類の逆解析手法を提案し，それらを補うため遺伝的アルゴリズムによる逆解析手法を提案している．本章の終わりに，これら2種類の逆解析手法の特徴を情報の取り扱い方の観点から考察する．

7.2 不適切性と適切化

7.2.1 適切化手法

逆解析を実行する際，有効な解を得るポイントは問題の不適切性をいかに処理するかにある．不適切性は情報の欠落または情報に含まれる誤差により，逆解析により解を導きだすためには適切でない問題設定となっている場合に生じる．その結果，安定な解が得られない，解の唯一性がないなどの困難点が生じる．本研究では，未知量を関数近似する方法により適切化を行っている．これは未知パラメータの数を減らして解の安定化を図ることに効果がある．また，未知量の分布がある区間で滑らかであるなどの先験情報を取り入れ，さらに解の存在範囲を拘束した平滑化処理(smoothing)となっている．

関数近似は逆問題における有効な適切化処理の一つである．関数近似により適切化を図る手法は汎用的であり，種々の逆解析手法に組み込むことが可能である．一方，関数形をあらかじめ設定する必要があり，どのような形を設定するかにより当然のことながら得られる解が異なり，解の安定性にも影響する欠点を有する．

適切化手法の代表的なものにチホノフの適切化手法(Tikhonov regularization)[(1)]がある．この手法は，観測値と計算値の残差で構成される汎関数に安定化項$\alpha\Lambda(\boldsymbol{p})$を付け加えた式

$$\Pi(\boldsymbol{p}) = \left\| \boldsymbol{d}(\boldsymbol{p}) - \bar{\boldsymbol{d}} \right\|^2 + \alpha\Lambda(\boldsymbol{p}) \tag{7.1}$$

を最小にするような未知パラメータ$\boldsymbol{p}$を選ぶ方法である．αは適切化パラメータと呼ばれるものである．適切化パラメータにより解の平滑化の度合いに差があり，この値の選び方によって得られる解が異なる．このほかにも各種の適切化手法がある[(2)-(5)]．それらには，特異値分解により行列のランクを落として適切化を行う方法[(6)-(9)]，情報規準量AICを用いたもの[(10)-(15)]，先験情報や拘束条件を付加して解に拘束を加えて適切化を図る方法[(16)(17)]，クラスタリングの手法を導入したもの[(18)(19)]などがある．

一方，逆解析においては誤差の影響により不適切性が増大するため，最大エントロピ法やベイズアプローチ[(20)(21)]，カルマンフィルタなどの各種のフィルタを用いて誤差を考慮するフィルタリング手法も有効な適切化法であり，多くの逆解析例[(22)-(37)]が報告されている．カルマンフィルタ理論では測定データに含まれるGauss分布誤差を仮定して最尤推定が行われる．したがって，測定データがばらつくという情報が考慮されるため，理論的な分布に従うある程度の誤差に対しては，安定な解が得られるものと考えられる．本研究では，いくつかの例題解析において拡張カルマンフィルタを

用いた逆解析と共役勾配法を用いた逆解析を比較し，カルマンフィルタ理論による逆解析が誤差の影響を軽減でき効率的に安定な解が得られ，適切化の面で優位であることを確認している．特に，5.5節で示した対流境界値の同定において，拡張カルマンフィルタを用いた逆解析は共役勾配法を用いた逆解析と比較して，未知量を求める位置から，より遠い位置での測定データからより大きな誤差の値に対して精度の良い安定な解が得られていることから確認できる．

7.2.2 情報量

基本的な条件として測定データは多く得られることが望ましいが，逆解析で与えられる測定データは実験上の制約やコストの面から限られた範囲の限られた量のデータである．計測技術は進歩してもデータを採取するうえではコストの面や空間的な制約を受けることが多い．したがって，未知量を適切に規定するだけの情報が得られない場合が起きる．

空間的に限られた測定点から多くのデータを得るには境界条件を変えた実験を行えばよい．得られる測定データの独立性を問題にしなければ，複数の実験を行って必要な数のデータを入手することができる．本研究では，欠陥同定において複数実験による情報の補助を行う手法としてマルチ加振法を提案した．第4章におけるいくつかの例題解析において示したように，未知パラメータを適切に規定できるだけの情報が与えられ有効性が確認できた．

7.2.3 情報の種類と質

情報量が多くても未知量の影響が微弱である場合すなわち感度が低い場合には，不適切性が強く現われる．したがって，情報の質を高めることも問題の適切化に有効に作用する．

欠陥同定や境界値同定問題を解析する場合，静的弾性応答や定常温度場における温度測定データも利用できるが，これらは原因の近くに影響(情報)が局在し，離れた位置での測定データは未知量に対する感度が極端に低い場合が多い．静弾性場ではサンブナンの原理(Saint-Venant's principle)として知られている現象がこれにあたり，温度場においては熱の拡散現象の特性が相当する．

本研究では，動的弾性応答や非定常の熱的応答を測定データとすることで，未知量に対する感度を高めている．動的弾性応答は対象とする領域全体の影響を受けやすく，未知量に対する感度が高くなる．特に，6.2.2節に示したように調和加振による弾性定数の同定では，静的なデータを用いるよりも効率的な同定が可能となる．非定常熱的応答は拡散の時間的変化の情報も取り入れることができ，未知量に対する情報の感度

を高めることができる．また，時間方向のデータも利用できることから情報量も多くなる利点を有している．

4.7節において，変位データとひずみデータを用いた場合のき裂の同定結果を示したが，情報の種類によっても未知量に対する感度が異なり，問題に適した種類の情報を選択する必要がある．変位データとひずみデータどちらを使用しても欠陥同定が行えるが，変位データを用いた場合には領域全体の影響を受けるため欠陥の細かな情報は現われにくいと言える．ひずみデータでは欠陥の影響が局在するため，欠陥近傍のデータの感度が高い．このことは欠陥同定に限らず境界値分布の同定においても言える．問題によってグローバルな情報とローカルな情報を使い分ける必要がある．

7.2.4 情報の選択

複数実験により得られた測定データは相互に独立であることが重要である．確率論的手法を用いた場合はデータ数が多いことは統計的な最確値を誘導するうえで有意であるが，最適化手法を用いた場合には，データ数が多いほど目的関数が平滑化(未知量に対する感度が低下)し，収束性や解の精度が低下することになる．言い換えると情報の質が低い多くのデータを用いると解の存在範囲が絞りにくくなり，大きく振動した結果が得られる．そのため解析に有効な情報を選択して利用する必要がある．3.4節で示したように，未知量に対する測定データの感度を用いて情報を選択することや，実験条件を工夫して積極的に情報の感度を高めることで効率的な逆解析が行える．

7.2.5 未知量の関数近似

有効な適切化手法の一つに未知量を関数で近似して解の平滑化および存在範囲の拘束を行う手法がある．これにより未知パラメータの数を減少させ，さらに未知量の分布形を拘束することで解の安定性を高めることができる．本研究においては，欠陥同定などの領域形状の同定問題では，未知量を簡単な幾何関数で近似することで未知パラメータ数を減らし，さらに解の平滑化を図った．未知境界値同定ではB–スプライン関数を導入し，それらの関数を表すパラメータを未知量にとることで適切化を行っている．

5.2節で示したように境界値を直接パラメータにとると振動した結果が得られる場合に，関数近似により安定な解が得られることから，関数近似による適切化が有効であることがわかる．また，誤差を含む情報に対しても解の存在範囲を拘束することから，解に生じる振動成分のフィルタリング効果があり有効である．一方，関数形を規定することにより，得られる解の存在範囲が拘束されることになる．したがって，未

知量の分布形状に関する何らかの先験情報がない場合には，この適切化手法は誤った結果を与える危険性を含んでいる．このことはモデリングの問題とも関連する．モデリングに関する考察は7.4節で行う．

7.3 測定誤差の影響

測定データの誤差には，測定値が真値のまわりにある確率分布でばらつくが平均値は真値と一致する場合と，平均値が真値と異なる場合が考えられる．後者のタイプの誤差を有する測定データを用いた場合には，誤った情報を与えていることになるため逆解析により得られた解は正解と異なる．または，解が得られない場合もある．このため，測定は十分精度よく行われなければならない．しかしながら，実際上は測定データにあるばらつきをもった確率誤差が混入することは避けられない．

7.3.1 逆解析手法と測定誤差

本論文では4.9節において，変位データを用いた欠陥同定における誤差の影響を数値シミュレーションにより検討している．そこでは最適化手法を用いた逆解析とフィルタアルゴリズムを用いた逆解析を行い，正規分布誤差を与えた場合に対する欠陥パラメータの同定結果を示した．このほかにも数多くの例題解析において誤差の影響を検討した結果を示している．そして，測定データを増やしたり，感度のよいデータを利用するなどの工夫を行えば，ある程度の誤差は許容でき，有効な解が得られることが示された．感度の高いデータは誤差に対する感度も増加する可能性があるが，未知パラメータに対する感度が高くなることによって相対的に対雑音比(S/N比)が向上し，結果的に誤差の影響が低下するものと考えられる．

カルマンフィルタ理論を用いた逆解析では測定データに含まれるGauss分布誤差を仮定して最尤推定が行われる．このため，拡張カルマンフィルタアルゴリズムでは測定データに含まれる共分散値を与える必要があるが，これは一般に不明であるため，本研究では測定装置の測定精度から換算して与えるものとした．測定装置が有する測定精度は基準の測定結果などからあらかじめ与えられている．これを最大測定値に対する誤差として$\pm\varphi$ (無次元量)で表した場合の，共分散値と測定精度の換算値は表4.2に示した．拡張カルマンフィルタでは，誤差による測定データのばらつきの影響を考慮でき問題の適切化に大きく貢献するが，あまり大きな共分散値を設定すると収束性が悪化して実用的でない．フィルタ理論を用いた逆解析でも精度のよいデータを与える必要がある．

7.3.2 残差の無次元量について

測定誤差を考慮する一つの方法として，測定データの有効数字に基づきデータの桁数を制限することが考えられる．この場合，第3章で定義した残差の無次元量Zの下限値が規定されることになる．Zの下限値が規定されることは収束判定にも関連する重要な事項である．次に，測定誤差と残差の無次元量Zとの関係を示す．

測定精度$\pm\varphi$が与えられたとき，残差の無次元量Zの下限値を求める．Zは次式で表されるものとする．

$$Z=\frac{1}{2}\log\left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{d_i}{\bar{d}_i}-1\right)^2\right\} \tag{7.2}$$

ただし，$\bar{d}_i$はi番目の測定値，d_iはそれに対応する数値解析による計算値を表す．Nは測定データの総数である．式(7.2)は log{ }内の値が$1/N$となっている点が異なるが，第3章で示したZと同じものを意味する．Nは測定データ数を表す．また，$\bar{d}_i\neq 0$であるとする．

まず，測定データの有効桁数に制限がない場合，すなわち測定誤差が含まれない場合には，式(7.2)における{ }内の値が限りなく0に近づき得るので，Zの取り得る範囲は次のようになる．

$$-\infty < Z \leq 0 \tag{7.3}$$

次に，測定誤差のため有効桁数が制限される場合を考える．$\pm\varphi$を測定誤差とすると

$$\bar{d}_i = d_i \pm \varphi \tag{7.4}$$

よって，

$$d_i = \bar{d}_i \mp \varphi \tag{7.5}$$

$$\left(\frac{d_i}{\bar{d}_i}-1\right)^2=\left(\frac{\bar{d}_i\mp\varphi}{\bar{d}_i}-1\right)^2=\left(\frac{\pm\varphi}{\bar{d}_i}\right)^2 \tag{7.6}$$

