

矩形閉空間の虚像法による解析

高木 直樹*** 山下 恭弘** 松井 昌幸*

(昭和62年10月31日受理)

Analysis of Sound Fields within Rectangular Enclosures by the Image Method

Naoki TAKAGI, Yasuhiro YAMASHITA
and Masayuki MATSUI

Sound pressure distributions within rectangular enclosures were analyzed by the image method. The relevant equation for the analysis was derived on the basis of two suppositions of the geometrical acoustic theory by using up to the 14th reflection degree. The mean free path for the image method was evaluated from the locations of the image and receiver, and compared with the classical mean free path obtained on the supposition of diffusion sound field. The mean free path by the image method has a wider application range than that by the diffusion method. The use of the mean free path by the image method has allowed the reflection degree to be extended to infinity under statistical treatment.

1. ま え が き

近年室内の音場をコンピュータを使って音線法、虚像法のような手法により解析する試みが報告されている。こうした研究の多くはコンサートホールの音場の解析精度をあげることを目的にしている。本論文はコンサートホールのような複雑な形状を持ち、音楽、講演等の音をより良く聞かせるための空間の解析ではなく、天井、床と4方の壁といった一般的な矩形の形状を持ち、従来のコンサートホールの解析のために研究されて来た拡散法による解析では困難である空間を虚像法の手法により解析を試みるものである。こうした空間は、天井の高さが床面積に対して低い工場やオープンプランタイプの事務室、地下道、トンネルのような空間である。こうした空間において作業環境の改善、オフィスオートメーションに伴うOA機器の騒音問題等、近年その騒音が問題になる場合の解析のためや、地下道、トンネルにおいては非常時の放送の明瞭度の改善のために、こうした空間におけ

* 建築工学教室 教授
** 建築工学教室 助教授
*** 建築工学教室 助手

る解析の精度を上げることを目的にしている。

虚像法や音線法による室内音場の解析を行なった研究は過去にも幾つかあげられる。山本は廊下，トンネルの反射面が4面（天井と床，左右の壁）の場合の虚像法による解析式を提案した¹⁾。これは虚像法の初期の大きな成果のひとつであるが，反射面が4面のため，一般的な部屋の解析には使いにくく，また音源，受音点の位置にも制限が多い。C. Zarnecki は工場等で天井が床面積に対して十分低い場合を虚像法により計算した²⁾。反射面数としては2面を想定し，また反射次数が高くなると音は拡散状態になると考えて拡散法を修正して計算に加えている。この考え方は明快であり，計算も簡単であるが，2面の反射面だけを考えればよい空間というのは極端に大きく天井高さが低い工場程度しかなく，実用性に欠けるきらいがある。Jones 等は6面の反射面の虚像法計算式を提案した³⁾。この方法も計算を簡便にするために平均自由行程の考え方と許容誤差による計算停止の考え方を導入している。これらの考え方は有効であるが，拡散法からの式の代入が多いため，部屋の形状が極端になればなるほど誤差が大きくなってしまい，また許容誤差が小さい場合や吸音率が小さい場合の計算時間も大きくなってしまいうという欠点がある。平田は虚音源を7つのグループに分けてその位置を平均的な扱いをして計算した⁴⁾。また残響時間についても考察を加えている。この研究は虚音源の位置については平均的な考え方をしているため，グルーピングを行なっているとはいえおおまかな考え方になっている。その反面計算式は7つのグループ毎に計算を行なわなければならないという複雑さがある。

2. 拡散音場

従来の室内の音場の解析理論は拡散音場を仮定して考えていた。これは音が音源を出てから壁面等で反射を繰り返すことにより，室内に均一に音のエネルギー密度が拡散すると考えるものである。このように考えれば音源に近い点では直接音の影響があるので音は音源から距離と共に減少するが，音源距離がある一定以上になれば，直接音は拡散音に比較して十分に小さくなり音源距離に音の大きさは無関係になることになる。こうした考え方は厳密にはあり得ない仮定を設けているが，コンサートホールのように音を拡散させるように設計されていればある程度は拡散音場に近くなっているので拡散音場を仮定して解析することも十分可能である。

