様　式　C－19、F－19、Z－19　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 26 年　6 月 19 日現在

機関番号：13601
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2011～2013
課題番号：23540192
研究課題名（和文）測度の弱収束を用いた非加法的測度の作る空間の位相構造の研究

研究課題名（英文）Topological Structure of Weak Convergence of Nonadditive Measures

研究代表者
河邊　淳（KAWABE, Jun）

信州大学・工学部・教授

研究者番号：50186136

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　4,000,000円、（間接経費）　1,200,000円

研究成果の概要（和文）：距離空間上の非加法的測度に対して，Levy-Prokhorov型距離とFortet-Mourier型距離を導入し，その基本性質を調べた．さらに，非加法的測度の集合に対して同程度一様自己連続性の概念を新たに導入し，この性質を満たす集合上では，Levy位相や測度の弱位相は，一様的性質をもつことを示した．応用として，同程度一様自己連続な集合上でのLevy位相と測度の弱位相の距離付け可能性を示した．
また，局所コンパクト空間上のコンパクトな台をもつ連続関数空間などの定数関数を含まない関数空間上で定義された非線形汎関数に対するChoquet積分表示問題を，漸近平行移動可能性条件を新たに導入して解決した．

研究成果の概要（英文）：We introduced two explicit metrics for nonadditive measures on a metric space, which are called the Levy-Prokhorov metric and the Fortet-Mourier metric, and investigated their basic properties. Then, we gave a notion of the uniform equi-autocontinuity for a set of nonadditive measures and showed that both the Levy topology and the weak topology have uniform structures on such a set. As a result, we revealed that the Levy topology and the weak topology can be metrized by those explicit metrics.
Next, we introduced an asymptotically translatable condition for a nonlinear functional to solve a Choquet integral representation problem for a comonotonically additive, monotone functional on the space of all continuous functions with compact support on a locally compact space.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非加法的測度　測度の弱収束　レビ収束　ショケ積分　同程度一様自己連続　ショケ積分表示問題　漸近平行移動可能性　共単調加法性

１．研究開始当初の背景

非加法的測度は，数学的には空集合で零となる単調増加な集合関数のことである．測度論の結果を，主観的評価問題や不完全な情報下での期待効用理論などの現実世界の諸問題に適用する場合，理論の根幹に横たわる測度の加法性と積分の線形性が，本質的な障害となることがある．例えば，構成要素間に相互作用のある系では，その部分集合 A, B に対して，仮に $A \cap B = \varnothing$ であったとしても，A, B の相互作用(要素の組み合わせによる効果）に起因して，相乗作用がある場合は

$$\mu(A \cup B) > \mu(A) + \mu(B)$$

相殺作用がある場合は

$$\mu(A \cup B) < \mu(A) + \mu(B)$$

となる．また，非加法的測度による積算概念として広く利用される Choquet 積分は，一般には線形性をもたない．非加法的測度論は，従来の測度論や積分論から加法性や線形性の呪縛を取り払った新理論を待望する工学や社会科学分野の多くの研究者らの切実な要請により，1970 年代後半に登場した比較的新しい理論である．

測度論の研究者らの多くは，測度に加法性を仮定しなければ実りある理論は得られないと考えていた．しかし，1976 年の菅野，Dobrakov による，それぞれ工学，数学的観点からの基礎研究を出発点として，測度論の重要な結果の多くが，弱零加法性，零加法性，擬距離生成性，自己連続性，一様自己連続性などの実用的なより弱い加法性のもとで成立することがわかってきた．実際，連続性をもつ非加法的測度に弱零加法性，すなわち，$\mu(A) = \mu(B) = 0$ ならば $\mu(A \cup B) = 0$ という通常の加法性に比べ非常に弱い性質を仮定するだけで，多くの重要な基礎定理(例えば，Lusin 定理や Alexandroff 定理）が成り立つという研究結果や，Egoroff 定理に至っては，測度の加法性は全く必要でないという事実は，測度論研究者らに驚きと興奮をもって迎えられた．