ここで，測定値の最大値を$\bar{d}_{i-\max}$で最小値を$\bar{d}_{i-\min}$で表すものとすると，

$$\bar{d}_{i-\min}\leq\bar{d}_i\leq\bar{d}_{i-\max} \tag{7.7}$$

したがって，

$$\left(\frac{\pm\varphi}{\bar{d}_{i-\max}}\right)^2 \leq \left(\frac{\pm\varphi}{\bar{d}_i}\right)^2 \tag{7.8}$$

式(7.6)を(7.2)に代入して，式(7.8)の関係を用いると次式の関係が成り立つ．

$$Z \geq \frac{1}{2}\log\left(\frac{\pm\varphi}{\bar{d}_{i-\max}}\right)^2 \tag{7.9}$$

上式は，測定誤差$\pm\varphi$が与えられた場合のZの下限値を示している．表7.1に最大値に対するパーセントで表した測定誤差とZの下限値の具体例を示す．

表7.1 測定誤差とZの下限値

測定誤差　±%	Zの下限値
100	0.00
30	-0.52
10	-1.00
3	-1.52
1	-2.00
0.3	-2.52
0.1	-3.00
0.03	-3.52

Zの下限値に関する数値シミュレーション結果を示す．図7.1に示すような領域において熱伝導率λが不明であり，これをCD上の点Fで測定された非定常温度応答から求める問題を考える．点Fで測定される温度データの測定精度が，±1℃，±0.1℃，±0.01℃，および誤差の無い場合を想定し有効数字を制限する．すなわち，逆解析には測定精度に相当する桁で四捨五入した数値を与える．ここでは，共役勾配法を用いた最適化手法による逆解析を行った．図7.2に各測定精度に対する残差の無次元量Zの収束の様子を示す．表7.2にλの推定結果とZの値を示す．Zの値はそれぞれの測定精度に応じて収束している．したがって，測定精度が与えられると無次元量Zの下限値は規定されることになり，局所最小値を同定してしまうことがなければ，それに対応する同定結果が得られることになる．

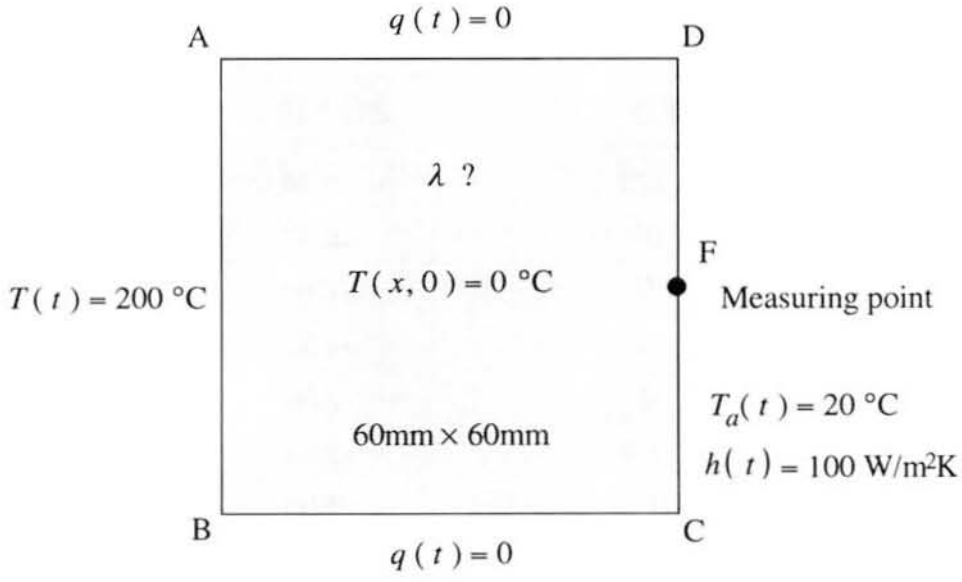


図7.1 熱伝導率同定のシミュレーションモデル

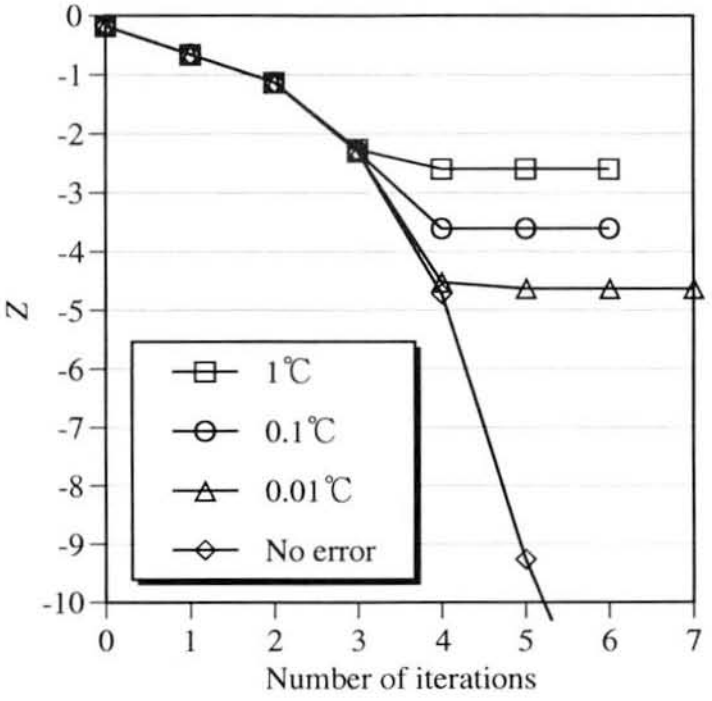


図7.2 各測定精度に対する残差の無次元量Zの収束状況

表7.2 熱伝導率の収束値

	Measurment accuracy				Exact
	±1℃ 0.57%	±0.1℃ 0.057%	±0.01℃ 0.0057%	No error	
λ [W/mK]	397.48	397.98	398.0	398.0	398.0
Z	-2.60	-3.61	-4.63	-14.34	― ― ―

7.4 モデリングの問題

逆問題は不適切な問題であり，本来不適切な問題を解くためには解の分布形や存在範囲を拘束するなどの適切化が必要である．すなわち，逆問題はいかに妥当なモデルを設定して解を拘束するかというモデリングの問題となる．

関数近似や級数展開などにより未知量を近似するとき，未知量の真の分布を表現するための適切な未知パラメータを設定しておけば，解をうまく表現できることになる．しかし，未知量の関数形は不明であり，未知パラメータの数や種類はあらかじめ決定することは困難である．一方，未知パラメータを十分多く取って逆解析を行うには，それを規定するのに十分な質と量の情報が必要となることや，最適化手法を用いた逆解析では未知パラメータが多くなるほど安定な結果を効率よく得ることが困難となることから，できるだけ少数のパラメータで表すことが望ましい．一般には，先験情報や経験的知識によって適当な未知パラメータを設定して逆解析を行い，そのパラメータで表現されたモデルに対する最適解を得ることになる．

4.6節で示した複数欠陥の同定問題において，任意にパラメータを設定した場合には，初期仮定値によって同定結果が異なっている．また，5.2.6節に示した境界変位分布を同定する問題においても，境界値分布を近似する関数形をいくつか変えてもそれに対する同定結果が得られている．このように，現在提案されている決定論的最適化手法は初期仮定値に依存した解が導かれる．すなわち，モデルのパラメータをあらかじめ設定したうえで，そのパラメータの初期仮定値から出発して，目的関数などの評価関数を最小にするようなパラメータ値が決定される．モデリングも行い同時にその最適値も決定するような手法は少ない[38]．

これに対して，本研究で導入した遺伝的アルゴリズムは，多様性を保存したままアルゴリズムが進行する特徴を有しているため，モデルパラメータの数や種類を設定しながらパラメータの値も推定可能であり，パラメータの種類や数が固定されて，より良い推定値の上限が拘束されてしまう従来の手法に比べて自由度が大きく，さらに有効な推定が行える．

遺伝的アルゴリズムの適用上の問題点の一つには，計算時間が多くかかる点が挙げられる．特に適応度の計算に構造解析などの数値解析を必要とする場合は，この点がネックとなる．これに対しては，すでに実用化されている複数のCPUによる並列処理が有効である．すなわち，1世代における個体の適応度評価は，各個体独立に並列で行うことができ，遺伝的アルゴリズムは並列処理計算に適しているといえる[39)-(41)]．

最適化手法やフィルタ理論による解の探索は，初期仮定値が正解に近ければ効率的に同定が可能である．一方，遺伝的アルゴリズムでは大局的な解の探査能力に優れて

はいるが，最終的に精度よく解を決定するには，乱数発生に基づいて解の改良が行われるため効率が悪い．本研究ではこれらの手法の特性をふまえ，遺伝的アルゴリズムによりモデリングを行って解の概略を求めたあと，共役勾配法などの最適化手法またはカルマンフィルタなどにより詳細な値を決定する効率的な逆解析手法を提案している．

7.5 初期仮定値および収束判定

7.4節でも述べたが，最適化手法またはフィルタアルゴリズムを用いた逆解析手法は両者とも得られた解は初期仮定値に依存する．また，最適化手法では局所最小値を捉え，正解と異なる解を見つけだす可能性がある．拡張カルマンフィルタでは解近傍での線形化を行っていることから，あまり離れた初期仮定値を与えると反復計算の途中結果が発散してしまうことがある．また，同様に局所最小値を捉えることもある．一方，正解に近いパラメータ値が設定されていれば，両手法により効率的に正解が得られることが期待できる．

7.3.2節で示したように，測定誤差により残差の無次元量Zの値は下限値が規定される．したがって，測定装置の精度を測定データに含まれる誤差に相当すると仮定できる場合には，与える測定データの持つ誤差が推定できることから，それに対応するZの下限値が達成されるように未知パラメータを決定することが最終目標となる．すなわち，Zの下限値で収束を判定することになる．

7.6 2種類の逆解析手法の特徴

本研究では共役勾配法による最適化手法を用いた逆解析手法と，拡張カルマンフィルタアルゴリズムを用いた逆解析手法を提案した．ここでは，これらの手法の特徴と適用性の比較について考察する．

逆解析においては情報の取り扱い方が適切化に関連するため重要であり，このことは2種類の逆解析手法それぞれにおいて異なる．最適化手法による逆解析では，無闇に情報を付加することは目的関数の平滑化をまねき，極値探索を困難とするため得策でない．複数実験により測定データを補う場合，得られたデータの独立性が重要であり実験を工夫したり，得られたデータのなかから，それぞれの未知パラメータに対する感度の高いデータを選択するなどの処理が必要である．一方，フィルタ理論による逆解析では，誤差が確率論的に扱われるためデータ量が多いことは逆解析の効率と精度の面から有利となる．このことは4.4節のシミュレーション結果で示している．用いるデータが，未知パラメータに対する感度が高く数が少ない場合には最適化手法による逆解析手法を採用し，データ量が多い場合にはフィルタ理論を用いた逆解析手法

を用いるのが有効であると考えられる．

共役勾配法による最適化手法における一次元探索は，何回かの試行を重ねて解を得るため，逆解析の計算時間に占める割合がかなり大きい．したがって，なんらかの工夫が必要である．一次元探索のアルゴリズムは種々の改良が工夫され，極値を効率的に見つけだす研究がなされている[(42)(43)]が，目的関数の性質によっても効率に影響が現われる．本研究では一次元探索における初期ステップの大きさに経験上の最適値を与え，若干の効率化を図っている．

