Journal of the Faculty of Engineering, Shinshu University, No.74,1994
信州大学工学部紀要 第74号

ファジィテンプレートを基にしたファジィ位相とその画像処理への応用

河原 和好* 宮崎 敬** 師玉 康成*** 山浦 弘夫**** 中村 八束****

Finite Topology based on Fuzzy Templates and its Application to Image Processing

Kazuyoshi KAWAHARA* Takashi MIYAZAKI**
Yasunari SHIDAMA*** Hiroo YAMAURA****
Yatsuka NAKAMURA****

The authors have constructed a theory of topology, called Finite Topology, for discrete spaces and have applied it to the work of image processing. In this report, we extend this concept to a discrete fuzzy topological space by using specific fuzzy sets, giving it the name of Fuzzy Template.

This topological space is based on a fuzzy open base from the intersection of these sets. We also defined such concepts as interiors, exteriors and boundaries. Finally, we consider gray scale images as a fuzzy set and show the result of boundary extraction by using these concepts.

1. はじめに

身の回りにおける画像情報の増加と共に画像認識や理解のための画像処理の手法が多々開発され、実用化されている[1]。しかし、X線写真やCT画像のような医用画像においては、処理対象の形状が持つ曖昧性や画像の解像度や雑音の影響などでその境界が明確化し難いものがある。また、写真の写りが一様でないために境界の明確化のしきい値を可変する必要性がある。このような問題を含む画像処理の方法としてファジィ理論を導入したものが提案されている[2)3)]。これらは、処理のしきい値を決定するのにファジィのルール規則を用いる方法である。

筆者らは、処理対象の濃淡画像の境界が曖昧性を持つことに着目し、画像をファジィ集合として捉えることによる画像処理を試みてきた。本稿では、これまでに得られた二、三の有用な概念の紹介と、その応用について報告する。

* 大学院博士前期課程 情報工学専攻
** 長野工業高等専門学校 講師
*** 情報工学科 助教授
**** 情報工学科 教授

2.　有限ファジィ位相の概念

ファジィ集合の概念を用いることにより通常の位相空間の拡張であるファジィ位相空間が構成できることが知られている[4]。ここでは、ある特定のファジィ集合の族を基にしたファジィ位相構造を導入する[5][6]。以下、合併∪、共通部分∩などの集合演算はファジィ集合の意味での集合演算を表す。

X上のファジィ集合全体の部分族をTとする。すなわち、

$$T \subseteq \{t \mid t : X\text{上のファジィ集合}\}$$

ただし、Tは

$$\bigcup_{t \in T} t = X,\quad \phi \in T$$

を満たすものとする。Tの各元tをファジィテンプレートと呼ぶことにする。

次のようにしてTからX上の位相構造の開基を構成しよう。

まず、Tの有限個の元（ファジィ集合）の共通部分全体をBで表す。すなわち、

$$B = \left\{ \bigcap_{i \in M} t_i \mid (t_i)_{i \in M} : T\text{の元の有限族}\ (M\text{は任意の有限添字集合}) \right\}$$

であり、$T \subseteq B$となる。また、$\beta, \beta' \in B$ のとき、$\beta \cap \beta' \in B$ である。

このBの元の任意個の合併全体をτで表す。すなわち、

$$\tau = \left\{ \bigcup_{i \in I} \beta_i \mid (\beta_i)_{i \in I} \subseteq B,\ I\text{は任意の添字集合} \right\}$$

である。τはX上のファジィ位相構造を定義し、Bはτの開基になっている。また、$T \subseteq B \subseteq \tau$である。実際$\tau$は次の条件を満たしている。

(I)　$X, \phi \in \tau$

(II)　$(O_i)_{i \in M}$がτの元の任意の有限族ならば $\bigcap_{i \in M} O_i \in \tau$

(III)　$(O_i)_{i \in I}$がτの元の任意の族とするとき $\bigcup_{i \in I} O_i \in \tau$

これらは、集合演算がファジィ集合の意味での演算であることに注意すれば、次のように初等的な位相空間論の議論に従って説明できる[7]。

(I) については

$$\bigcup_{t \in T} t = X$$

より $T \subseteq B$ であることに注意して $X \in \tau$である。また、$\phi \in T \subseteq B \subseteq \tau$

