

塑性域締付におけるねじの振舞* (有限要素法による弾・塑性解析)

田中道彦*¹, 辺見信彦*¹, 石橋寛之*²

On the Behaviour of Bolted Joints Tightened in Plastic Region (Elasto-plastic Analysis by the Finite Element Method)

Michihiko TANAKA*³, Nobuhiko HENMI and Hiroyuki ISHIBASHI

*³ Shinshu University, Dept. of Mechanical Engineering, 4-17-1 Wakasato, Nagano, Nagano, 380-8553 Japan

The purpose of this report is to discuss the behaviour of bolted joints tightened in plastic region. Although, there have been many reports about plastic region tightening method, their method and discussion were based on the classical criterion derived from the rigid-plastic solution for combined loads of axial tension and torsion. Recently, the finite element method is receiving attention in various fields of engineering because of its diversity and flexibility. In this report, a finite element modeling of bolted joint was performed to confirm the validity of the computer program developed for plastic region tightening analysis. The numerically obtained interaction curves are fairly well agreed with those of experiment. The plastic region is initiated at the root of free thread and it spreads to the inner region of free thread portion of bolt. The elastic zone at the cross section of thread and the partial plastic zone at the thread portion characterize the empirical fact that diameter of circular stress area is the mean of root and pitch diameters.

Key Words: Bolted Joint, FEM, Elastic-Plastic Analysis, Plastic Region Tightening Method, Machine Elements

1. はじめに

弾性限界内でねじを締め付ける従来のトルク法では、接触面での表面工学的な面圧や摩擦係数のバラツキなどの原因により、安定した高い締付け力を得ることが困難であった。このため、一定で高い締付け力を得るために、ボルトの弾性域を超えた締結法である降伏点締付あるいは塑性域締付などが一般化しつつある。

このような塑性域締付法に関する報告や研究も多くなってきているが、ねじ締結体の構造的・力学的な複雑さのため、簡単な円柱モデルを仮定した剛塑性問題としての解析が主体になっている。

本論文では、ボルト単体に軸力とねじれトルクが作用する簡単なモデルを用いて、ねじの塑性域締結の有限要素法解析に関する基礎的な研究について行った。これは、ねじの締付が非線形のある塑性域にまで及ぶこと、またねじ締結体が複雑な構造をした多体の接触問題であるため、未知な点が多いねじの塑性域締結法に関しての基礎的研究が必要なためである。

2. 剛塑性問題としての塑性域締付

ねじの塑性域締付に関する多くの論文の中で、辻らによる研究⁽¹⁾は数少ない定量的なものとなっている。この研究において、辻らはねじの塑性域締付をボルト単体での降伏点荷重の問題とみなし、軸力とねじりトルクの組み合わせ荷重が作用する円柱の相互作用曲線解^{(1), (2)}を全断面降伏締付軸力に応用している。

曲げとねじりの組合荷重が円柱に作用する場合には、軸応力 σ_z とせん断応力 τ_{α} で表したミーゼスの降伏条件

$$\sigma_z^2 + \tau_{\alpha}^2 = \sigma_y^2 \quad (1)$$

に、引張りとねじれのひずみ比 α の近似式

$$\alpha = \beta \sigma_z / \tau_{\alpha} \quad (2)$$

を代入すれば、円柱の全断面が降伏したときの応力を中心からの距離 r で表すことができる。ただし、 σ_y は単軸引張降伏応力、 $\beta = r/r_0$ で、 r_0 は円柱の外周半径である。

$$\sigma_z = \frac{\alpha \sigma_y}{\sqrt{\alpha^2 + 3\beta^2}} \quad (3)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\beta \sigma_y}{\sqrt{\alpha^2 + 3\beta^2}} \quad (4)$$

全断面が降伏したときの軸荷重 F_y と軸力が単独で作用したときの降伏荷重 $F_y = \pi r_0^2 \sigma_y$ との比は、

$$\frac{F_y}{F_y} = \frac{2\pi}{F_y} \int_0^{r_0} \sigma_z r dr = \frac{2\alpha}{3} \left(\sqrt{\alpha^2 + 3} - \alpha \right) \quad (5)$$