非加法的測度論に関する多くの結果は，Fuzzy Sets and Systems や Information Sciences (Elsevier 社発行）などの国際専門誌に広く公表されるとともに，その重要性と他分野への多大な波及効果から，早くも 1990 年代前半には，Wang & Klir (1992), Denneberg (1994)，Pap (1995)らの専門書にまとめられた．その後も，研究は加速度的に進展し，確立された多くの理論とその応用は，再び Wang & Klir (2009)の著作 Generalized Measure Theory などでまとめられている．

一方，測度の弱収束の理論は，1956 年の Prokhorov の論文で，距離空間上の測度の弱収束性が体系的に論じられて以来，多くの研究者らにより様々な結果が得られてきた．測度の弱収束の理論の特長は，その応用が多岐に亘ることである．実際，この理論は，確率変数や確率過程の極限定理の証明，Large Deviation の理論，無限次元空間に解をもつ確率微分方程式の解の存在性の証明，ランダム・フーリエ級数の収束性の議論，Strassen 定理(与えられた周辺分布をもつ直積空間上の測度の存在性)の証明，情報理論における通信路の位相的性質の特徴付けのみならず，様々な分野で利用されている．

位相空間上で定義された測度の列あるいは有向列の収束概念は，各点収束(各集合ごとの収束）や全変動収束(測度の全変動ノルムに関する収束）など，測度が定義された空間 X の位相と無関係に定まる収束概念と，この研究の主要テーマである測度の弱収束や Lévy 収束など，X の位相と密接に結びついた収束概念がある．測度の有向列 μ_α と測度 μ に対し，これら両収束概念は次のように定義される：X 上の有界連続関数 f に対して

$$\int_X f d\mu_\alpha \to \int_X f d\mu$$

のとき，μ_α は μ に弱収束するという．また，$\mu(\partial A) = 0$ を満たす集合 A，すなわち，μ-連続集合 A に対して，$\mu_\alpha(A) \to \mu(A)$ のとき，μ_α は μ に Lévy 収束するという．ただし，∂A は A の境界集合を表す．特別な場合として，X の点の有向列 x_α が x に収束することと，それらの Dirac 測度が弱収束あるいは Lévy 収束することは同値となる．それゆえ，測度の弱収束や Lévy 収束から定まる位相の性質を，測度が定義された空間 X の位相構造と結びつけた理論展開が可能である．

非加法的測度論の研究は加速度的に進展してきたが，今回の研究課題である非加法的測度に対する測度の弱収束及び Lévy 収束の研究は，測度の弱収束性を定義する際の積分として，Lebesgue 積分の代わりにどんな積分を用いるかや，Lévy 収束を定義する際の連続集合の概念を，どのように定式化したらよいかが明確でないことや，測度の非加法性と，それに伴う積分の非線形性に起因する障害などにより，有効な解析手法が見いだせず，ほとんど手つかずのまま残された重要な研究課題の一つである．

２．研究の目的

本研究課題「測度の弱収束を用いた非加法的測度の作る空間の位相構造の研究」は『非加法的測度論の研究とその応用』という全体構想の主要部分に位置し，測度の作る空間の位相構造として重要で，確率論，数理統計学などへの多大な応用をもつ測度の弱収束の理論を，世界に先駆けて非加法的測度論の枠組みで展開し，関連領域への応用を目指すことにある．

この研究では，非加法的測度に対する測度の弱収束の理論の基盤的研究として，以下の事項を明らかにする．

(1) 非加法的測度に対する測度の弱収束と Lévy 収束の概念の導入と，Portmanteau 型定理の定式化

(2) Lévy-Prokhorov 型距離(以下では L-P 距

離と略す)とForte-Mourier型距離(以下ではF-M距離と略す)の導入と,それらによるLévy位相及び測度の弱位相の距離付け可能性問題の解決
(3) 連続関数空間上で定義された共単調加法的かつ単調増加な汎関数のChoquet積分表示(Riesz型積分表示定理)の定式化
(4) 測度の弱位相と Lévy 位相のコンパクト性，可分性，完備性などの位相的性質の解明
(5) 局所コンパクト空間，さらには，距離空間より一般の正規空間あるいは完全正規空間上の非加法的測度に対する理論展開
(6) Banach空間あるいはRiesz空間に値をとる非加法的測度に対する理論展開