(II) については帰納法による。(有限集合 Mの要素数を n とする)

① $n=2$ のとき、

$$O_1, O_2 \in \tau$$

とすると、Bの部分族 $(\beta_i^1)_{i\in I}$, $(\beta_j^2)_{j\in J}$があって

$$O_1 = \bigcup_{i\in I} \beta_i^1 \quad O_2 = \bigcup_{j\in J} \beta_j^2$$

ゆえ

$$\begin{aligned} O_1 \cap O_2 &= \left(\bigcup_{i\in I} \beta_i^1\right) \cap \left(\bigcup_{j\in J} \beta_j^2\right) \\ &= \bigcup_{(i,j)\in I\times J} \beta_i^1 \cap \beta_j^2 \end{aligned}$$

$\beta_i^1, \beta_j^2 \in B$だから

$$\beta_i^1 \cap \beta_j^2 \in B$$

よって、

$$O_1 \cap O_2 \in \tau$$

② $n \leq m$ のとき成り立つと仮定する。

$$O_1, O_2, \cdots, O_m, O_{m+1} \in \tau \quad \text{のとき}$$

$$\bigcap_{i=1}^{i=m+1} O_i = \left(\bigcap_{i=1}^{i=m} O_i\right) \cap O_{m+1} \quad \text{で}$$

$$\bigcap_{i=1}^{i=m} O_i \in \tau \text{ かつ } O_{m+1} \in \tau \text{ だから}$$

$$\bigcap_{i=1}^{i=m+1} O_i \in \tau$$

(III) については、$(O_i)_{i\in I} \in \tau$とするとき　$O_i \in \tau (i \in I)$ だから、各 i について Bの部分族 $(\beta_k^i)_{k\in K_i}$があって

$$O_i = \bigcup_{k\in K_i} \beta_k^i$$

$$\text{よって} \quad \bigcup_{i\in I} O_i = \bigcup_{i\in I} \left(\bigcup_{k\in K_i} \beta_k^i\right) \in \tau$$

Xは有限個の画素全体を表しているから、この X上に定義されたファジィ位相を有限ファジィ位相と呼ぶことにする[8)]。τに属す X上のファジィ集合は開ファジィ集合と呼ばれる。

また、X上のファジィ集合 A の補集合 A^cがτに属すとき、A は閉ファジィ集合と呼ばれる。同様に内部、外部および境界が定義される。

AをX上のファジィ集合とする。Aに包まれる開ファジィ集合全体の和集合はAの内部と呼ばれ、A^iで表される。すなわち、

$$A^i = \bigcup_{O \subseteq A, O \in \tau} O$$

である。τの構成法により

$$A^i = \bigcup_{O \subseteq A, O \in \tau} O = \bigcup_{\beta \in B, \beta \subseteq A} \beta$$

また、Aの補集合の内部$(A^c)^i$はAの外部と呼ばれ、A^eで表される。さらに、Aの内部でも外部でもない部分はAの境界と呼ばれ、ここではA^fで表す。

$$A^f = (A^i \cup A^e)^c = X - A^i \cup A^e$$

として求めることができる。

3. α-近傍と連結性

画像をファジィ集合とみなすと、画素一点一点はその意味を失う。しかし画素一点を対象にする処理もあるから、以下のようにしてα-近傍の概念を導入しよう。開ファジィ集合Oが存在し、

$$\mu_O(x) \geq \alpha, \quad O \subseteq \mathcal{U}$$

が成り立つとき、$\mathcal{U}$を$x \in X$のα-近傍と呼ぶ。ただし、μ_OはOのメンバーシップ関数である。

このとき, 通常の近傍と同様に以下の命題が成り立つ。

① ・$\mathcal{U}$が$x \in X$の$\alpha-$近傍で$\mathcal{U}' \supseteq \mathcal{U}$ならば、$\mathcal{U}'$も$x \in X$の$\alpha-$近傍である。

・$\{\mathcal{U}\}_{i=1}^{i=n}$が$x \in X$の$\alpha-$近傍の有限族のとき、$\bigcap_{i=1}^{n} \mathcal{U}_i$も$x \in X$の$\alpha-$近傍である。