カルマンフィルタの適用に際しては，測定データに含まれる雑音に対する仮定が満足される必要がある．このうち，測定データに含まれる誤差がGauss分布に従うとする仮定は，実験的事実から妥当であると考えられる．一方，初期状態 $\hat{\boldsymbol{x}}_{0/-1}=\bar{\boldsymbol{x}}_0$ と $\boldsymbol{P}_{0/-1}=\boldsymbol{\Sigma}_0$ を事前情報として与える必要があるが，これらの値は一般にあらかじめ既知であることは少なく，ある仮定値を与えることになる．その結果，推定値は初期仮定値に依存する．初期値のうち $\bar{\boldsymbol{x}}_0$ は正解に近い値を仮定することが重要となるが，これを行うには，未知量に対する種々の事前情報を利用するか，遺伝的アルゴリズムを用いたパラメータ設定手法により可能である．一方，推定誤差共分散値の初期値 $\boldsymbol{\Sigma}_0$ の値による影響は少ない．これは，推定誤差共分散値 $\boldsymbol{P}$ は1回目の反復計算でほぼ収束値に達し，以後それほど値が変化しないためである．この例を図7.3に示す．これは4.2.2節に示した円形欠陥の同定に対して，1回目の反復計算における収束値を一定値として用いずに，通常の方法で計算した推定誤差共分散値の収束状況を示したものである．図中の P_{11}, P_{22}, P_{33} はそれぞれ欠陥のパラメータ X_1, X_2, R に対応する推定誤差共分散値を表している．なお，図7.4は図7.3に対する欠陥パラメータの収束の様子を表している．推定誤差共分散値の初期値を $\mathbf{1}$ とおいて反復計算を行った結果，一回目の修正により一度に値が低下し，以後徐々に修正されていることがわかる．推定誤差共分散値の初期値は本研究においては1から 1×10^4 程度であれば同定結果に影響しないことを確かめている．

カルマンフィルタの適用においては，さらにフィルタに関するパラメータ(雑音の平均値や共分散値)が推定精度や推定値の収束性に与える影響を把握することが重要となる．

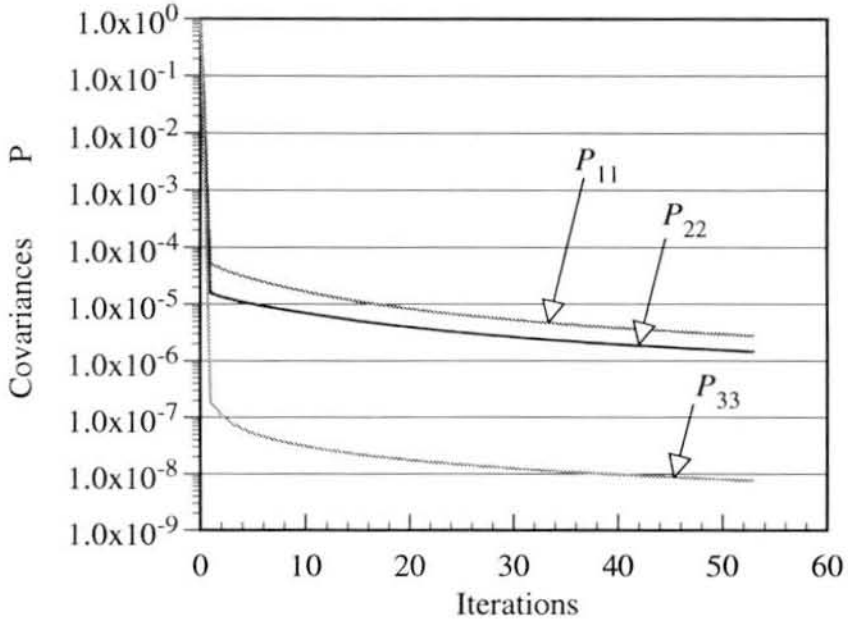


図7.3 欠陥同定における推定誤差共分散値の収束状況

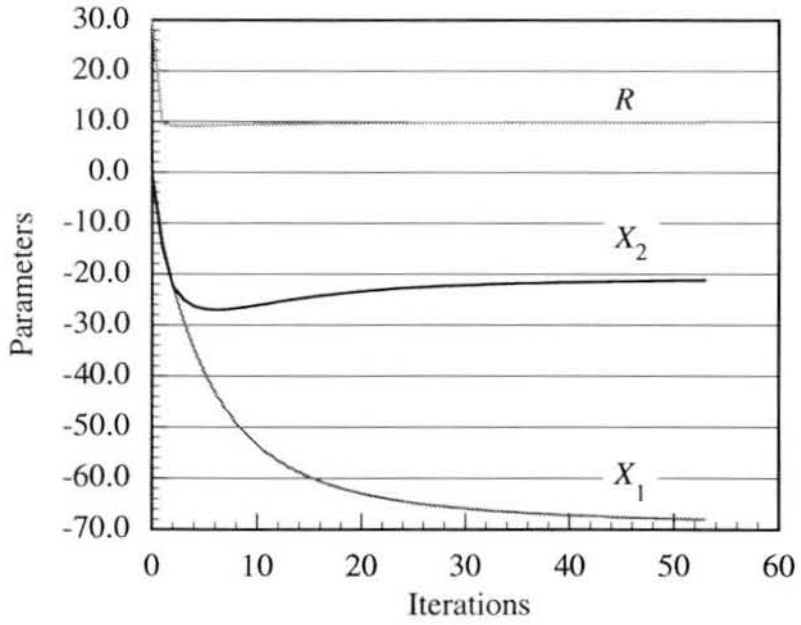


図7.4 欠陥パラメータの収束状況

7.7 まとめ

本章では，逆問題解析上の諸問題と留意点について，第4章から第6章に示した数値シミュレーション結果をふまえながら考察を加えた．適切化や誤差の影響，モデリングの問題，収束判定基準はそれぞれ密接に関連しており，総合的に考える必要がある．また，二つの逆解析手法の特徴をまとめたが，それぞれの手法の利点が存在し，効率上の観点だけから優劣を判断することは避けなければならない．

第7章の参考文献

(1) A.N. Tikhonov and V.Y. Arsenin, *Solution of Ill-posed Problems*, (1977), John Wiley & Sons.

(2) J. Baumeister, *Stable Solution of Inverse Problems*, (1987), pp.49-126, Friedr. Vieweg & Sohn.

(3) 久保司郎, 逆問題, (1992), pp.37-56, 培風館.

(4) S. Kubo, *Inverse Problems*, (1993), pp.1-67, Atlanta Technology Publications.

(5) 松岡俊文, インバージョンにおける数値解法－最小二乗法を中心にして, 物理探査, **39**-6, (1986), pp.14-30.

(6) 田辺国士, 数値的方法における特異値, 数理科学, No.212, (1981), pp.46-50.

(7) 斎藤正徳, 特異値分解と最小二乗法, 物理探鉱, **36**-3, (1983), pp.146-158.

(8) E. Rothwell and B. Drachman, A Unified Approach to Solving Ill-Conditioned Matrix Problems, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **28**, (1989), pp.609-620.

(9) 久保司郎, 大路清嗣, 桑山真二郎, 特異値分解を用いた境界値逆問題の解析とその適切化, 日本機械学会第70期全国大会講演論文集(Vol.A), No.920-78, (1992), pp.1-3.

(10) H. Akaike, A New Look on the Statistical Model Identification, *IEEE Trans.*, **AC-19**, (1974), pp.716-723.

(11) 赤池弘次, 情報量規準AICとは何か－その意味と将来への展望, 数理科学, No.153, (1976), pp.5-11.

(12) 中溝高好, 信号解析とシステム同定, (1988), pp.193-221, コロナ社.

(13) 田辺国士, 不適切問題への統計的アプローチ, 数理科学, No.153, (1976), pp.60-64.

(14) 伊藤孝一, 工藤昭夫, 統計的モデル撰択について, 数理科学, No.153, (1976), pp.65-70.

(15) 村井忠邦, 加川幸雄, 心電図逆問題に伴う悪条件の適切化の一手法, 電子通信学会誌, Vol.J65-C, No.5, (1982), pp.359-366.

(16) 久保司郎, 大路清嗣, 松井良記, 境界値逆問題のための拘束条件を用いた適切化手法, 日本機械学会論文集(A編), **57**-542, (1991), pp.2403-2408.

(17) 青木 繁, 天谷賢治, 富樫 潤, あいまいな先験情報を利用したガルバニック腐食

問題の逆解析, 日本機械学会論文集(A編), **59**-562, (1993), pp.1562-1567.

(18) 青木 繁, 浦井芳洋, クラスタリングによるガルバニック腐食逆問題解析, 材料, **40**-452, (1991), pp.619-624.

(19) J.C. Bezdek and P.F. Castelaz, Prototype Classification and Feature Selection with Fuzzy Sets, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.SMC-7, No.2, (1977), pp.87-104.

(20) C.R. Smith and W.T. Grandy, Jr., *Maximum-Entropy and Bayesian Methods in Inverse Problems*, (1985), D. Reidel Publishing Co.

(21) D.J. Gunn and M.M.A. Misbah, Bayesian Estimation of Heat Transport Parameters in Fixed Beds, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **36**-8, (1993), pp.2209-2221.

(22) A. Murakami, Studies on the Application of Kalman Filtering to Some Geomechanical Problems Related to Safety Assessment, Doctoral Thesis, Kyoto University, (1991).

(23) 星谷 勝, 斉藤悦郎, 建設技術者のためのデータ解析と応用－カルマンフィルタを中心として, (1991), 鹿島出版会.

(24) 酒井邦登, 星谷 勝, カルマン・フィルターを用いたシールド位置の予測と制御, 土木学会論文集, **385/VI**-7, (1987), pp.69-78.

(25) 斉藤悦郎, 古賀重利, 鎌田正孝, 拡張カルマンフィルター支援による山留め工事の計測管理手法, 土木学会論文集, **391/VI**-8, (1988), pp.115-124.

(26) 本城勇介, 森嶋 章, 地下水浸透流解析モデルのパラメーター推定－推定の不確実性とその予測への影響, 土木学会論文集, **400/III**-10, (1988), pp.215-224.

(27) 村上 章, 長谷川高士, 構造工学・地盤工学におけるKalmanフィルタの適用, 農業土木学会論文集, **158**, (1992), pp.95-104.

(28) 村上 章, 長谷川高士, Kalmanフィルター有限要素法による逆解析と観測点配置, 土木学会論文集, **388/III**-8, (1987), pp.227-235.

(29) 鈴木 誠, 石井 清, 拡張カルマン・フィルターによる土質定数の空間分布推定, 土木学会論文集, **406/III**-11, (1989), pp.71-78.

(30) 門田俊一, 斎藤悦郎, 和久昭正, 後藤哲雄, 繰り返し拡張カルマンフィルターによる異方性岩盤物性の同定と地下空洞計測管理への適用, 土木学会論文集, **406/III**-11, (1989), pp.107-116.

(31) 村瀬治比古, 小川修平, 穂波信雄, カルマンフィルタ代用電荷法による二次元および三次元弾性逆解析, 日本機械学会論文集(A編), **56**-531, (1990), pp.2310-2316.

(32) 宇谷明秀, 登坂宜好, 境界要素法とフィルタ理論による不均質岩盤の同定解析, 境界要素法論文集, **9**, (1992), pp.53-58.