３．研究の方法

研究目的を期間内に達成するために，以下の手順で研究を進めた．
(1) 位相空間上で定義された非加法的測度の有向列に対して，測度の弱収束と Lévy 収束の概念を定式化し，それら収束性から定まる測度の弱位相，Lévy位相の基本的性質を調べる．
(2) 一般の位相空間の場合の研究の前に，距離空間 X 上で定義された非加法的測度全体からなる空間 $M(X)$ 上に導入された測度の弱位相と Lévy 位相の距離付け可能性問題に焦点を当て，以下の手順で議論を展開する．
① $M(X)$ 上で測度の弱位相とLévy位相が一致することを示す．
②測度の弱収束の理論を研究する際に重要な役割を果たす，測度の弱収束と同値な条件をまとめた Portmanteu 型定理 (邦訳：寄せ集めの定理)を，非加法的測度論の枠組みで定式化する．
③ $M(X)$ 上のLévy位相を距離付けるL-P型の距離を定式化する．
④ $M(X)$ 上の測度の弱位相を距離付けるF-M型の距離を定式化する．
⑤連続関数空間上で定義された共単調加法的かつ単調増加な汎関数のChoquet積分表示(Riesz 型の積分表示定理)を定式化する．
⑥ $M(X)$ 上のLévy位相に関して，その可分性，コンパクト性，完備性などの位相的性質を，X の対応する位相的性質と関連づけて調べる．
⑦非加法的測度が定義された空間 X が,距離空間より一般の正規空間，完全正規空間の場合や，非加法的測度が，Banach 空間，Riesz 空間などに値をとる場合に，①〜⑥の結果を拡張する．

具体的な研究方法は下記の通りである．
(1) 測度の弱収束と Lévy 収束の概念の確立とPortmanteu型定理の定式化
①研究代表者の予備的考察により，測度の弱収束の定式化にあたっては積分概念としてChoquet積分を用いることや，Lévy収束を定義する際に必要な連続集合の概念は，Girott とHolzer の論文Sankhya, 55 (1993), 188-201 で導入された強正則集合の概念を用いて定式化できることは，ほぼ判明している．そこで，これらの予備的考察をさらに精査し，測度の弱収束と Lévy 収束の基本性質を確立する．また，積分概念として菅野積分を用いた場合の定式化についても検討する．
②測度の弱収束と Lévy 収束の同値性を示すために必要な正則性概念は，研究代表者によりその性質が詳細に研究されたRadon 性，o-連続性，c-連続性，k-連続性などの中から適切なものがないかを検討する．適切なものがない場合は新たに考案する．
③測度の加法性と積分の線形性に依存しない理論展開の手法については，単調増加な下半連続関数列のChoquet積分に対する単調収束定理の成立性が，o-連続性と同値となることを示した論文や，Choquet 積分の有界収束定理を定式化した論文で研究代表者自身が開発した技法の活用を試みる．
(2) L-P 型距離と F-M 型距離の定式化と空間 $M(X)$ の距離付け可能性問題の解決