* 原稿受付 1999年11月8日。

*¹ 正員, 信州大学工学部 (☎ 380-8553 長野市若里 4-17-1)。

*² 学生員, 信州大学大学院。

E-mail: tnkmich@gipwc.shinshu-u.ac.jp

同様に全断面が降伏したときのトルク T_{β} とトルクが単独で作用したときの降伏荷重 $T_y = 2\pi r_0^3 \sigma_y / \sqrt{3}$ との比は

$$\begin{aligned} \frac{T_{\beta}}{T_y} &= \frac{2\pi}{T_y} \int_0^{r_0} \tau_{\alpha} r^2 dr \\ &= \frac{\sqrt{3}}{9} \left\{ \sqrt{\alpha^2 + 3(3 - 2\alpha^2)} + 2\alpha^3 \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。

式(5), (6)の関係から α を消去すれば, 楕円の式で近似される円柱の降伏条件としての相互作用曲線式(7)が求められる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{F_{\beta}}{F_y} \right)^2 + \left(\frac{T_{\beta}}{T_y} \right)^2 &= 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{F_{\beta}}{F_y} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{F_{\beta}}{F_y} \right) \right\} \\ &\approx 1 \end{aligned} \quad (7)$$

塑性域締付問題において, さらにはねじ山の有効径を外周とする円柱を考へて, この相互作用曲線を応用した結果がボルト単体での実験結果と比較的よくあうことを確認している。

しかしながらこの推定方法により, 実際に被締結体を考慮した場合や複雑な形状をしたねじ締結体の場合での塑性域締付を模擬出来るかは疑問である。これは, 実験結果との比較がトルクの小さい範囲で行われており, ボルト単体の簡単な場合にも関わらずトルク比が大きくなると推定値が実験値と多少ずれてくるためである。実際のねじ締結体は複雑な形状をしており, 簡単な円柱問題化したボルト単体での解析とは大きく異なってくるため, 有限要素法などによる解析法の検討が必要となる。

3. 有限要素法による弾・塑性問題

筆者等はすでにねじ締結体への有限要素法の応用方法に関する研究⁽³⁾を行ってきた。本研究ではさらに, ねじの弾性域を越えた降伏点締付を含む広義の塑性域締付について, より実際的なねじの材料特性を考慮できるように別報⁽³⁾で作成した解析プログラムを改良し塑性域締付に応用した。

3.1 要素剛性方程式 軸対称問題ではねじりは独立した成分となるが, ねじ締結体の解析では締付トルクにより発生するねじりの影響を考慮して解析しなければならない。本研究で開発した有限要素法プログラムでは, 軸対称解析ではあるが, ねじ山接触面における法線方向とリード方向を含む直交座標軸に関して座標変換を行うことにより, ねじりを連成させた形での締付特性を考慮できるものとしている⁽⁴⁾。また塑性域締付の解析では, 全応力成分を含めた相当応力を計算しておく必要

もあるため, ねじりを連成させた自由度3の軸対称有限要素解析プログラムとなっている。

自由度3の3次元軸対称問題の解析に用いた要素剛性方程式は

$$[K]\{\delta\} = \{f\} \quad (8)$$

$$[K] = 2\pi \int [B]^T [D] [B] r dr dz \quad (9)$$

である。ここで, $\{\delta\}$ と $\{f\}$ はそれぞれ要素の変位と節点力のベクトルであり, 3角形1次要素ではそれらの大きさは9である。 $[D]$ は応力とひずみベクトル $\{\sigma\}$, $\{\varepsilon\}$ を関係づける応力-ひずみマトリクス, $[B]$ は $\{\varepsilon\}$ と $\{\delta\}$ を関係づける歪-変位マトリクスである。

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (10)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\} \quad (11)$$

軸対称問題では $\{\varepsilon\}$ と $\{\sigma\}$ は極座標で表される。

$$\{\sigma\} = [\sigma_r \ \sigma_{\theta} \ \sigma_z \ \tau_{r\theta} \ \tau_{z\theta} \ \tau_{rz}]^T \quad (12)$$

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_r \ \varepsilon_{\theta} \ \varepsilon_z \ \gamma_{r\theta} \ \gamma_{z\theta} \ \gamma_{rz}]^T \quad (13)$$