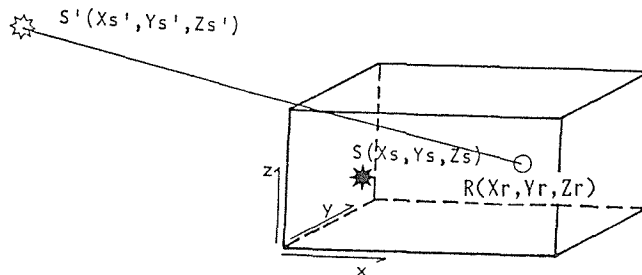


Fig. 1 Location of sound source, image source and receiver.

ここで拡散音場を仮定した場合の室内音場の計算式は以下になる。

図1に示したように音源 $R(Xr, Yr, Zr)$, 受音点 $S(Xs, Ys, Zs)$ があつた場合を考える。部屋の大きさは XH, YH, ZH とする。直接音によるエネルギー密度を分離して考える。音源が無指向性で受音点までの距離を Ds とすると直接音による受音点におけるエネルギー密度は以下の式による。

$$Ed = \frac{W}{c4\pi Ds^2} \text{ (watt}\cdot\text{sec/m}^3\text{)} \quad (1)$$

ここで W は音源のパワー (watt), C は音速 (m/sec) とする。

この直接音が壁で反射して拡散音として室内に一樣に拡散していると仮定するとそのエネルギー密度は以下になる。

$$Er = \frac{4W}{cS\bar{\alpha}}(1 - \bar{\alpha}) \text{ (watt}\cdot\text{sec/m}^3\text{)} \quad (2)$$

ここで $\bar{\alpha}$ は平均吸音率であり, S は室の表面積 (m^2) とする。

従つて, 受音点における音のエネルギー密度は, 直接音と間接音の和として表わされる。

ここで $S\bar{\alpha}/(1-\bar{\alpha})$ を R_0 とおき, 室定数と呼ぶことがある。音圧分布の計算を行ない, R_0 による変化を図に表わしたものが図2である。 $R_0 = 0$ は完全吸音であり, 反射面が無い場合すなわち自由音場に相当する。

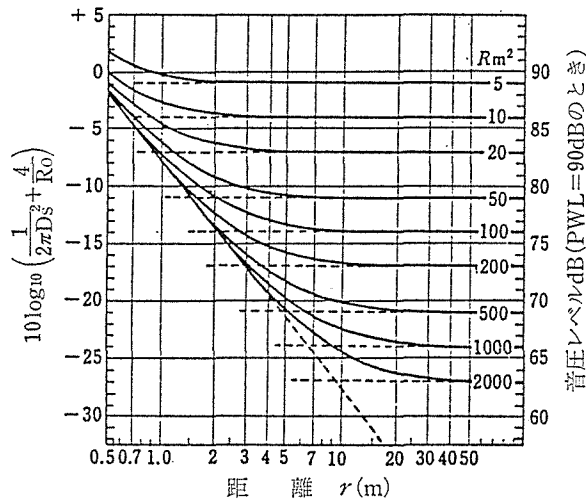


Fig. 2 Distance vs. sound pressure level by the diffusion method.