距離空間 X 上の非加法的測度からなる空間 $M(X)$ 上にLévy位相を距離付けるL-P型距離と，測度の弱位相を距離付けるF-M型距離を導入し，Portmanteu 型定理を利用して，$M(X)$ の距離付け可能性問題を解決する．
①研究代表者の予備的考察により，非加法的測度 $\mu,\nu \in M(X)$ に対して，L-P型の準距離 $\pi(\mu,\nu)$ を通常の測度の場合と同じように定義したのでは，測度の非加法性により，一般には $\pi(\mu,\nu) \neq \pi(\nu,\mu)$ となり，対称性を満たさないことが判明している．そこで，準距離 $\pi(\mu,\nu)$ だけでなく μ や ν の共役測度 $\overline{\mu},\overline{\nu}$ に対する準距離 $\pi(\overline{\mu},\overline{\nu})$， $\pi(\overline{\mu},\nu)$， $\pi(\mu,\overline{\nu})$ も同時に加味した量を用いて定式化する．一方，F-M型準距離 $\kappa(\mu,\nu)$ は，通常の測度の場合と同様に定式化する．これら２つの準距離に対して，それらが距離となるために課すべき μ,ν の正則性などの基本事項を調べたのち，距離 π と κ の大小関係に関するDudley 型の評価式を定式化する．
② $M(X)$ 上のLévy位相及び測度の弱位相は,それぞれL-P型及びF-M型距離により距離付け可能となることを示す．通常の測度の場合の証明では,Lebesgue積分の線形性からの自明な帰結として得られる不等式

$$\left|\int_X f d\mu - \int_X g d\mu\right| \leq \int_X |f-g| d\mu$$

を用いて積分評価を行い証明しているが，Choquet 積分に対してはこの不等式は成立しない．そこで，まず初めに室伏らの論文Fuzzy Sets and Systems, 92 (1997), 197-203で開発された自己連続な非加法的測度の Choquet 積分に対する積分評価手法の適用可能性を検討する．また，Parthasarathy の方法，すなわち，可分な距離空間 X 上に，元の距離と同値な全有界距離を導入した空間上の一様連続関数空間 $U(X)$ の可分性を用いて，測度の弱収束と同値な距離を定義する方法も試みる．いずれにしても，距離付け可能性問題

の解決には，測度の集合に対して，自己連続性に関する何らかの一様性が必要となることが予想される．

(3) Riesz 型積分表示定理と空間 $M(X)$ の可分性・コンパクト性・完備性

有界連続関数空間 $C_b(X)$ 上で定義された共単調加法的かつ単調増加な非線形汎関数を，正則な非加法的測度による Choquet 積分で表示する，いわゆる Riesz 型の積分表示定理を定式化し，一般の位相空間 X に対して，$M(X)$ 上の測度の弱位相や Lévy 位相の性質をより詳細に調べる．

①Greco の先駆的論文 Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 66 (1982), 21-42 の Daniell-Stone 型の積分表示定理において汎関数に課された複雑な条件を再検討し，局所コンパクト空間や正規空間などの位相空間上での Riesz 型表現定理を Greco の定理から導く．

②応用として，必ずしも距離付け可能とは限らない，一般の位相空間 X に対して，$M(X)$ 上の測度の弱位相や Lévy 位相の可分性，コンパクト性，完備性などを，X の位相的性質と関連づけて調べる．

(4) Banach 空間あるいは Riesz 空間に値をとる非加法的測度の場合への拡張

測度の弱収束や Lévy 収束の研究を，Banach 空間や Riesz 空間に値をとる非加法的測度の場合に拡張することは，理論の応用範囲を格段に広げるのみならず，数学的にも興味ある研究対象である．Banach 空間に値をとる場合では，通常のベクトル測度論のように，実数値の場合に得られた様々な命題の成立性が，一様凸性やタイプ・コタイプなどの Banach 空間の幾何的構造と密接に結びつくことが予想される．また，Riesz 空間に値をとる場合には，研究代表者の従前の研究でも明らかにされたように，理論の展開には，Egoroff 性や弱σ-分配性に加え，漸近的 Egoroff 性や多重 Egoroff 性などの順序構造に関する新しい滑らかさの概念と，それと有機的に結びつく順序に関する極限操作手法を Riesz 空間の枠組みで確立することが必要不可欠である．具体的には，平成 23 年度の科学研究費補助金による研究成果を，Banach 空間や Riesz 空間に値をとる非加法的測度に拡張する．特に，一般の Banach 空間や Riesz 空間では拡張不能となる命題に着目し，それが成立するためにそれら空間に課すべき適当な条件を見いだす．