② Oが開ファジィ集合ならば、すべての$x \in X, \mu_O(x) \neq 0 \ (> 0)$について、$O$は$x \in X$の$\mu_O(x)-$近傍である。逆もまた成り立つ。

開ファジィ集合Oが存在し、$A \subseteq O \subseteq \mathcal{U}$が成り立てば、$\mathcal{U}$は$A$の近傍と呼ばれる[4)]が、

$\mathcal{U}$がAの近傍ならば、すべての$x \in X, \mu_A(x) \neq 0$に対して、$\mathcal{U}$はxの$\mu_A(x)$-近傍である。

写像$f : X \to Y$について、任意のYの開集合$\mathcal{Y}$の逆像$f^{-1}(\mathcal{Y})$がXの開集合であれば、fはF-連続写像であるといわれる[4)]が、これについても、次の命題が成り立つ。

fがF-連続ならば、すべての$x \in X$及びすべての$0 \leq \alpha \leq 1$について、

$f(x)$の任意のα-近傍vの逆像$f^{-1}(v)$はxのα-近傍である。逆もまた成り立つ。

そこで $f(x)$ の任意の α-近傍の逆像が x の α-近傍のとき f は x でα-連続であると定義する。

以上のように、連続性や点近傍の概念が導入できたので、連結性の概念を導入できる[9)]。X上の点 P, Q について、これらが α-弧状連結というのは次が成り立つことである。

Pから Q への点列 $P = P_0, P_1, \cdots, P_n = Q$ が存在し、各 $1 \leq i \leq n$ について、P_iの任意のα-近傍 $\mathcal{U}_i$は P_{i-1}のα-近傍でもある。

この α-弧状連結性の概念を用いれば、X上のファジィ集合 A の連結性を判定することも可能である。以上で、筆者らの研究によって得られた二、三の有用な概念 (道具) についての紹介を終わる。

4. 境界抽出への応用

2 節で導入した有限ファジィ位相により定義される「境界」を実際の画像処理に適用しよう。対象とする濃淡画像は濃度値が 256 階調をもつものとする。濃度ヒストグラムを $[0, 1]$ に規格化すれば、この濃淡画像はファジィ集合と見なせる。図 1 に例を示す。

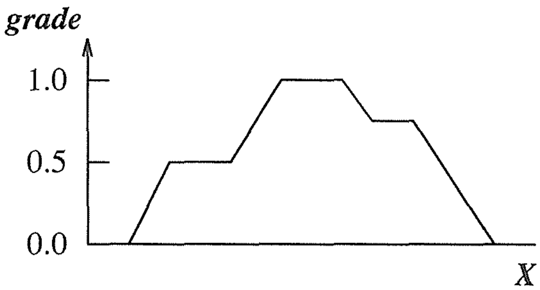


図 1 濃淡画像のファジィ集合表現

ここでは説明を簡単にするため、有限ファジィ位相の基になるファジィテンプレート t を図 3 に示すように、3×3 のマスク内に収まるもので、上下左右対称なものを選ぶことにする。グレードは、中心が 1.0 でその上下左右が 0.5 とする。

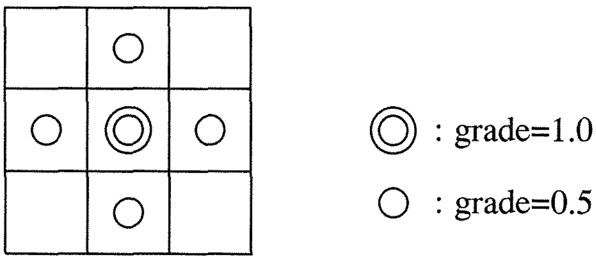


図 2 基本ファジィテンプレート

このようなファジィテンプレートの集合 Tから、それの有限個の元の共通部分の全体である開基 Bを構成すると、Bの元は図 3 の (a),(b),(c) の形のもの$\beta_2 \sim \beta_5$に分類される。