(33) M. Hosiya and A. Sutoh, Kalman Filter-Finite Element Method in Identification, *ASCE J. Eng. Mech.*, **119**-2, (1993), pp.197-210.

(34) E. Safak, Identification of Linear Structures Using Discrete-Time Filters, *ASCE J. Structural Engineering*, **117**-10, (1991), pp.3064-3085.

(35) 星谷 勝, 斉藤悦郎, 拡張カルマンフィルタを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文報告集, **339**, (1983), pp.59-67.

(36) T. Tosaka and A. Utani, On the Kalman Filter-Boundary Element Method in Inverse Problem, *Boundary Elements XIV*, C.A. Brebbia, J. Dominguez and F. Paris (Eds.), (1992), pp.707-721, Computational Mechanics Publications and Elsevier Science Publishers.

(37) 宇谷明秀, 登坂宣好, Kalmanフィルター境界要素法による弾性体の欠陥形状決定問題の解析, BEM･テクノロジー･コンファレンス論文集, **3**, (1993), pp.19-24.

(38) P.Y. Papalambros and D.J. Wilde, *Principles of Optimal Design*, (1988), Cambridge University Press.

(39) 北野宏明, 並列分散GA, オペレーションズ･リサーチ, No.7, (1993), pp.334-340.

(40) 北野宏明, 遺伝的アルゴリズム, (1993), pp.26-27, 産業図書.

(41) 村岡洋一, 山名早人, 超並列コンピューター入門, (1992), オーム社.

(42) R. Mahnken, E. Stein and D. Bischoff, A Stabilization Procedure by Line-Search Computation for First Order Approximation Strategies in Structural Optimization, *Int. J. Num. Methods Eng.*, **35**, (1992), pp.1015-1029.

(43) M.V.C. Rao and P. Subbaraj, New and Efficient Unidimensional Search Schemes for Optimization, *Eng. Opt.*, **13**, (1988), pp.293-305.

第8章　結　　言

8.1 研究の概要

測定データや先験情報などの既知量に基づいて，未知な入力や領域の物性値または構造等を推定する問題や，要求仕様を実現するような形状や境界条件を決定する逆問題は広い分野に関連した重要な課題である．逆問題は不適切性という重大な困難点を有するため，安定で有意な解を得るためには，なんらかの適切化を行って解の安定性や精度を高めることが必須である．逆問題解析においては，対象を数理モデルとして扱い数値解析手法による計算結果と，測定値との差を最小にするように解を求める手法が採用されることが多く，数値解析手法の逆解析への適応性を検討する必要がある．また逆問題は，実験による計測データや先験情報に基づき未知量を決定する問題である．その解析手法の研究においては，コンピュータ上の数値シミュレーションを活用して種々の検討を行うことが効果的であり，これらの解析技術の確立が望まれる．

本研究では，逆問題解析の数値シミュレーション技術を確立することを目標とした．このため，関連分野が広く実用上重要な動弾性問題と非定常熱伝導問題における逆問題を取り扱った．具体的にはこれらの分野における三つのタイプの逆問題を取り上げた．一つは非破壊検査に関連した欠陥同定逆問題であり，もう一つは境界値同定逆問題，三つ目は，物性値同定逆問題である．これらの逆問題に対して2種類の逆解析手法を提案した．一つは汎用性に優れ，種々の適切化法の組み込みが容易である最適化手法を用いたものであり，それと境界要素法による数値解析を組み合わせた逆解析手法である．もう一つは，測定誤差の確率論的な取扱いが可能なフィルタアルゴリズムと境界要素法を用いたものである．さらに，これらの逆解析手法を適用するうえで検討したいくつかの適用上の工夫について示した．未知量の近似方法，情報量を補う手法と情報を選択して情報の質を高める方法を提案した．さらに，数理モデルをいかに設定するかというモデリングの問題を解決するための手法として，モデルパラメータ

の設定を，遺伝における情報処理構造をシミュレートしたアルゴリズムである，遺伝的アルゴリズムを適用して行う逆解析手法を提案した．そして，三つのタイプの逆問題に対する手法の適用性を数多くの数値シミュレーションにより検討した結果を示した．これらの数値シミュレーション結果をふまえたうえで，逆解析における問題点と適用上の留意事項についてまとめた．

本論文は，以下の章から構成されている．第1章では，研究の目的と背景について説明し，逆問題の定義と逆問題解析の特徴および現状について述べた．

第2章では本研究で対象とした動弾性問題と非定常熱伝導問題における逆問題について，逆問題の設定と実用上の応用分野について述べた．

第3章では，非線形最適化手法の一つである共役勾配法に境界要素解析を組み込んだ逆解析手法と，確率論的手法である拡張カルマンフィルタアルゴリズムに境界要素解析を組み込んだ逆解析手法の二つについて説明した．逆問題において重要な適切化に関連して，本研究で採用した平滑化手法である未知パラメータの関数近似法について説明した．情報の取扱い方法について，複数実験により情報を補う手法や，感度を用いて有効な情報を選択する手法について述べた．さらに，モデルのパラメータすなわち初期仮定値を設定する手法として導入した，遺伝的アルゴリズムによる逆解析手法について述べた．そして，動弾性問題と非定常熱伝導問題の境界要素解析法について述べた．

第4章からは，逆解析手法を例題に適用した数値シミュレーション結果を示した．第4章では，欠陥同定逆問題の解析を行い，単一欠陥の同定結果やき裂の同定結果，遺伝的アルゴリズムを用いた逆解析による複数欠陥の同定結果を示した．また，情報を補う手法であるマルチ加振法の適用結果と有効性，および感度を用いた情報選択手法の有効性を示した．初期仮定値に関する検討や測定データ数による同定への影響，変位やひずみなどの情報の種類の違いによる同定への影響について検討し考察した．誤差による影響の検討結果も示し，同定精度の改善方法について考察した．

第5章では，境界値同定逆問題として，動弾性問題における未知変位分布や表面力分布の同定結果を示し，未知欠陥と変位分布の同時同定の結果も示した．非定常温度場において境界上の未知温度分布や熱伝達率分布の同定を行った結果を示した．対流境界値の推定において，測定位置や測定精度による不適切性に関して検討した結果を示した．さらに，最適設計問題への適用例として，非定常温度場における最適設計の例題を解析した結果について述べ，逆解析手法が最適設計問題の解析手法としても有効であることを示した．

第6章では，物性値同定逆問題の解析結果を示した．動弾性逆解析により弾性体の材料定数を同定した結果と，熱伝導逆解析により温度場の熱物性値を同定したシミュ

レーション結果を示した．

第7章では，逆問題解析上の諸問題と留意点について論じた．第4章から第6章に示した逆解析の数値シミュレーション結果について考察し，逆解析上の問題点を指摘し，有効な逆解析結果を得るうえでの留意事項を整理した．ここでは，本研究で提案した逆解析手法における適切化の解釈を与え，未知量に対する情報の感度と情報選択の有効性，情報量との関係について考察を加えた．さらに，測定誤差の影響に関して考察した．モデリングの問題を整理し遺伝的アルゴリズムを用いた逆解析手法の有効性と役割について述べた．それに関連して，初期仮定値の問題と収束判定について考察した．情報の質や量などの検討に関連して，最適化手法による逆解析手法とフィルタ理論による逆解析手法の二つを比較しそれらの特徴についてまとめた．

最後に本第8章において，研究の概要をまとめ結論を述べた．さらに，今後の展望について述べた．

8.2 結論

本研究によって得られた主な結論を以下にまとめる．

(1) 未知量を関数近似する手法は種々の逆解析手法に組み込むことが可能であり，汎用性が高く有効な適切化手法である．

(2) 未知量を関数近似することで未知パラメータ数を減少させることができ，解の存在範囲も拘束されることから，効率的に安定な結果が得られる．

(3) 逆解析で扱う情報の取扱い方法として，未知パラメータに対する感度が高い測定データを採用することは，問題の適切化に有効である．

(4) 採用した逆解析手法に適した有効な情報の取扱い方が存在する．共役勾配法による最適化手法を用いた逆解析手法では，未知パラメータに対する感度が高い情報を選択して与えることが，逆解析の精度と効率向上に対して有効である．一方，拡張カルマンフィルタを用いた逆解析手法では情報量は多いほど良く，感度の高い情報を与えることも有効である．

(5) 測定データに含まれる誤差の影響は逆解析結果に強く現われる．しかし，未知量の関数近似などにより解の存在範囲を拘束することで，ある程度の誤差の影響は避けることができる．

(6) 拡張カルマンフィルタを用いた逆解析では，誤差による測定データのばらつきを理論的に考慮して解が得られるため，同定結果への誤差の影響を軽減することが可能である．フィルタリングも有効な適切化法の一つである．

(7) 残差の無次元量の値は測定データの誤差によって下限値が規定される．測定データの精度を見積ることが可能なときは，残差の無次元量の下限値が得られ，

反復計算の収束時における解の有意性を判断する基準となる．

(8) 本研究で提案した遺伝的アルゴリズムを用いたモデルパラメータの設定手法は，数理モデルに基づく逆解析における初期仮定値を設定可能であり，逆解析手法の前処理として有効な手法である．

(9) 未知パラメータを求める逆解析手法は，最適設計問題の解析手法としても有効に利用できる．

(10) 境界要素法はその理論的特徴から高精度であり，離散化が境界上だけで済む利点を有しており，逆解析手法に組み込む数値解析手法として適した手法である．

(11) 提案した逆解析手法と適用上の工夫をインプリメントした一連の逆解析コンピュータプログラムを完成した．これらのプログラムを用いて，いくつかのタイプの逆問題解析を行ってその結果について考察した．

(12) これらの数値シミュレーション結果に対する考察から，逆問題解析上の諸問題と留意点について論じた．以上により，本研究の目的である逆問題解析手法の数値シミュレーション技術を確立することができたと考えられる．

8.3 今後の展望

数値解析手法を援用した逆解析手法では，現象の解析が高精度で効率的に行えることが前提となる．順解析ソフトウエアが整備されていれば本研究で示した逆解析手法の適用性は高い．複雑で実用的な逆問題解析を行うためには，対象の忠実な数理モデルを精度よく解析する工夫が必要となる．例えば，超音波を用いた非破壊検査法への適用に際しては，周波数の高い，すなわち波数の大きな領域での解析を行うことになり，現状の数値解析手法を改良するなどの工夫が必要である[(1)(2)]．

また，本研究で取り扱った定常振動における動弾性逆解析は，非定常動弾性応答を用いた逆解析へと拡張可能である．非定常応答は，計測の困難さから測定誤差による不適切性が強く現われる恐れがあるが，多くのデータを入手できることから有効な情報も抽出可能と考えられ期待される．この場合も非定常動弾性問題を精度よく解析する必要がある．本研究の過程においてすでに高精度な境界要素解析手法の開発[(3)]を済ませていることから，非定常応答の有効な利用法や逆解析の効率化，3次元問題への適用などの検討を進めることで，非定常動弾性逆問題の解析が可能となる．

本研究で導入した遺伝的アルゴリズムは，数理モデルに基づく逆解析手法をバックアップするうえで重要な位置を占めると考えられる．遺伝的アルゴリズムは工学分野への適用が精力的に進められており多くの報告がある[(4)-(12)]が，歴史が浅いことから，アルゴリズムに関するパラメータの影響など特性が十分検討されていない．特に，個体数や交叉点数，交叉方法，突然変異確率，増殖の割合といったアルゴリズムパラメ