４．研究成果

(1) 非加法的測度空間上の測度の弱位相に関する Portmanteau 定理

距離空間上で定義されたある種の連続性をもつ正則な非加法的測度の有向列に対して，Choquet 積分を用いて測度の弱収束性を定めるとともに，Girotto と Holzer が導入した強正則集合を用いて連続集合を定式化し，Lévy 収束の概念の合理的な定義を確立した．さらに，強正則集合の性質をより詳細に調べ，測度の弱収束性と Lévy 収束性が一致することや，Lévy 収束で定まる位相が可分に距離付け可能となるための必要十分条件は，測度が定義されている距離空間自身が可分に距離付け可能であることを示した．

(2) 非加法的測度の弱収束を定める距離の陽的構成

距離空間上の非加法的測度に対して，L-P 型距離と F-M 型距離を導入し，その基本性質を調べた．特に，これらの距離は，自己連続な非加法的 Radon 測度からなる空間上では，分離的性質を満たし，実際に距離となることを示した．また，同程度一様自己連続性の概念を新たに導入し，非加法的測度の弱収束は，この集合上では，一様的性質をもつことを示した．これらの結果から，非加法的測度の弱収束は，同程度一様自己連続な集合上で L-P 型距離と F-M 型距離により距離付け可能であることがわかった．また，測度の弱収束列の一様緊密性に関する LeCam 定理を非加法的測度の場合へ拡張することに成功した．さらに，自己連続あるいは一様自己連続な非加法的測度をもつ空間上の可測写像の収束性と一様緊密性に関する命題の証明に，これらの結果を応用した．

(3) 関数空間の正錐上で定義された共単調加法的汎関数の Choquet 積分表示

Greco により得られた Daniell-Stone 型の積分表示定理における複雑な条件を再検討し，局所コンパクト空間上のコンパクトな台をもつ非負実数値連続関数空間や，無限遠点で消滅する非負実数値連続関数空間上などの関数空間の正錐上で定義された単調かつ共単調加法的な汎関数は，応用上十分な正則性をもつ非加法的測度の Choquet 積分で一意的に表されることを示した．

(4) 関数空間上で定義された共単調加法的汎関数の Choquet 積分表示

局所コンパクト空間上のコンパクトな台をもつ連続関数空間や，無限遠点で消滅する連続関数空間など，必ずしも正錐でない関数空間上で定義された汎関数の Choquet 積分表示可能性問題は，これら関数空間が定数関数を含まない場合は，Choquet 積分や汎関数の非線形性に起因した困難さのため，未解決であった．そこで，まず，汎関数に単調性と共単調加法性を仮定しただけでは，Choquet 積分表示できない例を構成した．さらに，漸近平行移動可能性の概念を新たに導入し，単調かつ共単調加法的汎関数の Choquet 積分表示可能性と，漸近平行移動可能性が同値であることを示した．

(5) 非加法的測度の弱収束とそれを定める非線形積分の依存性

非加法的測度からなる空間上に定まる測度の弱収束性は，非加法的測度の積算概念である非線形積分を用いて定義される．これら非線形積分として重要であり，現在広く利用されているのが Choquet 積分と菅野積分である．この研究では，極限測度に対して，非加

法測度の正則性に関する概念である完全 co-連続性を仮定することにより，Choquet 積分で定まる測度の弱収束に対する Portmanteau 定理を，測度が定義された空間が距離空間の場合から，一般の完全正則空間の場合に拡張した．さらに，菅野積分で定まる測度の弱収束に対する Portmeanteu 定理の定式化も行い，これら 2 つの非線形積分は，完全 co-連続な非加法的測度からなる空間上に，同じ測度の弱位相を定義することを示した．また，測度が定義された空間が正規空間の場合には，完全 co-連続性の仮定は不要であることも示した．