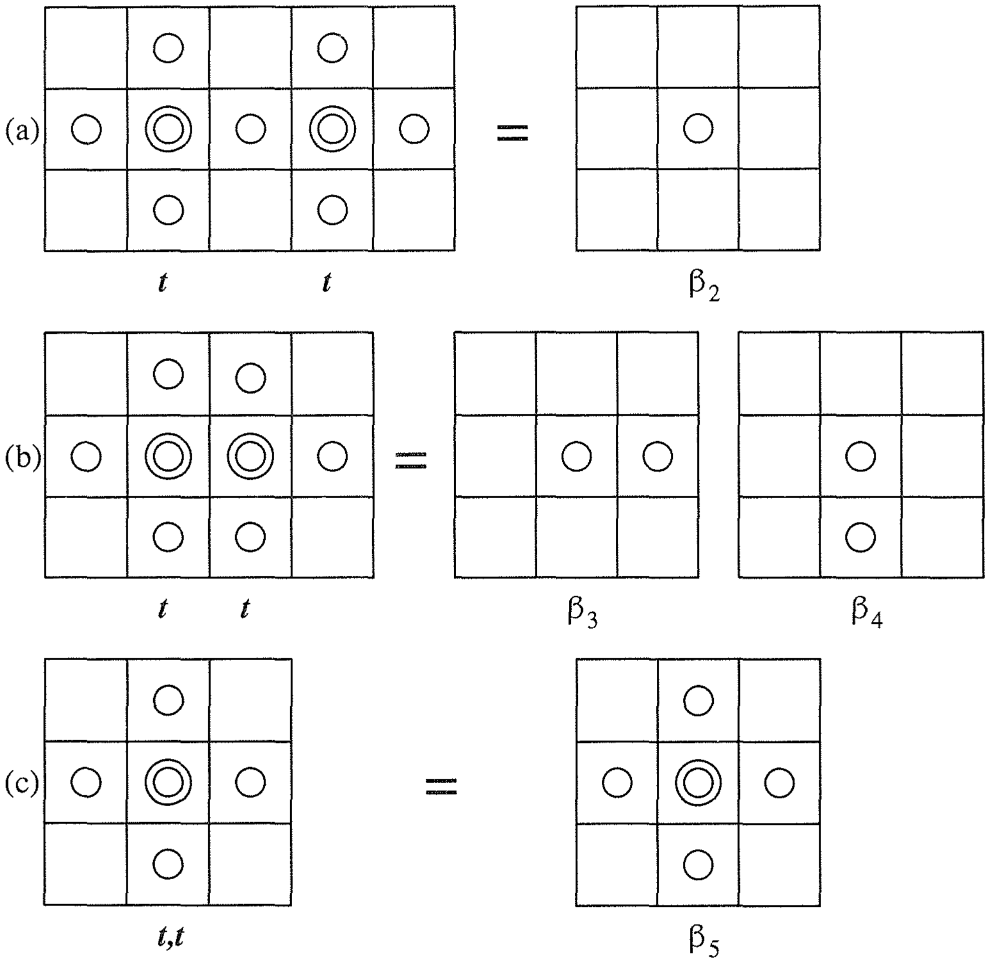


図 3 ファジィテンプレート

これらには上下、左右に平行移動させることにより、

$$\beta_2 \subseteq \beta_3, \beta_4 \subseteq \beta_5 (= t)$$

という包含関係が成り立っている。ここで、

$$A^i = \bigcup_{\beta \subseteq A, \beta \in B} \beta$$

であるから、画像 A が十分大きな X に含まれていて、X 自身の縁部分の処理は考慮しなくてもよいものとすれば、A の内部 A^i を構成するには β_2, β_5 の形のものについてのみ A との包含関係を調べればよい。このことから A の境界

