

歯数差零の転位インボリュート内歯車の隅肉 干渉限界および無頂隙限界について

八重島 公 郎*

(昭和47年5月31日受理)

1. 緒 言

内歯車とピニオンの歯数差が零で、しかも適当な中心距離でかみあい、速比1で回転する転位インボリュート内歯車は、わずかな軸間距離を持つ歯車継手としてオルダム継手の代りに用いることができる。この歯車は内歯車とピニオンの基礎円直径の大きさが等しいので、かみあい圧力角が 90° となり、通常の内歯車のかみあい理論式を適用することができない。

この歯車についてはわずかに一、二の研究^{1),2)}があるが、筆者は通常用いられるモジュール、工具圧力角、転位係数を用いて研究を行い、さらに隅肉干渉や頂隙についても解析的研究を行なった³⁾。

この歯車は中心距離を大きくするため縦転位のみならず横転位をも与える必要が生ずるから隅肉干渉および無頂隙が起りやすく、これについての考察と限界線図を必要とする。本研究は隅肉干渉および無頂隙についてピニオンカッタの歯数と縦転位係数、内歯車およびピニオンの歯数と両者の縦転位係数および横転位係数の組合せがいかなる影響をおよぼすかについて考察を行い、内歯車の歯元における隅肉干渉と無頂隙、ピニオンの歯元における隅肉干渉と無頂隙について考察し、これらについて隅肉干渉および無頂隙限界線図を作成した。さらに、これら限界線図内に歯切り時におけるトリミング限界線をも組入れ設計、製作の便を計った。

2. 使 用 記 号

α_c	:	工具圧力角
m	:	モジュール
z	:	ピニオンと内歯車の歯数
x_1, x_2	:	ピニオンと内歯車のそれぞれの縦転位係数
u_1, u_2	:	〃 の横転位係数
α_{k1}, α_{k2}	:	〃 の歯先圧力角
r_{k1}, r_{k2}	:	〃 の歯先円半径

* 精密工学教室 助手

- r_g : 基礎円半径
 h_k : 歯末のたけ係数 (並歯のとき $h_k = 1$, 低歯のとき $h_k < 1$, 高歯のとき $h_k > 1$)
 S_n : 法線バックラッシュ
 a : 中心距離
 ε : かみあい率
 k_1 : ピニオンの歯底と内歯車の歯先との間の頂隙量を m で除したもの
 k_2 : 内歯車の歯底とピニオンの歯先との間の頂隙量を m で除したもの
 z_h : ピニオンカッタの歯数
 x_h : ピニオンカッタの転位係数
 α_{kh} : ピニオンカッタの歯先圧力角
 α_h : 内歯車の切削かみあい圧力角
 α_h' : ピニオンの切削かみあい圧力角

3. 隅肉不干渉条件式³⁾

第1図において任意点 Q において両歯形が接しているとき、ピニオン歯形の Q 点における圧力角を α_{Q1} 、内歯車歯形の Q 点における圧力角を α_{Q2} とすると α_{Q1} と α_{Q2} の間には次の関係が成立する。

$$r_g(\tan \alpha_{Q2} - \tan \alpha_{Q1}) = a. \quad (1)$$

ただし、 a は歯数差零の転位インボリュート内歯車の中心距離であり次式により求められる。

$$a = m \left\{ (x_2 - x_1) \sin \alpha_c + \frac{1}{2} (u_1 + u_2) \cos \alpha_c \right\} - \frac{S_n}{2}. \quad (2)$$

なお、内歯車、ピニオンおよびピニオンカッタの歯先圧力角 α_{k2} 、 α_{k1} および α_{kh} はDIN方式により、それぞれ次式で与えられる。

$$\cos \alpha_{k2} = \frac{z \cos \alpha_c}{z - 2h_k + 2x_2}, \quad (3)$$

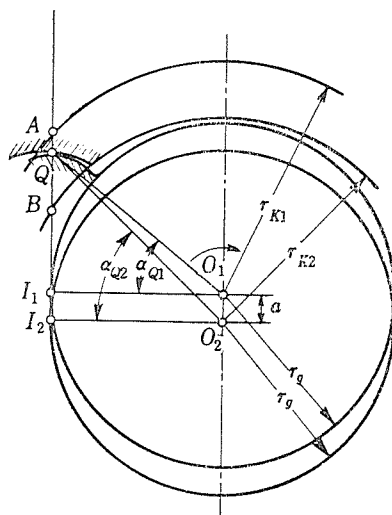
$$\cos \alpha_{k1} = \frac{z \cos \alpha_c}{z + 2h_k + 2x_1}, \quad (4)$$

$$\cos \alpha_{kh} = \frac{z_h \cos \alpha_c}{z_h + 2.5h_k + 2x_h}. \quad (5)$$

(1) 式の関係から隅肉不干渉条件式がそれぞれ求められる。

3.1 内歯車の歯元における隅肉不干渉条件式

内歯車の歯元隅肉と相手ピニオンの歯先が干渉しないための条件式はつぎのごとく表わ



第1図

される.