ここで ε , γ は軸ひずみとせん断ひずみであり, 添字 z , r および θ はそれぞれ軸方向, 径方向, 周方向成分を表している。

3.2 降伏条件 ねじの塑性域締付の解析は, 塑性状態になった要素と弾性状態に留まっている要素が混在する問題であり, 各荷重増分段階で各要素の降伏判定を行いながら計算を進める必要がある。本解析プログラムでは, 任意の要素が弾性状態か塑性状態かの判別方法には山田の方法⁽⁵⁾を改良して, 計算時間を大幅に短縮する工夫した。

本研究では全ての弾性要素ごとでの荷重増分量を求め, 一番小さい荷重増分量に非常に近い範囲内にある要素を全て塑性要素にするものとして解析を進めた。降伏条件としては次式で表される相当応力

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_{\theta})^2 + (\sigma_{\theta} - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{rz}^2 + \tau_{\alpha}^2 + \tau_{r\theta}^2) \right\}} \quad (14)$$

が降伏応力 σ_y と等しくなるとき材料は降伏塑性状態となるミーゼスの条件を用いた。

3.3 応力-ひずみマトリクス 弾性域にある要素では式(10)の応力-ひずみマトリクス $[D]$ に

$$[D] = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & C_1 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ sym & & & & C_2 & 0 \\ & & & & & C_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C_1 = \nu/(1-\nu), \quad C_2 = (1-2\nu)/2(1-\nu)$$

を用いる。ここで E は縦弾性係数, ν はポアソン比であ

る。

塑性域での応力-ひずみマトリクス $[D]$ は、材料定数 E, ν , 加工硬化係数 H' と偏差応力 $\{\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{r\theta}, \tau_{r\theta}, \tau_{zr}\}$ より表される $[D^p]$ を用いる。

$$[D^p] = [D^e] - \frac{2G}{S'} \begin{bmatrix} \sigma_r'^2 & \sigma_r'\sigma_\theta' & \sigma_r'\sigma_z' & \sigma_r'\tau_{r\theta}' & \sigma_r'\tau_{r\theta}' & \sigma_r'\tau_{zr}' \\ \sigma_\theta'^2 & \sigma_\theta'\sigma_z' & \sigma_\theta'\tau_{r\theta}' & \sigma_\theta'\tau_{r\theta}' & \sigma_\theta'\tau_{zr}' & \\ \sigma_z'^2 & \sigma_z'\tau_{r\theta}' & \sigma_z'\tau_{r\theta}' & \sigma_z'\tau_{zr}' & \sigma_z'\tau_{zr}' & \\ \tau_{r\theta}'^2 & \tau_{r\theta}'\tau_{r\theta}' & \tau_{r\theta}'\tau_{zr}' & \tau_{r\theta}'\tau_{zr}' & \tau_{r\theta}'\tau_{zr}' & \\ \tau_{zr}'^2 & \tau_{zr}'\tau_{zr}' & \tau_{zr}'\tau_{zr}' & \tau_{zr}'\tau_{zr}' & \tau_{zr}'\tau_{zr}' & \\ \text{sym} & & & & & \tau_{zr}'^2 \end{bmatrix}$$

$$S' = \frac{2}{3} \sigma^2 \left(\frac{H'}{3G} + 1 \right) \quad (16)$$

横弾性係数 G は $E/2(1+\nu)$ であり、加工硬化係数 H' は次式で表されるものとした。

$$H' = \frac{nC^{-n} \sigma_y^{(n-1)/n}}{(\bar{\sigma}/\sigma_y)^{(1-n)/n} - n} \quad (17)$$

定数 C と n は、塑性域での応力を歪の関係であらわす式

$$\sigma = C\varepsilon^n \quad (18)$$

のパラメータである。

3.4 解析プログラムの開発 本研究で開発した解析プログラムの特徴は、ねじの塑性域締付のような複雑な問題の解析を可能とする弾・塑性解析プログラムとなっている点である。ねじ締結体を軸対称体とみなした塑性域締付の解析が可能となっている。

また、ねじを塑性域まで締め付けた際の永久ひずみは0.2%点としており、歪が0.2%に達したところで計算を打ちきるようになっている。さらにモデルをユニットに分割することにより、大きなデータが必要となる解析の解析時間を短縮させている。

4. 塑性域締付のねじモデル

ねじの塑性域締付に関する定量的な研究は辻らにより行われたものが唯一となっているため、彼らの基礎実験結果⁽¹⁾を本研究に参照する。図1は辻らによる実験の概略を示したものであり、ボルト単体に軸力とねじれトルクが作用する場合での基本的塑性挙動を調べるものとなっている。ねじ部はねじチャックで固定され、ボルト頭に軸力とねじれトルクを加えて、伸びとねじれ角を測定する装置となっている。