ータに関する理論的検討[13)-15)]が必要と考えられ，逆解析における適応性をさらに深く検討する必要がある．遺伝的アルゴリズムの欠点の一つとして指摘されている，計算時間の増大に関しては並列計算のハードウエアが実用化されていることから，並列処理により実用規模の解析が可能であると考えられる．本研究で示したように遺伝的アルゴリズムにより未知パラメータを解の近傍に設定できれば，最適化手法を用いた逆解析手法などによるその後の詳細な同定は，収束性が良好であり計算負荷は軽い．

本論文では取り扱わなかったが，建築構造物や車輌における振動制御[16)-18)]や種々の空間におけるアクティブノイズコントロール[19)-26)]などの制御問題は，人間環境の一層の向上を目指すアメニティ志向が強まる傾向からますます重要となると考えられ，この分野における逆問題的アプローチが期待される．

また，本論文で触れたように逆解析手法は最適設計手法としても有効に利用できることから，これらの問題への適応性のより詳しい検討が必要である．特に，遺伝的アルゴリズムを用いた逆解析手法は，適応性や自立性を備えた機械システムの設計など，新しい概念に基づく設計問題[27)-30)]の解析手法として期待できる．

逆問題解析はその対象とする分野をますます広げており，取り扱われる問題が複雑になってきている．そのため，問題の適切化[31)-34)]などの本質的な課題への対策は一層実用的で高度なものが要求され，逆解析手法も知識工学的手法やAI技術[35)-38)]，数式処理[39)-41)]，ニューロ[42)-47)]，ファジィ[48)-50)]，ホモジニゼーション法(homogenization method)[51)-53)]などの周辺技術を導入したものへと移行している．一方，個々の逆問題に対する検討が成果を収めつつある現状から，それらを汎用化して逆解析のためのCAEシステムへと発展させていくことが，より実用的な技術の確立を目指すうえで，今後の重要な課題であると考えられる．

第8章の参考文献

(1) 中川克也, 北原道弘, 積分方程式の高周波近似, 境界要素法論文集, **8**, (1991), pp.57-62.

(2) 北原道弘, 中川克也, 弾性波動問題における光学定理とその応用, 境界要素法論文集, **9**, (1992), pp.25-30.

(3) 田中正隆, 中村正行, 青樹和彦, ラプラス変換境界要素法による非定常動弾性問題の解析精度に関する考察(二次元の場合), 日本機械学会論文集(C編), **57**-542, (1991), pp.3158-3163.

(4) 嘉数侑昇, 皆川雅章, GAの基礎と工学への応用, 機械の研究, **45**-5, (1993), pp.1-9.

(5) 渡部広一, 沖野教郎, 遺伝アルゴリズムによる進化的形状設計法, 精密工学会誌, **59**-9, (1993), pp.1471-1476.

(6) 尾田十八, 岡田裕康, GAを用いた構造解析と最適化手法, 日本機械学会第3回設計工学・システム部門講演会講演論文集, No.930-27, (1993), pp.85-88.

(7) 尾田十八, GAとその構造最適設計問題への応用, 日本機械学会第70期通常総会講演会講演論文集(IV), No.930-9, (1993), pp.99-102.

(8) 山川 宏, 遺伝的アルゴリズム(GA)による設計と最適化, 日本機械学会第70期通常総会講演会講演論文集(IV), No.930-9, (1993), pp.103-105.

(9) J.A. Scales, M.L. Smith and T.L. Fischer, Global Optimization Methods for Multimodal Inverse Problems, *J. Computational Physics*, **103**, (1992), pp.258-268.

(10) R.L. Riche and R.T. Haftka, Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm, *AIAA Journal*, **31**-5, (1993), pp.951-956.

(11) 武田信和, 上坂 充, 宮 健三, 遺伝的アルゴリズムを用いた超電導電流分布の逆問題解析, 日本AEM学会誌, **1**-1, (1993), pp.43-48.

(12) 藤田喜久雄, 赤木新介, 廣川敬康, 遺伝的アルゴリズムと極小値探索アルゴリズムとのハイブリッド化による板取り問題の一解法, 日本機械学会論文集(A編), **59**-564, (1993), pp.2576-2583.

(13) 高畑尚之, 集団遺伝学の系図過程と拡散過程, 数理科学, No.272, (1986), pp.34-39.

(14) 柳井 浩, 人口に与える生産性と生存率の影響, オペレーションズ・リサーチ,

No.6, (1993), pp.306-310.

(15) N.S. Goel and N. Richter-Dyn(著), 寺本 英, 新田克己, 芦田 廣(訳), 生物学における確率過程の理論, (1978), 産業図書.

(16) R.J. McKinnell, Active Vibration Isolation by Cancelling Bending Waves, *Proc. R. Soc. Lond., A*, **421**, (1989), pp.357-393.

(17) S. Wu and S. Cetinkunt, Model Reference Adaptive Inverse Control of a Single Link Flexible Robot, *Computers & Structures*, **47**-2, (1993), pp.213-223.

(18) 西村直志, 小林昭一, 積分方程式法による波動方程式の制御問題の解法, 境界要素法論文集, **9**, (1992), pp.41-46.

(19) S.D. Snyder and C.H. Hansen, Active Noise Control in Ducts : Some Physical Insights, *J. Acoust. Soc. Am.*, **86**-1, (1989), pp.184-194.

(20) K.A. Cunefare and G.H. Koopmann, A Boundary Element Approach to Optimization of Active Noise Control Sources on Three-Dimensional Structures, *Trns. ASME J. Vibration and Acoustics*, **113**, (1991), pp.387-394.

(21) E.K. Dimitriadis and C.R. Fuller, Active Control of Sound Transmission Through Elastic Plates Using Piezoelectric Actuators, *AIAA Journal*, **29**-11, (1991), pp.1771-1777.

(22) S.J. Kim and J.D. Jones, Optimal Design of Piezoactuators for Active Noise and Vibration Control, *AIAA Journal*, **29**-12, (1991), pp.2047-2053.

(23) 田中正隆, 松本敏郎, 白鳥正利, 防音壁の最適設計に関する境界要素法シミュレーション, 日本機械学会論文集(C編), **58**-553, (1992), pp.2736-2741.

(24) J.-G. Ih, O.-S. Kwon and B.-K. Kim, Boundary Element Simulation for Efficient Active Noise Control of Three-Dimensional Interior Space, *Computational Engineering*, (Eds.), B.M. Kwak and M. Tanaka, (1993), pp.415-420, Elsevier Science Publishers B.V.

(25) H.-S. Kim, K.-S. Park, J. Kim and Y. Park, Adaptive Local Control of Pure Tone Noise in 3-D Space, *Computational Engineering*, (Eds.), B.M. Kwak and M. Tanaka, (1993), pp.421-426, Elsevier Science Publishers B.V.

(26) 田中正隆, 松本敏郎, 山田泰永, 排気音の能動制御に関する境界要素法シミュレーション(2次元モデルの考察), 日本機械学会論文集(C編), **59**-560, (1993), pp.1097-1102.

(27) 上田完次, 人工物生産システムの生物指向パラダイム, 機械の研究, **45**-2, (1993), pp.234-240.

(28) 尾田十八, バイオニック・デザインの現状と将来, 機械の研究, **45**-7, (1993), pp.717-726.

(29) J.Z. Cha, J.M. Pitarresi and T.T. Soong, Optimal Design Procedures for Active Structures, *ASCE J. Structural Engineering*, **114**-12, (1988), pp.2710-2723.

(30) Y. Tada and Y. Seguchi, Structural Shape Determination Under Uncertain Loading

Conditions, *Computational Mechanics*, **4**, (1989), pp.219-228, Springer-Verlag.

31) 久保司郎, 逆問題の新しい展開と適切化手法, 日本機械学会第6回計算力学講演会講演論文集, No.930-71, (1993), pp.149-150.

32) 井上裕嗣, 原田謙次郎, 岸本喜久雄, 渋谷寿一, 衝撃力の逆問題解析における適切化処理について(FFTを利用した数値ラプラス逆変換の適切化), 日本機械学会第6回計算力学講演会講演論文集, No.930-71, (1993), pp.153-154.

33) 桑山真二郎, 久保司郎, 大路清嗣, 最適条件数の推定とこれを用いた特異値分解による境界値逆問題の適切化解法, 日本機械学会材料力学部門講演会講演論文集, No.930-73, (1993), pp.745-746.

34) 久保司郎, 原 一敬, 大路清嗣, 接触面圧の逆解析における適切化と適切化パラメータの選定, 日本機械学会材料力学部門講演会講演論文集, No.930-73, (1993), pp.749-750.

35) 平野 徹, 山田智彦, 寺木潤一, 知識工学的手法と数理計画法を組み合せた逆問題解析手法について, 日本機械学会論文集(A編), **57**-533, (1991), pp.209-214.

36) 福田敏男, 柴田崇徳, インテリジェントシステムのためのニューロ・ファジィ・GAの統合・融合化技術の展望, 日本機械学会論文集(C編), **59**-564, (1993), pp.2282-2289.

37) J.L. Chen and P. Hajela, A Rule Based Approach to Optimum Design Modeling, *Computers & Structures*, **33**-1, (1989), pp.117-128.

38) 福田収一, エキスパートシステムの構造最適化問題への応用, 機械の研究, **41**-1, (1989), pp.217-223.

39) 依田 潔, 記号演算による逆問題解法, 日本機械学会第70期全国大会講演論文集(Vol.A), No.920-78, (1992), pp.4-6.

40) 依田 潔, 数式処理を用いた逆問題解法, 日本機械学会材料力学部門講演会講演論文集, No.930-73, (1993), pp.735-736.

41) 安武健司, 加川幸雄, 数式処理によるポテンシャル問題の逆解析, 日本機械学会材料力学部門講演会講演論文集, No.930-73, (1993), pp.721-722.

42) 矢川元基, 望月義彦, 吉村 忍, 渋谷 知巳, ニューラルネットワークの逆問題への適用, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, **14**, (1990), pp.609-614.

43) J. Ghaboussi, J.H. Garrett Jr. and X. Wu, Knowledge-Based Modeling of Material Behavior with Neural Networks, *ASCE J. Engineering Mechanics*, **117**-1, (1991), pp.132-153.

44) 吉村 忍, 矢川元基, 豊永 健, 大石隆寛, 望月義彦, ニューラルネットワークと計算力学に基づく構造同定(一次元はり問題への適用), 日本機械学会論文集(C編), **58**-550, (1992), pp.1689-1695.

45) 小島史男, ニューラルネットの非破壊検査への応用, 機械の研究, **45**-2, (1993), pp.32-38.

(46) S.A. Billings, H.B. Jamaluddin and S. Chen, Properties of Neural Networks with Applications to Modelling Non-Linear Dynamical Systems, *Int. J. Control*, **55**-1, (1992), pp.193-224.

(47) 吉村 忍, 菱田博俊, 矢川元基, ニューラルネットワークによる非弾性構成方程式のパラメータ決定法, 日本機械学会論文集(A編), **59**-559, (1993), pp.518-525.

(48) S.S. Rao, K. Sundararaju, B.G. Prakash and C. Balakrishna, Multiobjective Fuzzy Optimization Techniques for Engineering Design, *Computers & Structures*, **42**-1, (1992), pp.37-44.

(49) H. Imai, A. Sasamoto, H. Kawarada and M. Natori, An Application of the Fuzzy Theory for an Ill-Posed Problem, *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, (Eds.), M. Tanaka and H.D. Bui, (1993), pp.31-38, Springer-Verlag.

