

## 温度場の内部形状最適化における効率化および適切化\*

中村正行\*<sup>1</sup>, 佐藤尚仁\*<sup>2</sup>, 小林光征\*<sup>1</sup>Improvement of Computing Efficiency and Regularization  
of Inner Boundary Shape Optimization in Temperature FieldMasayuki NAKAMURA\*<sup>3</sup>, Naohito SATOH and Mitsuyuki Kobayashi\*<sup>3</sup> Shinshu University, Dept. of Environmental Sci. and Tech.,  
4-17-1 Wakasato, Nagano City, Nagano, 380-8553 Japan

The purpose of this study is the improvement of the efficiency of design process that reaches to detail design from initial design. Genetic algorithm is applied to the initial design stage and conjugate gradient method is applied to the detail design stage. The design solution obtained by GA can be adopted as an initial design solution in the detail design stage because GA has the advantage of the capability of the global search in the optimization process. Furthermore, the regularization method is applied as an avoidance strategy of the ill-posedness that encounters at the process of the detail shape determination. The effectiveness of the proposed method is examined through an application to the optimization problem of the inner boundary shape determination in temperature field.

**Key Words:** Design, Optimum Design, Shape Optimization, Genetic Algorithm, Conjugate Gradient Method, Ill-Posedness, Tikhonov Regularization, L-Curve Method

## 1. 緒言

工業製品には一層の高性能, 高効率化が要求されており, 最適設計はますます必要不可欠のものとなっている。形状の設計を例として考えた場合, 設計はさまざまな制約条件下において製品の機能を達成するための形状の概要を設定する初期設計と, 形状をより詳細に決定する詳細設計の二段階に分けることができる。初期設計は設計者の経験や過去の設計例を参照して行われることが多く, その結果は設計者の資質に大きく依存することになる。そのため, 詳細設計において, 要求された設計目標を十分に満足した形状が得られるまで, 初期設計段階からやり直す必要が生じる。また, 設計パラメータを設計制約のもとで最適化する有効な手法として, 数値最適化手法が従来より用いられているが, 数値最適化手法を用いて最適設計を行う場合には, 最適化過程において局所的最適解に陥ることを避けなければならない, あらかじめ初期設計解として妥当な解を見いだす必要がある。さらに, 数値最適化手法により詳細形状を決定する際に, 設計パラメータの取り方によっては問題の不適切性<sup>(1)</sup>の影響が現れる。

とくに形状最適化においては, パラメータ数を増やして自由度を大きくした場合, 形状の波打ち現象が現れ加工上の不都合を生じる。そのため, 何らかの手法を用いて適切化<sup>(1)</sup>をはかり, 工学的に意味のある設計解を得る必要がある。

本研究では, 初期設計から詳細設計にいたるまでの設計の効率化および適切化をはかる手法を提案し, その有効性を確認することを目的とする。初期設計段階に遺伝的アルゴリズム<sup>(2)</sup>(Genetic Algorithms: GA)を用い, 詳細設計段階に数値最適化手法を用いる。ここでは, 仕様として与えられた温度場を実現するような多重連結領域の決定問題となる冷却孔配置とその形状の最適設計問題をとりあげる。また, 詳細設計の際に遭遇する形状の波打ち現象に対して, Tikhonovの適切化手法<sup>(1)(3)</sup>を適用する。さらに, 計算コストの低減を目指して, 設計目標からの誤差の許容値に基づいた終了判定方法<sup>(4)</sup>を採用しその有効性を検討する。

## 2. 初期設計

2-1 GAによる初期設計 たとえば, 内部冷却型タービンブレードなどでは一層の冷却性能の向上を目指して, 領域内部に配置する冷却孔の位置および形状の最適化が行われる。このとき, タービン翼の外形形状は別の設計目標からの制約が優先されるため, 設計

\* 原稿受付 1999年8月13日。

\*<sup>1</sup> 正員, 信州大学工学部(☎380-8553 長野市若里 4-17-1)。\*<sup>2</sup> 川崎重工業(株)(☎650-8680 神戸市中央区東川崎町 1-1-3)。