$$z(\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_h) + z_h(\tan \alpha_h - \tan \alpha_{kh}) + \left\{ 2 \tan \alpha_c (x_2 - x_1) + (u_1 + u_2) - \frac{S_n}{m} \sec \alpha_c \right\} \leq 0. \quad (6)$$

または

$$z(\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_h) + z_h(\tan \alpha_h - \tan \alpha_{kh}) + 2 \frac{a}{m} \sec \alpha_c \leq 0. \quad (6')$$

ただし, a は (2) 式より, α_{k1} は (4) 式より, α_{kh} は (5) 式より求められ, α_h は次式により求められる.

$$\text{inv } \alpha_h = \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \frac{x_2 - x_1}{z - z_h}. \quad (7)$$

3・2 ピニオンの歯元における隅肉干渉条件式

ピニオンの歯元隅肉と相手内歯車の歯先が干渉しないための条件式はつぎのごとく表わされる.

ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合

$$z(\tan \alpha_h' - \tan \alpha_{k2}) + z_h(\tan \alpha_h' - \tan \alpha_{kh}) + \left\{ 2 \tan \alpha_c (x_2 - x_1) + (u_1 + u_2) - \frac{S_n}{m} \sec \alpha_c \right\} \leq 0. \quad (8)$$

または

$$z(\tan \alpha_h' - \tan \alpha_{k2}) + z_h(\tan \alpha_h' - \tan \alpha_{kh}) + 2 \frac{a}{m} \sec \alpha_c \leq 0. \quad (8')$$

ピニオンがラック形工具により切削される場合

$$z(\tan \alpha_c - \tan \alpha_{k2}) - 4(h_k - x_1) \text{cosec } 2\alpha_c + \left\{ 2 \tan \alpha_c (x_2 - x_1) + (u_1 + u_2) - \frac{S_n}{m} \sec \alpha_c \right\} \leq 0. \quad (9)$$

または

$$z(\tan \alpha_c - \tan \alpha_{k2}) - 4(h_k - x_1) \text{cosec } 2\alpha_c + 2 \frac{a}{m} \sec \alpha_c \leq 0. \quad (9')$$

ただし, a は (2) 式より, α_{k2} は (3) 式より, α_{kh} は (5) 式より求められ, α_h' は次式により求められる.

$$\text{inv } \alpha_h' = \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \frac{x_1 + x_h}{z + z_h}. \quad (10)$$

4. 頂隙が存在するための条件式³⁾

この歯車が回転するためには内歯車あるいはピニオンの歯の頂と、それにかみあう歯の歯隙の底との間の最小半径距離は零より小さくしてはならないから、このことより頂隙が存在するための条件式がそれぞれ求められる。

4.1 内歯車の歯元に頂隙が存在するための条件式

内歯車の歯底とピニオンの歯先との間に頂隙が存在するための条件式はつぎのごとく表わされる。

$$k_2 = \left\{ 0.25 + \frac{z - z_h}{2} \left(\frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_h} - 1 \right) + x_h - x_1 \right\} - \frac{a}{m} \geq 0. \quad (11)$$

ただし、 a は (2) 式より α_h は (7) 式より求められる。

4.2 ピニオンの歯元に頂隙が存在するための条件式

ピニオンの歯底と内歯車の歯先との間に頂隙が存在するための条件式はつぎのごとく表わされる。

ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合

$$k_1 = \left\{ 0.25 - \frac{z + z_h}{2} \left(\frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_h'} - 1 \right) + x_h + x_2 \right\} - \frac{a}{m} \geq 0. \quad (12)$$

ピニオンがラック形工具により切削される場合

$$k_1 = (x_2 - x_1 + 0.25) - \frac{a}{m} \geq 0. \quad (13)$$

ただし、 a は (2) 式より α_h' は (10) 式より求められる。

5. 内歯車の歯切り時における干涉

内歯車をピニオンカッタにより歯切りする場合は多くの干涉が生じやすく特に内歯車とピニオンカッタの歯数差が小さいときにこれらの干涉が問題となる。これら通常の内歯車の干涉についてはすでに詳細な研究がなされ、内歯車の設計と製作に便利な多くの総合的限界線図が作成されている^{4),5)}。これによると内歯車の歯切り時における干涉の内、トリミングとインボリュート干涉が重要であり、さらにインボリュート干涉はピニオンカッタの歯数の小さいときのみ生ずるから、最も考慮しなければならないのはトリミングであると考えられる。本研究においても隅肉干涉および無頂隙限界線図内にトリミング限界線を組入れ設計、製作の便を計るため下記の条件式^{4),5)}により計算を行なった。

$$\begin{aligned} & \sin^{-1} \sqrt{\frac{1 - (\cos \alpha_{k1} / \cos \alpha_{k2})^2}{1 - (z_h/z)^2}} + \text{inv } \alpha_{kh} - \text{inv } \alpha_h \\ & - \frac{z}{z_h} \left\{ \sin^{-1} \sqrt{\frac{(\cos \alpha_{k2} / \cos \alpha_{kh})^2 - 1}{(z/z_h)^2 - 1}} + \text{inv } \alpha_{k2} - \text{inv } \alpha_h \right\} \geq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

ただし, α_{k2} は (3) 式より, α_{kh} は (5) 式より, α_h は (7) 式より求められる.