図2はこの実験に用いられたM10のボルト試験片のサイズを示したものである。降伏軸力はひずみが基準長さの0.2%となる永久ひずみ点で決定されるものとして実験が行われており、本解析でも比較のため0.2%ひずみを採用した。図3では本研究で用いた図2の解析モデルの寸法と負荷条件を表している。このモデルにおいては

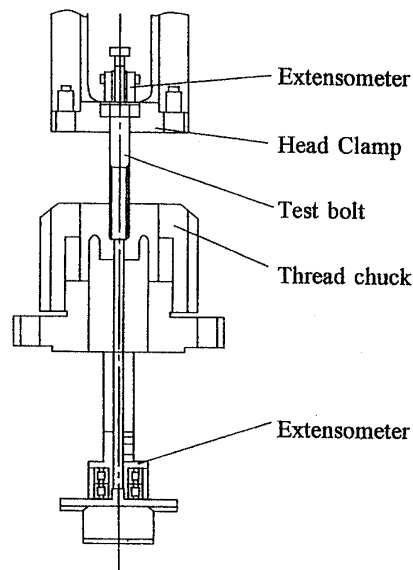


Fig.1 Schematic diagram of combined Load testing machine⁽¹⁾

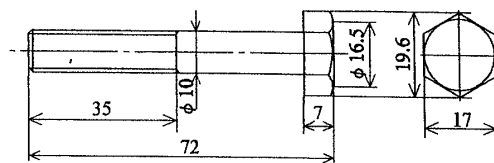


Fig.2 Test piece⁽¹⁾

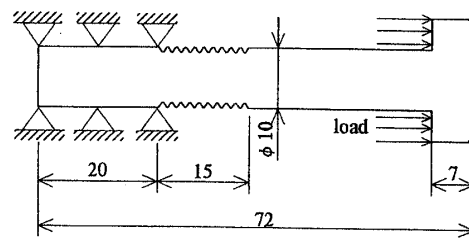


Fig.3 Shape and size (FEM model)

3198 nodes
6061 elements

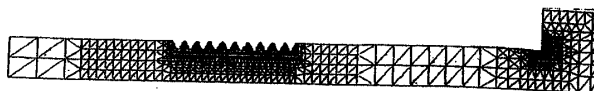


Fig.4 Whole view (FEM model)

塑性域締付に直接影響を及ぼさないかみ合いねじ部は考えないものとして、この部分を円柱で近似しその表面部の節点は軸方向固定とした。

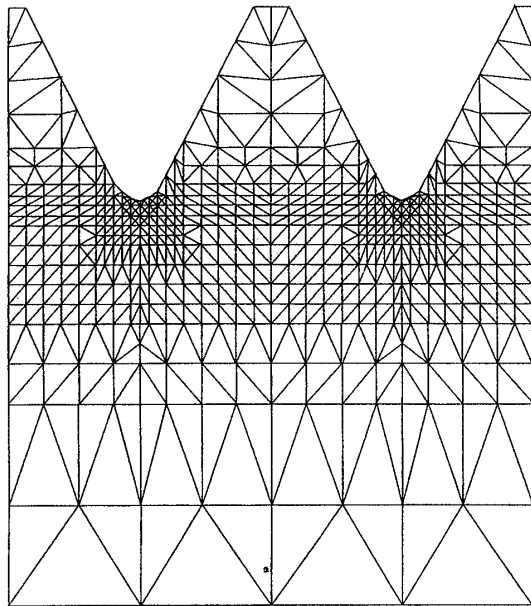


Fig.5 Detail of thread part (FEM model)

図4は本研究で図3に基づいて作成したM10ボルト試験片の軸対称有限要素法モデルであり、ねじ部の詳細な寸法形状はJIS規格にあわせてある。塑性域の進展に大きな影響を及ぼす遊びねじ部は、図5に示すように密に分割してある。また、応力集中の生じやすいボルト座面内部もやや密な要素に分割してある。モデルは総要素数6061のシンプレックス要素により分割され、総節点数は3198となっている。解析に用いるボルトの材料特性は強度区分8.8, 10.9および12.9に相当する値を計算して決定した。即ち、強度区分8.8では縦弾性係数 $E=206\text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu=0.3$, n 値 $n=0.25$, 降伏応力 $\sigma_y=800\text{ MPa}$, C 値 $C=3203\text{ MPa}$ とする。また、区分10.9では $\sigma_y=1068\text{ MPa}$, $C=3957\text{ MPa}$ 。区分12.9では $\sigma_y=1215\text{ MPa}$, $C=4384\text{ MPa}$ とした。