E-mail: maxnaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp

の自由度は内部形状の変更依存するところが大きい。このような多重連結領域の生成過程を含んだ形状最適設計問題は、一般の数値最適化手法では定式化の面で困難である。そこでここではGAを適用し、冷却孔の位置、形状、個数の概要を設定する。

2.2 設計パラメータの遺伝子へのコーディング

最適設計にGAを適用する場合には、設計パラメータを遺伝子にコーディングする必要がある。ここでは計算の効率化を考慮して設計パラメータを離散値として設定し、一つの冷却孔に対する設計パラメータの組み合わせを一つの順序番号で表す整数型の遺伝子表現<sup>(5)</sup>を採用する。連続量の最適化問題が離散量の最適化問題に変換され、解の自由度が大幅に縮小されることになるが、初期設計の段階では数値的精度はそれほど必要ではなく十分であると考えられる。

二次元領域の場合、一つの冷却孔に対応する設計パラメータ  $p$  は、その形状を円で近似する場合、次式で表される。

$$p = \{x, y, r\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $x, y$  はそれぞれ冷却孔の中心座標を表し、 $r$  はその半径を表す。これら三つのパラメータをステップ幅  $\Delta p = \{\Delta x, \Delta y, \Delta r\}$  により等分割し離散値として取り扱う。領域外の点は除いて考える。

以上の設計パラメータの離散値の組合せに一つの順序番号を割り当てる。それぞれのパラメータが  $i, j, k$  番目である組合せには次式の番号が割り当てられる。

$$N_{ijk} = (i-1)JK + (j-1)K + k \dots\dots\dots (2)$$

$I, J, K$  は  $x, y, r$  それぞれの総数を表す。上式の最小値は1であり、最大値は  $I \times J \times K$  となる。この整数型順序番号をGAの遺伝子として用いる。

図1に示すように、上述の遺伝子番号を一次元的に配列し個体とすることにより、設計領域内の複数の冷却孔を表すことができる。1個体中の遺伝子の数を  $N_g$  個とすれば、領域内には最大で  $N_g$  個の冷却孔を設けることができる。なお、遺伝子番号が0の遺伝子に対応する冷却孔は存在しないとするルールを設ける。このようなコーディングによって遺伝子と冷却孔を一対一に対応させることで、冷却孔の個数の決定が可能である。

2.3 遺伝子表現から設計解へのデコーディング

遺伝子である整数値一つが、冷却孔一つに対応するパ

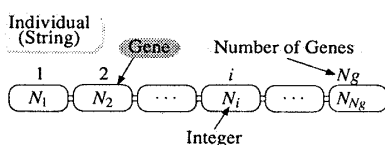


Fig.1 String composed of genes

ラメータの組合せを表している。整数値からパラメータの各値を求めるにはそのパラメータの順番を整数値の剰余演算により求め、各パラメータを並べた表からパラメータ値を参照する。この操作は演算回数も少なく計算負荷は低い。図2にコーディングとデコーディングのFORTRANプログラムを示す。

2.4 適応度関数

最適設計問題にGAを用いる場合には、各個体に対する設計目標の達成度を表す関数を設定する必要がある。この関数を適応度関数と呼び、一般にこの数値が大きいほどその個体の設計目標の満足度は高くなるように設定される。

冷却孔の位置、形状、個数の最適設計問題において、設計目標のある部分の境界上の温度を目標温度に近づけることと仮定すれば、適応度関数  $Fitness$  は次式のように表わすことができる。

$$Fitness = \frac{1}{W} \dots\dots\dots (3)$$

$$W = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\theta^i(x) - \theta_d^i}{\theta_d^i} \right\}^2 \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\theta_d^i, \theta^i(x)$  はそれぞれ節点  $i$  における目標温度とその設計形状に対する温度の計算値を表す。式(3)は境界上の温度が目標温度に近づくほど、その値が大きくなるように設定している。 $Fitness$  の計算に必要な境界上の温度分布は境界要素法を用いて求める。