6. 隅肉干渉および無頂隙限界線図

条件式 (6), (8), (9), (11), (12), (13), (14) を用い, 式中の $u(u_1+u_2$ を u とした), $x_1, z_h,$ x_h, z の各パラメータの第 1 表に示すとき組合せに対して x_2 を変化させ電子計算機による暗探法により限界線求めた. この場合 $\alpha_c = 20^\circ$, $h_k = 1$, $m = 1$ として計算を行ないその結果 15 枚の隅肉干渉限界および無頂隙限界線図を得た. 第 2, 3, 4, 5, 6 図はその内 $u=1.0$ に関するものである. 図中, 限界線の代表的なものにハッチングを入れ干渉側を明示した. これらの限界線図は切削かみあい圧力角が正であるための条件, 内歯車の歯先円直径が基礎円直径より大なるための条件, ピニオンに切下げを生じないための条件などを考慮して計算を行ない, その内最も干渉の厳しい限界線を取り, それぞれの限界線をつないで見易い線図になる様考慮した.

第 1 表 パラメータの組合せ

u (u_1+u_2)	0.0 0.5 1.0
x_1	0.5 から 0.5 とびに -2.0 まで
z_h	15 より 10 とびに 75 まで
x_h	0.0 0.2
z	0 から 100 まで
S_n/m	0.0 (または 0.0 と 0.1)

註) 括弧内の数値はラック形工具により切削されたピニオンの歯元における隅肉干渉限界を計算するときの値

なお, これらの干渉限界線図は $h_k = 1.0$ の並歯に対するものであるが, $h_k \neq 1.0$ のときは $u_1, u_2, z, x_1, x_2, x_h, z_h, a, S_n/m$ の代りに $u_1/h_k, u_2/h_k, z/h_k, x_1/h_k, x_2/h_k, x_h/h_k, z_h/h_k, a/h_k, \frac{S_n/m}{h_k}$ を用いればよい. また, これらの限界線図は z が 100 以内の場合においてであり, インボリュート干渉限界線, かみあい率 1.0 の限界線も考慮して考察を加えた結果次の様になった.

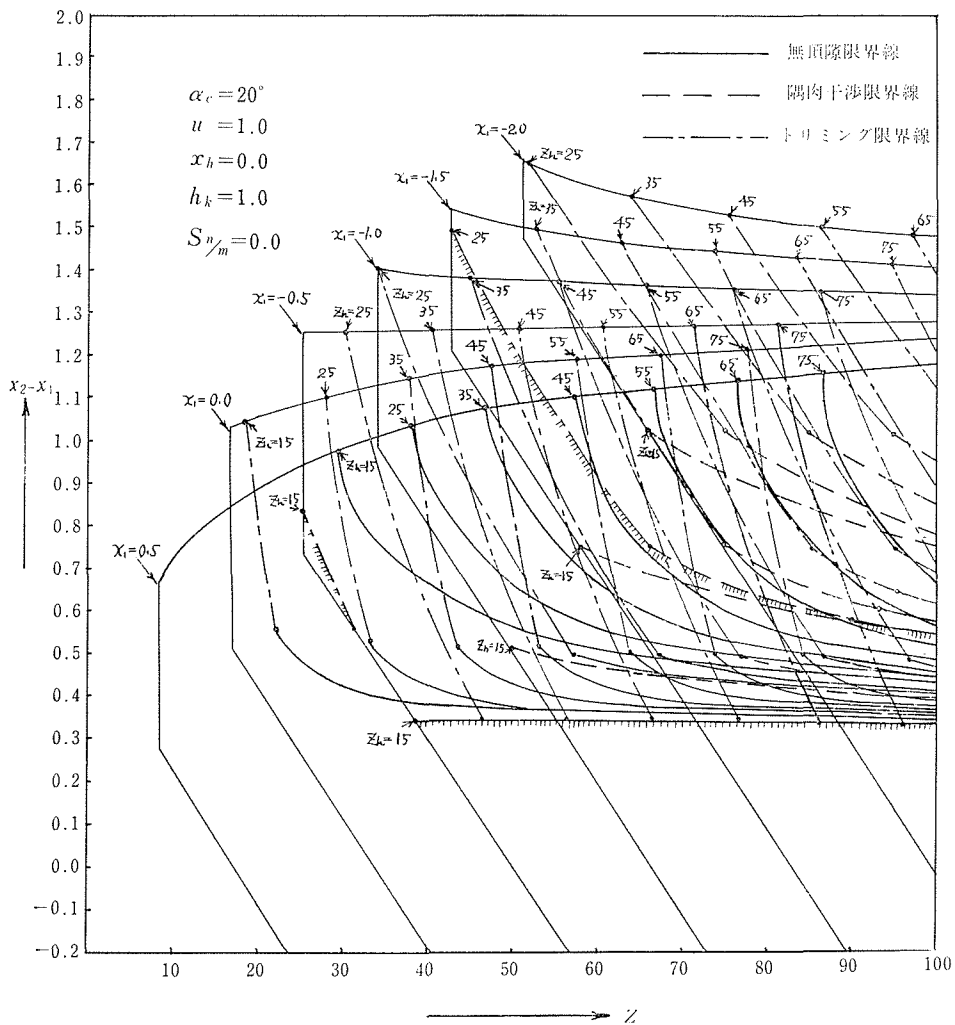
一般的傾向として隅肉干渉を避けるには u を小さくするか, x_h を小さくするか, x_2-x_1 を大きくするか, z を大きくすればよい. z_h の影響は x_1 のとり方により傾向が異なるため一概に言えないが x_1 が小さい場合は z_h の小さい方が安全領域が広がっている.