(50) W. Kozukue and I. Hagiwara, Structural Defect Synthesis Using Noise-Frequency Response Characteristics for Coupled Acoustic-Structural System by Fuzzy Inference Method, *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, (Eds.), M. Tanaka and H.D. Bui, (1993), pp.101-109, Springer-Verlag.

(51) L.T. Watson and R.T. Haftka, Modern Homotopy Methods in Optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **74**, (1989), pp.289-305, Elsevier Science Publishers B.V.

(52) A.R. Diaz and N. Kikuchi, Solutions to Shape and Topology Eigenvalue Optimization Problems Using a Homogenization Method, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **35**, (1992), pp.1487-1502.

(53) N. Kikuchi, A Shape and Topology Design Optimization Method Using the Homogenization Method, *Computational Engineering*, (Eds.), B.M. Kwak and M. Tanaka, (1993), pp.231-236, Elsevier Science Publishers B.V.

付　録

付録A. 境界要素による離散化

A.1 2次アイソパラメトリック境界要素による離散化[1]

図A.1に示す2次アイソパラメトリック境界要素を用いて，3.6節に示した境界積分方程式(3.160)を離散化する．要素内の任意の点$\boldsymbol{x}$における座標x_iは，要素の節点座標を用いて次式のように表せる．

$$x_i = \sum_{n=1}^{3} \phi^n(\xi) x_i^n \tag{A.1}$$

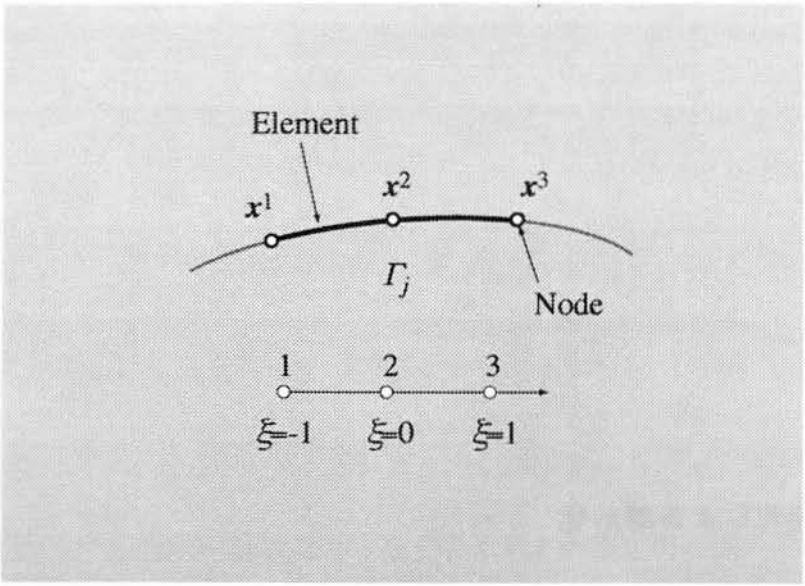
ただし，x_i^nは要素を構成する節点座標であり，ξは要素に沿った無次元座標である．また，$\phi^n(\xi)$は内挿関数であり，次式で表される．

$$\left.\begin{aligned} \phi^1(\xi) &= \frac{\xi(\xi-1)}{2} \\ \phi^2(\xi) &= 1-\xi^2 \\ \phi^3(\xi) &= \frac{\xi(\xi+1)}{2} \end{aligned}\right\} \tag{A.2}$$

ソース点$\boldsymbol{y}$の座標は式(A.1)と同様に次式で表される．

$$y_i = \sum_{n=1}^{3} \phi^n(\zeta) x_i^n \tag{A.3}$$

ただし，ζはソース点に対応する局所座標値である．ここでソース点を含む要素Γ_S内の任意の点$\boldsymbol{x}$のソース点$\boldsymbol{y}$に対する位置ベクトルは次式で表される．



図A.1 2次アイソパラメトリック境界要素

$$r_i = x_i - y_i = (\xi - \zeta)\sum_{n=1}^{3} \Phi^n(\xi,\zeta)x_i^n \tag{A.4}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} \Phi^1(\xi,\zeta) &= \frac{\xi(\xi+\zeta-1)}{2} \\ \Phi^2(\xi,\zeta) &= -\xi-\zeta \\ \Phi^3(\xi,\zeta) &= \frac{\xi(\xi+\zeta+1)}{2} \end{aligned}\right\} \tag{A.5}$$

ここで，簡単のために次のように置く．

$$\rho = (\xi - \zeta) \tag{A.6}$$

$$R_i = \sum_{n=1}^{3} \Phi^n(\xi,\zeta)x_i^n \tag{A.7}$$

$$R=\left(R_1^2+R_2^2\right)^{1/2} \tag{A.8}$$

このとき，要素内の任意の点$\boldsymbol{x}$とソース点$\boldsymbol{y}$との距離rは次式のように示すことができる．

$$r=|\rho|\left(R_1^2+R_2^2\right)^{1/2}=|\rho|R \tag{A.9}$$

式(3.160)において，$\boldsymbol{x}\to\boldsymbol{y}$のとき$r\to 0$であり，$R\neq 0$である．

同様に$\hat{u}_j(\boldsymbol{x},s)-\hat{u}_j(\boldsymbol{y},s)$も次式に帰着される．

$$\hat{u}_j(\boldsymbol{x},s)-\hat{u}_j(\boldsymbol{y},s)=\rho\sum_{n=1}^{3}\Phi^n(\xi,\zeta)\hat{u}_j^n \tag{A.10}$$

ただし，$\hat{u}_j^n$は変位の節点値である．また，n_jは次式のように表される．

$$n_j=\frac{1}{J(\xi)}\varepsilon_{jl}\frac{dx_l}{d\xi}=\frac{1}{J(\xi)}\varepsilon_{jl}\sum_{n=1}^{3}\frac{d\Phi^n(\xi,\zeta)}{d\xi}x_l^p=\frac{1}{J(\xi)}N_j \tag{A.11}$$

ただし，ε_{jl}は交代記号であり，また$J(\xi)$とN_jは次式のように置く．

$$J(\xi)=\left(\frac{dx_1}{d\xi}\frac{dx_1}{d\xi}+\frac{dx_2}{d\xi}\frac{dx_2}{d\xi}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A.12}$$

$$N_j=\varepsilon_{jl}\sum_{n=1}^{3}\frac{d\Phi^n(\xi,\zeta)}{d\xi}x_l^p \tag{A.13}$$

$J(\xi)$は直角座標x_jと無次元座標ξとの座標変換に伴うjacobianである．以上の関係から次式が得られる．

$$r_{,j}=\frac{r_j}{r}=\frac{\rho R_j}{|\rho|R}=\frac{\rho}{|\rho|}R_{,j} \tag{A.14}$$

$$\frac{\partial r}{\partial n}=r_{,j}n_j=\frac{\rho R_j}{|\rho|R}\frac{N_j}{J(\xi)}=\frac{\rho}{J(\xi)|\rho|}\frac{\partial R}{\partial N} \tag{A.15}$$

$$r_{,j}N_l - r_{,l}N_j = \frac{\rho}{J(\xi)|\rho|}\left(R_{,j}N_l - R_{,l}N_j\right) \tag{A.16}$$

ただし，$R_{,j} = R_j/R \quad \partial R/\partial N = R_{,j}N_j$ と置いた．

境界積分方程式(3.160)は左辺第2項に式(A.10), 式(A.11), 式(A.14)～式(A.16)の関係を用いることにより，特異性がキャンセルされ通常のGaussの積分公式で精度よく評価することができることになる．なお，3.7節に示した熱伝導問題に対するラプラス変換空間における境界積分方程式も同様に取り扱うことができ，通常の数値積分により精度良く評価することが可能である．

A.2 3次元定常動弾性問題解析プログラムにおける離散化

3次元定常動弾性問題解析用境界要素法プログラムでは，9節点Lagrange 4辺形境界要素を用いて離散化を行っている．プログラムの概要については文献(2)(3)に記述されており，ここでは離散化手法について説明する．

表記を簡単にするために，自由項の係数$\boldsymbol{c}$，変位および表面力成分ベクトル$\boldsymbol{u}_i$, p_i，変位および表面力の基本解$\boldsymbol{u}^*$, $\boldsymbol{p}^*$に対して，次のような記号を用いる．

$$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix},$$

$$\boldsymbol{u}^* = \begin{bmatrix} u^*_{11} & u^*_{12} & u^*_{13} \\ u^*_{21} & u^*_{22} & u^*_{23} \\ u^*_{31} & u^*_{32} & u^*_{33} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{p}^* = \begin{bmatrix} p^*_{11} & p^*_{12} & p^*_{13} \\ p^*_{21} & p^*_{22} & p^*_{23} \\ p^*_{31} & p^*_{32} & p^*_{33} \end{bmatrix} \tag{A.17}$$

このとき，境界積分方程式は次のように表せる．

$$\boldsymbol{c}\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y},\omega) + \int_\Gamma \boldsymbol{p}^*(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},\omega)\,d\Gamma(\boldsymbol{x}) = \int_\Gamma \boldsymbol{u}^*(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\,\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x},\omega)\,d\Gamma(\boldsymbol{x}) \tag{A.18}$$

いま境界をN個の要素に離散化すると，式(A.18)は次のように表される．

$$c\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y},\omega)+\sum_{j=1}^{N}\int_{\Gamma_j}\boldsymbol{p}^{*}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},\omega)\,d\Gamma(\boldsymbol{x})$$

$$=\sum_{j=1}^{N}\int_{\Gamma_j}\boldsymbol{u}^{*}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\,\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x},\omega)\,d\Gamma(\boldsymbol{x}) \tag{A.19}$$

離散化には図A.2に示す9節点Lagrange 4辺形要素を用いる．この要素の内挿関数は，次のように定義される．

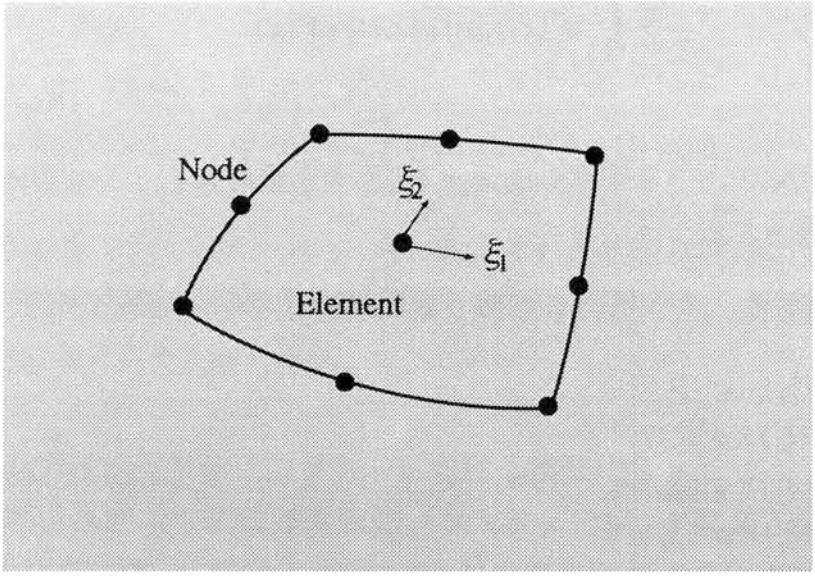
$$\left.\begin{aligned}
\phi^1&=\varphi^1(\xi_1)\times\varphi^1(\xi_2)\\
\phi^2&=\varphi^2(\xi_1)\times\varphi^1(\xi_2)\\
\phi^3&=\varphi^3(\xi_1)\times\varphi^1(\xi_2)\\
\phi^4&=\varphi^1(\xi_1)\times\varphi^2(\xi_2)\\
\phi^5&=\varphi^2(\xi_1)\times\varphi^2(\xi_2)\\
\phi^6&=\varphi^3(\xi_1)\times\varphi^2(\xi_2)\\
\phi^7&=\varphi^1(\xi_1)\times\varphi^3(\xi_2)\\
\phi^8&=\varphi^2(\xi_1)\times\varphi^3(\xi_2)\\
\phi^9&=\varphi^3(\xi_1)\times\varphi^3(\xi_2)
\end{aligned}\right\} \tag{A.20}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned}
\varphi^1(\xi)&=\frac{\xi(\xi-1)}{2}\\
\varphi^2(\xi)&=1-\xi^2\\
\varphi^3(\xi)&=\frac{\xi(\xi+1)}{2}
\end{aligned}\right\} \tag{A.21}$$