なお、設計目標が複数存在する多目的最適化においては、各目標の線形和を適応度関数にとることで対応可能である<sup>(5)</sup>。

```

C --- Coding
N=ia(IP)
DO 10 i=1,IP-1
    k=ia(i)-1
    DO 20 j=i,IP-1
        k=k*M(j+1)
    20 CONTINUE
    N=N+k
10 CONTINUE

C --- decoding
i=IP
ia(i)=MOD(N,M(i))
N=(N-ia(i))/M(i)
10 CONTINUE
IF(ia(i).EQ.0) THEN
    ia(i)=M(i)
    N=N-1
END IF
i=i-1
IF(i.GT.0) THEN
    ia(i)=MOD((N+1),M(i))
    N=(N+1-ia(i))/M(i)
    GO TO 10
END IF
    
```

Fig.2 Procedure of coding and decoding. IP: Number of design parameters, N: integer or gene, M: maximum number of each design parameter, ia: serial number for each design parameter

2.5 GAの処理手順 GAの処理手順を図3のフローチャートに示す。以下に各処理の内容を示す。

- Initialization GAに必要なデータを読み込む。一様乱数を用いて初期集団を生成する。
- Evaluation 各個体に対する適応度関数を計算する。
- Sort 集団中の全個体を、適応度の高い順に並べ替え、集団の個体数に応じて適応度の低い個体を淘汰する。
- Report 各個体に対応する設計解や適応度などを出力する。
- Termination 終了判定を行う。
- Reproduction 集団内から任意に二個体を抽出し交叉させることにより、集団の個体数を増殖させる。
- Mutation 増殖させた個体に対して、一定の確率で遺伝子を変異させる。
- Fluctuation 増殖させた個体に対して、設計パラメータ $p_i$ を次式を用いて微小変化させることで、GAの局所探索能力を補う<sup>(5)</sup>。

$$\begin{cases} p_i \leftarrow p_i - \Delta p_i \\ p_i \leftarrow p_i \\ p_i \leftarrow p_i + \Delta p_i \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

2.6 終了判定 GAは種々の最適化問題に応用されている。その終了判定については、適応度の向上が見られなくなった場合を終了と見なすか、あらかじめ世代数を決めておきその世代に到達した時点で処理を終了する方法が採られることが多い。

GAにおける適応度の計算に温度場や構造解析などの数値解析を必要とする場合には、世代数が多くなるとかなりの計算コストを要する。そこで、妥当な設計解が得られた時点で解析を終了するような判定基準を設

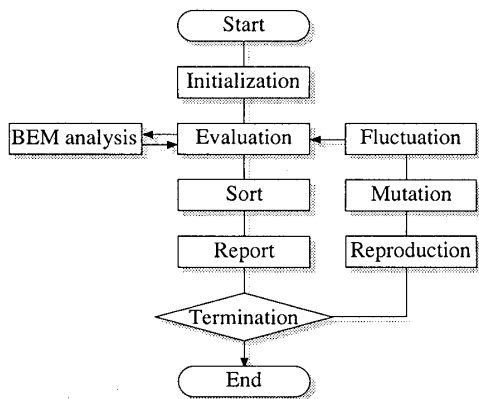


Fig.3 Flowchart of genetic operations with boundary element analysis

定し、余分な計算を省くことで計算コストの低減をはかる<sup>(4)</sup>。ここでは、あらかじめ設計目標値の許容範囲を与えておき、その範囲内の解が見つかった時点で、解探索を終了する。

まず、設計目標値からの誤差の許容値とそれに相当する適応度との関係を定義する。各境界節点上での温度が、その点における目標温度 $\theta_d^i$ から $\pm a\%$ の一様誤差を含んだ温度 $\theta_e^i$ で分布している場合を考える。このときの温度 $\theta_e^i$ は次式で表される。

$$\theta_e^i = \left( \frac{100 \pm a}{100} \right) \theta_d^i \dots\dots\dots (6)$$