解析は軸力 F とトルク T の組み合わせ荷重が $T = \kappa DF$ の一定な関係があるとして荷重増分を与えて行なった。ここで κ は便宜的にとった無次元の比例定数であり、 D は呼び径の大きさである。

5. 解析結果

本研究では、8.8, 10.9及び12.9の各強度区分の解析モデルを用いて、引張り軸力とトルクの比 κ の値を0.0から0.9まで9段階に分けて、塑性域締付の解析を行った。図6において、 \times 印が本研究での解析結果を、 \circ 印

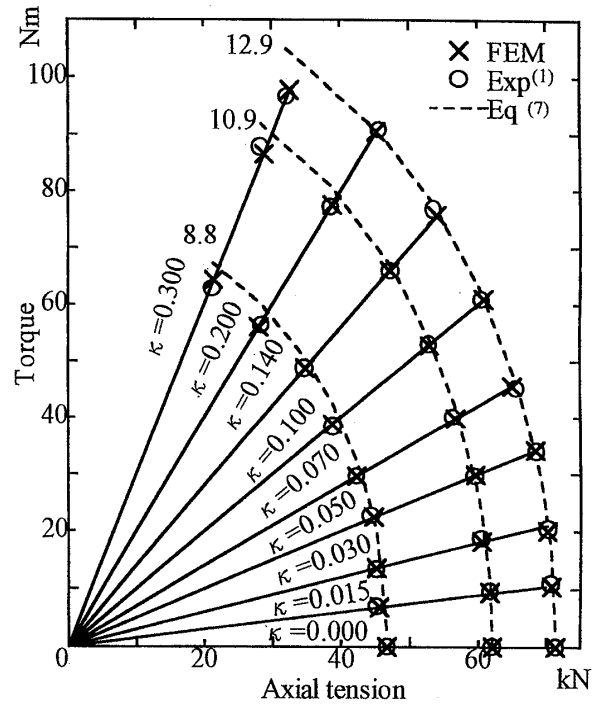


Fig.6 Comparison with experimental result of using M10 bolt

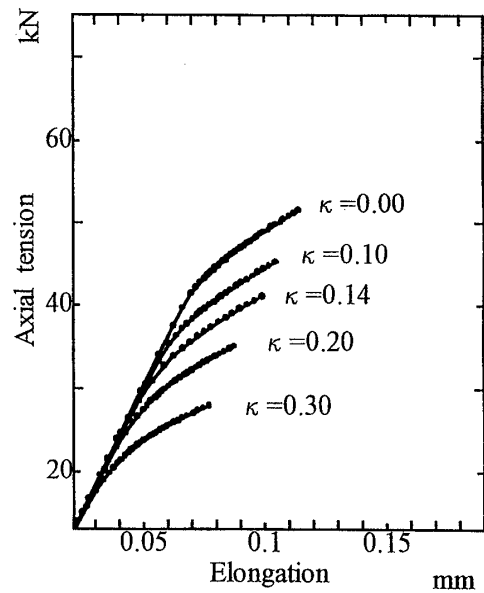


Fig.7 Effect of κ on the relation between Axial tension and Elongation (Property class 8.8)

が辻らの実験結果を、また破線はねじ山有効径を直径とする円柱から導かれた相互作用曲線式(7)を表している。これらの比較からわかるように相互作用曲線は実験

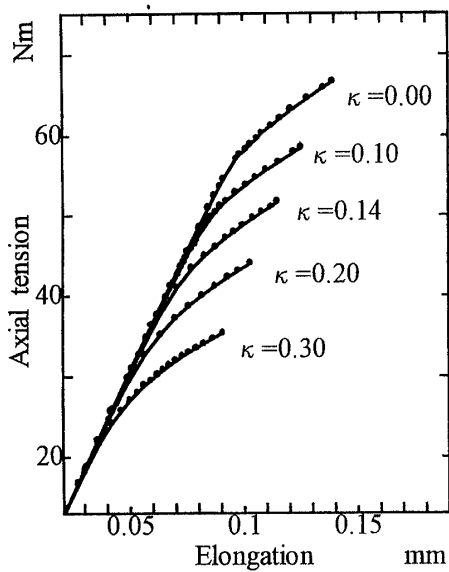


Fig.8 Effect of κ on the relation between Axial tension and Elongation (Property class 10.9)