3. 音線法と虚像法

近年, コンピュータによる室内音場の解析手段として解析が進んで来ている手法に音線

法がある。この手法はコンサートホールの解析によく使われ、音源から出た音が室内の壁面、天井等により、反射を繰り返すことにより室内の任意の点から見て虚音源が空間的に一様に分布するという仮定を与えて解析を行なうものである。従って解析する際に虚音源のできる位置をいちいち追う必要が無くなる。このため反射面が100~200面もあるようなコンサートホールのような複雑な形状の空間の解析に適していることになる。またこうした空間は音を拡散させるように設計されており、虚音源がある一点に集中したりすることは稀であるため、上記のような仮定を与えても比較的問題は無い。これに対して、本研究で解析の対象とする矩形の空間は音が拡散するような設計をされていないため、虚音源の位置に粗密が出ることが多い。従ってこうした空間では虚音源の位置を一つ一つ追うことが必要になるわけである。しかし逆にいえば虚像法では反射面数が100~200面もあるコンサートホールのような空間を解析するためには現在のコンピュータでは解析時間、費用が余りに膨大になり事実上不可能と考えられる。

4. 虚像法の考え方

虚像法により音場解析を考えるうえで最も基本的な概念は次の2つである。

- 1) 音波を直線的なエネルギーの流れで捉え波動性は無視する。
- 2) 音が反射面で反射する際に正反射をすると考え、反射面を正反射の軸として投影される点に音源を移動し、これを虚音源と呼び、この虚音源から実音源と同時に同じ音源パワーで音が放射されると考える。

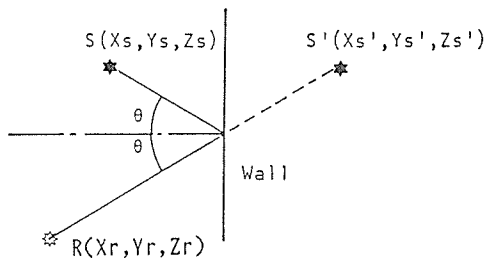


Fig. 3 Reflection.

図3に示したように音源 $R(X_r, Y_r, Z_r)$ 、受音点 $S(X_s, Y_s, Z_s)$ があった場合を考える。音源を出た音が反射面で反射したときの虚音源の位置は $S'(X_s', Y_s', Z_s')$ になる。反射面を簡単のため、 $X-Z$ 平面と考えると、

$$\begin{aligned} X_s' &= -X_s, Y_s' = Y_s, \\ Z_s' &= Z_s. \end{aligned} \quad (3)$$

従って S' と R の距離 ds' は以下になる。

$$ds' = ((X_r + X_s)^2 + (Y_r - Y_s)^2 + (Z_r - Z_s)^2)^{1/2} \text{ (m)}. \quad (4)$$

反射面の吸音率を α とすると、虚音源 S' を出た音が受音点 R に入射した時の音のエネルギー密度は以下になる。

$$Es' = \frac{WQ}{4\pi ds'^2} (1 - \alpha) \exp(-m ds') \text{ (watt}\cdot\text{sec/m}^3\text{)}. \quad (5)$$

ここで W は音源パワー (watt), c は音速 (m/sec), m は空気の吸収率 ($1/m$), この考え方にそって、音が実音源から放射されて、様々な反射を繰り返した後、受音点に入射

するまでの行程を一つ一つ追い、音場を解析するものである。

虚音源 S' が反射を繰り返してできたとき、受音点における音のエネルギー密度は(5)式から発展させて指向係数 $Q = 1$ と仮定して考えれば、以下の式になる。

$$Es' = \frac{W}{4\pi cds^2} \prod_{j=1}^6 (1 - \alpha_j)^{Nd_j} \exp(- mds) \quad (\text{watt} \cdot \text{sec}/\text{m}^3). \quad (6)$$

ここでは、 \prod は以下である。

$$\begin{aligned} \prod_{j=1}^6 (1 - \alpha_j)^{Nd_j} &= (1 - \alpha_1)^{Nd_1} \times (1 - \alpha_2)^{Nd_2} \times \dots \\ &\times (1 - \alpha_5)^{Nd_5} \times (1 - \alpha_6)^{Nd_6} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで α_j は反射面 j の吸音率、 Nd_j は反射面 j における反射回数とする。このようにして考え、全ての虚音源、反射回数について受音点におけるエネルギー密度を加え、直接音も加算することにより、受音点における音のエネルギー密度が以下の式により求まる。

$$\begin{aligned} E &= \frac{W}{c4\pi do^2} \exp(- mdo) + \sum \sum \frac{W}{c4\pi ds^2} \\ &\times \prod_{j=1}^6 (1 - \alpha_j)^{Nd_j} \exp(- mds) \quad (\text{watt} \cdot \text{sec}/\text{m}^3) \end{aligned} \quad (8)$$