ここで上式を式(4)に代入すれば、次式のように許容値 $a\%$ と適応度関数値Fitnessの関係式が得られる。

$$\begin{aligned} Fitness &= \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left( \frac{100 \pm a}{100} \right) - 1 \right\}^2} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \pm \frac{a}{100} \right)^2} \\ &= \left( \frac{100}{a} \right)^2 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

式(7)の許容範囲 $\pm a\%$ と適応度Fitnessの関係をプロットすると図4が得られる。これらの関係を以下の手順で終了判定として適用すれば、初期設計解の効率的な探索が可能である。

- Step1 目標温度からの誤差の許容値を設定
- Step2 Step1で設定した許容値に対応する適応度の値を式(7)を用いて計算
- Step3 1世代における全個体中で最大適応度をもつ個体の適応度FitnessがStep2で設定した数値以上になった時点でGAによる解探索を終了

多目的最適化では各設計目標にそれぞれ許容値を設定し、個々の目標の適応度に注目すれば同様に効率的な終了判定が可能であると考えられる。

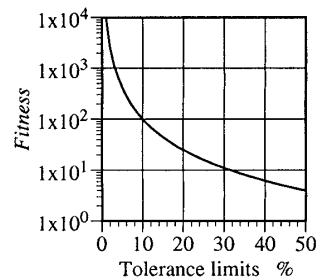


Fig.4 Fitness vs tolerance limits

3. 詳細設計

3.1 数理最適化手法による詳細設計 GAにより得られた形状を数理最適化手法の初期値とすることで、全域的最適解の近傍に初期設計解を設定することができ、最適解探索における多峰性の問題を回避できる可能性が高いものと考えられる。なお、数理最適化手法として共役勾配法<sup>(6)</sup>(Conjugate gradient method:CGM)を適用する。

図5に示すように、設計パラメータ $r_i$ を内部境界上における各節点の法線方向への移動量とし、目的関数を式(4)で与えられた $W$ とする。 $W$ を最小化するような設計パラメータ $r_i$ を求める。各節点は境界要素解析で用いる節点と同一のものを利用する。境界要素解析では2次要素を用いているため要素中点に相当する座標は移動したあとに修正を加えるものとする。

3.2 形状の平滑化 式(4)を最小化するのみでは、形状の自由度の増加に伴って不適切性の影響を強く受ける。この影響は形状の波打ち現象として現れる。このような形状は加工や数値計算の精度の面で不適當であり、何らかの手法を用いて工学的に意味のある設計解を求める必要がある。

ここでは不適切性の影響を回避する手段として、Tikhonovの適切化手法<sup>(1)(3)</sup>を適用する。この適切化手法は、目的関数 $W$ を最小化する問題を次式で表された汎関数 $\Pi(x)$ を最小化する問題に変換して解く。これは設計目的のほかに形状平滑化の目的関数を新たに追加した多目的最適化問題とも考えることができる。

$$\Pi(x) = \|Ax - b\|^2 + \alpha \Lambda(x) \dots\dots\dots (8)$$

$$\|Ax - b\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\theta^i(x) - \theta_d^i}{\theta_d^i} \right\}^2 \dots\dots\dots (9)$$

$$\Lambda(x) = \sum_{i=1}^M \left\| \left[ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right] \right\| \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $\Lambda(x)$ と $\alpha$ は安定化汎関数と適切化パラメータである。安定化汎関数はいくつかのタイプ<sup>(1)(3)</sup>が考えら

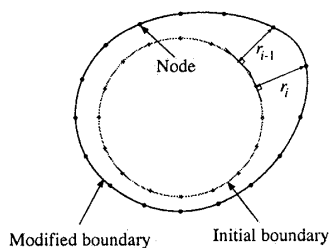


Fig.5 Design parameters

れるが、ここでは形状の滑らかさに関係すると考えられる式(10)のタイプを仮定した。

3.3 適切化パラメータの選定 Tikhonovの適切化手法を用いる場合、適切化パラメータ $\alpha$ をその問題に応じて設定する必要がある<sup>(1)(3)</sup>。このパラメータは重み係数と同じ働きをし、その大きさにより設計目標と形状平滑化の二つの目標の重要度を関係づけることができるものと考えられる。しかし、目的関数内の各項の数値のオーダーや変化率の違いなどの点から厳密に重要度を設定することは困難である。