積分区間は$\xi_1, \xi_2 \in [-1,1]$である．この内挿関数と要素内に設けたK個の節点の座標$x^k(k=1, 2, \ldots, K)$を用いて要素内の任意の点$\boldsymbol{x}$は次のように表される．

$$\boldsymbol{x}(\xi_1, \xi_2)=\sum_{k=1}^{K}\phi^k(\xi_1, \xi_2)x^k \tag{A.22}$$



図A.2 9節点Lagrange4辺形境界要素

また要素内の$\boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}$も同様に節点値を用いて次式のように表されるものとする．

$$\boldsymbol{u} = \sum_{k=1}^{K} \phi^k \boldsymbol{u}^k \tag{A.23}$$

$$\boldsymbol{p} = \sum_{k=1}^{K} \phi^k \boldsymbol{p}^k \tag{A.24}$$

上式の$\boldsymbol{u}^k, \boldsymbol{p}^k$はそれぞれ$\boldsymbol{u}$と$\boldsymbol{p}$の節点$k$における値である．このとき積分方程式(A.18)の右辺の積分は，要素Γ_j上で次式のように表される．

$$\int_{\Gamma_j} \boldsymbol{u}^*(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \omega)\, \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}, \omega)\, d\Gamma(\boldsymbol{x}) = \int_{\Gamma_j} \boldsymbol{u}^* \sum_{k=1}^{K} \phi^k \boldsymbol{p}^k\, d\Gamma(\boldsymbol{x}) \tag{A.25}$$

ここでΓ_j上の積分をξ_1, ξ_2で表現すれば，

$$\int_{\Gamma_j} \boldsymbol{u}^* \sum_{k=1}^{K} \phi^k \boldsymbol{p}^k d\Gamma(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K} \left(\int_{\xi_1} \int_{\xi_2} \boldsymbol{u}^* \phi^k J d\xi_1 d\xi_2 \right) \boldsymbol{p}^k = \sum_{k=1}^{K} g_{ij}^k \boldsymbol{p}_j^k \tag{A.26}$$

ここで，

$$g_{ij}^k = \int_{\xi_1} \int_{\xi_2} \boldsymbol{u}^* \phi^k J d\xi_1 d\xi_2 \tag{A.27}$$

となる．ここでjacobian $\boldsymbol{J}$ は式(A.22)の節点座標$\boldsymbol{x}$に対して，次式により計算される．

$$\boldsymbol{J} = \left| \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \xi_1} \times \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \xi_2} \right| \tag{A.28}$$

また，要素上の任意点$\boldsymbol{x}$における単位法線ベクトル$\boldsymbol{n}$は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{n} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \xi_1} \times \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \xi_2} \right) \Big/ \boldsymbol{J} \tag{A.29}$$

同様にして，式(A.18)の左辺第2項の積分は次の様になる．

$$\int_{\Gamma_j} \boldsymbol{p}^* \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, \omega) d\Gamma(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K} \left(\int_{\xi_1} \int_{\xi_2} \boldsymbol{p}^* \phi^k J d\xi_1 d\xi_2 \right) \boldsymbol{u}^k = \sum_{k=1}^{K} h_{ij}^k \boldsymbol{u}_j^k \tag{A.30}$$

ただし，

$$h_{ij}^k = \int_{\xi_1} \int_{\xi_2} \boldsymbol{p}^* \phi^k J d\xi_1 d\xi_2 \tag{A.31}$$

ソース点をi番目の節点においたとき離散化された境界積分方程式は次のようになる．

$$\boldsymbol{c}_i \boldsymbol{u}_i + \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} h_{ij}^k \boldsymbol{u}_j^k = \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} g_{ij}^k \boldsymbol{p}_j^k \tag{A.32}$$

各節点値ごとの係数をまとめ，ソース点をすべての節点にとると最終的に次に示す連立1次方程式になる．

$$[H(\omega)]\{u(\omega)\} = [G(\omega)]\{p(\omega)\} \tag{A.33}$$

ただし，$[H(\omega)]$と$[G(\omega)]$は角振動数を与えることにより，基本解から計算されるマトリックスであり，$\{u(\omega)\}$と$\{p(\omega)\}$は境界上の変位と表面力に対する列ベクトルである．ここで$[H(\omega)]$の対角部分マトリックスは特異積分となるので注意が必要である．式(3.153)に示すように，$\hat{p}^*_{jl}$の動的部分p^{*R}_{jl}は正則であるのでそのまま数値積分できる．注意すべきは静的部分p^*_{jl}であるが，この部分の特異要素上の積分は，剛体変位条件を用いて対角部分マトリックスを間接的に評価する，静弾性問題でよく知られる方法を用いることにより回避できる．

式(A.33)に境界条件を考慮して変形し，未知量を左辺に既知量を右辺に移項して，それぞれ，$\{X(\omega)\}$と$\{V(\omega)\}$とすれば次式が導かれる．

$$[M(\omega)]\{X(\omega)\} = \{V(\omega)\} \tag{A.34}$$

上式を$\{X(\omega)\}$について解くことにより，境界上のすべての未知節点量が角振動数ωを持つ強制力関数の調和成分に対する応答として求められる．

付録B. 数値ラプラス逆変換

B.1 数値ラプラス逆変換法

時間依存の節点量を得るためには，ラプラス変換空間で境界要素解析により得られた節点量をラプラス逆変換する必要がある．ラプラス逆変換はラプラス変換空間における関数$f(s)$を時間空間における関数$f(t)$に変換するものであり，その公式は次式で表わされる[4][5]．

$$f(t)=\frac{1}{2\pi \mathrm{i}}\int_{r-\mathrm{i}\infty}^{r+\mathrm{i}\infty}\hat{f}(s)\exp(st)ds \tag{B.1}$$

ここでiは虚数単位であり，式(B.1)はBromwich積分と呼ばれる．この公式により時間空間での解を求めるが，通常，ラプラス変換空間で得られた関数形は非常に複雑であり，式(B.1)により時間面での解を求めることは困難である．そのため，この逆変換を数値的に行なう数値ラプラス逆変換の手法が数多く提案されている．それらにはDubner and Abate[6]，Papoulis[7]，Durbin[8]およびKrings and Waller[9]らの方法，Vlach[10]や細野[11]らの方法がある．ここでは，Durbinの方法と細野の方法の二つの数値ラプラス逆変換手法を説明する．

B.2 Durbinの方法[8]

Durbinの方法では，いくつかのラプラス変換パラメータs_nについてラプラス変換空間での解$\hat{f}(s_n)$を求めて，次式により時刻t_nに置ける解$f(t_n)$を計算する．

$$f(t_n)=2\frac{\exp(6n\Delta t)}{T}\left[-\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\hat{f}\left(\frac{6}{T}\right)\right\}+\mathrm{Re}\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\left(A(k)+\mathrm{i}\,B(k)\right)W^{nk}\right\}\right] \tag{B.2}$$

ここで，

$$W=\exp\left(\mathrm{i}\frac{2\pi}{N}\right) \tag{B.3}$$

$$s_n=\frac{6}{T}+\mathrm{i}\frac{2n\pi}{T} \tag{B.4}$$

$$A(k)=\sum_{m=0}^{M}\mathrm{Re}\left\{\hat{f}\left(\frac{6}{T}+\mathrm{i}(k+mN)\frac{2\pi}{N}\right)\right\} \tag{B.5}$$

$$B(k)=\sum_{m=0}^{M}\mathrm{Im}\left\{\hat{f}\left(\frac{6}{T}+\mathrm{i}(k+mN)\frac{2\pi}{N}\right)\right\} \tag{B.6}$$

"は解析対象時間，Nはラプラス変換パラメータsのサンプリング数，Mは級数の打ち切り項数である．また，Δtは次式で表わされる．

$$\Delta t=T/N \tag{B.7}$$

式(B.2)の計算には，高速フーリエ変換(FFT)を適用し，高速に計算が行えるよう工夫されている．

3.3 細野の方法[11][12]

αを任意の正数として次のような関数を定義する．

$$\mathrm{Eec}(s,\alpha)=\exp(\alpha)/\{2\cosh(\alpha-s)\} \tag{B.8}$$

この関数は，

$$\mathrm{Eec}(s,\alpha)=\exp(s)/\left[1+\exp\{-2(\alpha-s)\}\right] \tag{B.9}$$

と書くことができるので，

$$\lim_{\alpha\to\infty}\mathrm{Eec}(s,\alpha)=\exp(s) \tag{B.10}$$

となることがわかる．したがって，αを適切に選ぶことによりEec(s, α)によって指数関数exp(s)の良い近似が得られる．そこで，ラプラス逆変換式(B.1)のexp(st)をEec(st, α)で置き換えて，Bromwich積分を極のまわりの積分に変換し，これを解析的に計算すれば逆変換を精度良く行えることになる．細野の方法による時間依存の解$f(t_n)$は，変換空間での解$\hat{f}(s_m)$をもとに次式で与えられる．

$$f(t_n)=\frac{\exp(\alpha)}{t_n}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^n\,\mathrm{Im}\left\{\hat{f}\left(\frac{\alpha+\mathrm{i}(m-0.5)\pi}{t_n}\right)\right\} \tag{B.11}$$

B.4　Durbinの方法と細野の方法を組合せた逆変換手法[13]

二種類の数値逆変換の特徴を挙げると，Durbinの方法ではサンプリング点を決めておき，それぞれのサンプリング点について境界要素解析を一回行うだけでよく，計算時間が短くて済む．しかし，計算精度が要素分割数やサンプリング数に影響され，複雑な問題に対しては，得られた解の精度を保証することは困難である．細野の方法では，数値逆変換の誤差の制御が可能であるが，解を求めたい時刻ごとに境界要素解析を必要回数だけ行わなければならないので，Durbinの方法に比較してはるかに計算時間がかかることになる．

そこで，いくつかの時刻において細野の方法により参照値を計算し，それらの評価時刻においてDurbinの方法によって得られる計算値との差が最小となるように最適なDurbinの方法の計算条件を決定する．これをもとにDurbinの方法により必要な解析時間にわたって計算をやり直せば効率的に精度良い解を得ることができる．この手法によれば，細野の方法だけを用いるよりも計算時間が大幅に短縮される．

Durbinの方法と細野の方法を組合せた数値逆変換の手順を以下にまとめる．

Step 1　数値逆変換手法に細野の方法を用いたラプラス変換境界要素法により，いくつかの時刻（評価時刻）における境界値を計算する．

Step 2　Durbinの方法を用いて，サンプリング数をいくつか変えて解析を行い，評価時刻における境界値を計算する．

Step 3　評価時刻において，細野の方法を用いた時の値との差が最小となるサンプリング数を決定する．

Step 4　求めた最適なサンプリング数を用いてDurbinの方法により計算を行う．

付録の参考文献

(1) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行, 境界要素法, (1991), pp.49-78.