次に一般的傾向として無頂隙を避けるには u を小さくするか, x_h を大きくするか, x_2-x_1 を大きくするか, z を大きくするか, z_h を小さくすればよい.

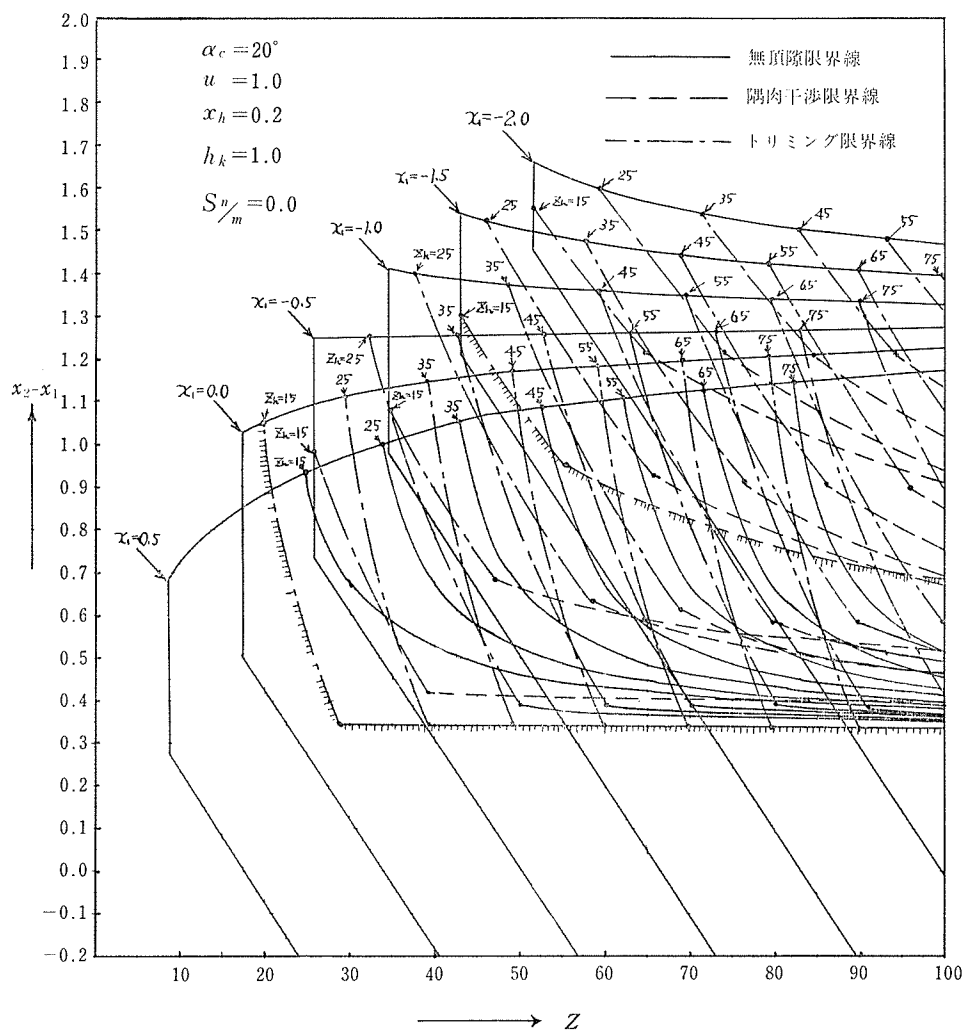
なお, これらの結果はあくまでも一般的傾向であり, ごく一部に例外もあるので厳密には限界線図による必要がある.