本研究における最適設計問題においては、設計目標と形状平滑化の両方が同時に満足されたものを最適解とすることが望ましい。そこで、この両目的を十分に満足した形状を得るために、HansenのL-curve法<sup>(7)(8)</sup>を適用する。L-curveはその例を図6に示すように横軸に目的関数の値、縦軸に安定化項の値をとり、いくつかの安定化項の値に対して目的関数の値をプロットしたものである。この図を用いて設計目標と形状平滑化の二つの目的を同時に満足する適切化パラメータとして、曲線の屈曲部の値を採用する。

4. 設計例

4.1 GAによる初期設計例 タービンプレード状の形状について外側境界上の温度を目標温度に近づけるように内部に設ける冷却孔の最適設計を行う。タービンプレードの設計は実際には3次元であり非常に複雑なものであるが、ここでは手法の適用性を確認するため、タービンプレード状の2次元領域に冷却孔を配置して、冷却孔の位置形状を最適化することにより、外側境界の目標温度分布を達成するような単純な設計問題を仮定している。

境界上の温度計算には定常熱伝導場に対する境界要素解析プログラム<sup>(9)</sup>を用いた。領域境界を64要素128節点に、各冷却孔を2次要素により8要素16節点に様に離散化し、外側境界上の目標温度を800℃に、冷却孔の境界温度を750℃と仮定した。また、冷却孔半径の制約

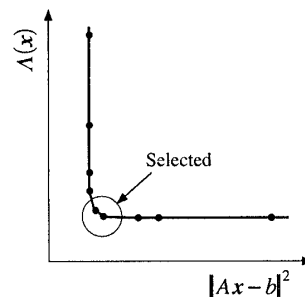


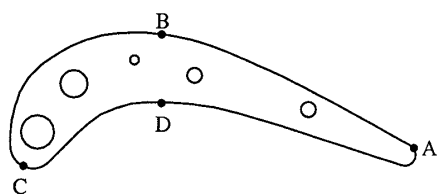
Fig.6 A typical L-curve chart

を $3\text{mm} \leq R \leq 15\text{mm}$ とし、この領域の熱伝導率を $0.0178 \text{ W/mmK}$ とした。これらの値の設定は問題に応じて変更可能であり、手法に依存したものではない。なお、GAの各パラメータをTable 1のように設定した。

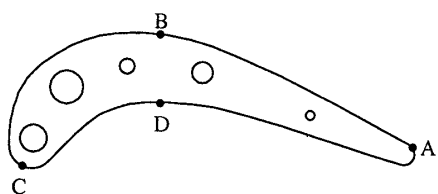
図7(a), (b)に目標温度からの誤差の許容値がそれぞれ $\pm 1.25\%$ ,  $\pm 1.00\%$ となった時点で探索を終了した場合の設計形状を示す。図7(c)に最終世代において最大適応度を与える個体に対する設計形状を示す。さらに、図8にそれぞれの場合に対する外側境界上の温度分布を示し、図9に適応度の推移を示す。また、Table 2にそれぞれの設計形状を得るのに要したCPU Timeの比を示す。設計の目標値に $\pm 1.00\%$ の許容値を与えると、最終世代まで世代交代を進めた場合に比べて、計算時間が約10分の1に短縮され、かなりの効果が期待できる。

Table 1 Parameters in GA operation

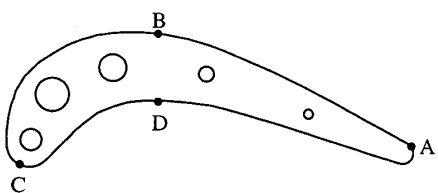
Total number of populations	40
Maximum number of genes	10
Ratio of reproduction	1.0
Number of multi-point crossovers	1
Probability of mutation	0.3
Maximum number of generations	1,000