2重の \sum は反射回数、虚音源の位置による。

5. 虚像法における平均自由行程

拡散音場を仮定した場合、平均自由行程が解析に使われることが多い。これは音がある反射面で反射してから次に反射するまでに進む距離の平均値であり、拡散音場を仮定した場合、平均自由行程 Pd は以下により表わされる。

$$Pd = 4V/S \quad (\text{m}) \quad (9)$$

ここで V は部屋の容積、 S は表面積である。

一方虚像法では虚音源の位置が分かっているので、虚音源を出た音を受音点に入射するまでに進む距離とその間の反射面における反射回数がわかる。従って1つ1つの反射をしてから次の反射をするまでに進む距離がわかり、これを全ての虚音源について平均すると、これはいわゆる平均自由行程と同様のものになる。ここでは、この値を虚像法における平均自由行程とよぶ。式では以下に表わされる。

$$p_i = \frac{1}{N} \sum_i \frac{((X_{si} - X_0)^2 + (Y_{si} - Y_0)^2 + (Z_{si} - Z_0)^2)^{1/2}}{N_{ri} + 1} \quad (\text{m}) \quad (10)$$

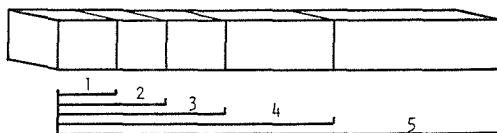
比較的拡散法の仮定を満足していると考えられ、従って拡散法の計算値が誤差がないと考えられる部屋を想定し、次に部屋の2辺を固定して、1辺の長さを変化させ、廊下状に変化して行き拡散法による計算値の誤差が大きくなると考えられる部屋形状になるまで、

Table 1 Difference between two calculated mean free paths.

No.	Dimensions of Room (m)	pi (m)	pd (m)	pi/pd
1	7.81 × 6.25 × 5.00	3.993	4.098	0.974
2	12.21 × 6.25 × 5.00	5.221	4.526	1.154
3	19.07 × 6.25 × 5.00	7.258	4.849	1.517
4	29.80 × 6.25 × 5.00	10.910	5.082	2.146
5	46.57 × 6.25 × 5.00	16.638	5.258	3.164

pi; Mean Free Path Calculated by the Image Method

pd; Mean Free Path Calculated by the Diffusion Method



拡散法と虚像法で平均自由行程を求めたものが表1である。

これを見ると拡散法で比較的誤差が少ないと考えられる No. 1 の部屋において、両計算値の差は数%であるが、部屋形状が拡散音場から離れると拡散法の計算値は余り変化しないのに対し、虚像法の計算値は部屋の容積ほどではないが変化するので両計算値の違いは数倍にもなってくる。このことから虚像法による平均自由行程は、拡散法による平均自由行程より広い範囲で適用が可能であることがわかる。

6. 反射次数の拡張

虚像法計算では計算する反射次数が高い次数まで追えば、より高い精度での計算が可能である。例えば部屋の大きさが 20m, 10m, 4m (容積 800m³, 表面積 640m²) の部屋で平均吸音率が0.1の部屋を考えると、Sabine の残響時間式⁵⁾で残響時間を計算すると約2秒となり、平均自由行程は式(9)で計算すると5mなので、音速を340m/sとすると2秒間に音は約140回の反射を繰り返すことになる。10dB 減衰する間にも約25回の反射を行なっている。このような高次反射まで虚像法でひとつひとつの反射を追うことはほとんど不可能なため、従来の虚像法計算では反射次数を3から7程度にしたり、平均吸音率が0.3程度の部屋を取り扱うことが多かった²⁾³⁾⁶⁾。