(6) Choque 積分/菅野積分/Shilkret 積分に対する有界収束定理

非加法的測度の積算概念として広く用いられる Choquet 積分，菅野積分，Shilkret 積分に対して，測度収束する可測関数列に関する有界収束定理が成り立つための必要十分条件は，非加法的測度が自己連続であることを示した．

以上の研究成果は，非加法的測度に関する重要な論文が掲載される国際専門誌 Fuzzy Sets and Systems (Elsevier 社発行)などに掲載され，編集者や論文査読者から常に高い評価を得ている．また，他の研究者の論文にも多数回引用されている．また，日本数学会をはじめ，国内外の数多くのシンポジウムで研究成果を発表した．

今回の研究は，非加法的測度からなる空間上に導入された測度の弱収束の位相構造に関する基盤的研究であり，その成果を土台として，理論と応用の両面において，今後もますます研究が進展することが期待されている．

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 12 件）

① Jun Kawabe, Weak convergence of nonadditive measures defined by Choquet and Sugeno integrals, in: Banach and function spaces IV (M. Kato and L. Maligranda, eds.), Yokohama Publishers, 2014, 63-79, 査読有
http://www.ybook.co.jp/

② Jun Kawabe, The Choquet integral representability of comonotonically additive functionals in locally compact spaces, Int. J. Approx. Reason., 54, 2013, 418-426, 査読有
DOI:10.1016/j.ijar.2012.08.002

③ Shoumei, Li and Jun Kawabe, Editorial Special Issue: Nonlinear mathematics for uncertainty and its applications, J. Approx. Reason., 54, 2013, 355-356, 査読有
DOI:10.1016/j.ijar.2012.11.008

④ Jun Kawabe, The bounded convergence theorem for Riesz space-valued Choquet integrals, Bull. Malays. Math. Sci. Soc. 35, 2012, 537-545, 査読有
http://www.emis.de/journals/BMMSS/pdf/v35n2A/V35N2AP09.pdf

⑤ Jun Kawabe, Metrizability of the Lévy topology on the space of nonadditive measures on metric spaces, Fuzzy Sets Systems, 204, 2012, 93-105, 査読有
DOI:10.1016/j.fss.2012.02.005

⑥ Jun Kawabe, The Lévy-Prokhorov topology on nonadditive measures on metric spaces, 京都大学数理解析研究所講究録, No. 1820, 2012, 43-56, 査読無
http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1820-06.pdf

⑦ Jun Kawabe, Choquet integral representability of comonotonically additive functionals, 京都大学数理解析研究所講究録, No. 1819, 2012, 65-70, 査読無
http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1819-07.pdf

⑧ 谷保　智哉，河邊　淳，漸近平行移動可能性をもつ汎関数のショケ積分表現，第 17 回曖昧な気持ちに挑むワークショップ講演論文集，2012，45-46，査読無
http://www.fz.dis.titech.ac.jp/Eval/HM2012.pdf

⑨ 松本　和也，河邊　淳，ショケ積分表示定理の拡張と漸近平行移動可能性条件，第 17 回曖昧な気持ちに挑むワークショップ講演論文集，2012，47-48，査読無
http://www.fz.dis.titech.ac.jp/Eval/HM2012.pdf

⑩ Jun Kawabe, The continuity and compactness of Riesz space-valued indirect product measures, Fuzzy Sets Systems, 175, 2011, 65-74, 査読有
DOI:10.1016/j.fss.2011.02.005

⑪ Jun Kawabe, Riesz type integral representations for comonotonically additive functionals, in: Nonlinear Mathematics for Uncertainty and its Applications, Advances in Intelligent and Soft Computing (S. Li, X. Wang et al., eds.), Vol. 100, 35-42, Springer, 2011, 査読有
http://www.springer.com/engineering/computational+intelligence+and+complexity/book/978-3-642-22832-2?detailsPage=chapter

⑫ 河邊　淳，相馬　匡博，共単調加法的汎関数の Riesz 型積分定理，知能と情報（日本知能情報ファジィ学会誌），23，2011，592-595，査読有
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsoft/23/4/23_4_592/_pdf