(a)  $a = \pm 1.25\%$  ( $\pm 10.0\text{ }^\circ\text{C}$ ),  $Fitness = 6,760$



(b)  $a = \pm 1.00\%$  ( $\pm 8.0\text{ }^\circ\text{C}$ ),  $Fitness = 10,066$



(c) 1,000 generations,  $Fitness = 13,833$

Fig.7 Optimum shape obtained by GA

4.2 CGMによる詳細設計例 次にGAによって得られた結果を初期設計解として、共役勾配法により冷却孔の形状を最適化する。設計目標および境界条件は前の例題と同じものを用いた。

図10(b)にTikhonovの適切化を行わずに、式(4)を用いて共役勾配法のみで最適化を行った場合の形状を示す。この図から、不適切性の影響を強く受け、冷却孔の境界形状が振動している様子が確認できる。この形状は製作や応力集中等を考慮すると不适当である。

次にTikhonovの適切化手法を適用した場合の設計形状を示す。温度分布の設計目標と形状の平滑化の両者が同時に満足される設計解を得るために、L-curve法を用いて適切化パラメータを決定したところ、図10(c)の形状が得られた。また、図10(a)および図10(c)の形状に対する温度分布を図11に示した。(a)と(c)を比較すると全体的に目標温度からの誤差が小さくなっており、翼前縁の温度分布がとくに設計目標を満足する結果となっている。なお、適切化パラメータの選択のために用いたL-curve曲線を図12に示す。明瞭なL字形状が得られず