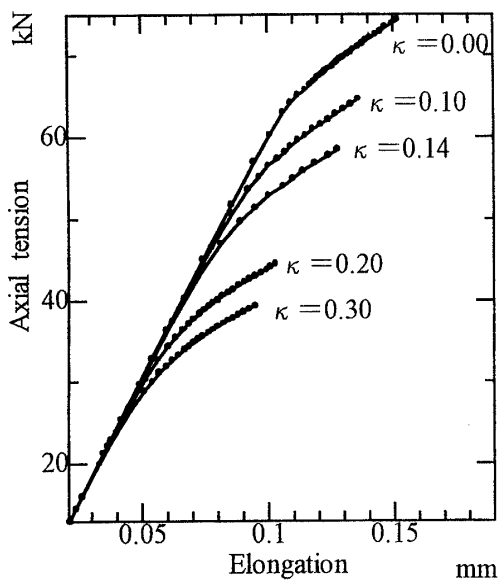


Fig.9 Effect of κ on the relation between Axial tension and Elongation (Property class 12.9)

結果とトルク比 κ の小さい範囲では良く一致しているが、トルク比が大きい範囲では実験結果との間にずれが生じることが分る。これに対し、本研究により得られた有限要素法解析の結果点は各強度区分において κ の大小に関係なく実験値とよく一致していることが分る。

有限要素法解析で得られた伸びと軸力の関係は図7、

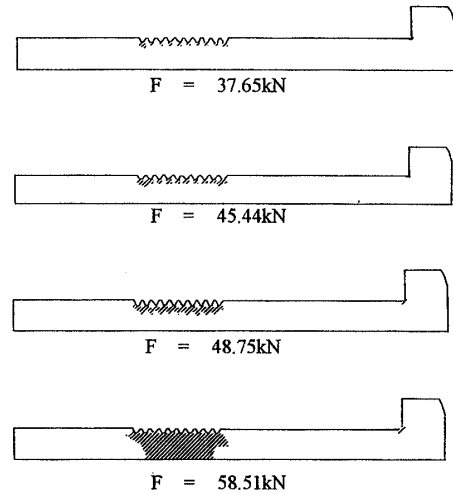


Fig.10 Spreads of plastic zone (whole view)

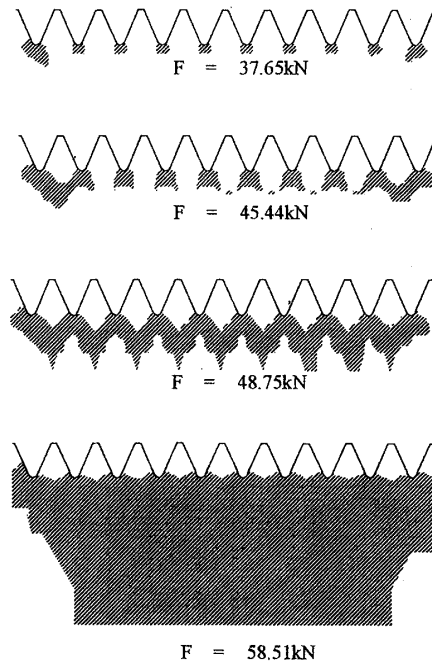


Fig.11 Spreads of plastic zone (detail of thread part)

8および図9に示すとおりである。ここで降伏開始点に着目すると、以下のことが明らかになる。強度区分 8.8 の場合、 $\kappa=0.0$ すなわち単軸引張りでは軸力 46.8kN、 $\kappa=0.3$ では軸力 21.3kN で降伏を開始している。 $\kappa=0.0$ と $\kappa=0.3$ の時とでは降伏開始軸力に 25.5kN の差があることがわかる。強度区分 10.9 の場合も同様に考えると $\kappa=0.0$ では 62.1kN、 $\kappa=0.3$ では 28.8kN の軸力で降伏を開始しており、この間の軸力の差は 33.3kN である。強度