7. 隅肉干渉および無頂隙限界線図の使用法

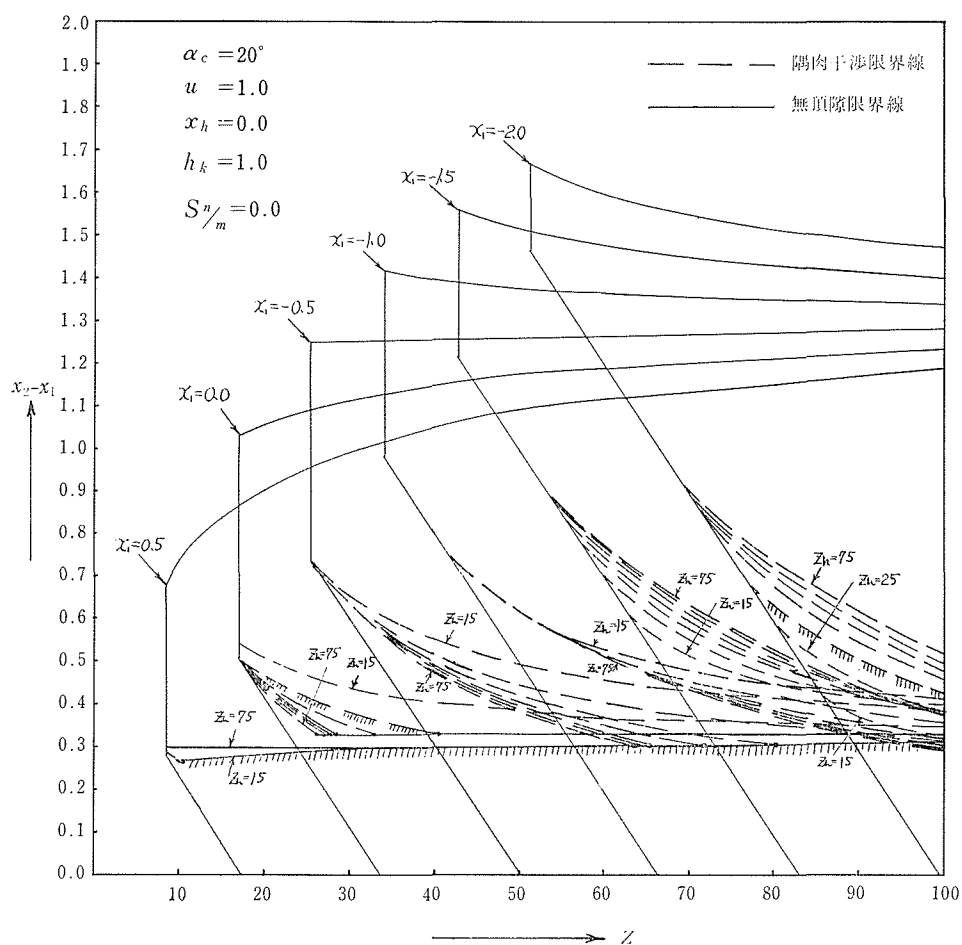
隅肉干渉および無頂隙限界線図の使用に際しては筆者がすでに発表した³⁾ 第 7 図に示すような歯数差零の転位インボリュート内歯車における中心距離 a と x_2-x_1 の関係を示す線, かみあい率 $\varepsilon = 1$ の限界線, ピニオンの切下げ限界線, インボリュート干渉の限界線を含む限界線図と, 第 8 図に示すような内歯車の歯先尖りに対する限界線図, 第 9 図に示すようなピニオンの歯先尖りに対する限界線図を併用して用いるべきである.