〔学会発表〕（計 16 件）

① Jun Kawabe, The Choquet integral representation problem for nonlinear functionals, The International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (ICNAO2013), National Sun Yat-sen University, Kaohsiung, Taiwan, 2013 年 12 月 22 日.
② 河邊　淳，非加法的測度の弱収束とその距離付け可能性，実解析学シンポジウム 2013 岡山，岡山大学，2013 年 11 月 3 日.
③ 河邊　淳，非線形汎関数のショケ積分表示問題，日本数学会 2013 年秋季総合分科会，実函数論分科会，愛媛大学，2013 年 9 月 24 日.
④ Jun Kawabe, Metrizing the Lévy topology on nonadditive measures by explicit metrics, Positivity VII, Zaanen Centennial Conference, Leiden University, Leiden, The Kingdom of the Netherlands, 2013 年 7 月 22 日.
⑤ Jun Kawabe, The Choquet integral representability problem in locally compact spaces, The Asian Mathematical Conference 2013, BEXCO, Busan, Korea, 2013 年 7 月 3 日.
⑥ Jun Kawabe, Metrizability of Lévy topology on nonadditive measures on a metric space, Symposium in Real Analysis XXXVII, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brazil, 2013 年 6 月 3 日.
⑦ Jun Kawabe, The study of Riesz space-valued nonadditive measures, Mathematics Colloquia, Department of Mathematics, University of Nebraska, Omaha, Nebraska, USA, 2013 年 3 月 29 日（招待講演）.
⑧ 河邊　淳，非線形汎関数のショケ積分表示可能性条件，京都大学数理解析研究所研究集会「函数解析学による一般化エントロピーの新展開」，京都大学数理解析研究所，2012 年 11 月 13 日.
⑨ 谷保　智哉，河邊　淳，漸近平行移動可能性をもつ汎関数のショケ積分表現，日本知能情報ファジィ学会評価問題研究部会，第 17 回曖昧な気持ちに挑むワークショップ，信州大学工学部，2012 年 10 月 27 日.
⑩ 松本　和也，河邊　淳，ショケ積分表示定理の拡張と漸近平行移動可能性条件，日本知能情報ファジィ学会評価問題研究部会，第 17 回曖昧な気持ちに挑むワークショップ，信州大学工学部，2012 年 10 月 27 日.
⑪ Jun Kawabe, Metrizability of the Lévy topology on nonadditive measures, The Fourth International Symposium on Banach and Function Spaces 2012, Kyushu Institute of Technology, Kitakyusyu, Japan, 2012 年 9 月 15 日.
⑫ Jun Kawabe, Metrizing the Lévy topology on the space of nonadditive measures, Integration, Vector Measures and Related Topics V, Universita de Palermo, Palermo, Italy, 2012 年 8 月 31 日.
⑬ 河邊　淳，非加法的測度の弱収束の距離付け可能性，京都大学数理解析研究所研究集会「独立性と従属性の数理―代数と確率の出会い」，京都大学数理解析研究所，2011 年 12 月 21 日.
⑭ Jun Kawabe, New smoothness conditions on Riesz space with applications to nonadditive measure theory, Conference on Ordered Spaces and Applications, National Technical University of Athens, Athens, Greece, 2011 年 11 月 25 日.
⑮ Jun Kawabe, Riesz type integral representations for comonotonically additive functionals, International Symposium on Nonlinear Mathematics for Uncertainty and its Applications, Beijing University of Technology, Beijing, China, 2011 年 9 月 7 日.
⑯ 河邊　淳，Introduction to Nonadditive Measure Theory, 2011 Mathematical Economics Monday Seminar，慶應義塾大学三田キャンパス，2011 年 4 月 25 日（招待講演）.

〔その他〕

ホームページ等

http://soar-rd.shinshu-u.ac.jp/profile/ja.jaAaZVkh.html

６．研究組織

(1)研究代表者

河邊　淳　（KAWABE, Jun）

信州大学・工学部・教授

研究者番号：５０１８６１３６