$$A^f = \{A^i \cup (A^c)^i\}^c$$

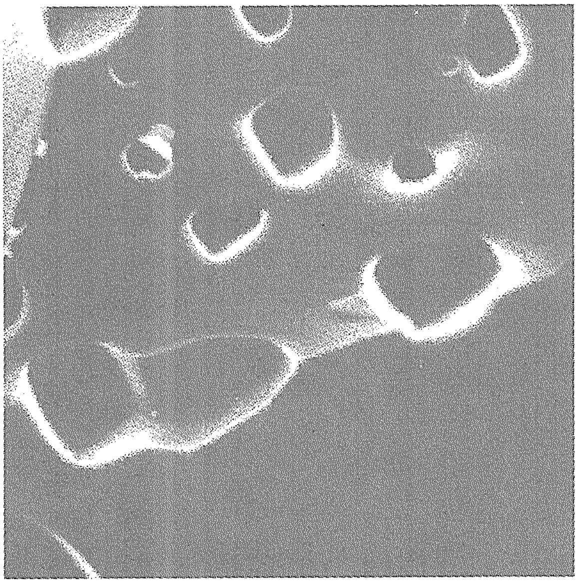
は次のような手順により構成できる。

1. 処理対象画像の濃度ヒストグラムを求める。
2. 濃度ヒストグラムを $[0,1]$ に規格化する。
3. この正規化画像に対し、開基β_2, β_5を順次ラスター走査し、これらと画像との包含関係を調べる。包含関係
$$\beta_i \subseteq A \quad (i=2,5)$$
が成り立つ場合はそれぞれのグレードを、成り立たない場合は 0 を作業用の 2 次元配列
$$F_2 = \{f_{i,j}^2\},\quad F_5 = \{f_{i,j}^5\} \quad i=1,2,\ldots,N,\quad j=1,2,\ldots,M$$
に記憶させる。
4. 上で求めた F_2, F_5から
$$F_{max} = \{\max\{f_{i,j}^2, f_{i,j}^5\}\} \quad i=1,2,\ldots,N,\quad j=1,2,\ldots,M$$
を求める。
5. 正規化された画像の補集合を求める。
6. これについて 3. と同様の処理を行い、その結果を B_2, B_5 に記憶する。
7. 4. と同様の処理を行い B_{max} を求める。
8. 境界部分
$$A^f = (F_{max} \cup B_{max})^c$$
により求める。

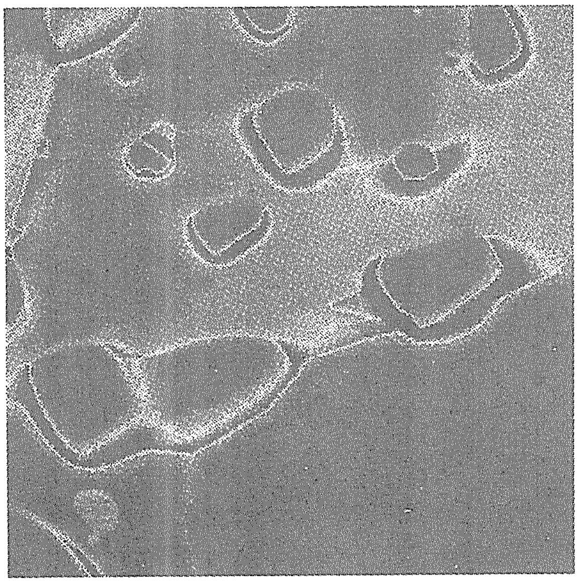
図 4(1) に原画、(2) に処理結果を示す。用いた原画像はセラミック材料の表面の走査型電子顕微鏡写真である。黒い部分が気孔であり、通常人間がこの径の輪郭を求め、大きさを測定しているものである。また、同様の例として腕のレントゲン写真の処理例を図 5(1)(2) に示す。

前述したように今回のシミュレーション結果では説明を容易にするため、ファジィテンプレートとしてグレードが 1.0, 0.5 だけの上下左右対称の最も単純なものを用いたが、それでも従来の境界抽出法と同等の結果を得ることができた。境界抽出法が差分計算で多数回の浮動小数点演算を必要とするのに比べ、本法では大小比較と加算だけで済む。

これらの例では濃淡の変化の大きいところでは十分その境界が明確になっているが、変化の緩やかな部分ではその大部分が境界として表示されてしまっている。これはファジィテンプレートの選択に工夫が必要なことを示している。また、境界部からの輪郭やエッジの抽出には特定のグレード以上の部分をふるいわける$\alpha-$カットなどを用いることも可能である。