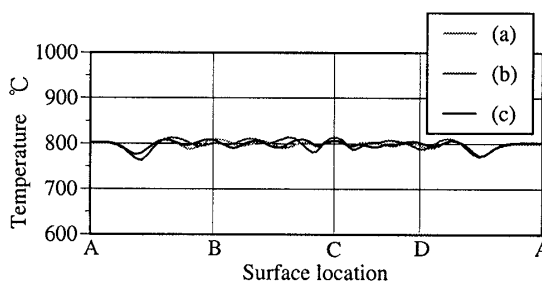


Fig.8 Temperature distributions

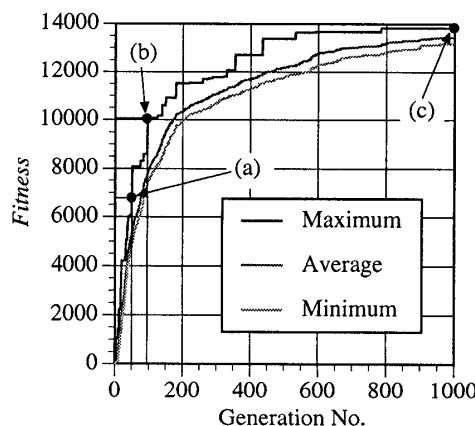


Fig.9 History of Fitness

Table 2 Ratio of CPU time

$a$	$\pm 1.25\%$	$\pm 1.00\%$	1,000 generations
CPU time	0.049	0.096	1.000

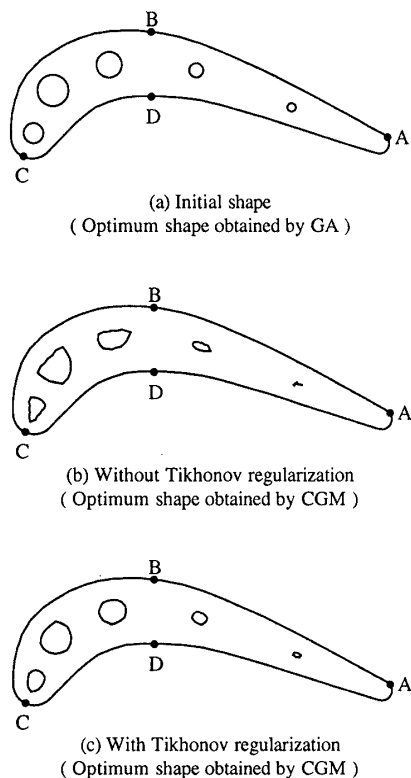


Fig.10 Optimum shape

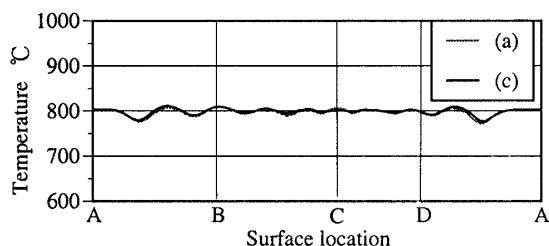


Fig.11 Temperature distribution on outer boundary

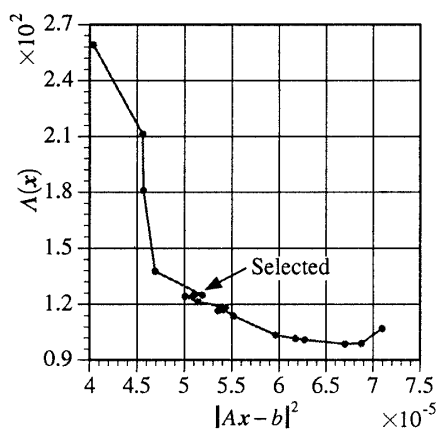


Fig.12 L-curve with respect to  $\|Ax - b\|^2$  and  $\lambda(x)$

判別しにくいですが、L-curve曲線の屈曲部付近で設計目標と平滑化の両方が達成された解が得られた。なお、初期設計形状については、いずれの結果を見ても冷却孔の個数と位置はほぼ一致しており、図7(a)(b)いずれの場合でも、この時の設計パラメータを初期値に設定して最適化を行えば、図10(c)の形状に収束する。

形状の自由度を確保するため冷却孔表面の節点の移動をパラメータとして最適化を行ったが、たとえば円弧の集合として形状をパラメータ化するなど、自由度を制限して最適化を行うことも本手法により可能である。

## 5. 結 言

本研究では温度場設計において、初期設計段階から詳細設計段階にいたる一連の形状最適化に、遺伝的アルゴリズムと設計許容値に基づく終了判定および共役勾配法による最適化を組み合わせて用いることにより、設計の効率化をはかった。ここで示した終了判定法は計算効率化の効果が大きく有効性が確認できた。また、詳細設計段階でTikhonovの適切化手法を用いることにより、形状の波打ち現象を回避する例を示し、有効性を確認した。本研究では2次元におけるタービンブレード断面状の領域内に冷却孔を配置して、外側境界の目標温度を達成する単純な設計例を扱ったが、提案した一連の手法はより複雑な実用規模の設計過程にも有効に適用できるものと考えられる。

## 参考文献

- (1) 久保司郎, 逆問題, (1992), pp.1-56, 培風館.
- (2) Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, (1989), Addison-Wesley Publishing Co.
- (3) Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., *Solution of ill-posed problems*, (1977), John Wiley & Sons.
- (4) 中村正行・佐藤尚仁, GAを用いた最適設計における計算効率化の検討, 日本機械学会第74期全国大会講演会講演論文集, Vol.IV, No.96-15, (1996), pp.223-224.
- (5) 中村正行・埜本直生, 機械構造物の軽量化設計および応力集中低減のための一手法, 日本機械学会論文集, A編, 63-613, (1997), pp.2059-2064.
- (6) Fox, R.L., *Optimization Methods for Engineering Design*, (1971), pp.38-116, Addison-Wesley.
- (7) Hansen, P. C., Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve, *SIAM Review*, 34-4, (1992), pp.561-580.
- (8) Hansen, P. C. and O'Leary, D. P., The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems, *SIAM J. Sci. Comput.*, 14-6, (1993), pp.1487-1503.
- (9) 田中正隆・松本敏郎・中村正行, 境界要素法, (1991), pp.1-109, 培風館.