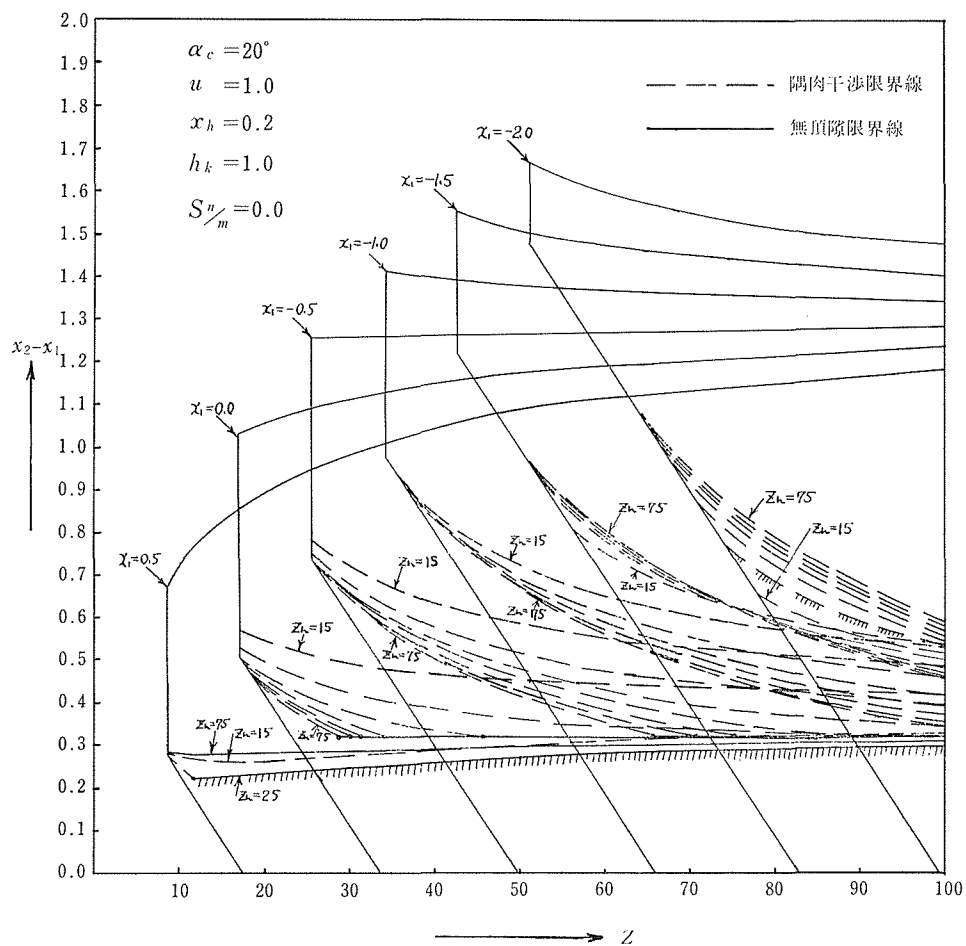
第2図 内歯車の歯元における隅肉干渉限界と無頂隙限界



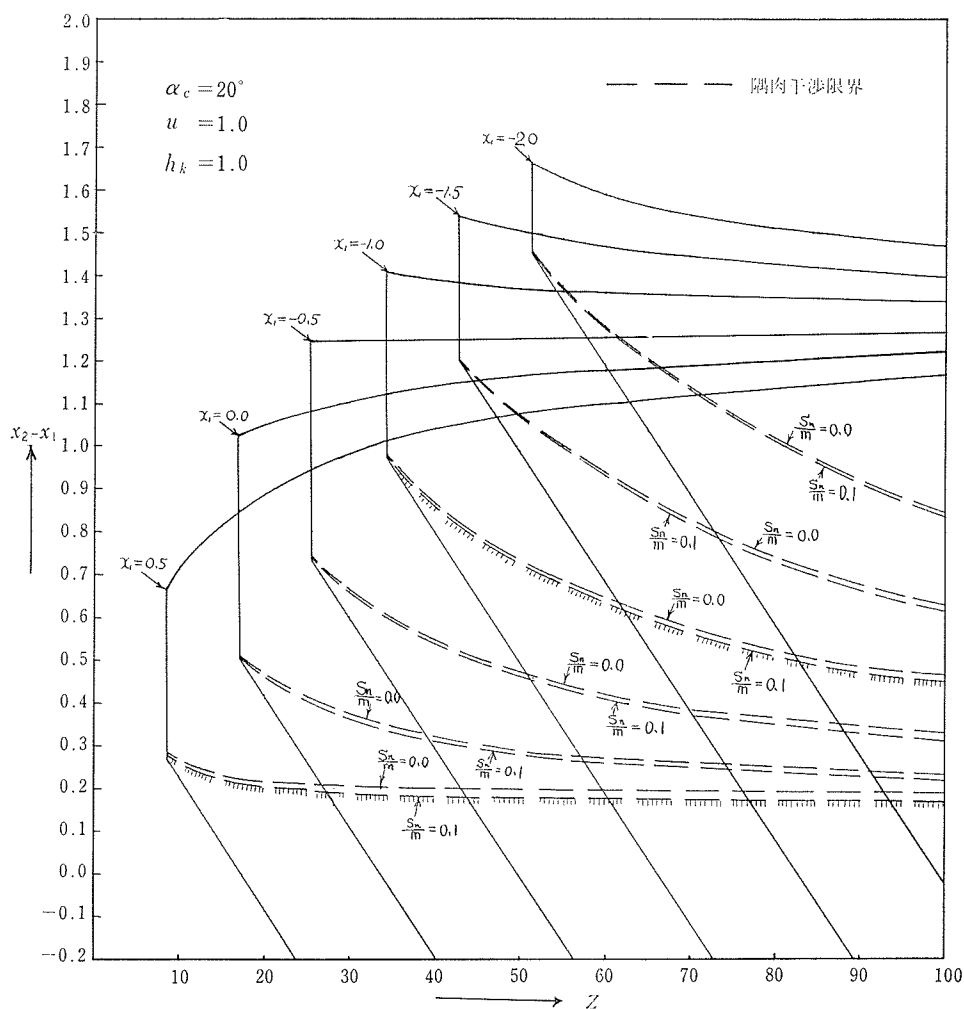
第3図 内歯車の歯元における隅肉干渉限界および無頂隙限界



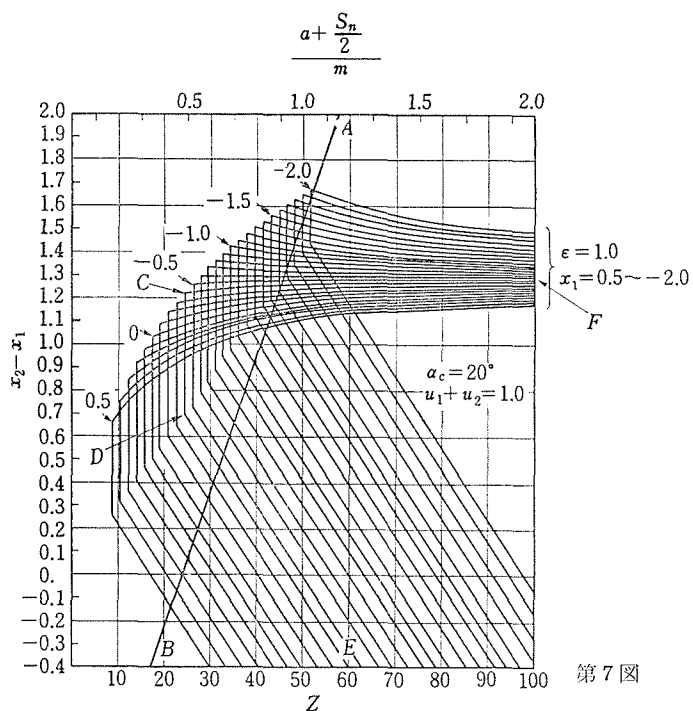
第4図 ピニオンの歯元における隅肉干渉限界および無頂隙限界
(ピニオンがピニオンカッタで切削される場合)



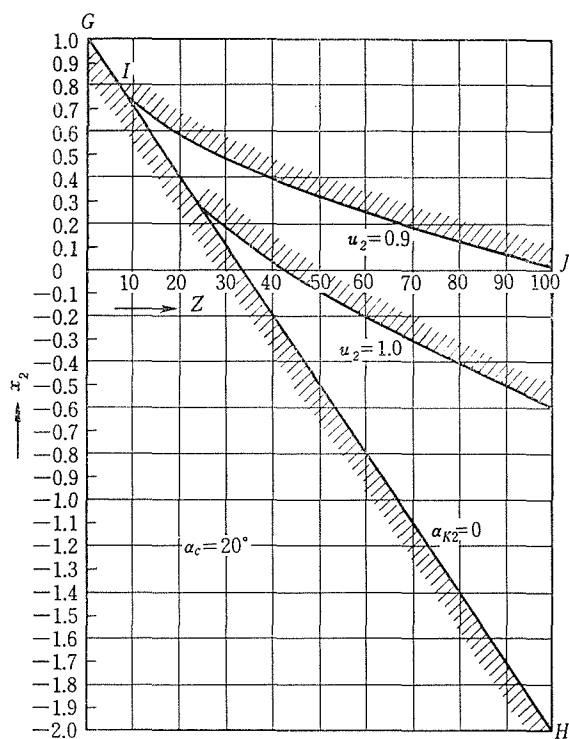
第5図 ピニオンの歯元における隅肉干渉限界および無頂隙限界
(ピニオンがピニオンカッタで切削される場合)



第6図 ビニオンの歯元における隅肉干渉限界
 (ビニオンがラック形工具によって切削される場合)



第7図



第8図

た z_h が中間に入った場合は その前後の z_h の交点に 着目する.) この場合, この交点は右側から左側に行くに従って順次 z_h が大きくなっており, 交点の大部分が かみあい率 1 の限界線上にある. 次にその交点より下方え, さらに右の方へと連続した一連の限界線を探す. これがトリミング限界線, 無頂隙限界線, 隅肉干渉限界線の連続した限界線であり, 三者の内最も干渉の厳しいものを取り, つないである. 従って三者の内, 二者または一者のみが限界線として表われている場合もある. そして, かみあい率 1 の限界線とその限界線上の交点よりたどられるトリミング限界線, 無頂隙限界線, 隅肉干渉限界線によりかこまれた領域が安全領域である. (前に定められた x_1 , z_h が中間に入った場合, その前後の x_1 , z_h より安全であるか否かを推定する.)