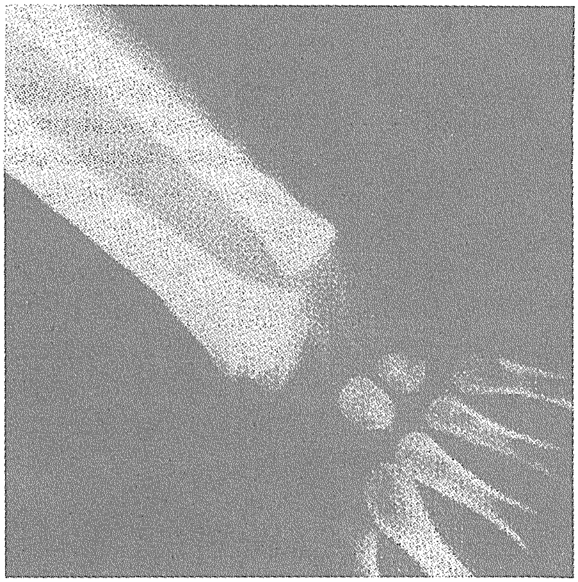


(1) 原画像

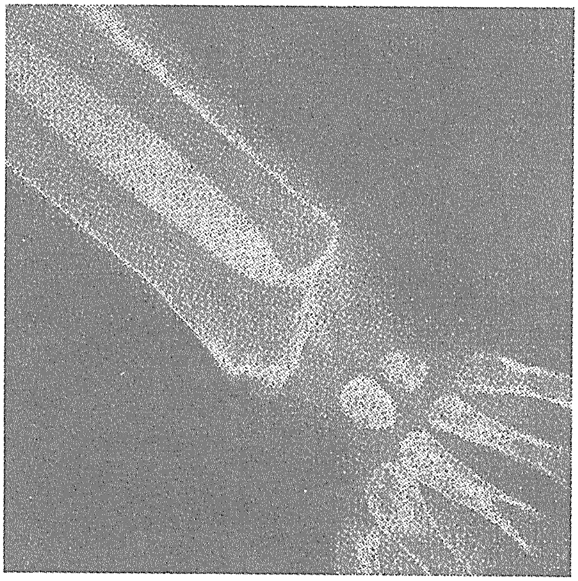


(2) 処理結果

図4 処理画像1



(1) 原画像



(2) 処理結果

図 5 処理画像 2

5. おわりに

濃淡画像をファジィ集合として捉え、位相論的な処理により従来の画像処理と同等の結果を得ることができる。有限ファジィ位相を、ファジィテンプレートと名付けた特定のファジィ集合族から構成した。この位相構造から得られる「内部」「外部」の概念により、濃淡画像の境界抽出を行った。この境界部から輪郭やエッジをα−カットなどにより可変的に求めることができる。

ファジィテンプレートの選択法など今後の追加研究が必要であることは明かであるが、これらの処理が有効であることが確認されれば、従来困難とされ、熟練者が必要とされていたX線写真からの部位の特定化などへの応用も可能となると思われる。

さらに、α-近傍などを利用し、濃淡画像の連結性を扱うことを可能とし、ラベリングや細線化などの処理へ応用しようと考えている。本稿で報告したα-連続性、連結性などの概念は今後の追加研究で有用性が高まるものと考える。

参考文献

1) 田村: “コンピュータ画像処理”, 総研出版 (1985).

2) 斉藤, 尾川, 中島: “ファジー制御を用いた最適コントラスト強調法の開発”, 信学論 (D-II),Vol.1,J73-D-II,9,pp.1504-1511(1990).

3) M.M.Trivedi: “Analysis of Aerial Image Using Fuzzy Clustering, in Analysis of Fuzzy Information”, Vol.3, pp.133-151, cdc Press(1987).

4) 水本: “ファジィ理論とその応用”, サイエンス社 (1988).

5) 宮崎, 師玉, 中村, 山浦: “ファジィテンプレートを基にしたファジィ位相空間の構成と画像処理への応用”, 9th Fuzzy System Symposium, TD6-2, pp.529-532(1993)

6) 河原, 宮崎, 師玉, 中村, 山浦: “ファジィテンプレートを基にしたファジィ位相とその画像処理への応用”, 第2回日本ファジィ学会北信越支部ミニシンポシウム,pp.51-52(1993)

7) 内田: “集合と位相”, 裳華房 (1986).

8) Y.Nakamura,Y.Fuwa,H.Imura: “A Theory of Finite Topology and Image Processing”, No.69, pp.11-24, Jounal of The Faculty of Engineering Shinsyu University(1991).

9) A.Rosenfeld: “Fuzzy Digital Topology”, 40, pp.76-87,Information and Control(1979)