しかし計算する反射次数を上げると、計算機の容量、計算時間等の問題が出てくる。そこで本研究では14次反射まで虚像法により反射を追い、15次反射以降は各反射次数毎の平均的な考え方を導入して統計的手法により処理する。

各反射次数毎の虚音源と受音点の平均的な距離は、虚像法における平均自由行程 P_i により計算される。反射次数が i の時、虚音源と受音点の平均的な距離 d_{sni} は、

$$d_{sni} = P_i(i + 1) \text{ (m)}. \quad (11)$$

式(8)で i の反射音のエネルギー密度 E_i を求めると,

$$E_i = \frac{W}{c4\pi} \sum \sum \frac{1}{d_{sk}^2} \prod_{j=1}^6 (1 - \alpha_j)^{N_{dj}} \exp(-md_{sk}) \text{ (watt}\cdot\text{sec/m}^3\text{)}. \quad (12)$$

吸収率に平均吸音率を使用し, i 次の全虚音源数を N_i とし, 式(12)に代入すると,

$$E_i = \frac{W}{c4\pi} \frac{1}{\{p_i(i+1)\}^2} (1 - \bar{\alpha})^i \exp(-mp_i(i+1)) \cdot N_i \text{ (watt}\cdot\text{sec/m}^3\text{)}. \quad (13)$$

同様にして, $i+1$ 次の反射について考えると, 受音点における音のエネルギー密度 E_{i+1} は,

$$E_{i+1} = \frac{W}{c4\pi} \frac{1}{\{p_i(i+2)\}^2} (1 - \bar{\alpha})^{(i+1)} \times \exp\{-mp_i(i+2)\} \cdot N_{i+1} \text{ (watt}\cdot\text{sec/m}^3\text{)} \quad (14)$$

式(9)と式(10)の比を求めると

$$\frac{E_{i+1}}{E_i} = \frac{(i+1)^2}{(i+2)^2} (1 - \bar{\alpha}) \exp(-mp_i) \frac{N_{i+1}}{N_i}. \quad (15)$$

ここで, N_{i+1}/N_i つまり, $i+1$ 次の全虚音源数と i 次の全虚音源数の比を求め図4に示すが, 反射次数が高くなると, 値は1に収束してくる. 従って, 以下になる.

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} \longrightarrow 1. \quad (16)$$

また以下は自明である.

$$\frac{(i+2)^2}{(i+1)^2} \longrightarrow 1. \quad (17)$$

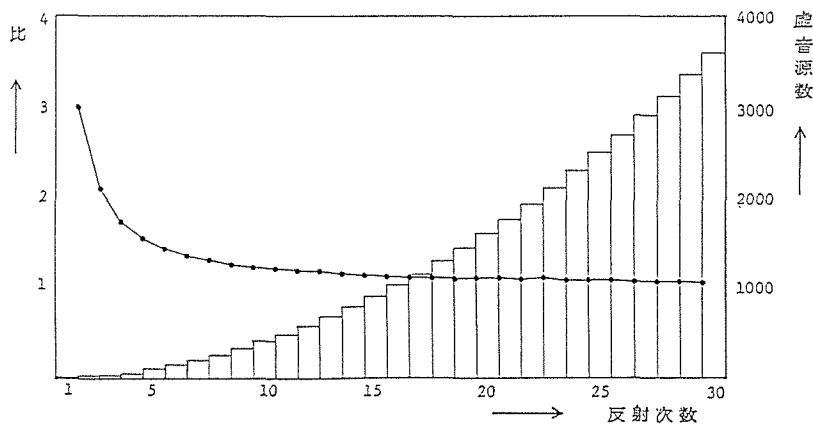


Fig. 4 Ratio of the number of image sources.