8. 数 値 例

隅肉干渉および無頂隙限界線図を実際に応用する方法を明らかにするために数値例を示す. $a = 0.81$, $S_n = 0.0$ でかみあ $\alpha_c = 20^\circ$, $m = 1.0$, $h_k = 1.0$ なる 歯数差零の転位インボリュート内歯車の歯数と転位係数およびその内歯車を切削するピニオンカッターの歯数と転位係数を求める. いま $u_1 + u_2 = 1.0$ とし, 第 7 図を用い第 7 図の上部横軸上に $a/m = 0.81$ をとり, その点から AB 直線にぶつかるまで真下に直線を下ろし, AB 直線との交点において横軸に平行な直線を引き縦軸との 交点を読むと $(x_2 - x_1) = 1.0$ となる. つぎにこの直線上にあって, しかも 安全領域内にある点として $x_1 = -1.5$, $z = 55$ を採用すれば $x_2 = (x_2 - x_1) + x_1 = -0.5$ となる. つぎに $u_1 + u_2 = 1.0$ であるから一応 $u_1 = 0.4$, $u_2 = 0.6$ と仮定する. そこで第 8 図を用いて $u_2 = 0.6$, $z = 55$, $x_2 = -0.5$ なる点が内歯車の歯先尖りに対して安全であることを確かめるとこの点は安全領域内にあることがわかる. また, 第 9 図を用いて $u_1 = 0.4$, $z = 55$, $x_1 = -1.5$ なる点はピニオンの歯先尖りに対して充分安全領域内にあることがわかる. さて, 内歯車の切削にピニオンカッター, ピニオンの切削にラック形工具を用いる場合, まず隅肉干渉および無頂隙限界線図を用いて内歯車切削用ピニオンカッターの歯数と転位係数を求める. いま, $x_h = 0.2$ とし, 第 3 図を用い内歯車の歯元における隅肉干渉および無頂隙が安全か否か確認する. $x_2 - x_1 = 1.0$ で $z = 55$ の点を求めると, この点は $x_1 = -1.5$, $z = 25$ のトリミング限界線の干渉側にあり, 干渉を避けるには, $z_h = 15$ のピニオンカッターを用いれば安全であることがわかる. つぎに第 6 図を用いラック形工具により切削されたピニオンの歯元の隅肉干渉が安全か否かを見る. この図から $x_1 = -1.5$, $z = 55$ の点は干渉側にあるから $x_1 = -1.5$ は不適当である. そこで最初の第 7 図に戻り同じく安全領域として今度は $x_1 = -1.0$ を採用すれば $x_2 = 0$ となり, 第 8 図, 第 9 図により共に歯先尖りに対して安全であり, 第 3 図において $z_h = 25$ のピニオンカッターを用いればトリミングが起らず, また第 6 図によりピニオンの歯元の隅肉干渉も起らないことがわかる.

以上のことより $u_2 = 0.6$, $x_2 = 0$, $z = 55$ の内歯車を $z_h = 25$, $x_h = 0.2$ のピニオンカッターで切削すればトリミングも起らず, この内歯車にラック形工具で歯切りされた $u_1 = 0.4$, $x_1 = -1.0$, $z = 55$ のピニオンをかみあわせれば, このかみあいには全く干渉が無く $\varepsilon \geq 1$ を満足して正しいかみあいをすることがわかる.

9. 結 言

歯数差零の転位インボリュート内歯車の隅肉干渉限界および無頂隙限界について考察し、内歯車、ピニオン、ピニオンカッタの歯数と転位係数が隅肉干渉限界および無頂隙限界におよぼす影響を明らかにし、限界線図を作成して設計、製作に便宜を与えた。終りに本研究に対し御指導をいただきました本学両角宗晴教授、また数値計算に助力された村松伸太郎君に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 保延 誠, 細田益三, 渡部富治: インボリュート等速異中心歯車に関する二, 三の考察, 日立評論論文集, 5, 6, 8号, P.27, P.22, P.19 (昭24-7, 8, 10).
- 2) 荻野修作: インボリュート等速異中心歯車論, 日本機械学会論文集, 23巻, 126号, P.88 (昭32-2).
- 3) 両角宗晴, 八重島公郎: 歯数差零の転位インボリュート内歯車に関する研究, 信州大学工学部紀要, 第27号, P.157 (昭44-12).
- 4) M.MOROZUMI: Interference Diagrams for Profile Shifted Involute Internal Gears, JSME Proceedings of Semi International Symposium (gearing), P.77 (1967-9).
- 5) 両角宗晴: 転位インボリュート内歯車用干渉線図, 信州大学工学部紀要, 第22号, P.65 (昭42-7).

Summary

On Fillet Interference Limit and Non-Top Clearance Limit in the Profile Shifted Involute Internal Gears Having no Difference in Number of Teeth between Internal Gear and Pinion

Kōrō YAEJIMA

(Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

The trochoidal fillet at the bottom of the tooth space of the internal gear generated by a pinion cutter should not interfere with the tooth tip of the mating pinion, and the trochoidal fillet at the bottom of the tooth space of the spur pinion generated by the pinion cutter or a rack cutter should not interfere with the tooth tip of the mating internal gear, and the minimum radial distance between the crest of a tooth and the bottom of the tooth space of mating teeth should not be less than zero.

In this paper, the analytical study on the fillet interference limit and the non-top clearance limit in the profile shifted involute internal gears having no difference in number of teeth between the internal gear and the pinion and intermeshing with an appropriate center distance and with a contact ratio of greater than 1 is treated, and a pack of the limit diagrams to avoid the fillet interference and the non-top clearance caused by the engagement of above-mentioned profile shifted involute internal gears is constructed with respect to the cutter pressure angle $\alpha_c = 20^\circ$.

In conclusion, the author shows a numerical example with a view to facilitate the practical utilization of these limit diagrams.