区分 12.9 の場合だと、 $\kappa=0.0$ では 71.4kN、 $\kappa=0.3$ では 32.1kN の軸力で降伏を開始しており、この間の軸力の差は 39.3kN であり、これらの解析結果からトルク比によって降伏を開始する軸力に大きな差のあることがわかる。

また、塑性域の進展状況についての解析によると、 $\kappa=0.0$ では小さな荷重増分で多くの要素が降伏し塑性域の進展が速いのに対し、トルク比すなわち κ が大きくなると軸力の増加に応じ塑性域の進展が遅くなることがわかる。さらに図 7、8 及び図 9 を比べると強度区分が大きくなるにつれ、ねじを塑性域まで締め付けた際の降伏点が次第に高くなっているのが確認される。

図 10 は強度区分 10.9 の $\kappa=0.1$ の時の塑性域の進展を表している。この図から塑性域の進展は、ねじの谷部から始まりボルト軸心に進んで行くが、ねじ山部では弾性域の残ることが良くわかる。また、ボルト頭部での内側座面部にもわずかであるが塑性する要素存在することが確認される。また、図 11 は塑性域の進展が著しいあそびねじ山部を拡大表示したものである。これによると塑性域はねじ山谷底部から始まるが、ねじ山の基底部深くまで弾性域に留まっている。遊びねじ部の各ねじ山谷部での塑性域が一体となった後は、ねじ山の基底部位置付近から塑性域がボルト中心に向かって進展していることがわかる。最終的には、遊びねじ部ではねじ谷底を外周とする仮想円柱全体が塑性域になるが、ねじ山部が塑性域になることはない。

6. まとめ

本研究で得られた結果をまとめると、以下のようになる。

1. ねじの塑性域締付をより実際に近い解析モデルで有限要素法解析して行くための基礎研究を行った。
2. ボルト単体の場合での基礎解析を行った結果、本研究で開発した有限要素法プログラムは、従来報告されている実験結果を精度良くシミュレーションでできることがわかった。
3. 一定断面の円柱の剛塑性解析から得られる相互作用曲線では正確に推定できないトルク比の大きい範囲も、有限要素法により精度良く計算できる事が可能となった。

4. 塑性域の進展は遊びねじ部のねじ谷底から始まり、隣接するねじ谷底どうしが一体の塑性域となった後にボルト中心部に進展していく。
5. 遊びねじ部でのねじ山部分は塑性域の進展から取り残されて、弾性域状態に留まる。
6. このねじ山が弾性域に留まり続けることは、ねじ山谷底と同じ直径を仮定した円柱の場合より大きめの降伏開始点を与える。このことは、ねじの呼び径と谷底の径の平均であるねじの有効と等しい直径をもつ円柱を仮定すれば、それから導かれる相互作用曲線によりトルク比の小さい範囲での降伏開始点の類推を可能としている。

7. あとがき

本論文では、実機に近いモデルでの塑性域締付解析を行って行くための基礎研究として、定量的な報告が行われているボルト単体での比較解析を行った。これによると本研究で作成された弾・塑性有限要素法プログラムで得られた解析結果は実験値と良く一致しており、有限要素法解析の有効性が確認された。今後の課題としては、ボルト単体で得られた成果を基として、被締結体やナットなどを含め、通しボルトや押さえボルトなどのさまざまなねじ締結体についての解析を行って行く予定である。

本研究を進めるにあたってねじの塑性域解析に関するさまざまな面でご指導頂いた東京電機大学の辻裕一助教授に感謝申しあげる。また、東京工業大学大学院の丸山一男教授、信州大学の加勢晋司教授には有益なご指導を頂いたことにお礼申し上げます。最後に、本研究を開始するにあたっていろいろ準備頂いた信州大学大学院修士生青池透君に深謝する。

8. 文献

1. 辻裕一、丸山一男：精密工学会，58，7(1992)1227
2. 山田嘉昭，機械の研究，10，12，(1958)，1479
3. 田中道彦・他 3 名：機論，46 - 410，C(昭和 55)，1276 - 1284
4. 田中道彦：トライボロジスト，43 - 2，(1998 - 2)
5. 三好俊郎・他 3 名：有限要素法，教育出版(1997)