(2) 中村正行, 田中正隆, 嘉数年倫, 境界要素法による3次元定常動弾性問題解析プログラム(BEMED3)の開発, BEM･テクノロジー･コンファレンス論文集, **1**, (1991), pp.63-66.

(3) 中村正行, 田中正隆, 嘉数年倫, 3次元定常動弾性問題に対する汎用境界要素法解析プログラムの開発とその応用, 日本機械学会ダイナミクスとデザインにおけるコンピュータと計算力学シンポジウム講演論文集, No.910-39(II), (1991), pp.90-93.

(4) 杉山昌平, ラプラス変換入門, (1978), 実教出版.

(5) 近藤次郎, ラプラス変換とその応用, (1977), 培風館.

(6) H. Dubner and J. Abate, Numerical Inversion of Laplace Transforms by Relating Them to the Finite Fourier Cosine Transform, *J. Asso. Comp. Machin.*, **15**-1, (1968), pp.115-123.

(7) A. Papoulis, A New Method of Inversion of the Laplace Transform, *Quart. Appl. Math.*, **14**, (1957), pp.405-414.

(8) F. Durbin, Numerical Inversion of Laplace Transforms : An Efficient Improvement to Dubner and Abate's Method, *Comput. J.*, **17**-4, (1974), pp.371-377.

(9) W. Krigs, and H. Waller, Contribution to the Numerical Treatment of Partial Differential Equations with the Laplace Transformation － An Application of the Algorithm of the Fast Fourier Transformation, *Int. J. Num. Math. Eng.*, **14**, (1979), pp.1183-1196.

(10) V. Vlach, *Computerized Approximation and Synthesis of Linear Networks*, (1969), John Wiley and Sons.

(11) 細野敏夫, 数値ラプラス逆変換, 電気学会論文誌, **99-A**, (1974), pp.494-500.

(12) 細野敏夫, BASICによる高速ラプラス変換, (1984), 共立出版.

(13) 田中正隆, 中村正行, 青樹和彦, ラプラス変換境界要素法による非定常動弾性問

題の解析精度に関する考察(二次元の場合), 日本機械学会論文集(C編), **57**-542, (1991), pp.3158-3163.

発表論文

(1) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Kouji YAMAGIWA
A Boundary Element Approach to Some Inverse Problems in Elastodynamics
Boundary Element Methods in Applied Mechanics, (Eds.), M. Tanaka and T.A. Cruse, Pergamon Press, pp.435-444
1988.10

(2) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志
動弾性境界要素法を用いた最適化手法による構造物の欠陥形状同定の試み
境界要素法論文集, 第5巻, pp.119-124
1988.12

(3) 田中正隆, 中村正行, 山際孝次, 中山千裕
境界要素法による動弾性逆問題の解析
日本機械学会論文集(A編), 第55巻514号, pp.1445-1452
1989. 6

(4) Masataka TANAKA and Masayuki NAKAMURA
Elastodynamic Boundary Element Method Applied to Defect Shape Identification
ASME PVP, Vol.177, Quality Use of the Computer: Computational Mechanics, Artificial Intelligence, Robotics, and Acoustic Sensing, pp.187-194
1989. 7

(5) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Takashi NAKANO
Defect Shape Identification by Means of Elastodynamic Boundary Element Analysis and Optimization Technique
Advances in Boundary Elements, Vol.3, Stress Analysis, (Eds.), C.A. Brebbia and J.J.

Connor, Computational Mechanics Publications and Springer-Verlag, pp.183-194
1989. 8

(6) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志
境界要素法による構造要素の欠陥同定(動的ひずみ応答を補助情報とする場合)
境界要素法論文集, 第6巻, pp.287-292
1989.12

(7) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Takashi NAKANO
Defect Shape Identification by Boundary Element Method Combined with Method of Multiple Force Applications (In Case of Plural Defects)
Boundary Element Methods－Principles and Applications, (Eds.), M. Tanaka and Q. Du, Pergamon Press, pp.319-328
1990. 4

(8) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Takashi NAKANO
Defect Shape Identification by the Elastodynamic Boundary Element Method Using Strain Responses
Advances in Boundary Element Methods in Japan and USA, (Eds.), M. Tanaka, C.A. Brebbia and R.P. Shaw, Computational Mechanics Publications, pp.137-151
1990. 6

(9) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志
マルチ加振法による構造要素の欠陥同定(欠陥が複数個ある場合)
日本機械学会論文集(A編), 第56巻528号, pp.1900-1905
1990. 8

10) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Takashi NAKANO
Detection of Cracks in Structural Components by the Elastodynamic Boundary Element Method
Boundary Elements XII, Vol.2, Applications in Fluid Mechanics and Field Problems, (Eds.), M. Tanaka, C.A. Brebbia and T. Honma, Computational Mechanics Publications and Springer-Verlag, pp.413-424
1990. 9

1) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志
動弾性逆問題への境界要素法の応用(動的ひずみ応答を補助情報とする場合)
日本機械学会論文集(C編), 第56巻530号, pp.2583-2588

1990.10

(12) 田中正隆, 中村正行, 青樹和彦
非定常動弾性問題のラプラス変換境界要素法の計算精度についての一考察
境界要素法論文集, 第7巻, pp.99-104
1990.12

(13) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志
動弾性境界要素法のき裂同定への応用
境界要素法論文集, 第7巻, pp.219-224
1990.12

(14) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志, 石川尚男
動弾性境界要素法による構造要素の欠陥同定(誤差を含む補助情報の場合)
境界要素法論文集, 第7巻, pp.225-230
1990.12

(15) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Kouji YAMAGIWA
Application of Boundary Element Method for Elastodynamics to Defect Shape Identification
Mathematical and Computer Modeling, Vol.15, No.3-5, (Eds.), G.S. Gipson and G.T. Symm, Pergamon Press, pp.295-302
1991. 3

(16) 田中正隆, 中村正行, 峯嶌光年
境界要素法を用いた逆解析による非定常熱伝導場における未知境界値の推定
BEM･テクノロジー･コンファレンス論文集, 第1巻, pp.33-38
1991. 6

(17) 中村正行, 田中正隆, 嘉数年倫
境界要素法による3次元定常動弾性問題解析プログラム(BEMED3)の開発
BEM･テクノロジー･コンファレンス論文集, 第1巻, pp.63-66
1991. 6

(18) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA, Takashi NAKANO and Hisao ISHIKAWA
Identification of Defects by the Elastodynamic Boundary Element Method Using Noisy Additional Information
Boundary Elements XIII, (Eds.), C.A. Brebbia and G.S. Gipson, Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science, pp.799-810

1991. 8

9) 田中正隆, 中村正行, 中野隆志, 石川尚男
動弾性逆問題への境界要素法の応用(補助情報が誤差を含む場合の考察)
日本機械学会論文集(A編), 第57巻541号, pp.2179-2185
1991. 9

0) 田中正隆, 中村正行, 青樹和彦
ラプラス変換境界要素法による非定常動弾性問題の解析精度に関する考察(二次元の場合)
日本機械学会論文集(C編), 第57巻542号, pp.3158-3163
1991.10

1) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Kazuhiko AOKI
A Study on Computational Accuracy of the Laplace Transform BEM for Transient Elastodynamic Problems
Theory and Applications of Boundary Element Methods, (Eds.), Q. Du and M. Tanaka, International Academic Publishers, pp.37-44
1991.10

2) 田中正隆, 中村正行, 石川尚男
境界要素法を用いた非定常熱伝導場における未知境界値の推定
境界要素法論文集, 第8巻, pp.29-34
1991.12

3) 田中正隆, 中村正行, 青樹和彦, 松本敏郎
ラプラス変換境界要素法による２次元非定常動弾性解析に関する考察
境界要素法論文集, 第8巻, pp.69-74
1991.12

4) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Takashi NAKANO
Identification of Cracks or Defects by Means of the Elastodynamic BEM
Boundary Integral Methods－Theory and Applications, (Eds.), L. Morino and R. Piva, Springer-Verlag, pp.470-479
1991.12

5) 中村正行, 田中正隆, 石川尚男
非定常熱伝導問題における未知境界値同定への境界要素法の応用

BEM･テクノロジー･コンファレンス論文集, 第2巻, pp.33-38
1992. 6

(26) 中村正行, 田中正隆, 石川尚男
非定常熱伝導問題における未知境界値推定のための境界要素法逆解析
日本機械学会論文集(A編), 第58巻555号, pp.2206-2211
1992.11

(27) 田中正隆, 中村正行, 石川尚男
拡張カルマンフィルタと境界要素法を用いた逆解析による非定常温度場の未知量同定
境界要素法論文集, 第9巻, pp.47-52
1992.12

(28) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Hisao ISHIKAWA
Analysis of Certain Inverse Problems in Transient Heat Conduction by the Boundary Element Method
Boundary Element Methods, Fundamentals and Applications, (Eds.), S. Kobayashi and N. Nishimura, Springer-Verlag, pp.343-352
1992.12

(29) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Ryo OCHIAI
Estimation of Unknown Boundary Values by Inverse Analysis with Elastodynamic Boundary Element Method
Inverse Problems in Engineering Mechanics, (Eds.), M. Tanaka and H.D. Bui, Springer-Verlag, pp.383-392
1993. 4

(30) 田中正隆, 中村正行, 塩崎 明
非定常熱伝導における熱特性値推定のための境界要素逆解析手法
材料, Vol.42, No.477, pp.708-713
1993. 6

(31) 中村正行, 田中正隆, 落合 良
フィルタ理論を適用した動弾性逆解析による未知量同定
BEM･テクノロジー･コンファレンス論文集, 第3巻, pp.13-18
1993. 6

2) 田中正隆, 中村正行, 落合 良
拡張カルマンフィルタと境界要素法を用いた動弾性逆問題の解析手法
日本機械学会論文集(A編), 第59巻564号, pp.1868-1873
1993. 8

3) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Hisao ISHIKAWA
An Inverse Analysis Method Applied to Estimating Unknowns in Transient Heat Conduction Fields
Inverse Problems, (Ed.), S. Kubo, Atlanta Technology Publications, pp.228-237
1993. 9

4) Masataka TANAKA, Masayuki NAKAMURA and Ryo OCHIAI
A Filtering Approach for Identification of Unknowns in Elastodynamic Problems Using Boundary Element Method
Computational Engineering, (Eds.), B.M. Kwak and M. Tanaka, Elsevier Science Publishers B.V., pp.341-346
1993.11

5) 中村正行, 田中正隆, 落合良
拡張カルマンフィルタアルゴリズムを用いた動弾性逆解析における二, 三の考察
日本機械学会論文集(A編), 第59巻567号, pp.2569-2574
1993.11

6) 田中正隆, 中村正行, 安達 治, 石川尚男
境界要素解析とフィルタアルゴリズムによる非定常温度場の最適設計
境界要素法論文集, 第10巻, pp.107-112
1993.12

7) 中村正行, 田中正隆, 望月雅一
境界要素法を用いた動弾性逆解析による欠陥同定(遺伝的アルゴリズムの導入)
境界要素法論文集, 第10巻, pp.125-130
1993.12

博士論文

逆問題のコンピュータ解析手法とその応用に関する研究

中 村 正 行

1994 年 3月 16日

著者勤務先
信州大学工学部 生産システム工学科
〒380 長野市若里500
TEL 0262-26-4101(代)