式(16)と式(17)を式(15)に代入して,

$$\frac{E_{i+1}}{E_i} \longrightarrow (1 - \bar{\alpha}) \exp(-mp_i). \quad (18)$$

すなわち, 反射次数毎に平均して考えた時, 反射次数毎のエネルギー密度は, 公比 r を持つ等比数列で近似される.

$$r = (1 - \bar{\alpha}) \exp(-mp_i). \quad (19)$$

このように考えることにより, 高次反射における虚音源による受音点における音のエネルギー密度は反射次数毎の和を平均的に考えることにより, 等比数列の形で計算されることになる. 14次反射における全虚音源のよるエネルギー密度を E_{14} とし, 14次反射において既に等比数列に乗っていると考えると, 初項 a , 公比 r の等比数列の第14項 S_{14} は以下に表わされる.

$$S_{14} = \frac{a(1 - r^{14})}{1 - r} = \frac{a(1 - r^{13})}{1 - r} = \frac{a(r^{13} - r^{14})}{1 - r}. \quad (20)$$

虚像法計算により14次反射におけるエネルギー密度 E_{14} を求め, これを S_{14} に代入すれば, 初項 a は以下により求まる.

$$a = \frac{E_{14}(1 - r)}{r^{13} - r^{14}} \text{ (watt} \cdot \text{sec/m}^3\text{)}. \quad (21)$$

公比 r が小さい場合は計算誤差が大きくなるがこの場合は一般に吸音率が小さく, 低い反射次数で反射音が収束するため, 計算を無限大次反射まで追う必要性そのものがなくなる.

等比数列の第15項以降の和は以下の式になる.

$$S_{15 \sim \infty} = \frac{a(r^{14})}{1 - r}. \quad (22)$$

このようにして14次反射までは虚像法計算でひとつひとつの反射を追い, 15次反射以降は14次反射までのデータを使って反射次数毎の平均的な値により考えることによって, 無限大次反射まで計算することが可能になった. このことから吸音率が低く, 従って反射次数を高く取らなければならない場合も, 比較的簡単な計算で虚像法を適用できるようになる.

$$E = \frac{W}{c4\pi d_0^2} + \frac{W}{c4\pi} \sum \sum \frac{1}{d_s^2} \prod_j (1 - \alpha_j)^{Nd_j} \\ \times \exp(-mds) + S_{15 \sim \infty} \text{ (watt} \cdot \text{sec/m}^3\text{)} \quad (23)$$

7. ま と め

本論文は従来の室内音場の解析方法である拡散音場法による解析が困難である矩形の部屋において虚像法により室内音場の計算をする手法について述べた。また虚像法による平均自由行程の計算法を示し、拡散法による平均自由行程の計算値との差を示した。さらに虚像法による平均自由行程を使い、反射次数毎の平均値を用いることにより、計算する反射次数を無限大にまで拡散する手法について示した。

参 考 文 献

- 1) 山本照二 “廊下またはずい道にそっての音圧分布” 建築音響 6, '66, p 40
- 2) S. Czarnecki “Noise Control Aspects Inside Industrial Halls” Inter-Noise' 75 Proceedings, p 183
- 3) D. K. Jooness et al. “A Simple Image Method for Calculating the Distribution of Sound Pressure Level within an Enclosure”, Acoustica vol 26, 24-31
- 4) 平田能隆 “矩形閉空間の音像法による解析” 音響学会誌33巻9号 p 480
- 5) Sabine の残響時間式；室内で音が拡散状態にあるとき、音源を停止しても音はすぐには無くならない。音源を停止してから音が 60dB 減衰するまでに要する時間を残響時間という。計算式は以下になる。
$$T = KV/A \text{ (sec)}$$
ここで T は残響時間, K は定数, V は室容積, A は Sa (S は表面積).
- 6) 下出新一 “虚像法を用いた室内音場予測法” 音響学会梗概集' 80, 5, p 325