

遊星歯車機構の軸トルク計算式

(第2報 3K型遊星歯車機構)

両角 宗晴* 岸 佐年**

(昭和58年5月27日受理)

Torque Distribution in Planetary Gears
(2nd Report. 3K Type Planetary Gears)

Muneharu MOROZUMI and Satoshi KISHI

3K type planetary gears were subjected to an analysis with a view to deriving formulas for the torque distribution on shafts. The analysis has revealed that torque formulas are derivable by using the efficiency formula for the planetary gear. All possible 3K type planetary gears were worked out, and a tabulation has been made of the results obtained. The torque formulas obtained require as parameters only two quantities, the number of teeth and the efficiency of stationary gear trains.

The results tabulated can be utilized safely without requiring any understanding of the underlying theory.

1 緒 言

遊星歯車機構は入力軸、出力軸および補助軸の3本の基本軸からなっており、これら遊星歯車機構の種類は非常に多いが、そのうちで3個の太陽歯車が基本軸となるものを3K型遊星歯車機構と呼ぶ。これら3K型遊星歯車機構を設計するには、あらかじめその遊星歯車機構の理論効率値を計算により求め、効率について充分検討することが必要である。またこれと同時にその遊星歯車機構の各基本軸と中間軸とに作用する軸トルクの理論値を計算により求め、軸の強度と寸法とを考慮した上で機構が成立することを確かめることが必要である。3K型遊星歯車機構の理論効率計算式については種々の研究が有るが、著者の一人も別の方法により理論効率計算式を求めている^{1),2)}。しかし3K型遊星歯車機構の軸トルク計算式についての研究は未だ成されていない。

そこで本論文では、3K型遊星歯車機構の軸トルク計算式について考察し、著者の一人が以前に求めた3K型遊星歯車機構の理論効率計算式を用いることにより、機構の各基本軸と中間軸とに作用する軸トルクを求める理論計算式を誘導した。そしてこの誘導方法を

* 精密工学教室 教授

** 長野工業高等専門学校機械工学科 助手

3 K型遊星歯車機構の基本的な四つの型式に対して適用し、各々の場合の理論軸トルク計算式を求め、読者がこれらの計算式を使用する際に、その適用に誤りを生ずる心配のない便利な型式別一覧表を作成した。

2 遊星歯車機構の軸トルク計算式の誘導

2.1 型式 I-a の遊星歯車機構

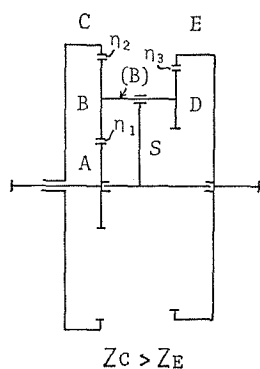


図1に示すとき3K型遊星歯車機構において、太陽内歯車Cを固定し、太陽外歯車Aを時計方向(正方向とする)に角速度 ω_A で駆動して、太陽内歯車Eを角速度 ω_E で従動させる場合を考える。ただし歯車A, B, C, D, Eの歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし、この場合は $Z_C > Z_E$ ($Z_C Z_D < Z_B Z_E$)とする。

いま各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表1が得られる。

表1よりこの場合の角速度比 u が次式のごとく求められる。

Fig.1 I-a Type Planetary Gear

Table 1 Solution by Tabulation

	A	B	C	D	E	S
Gear locked	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
Arm fixed	$\omega_S \frac{Z_C}{Z_A}$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B}$	$-\omega_S$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_D}$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B} \cdot \frac{Z_D}{Z_E}$	0
Result	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_C}{Z_A}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_B}\right)$	0	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_D}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E}\right)$	ω_S

$$u = \frac{\omega_E}{\omega_A} = \frac{1 - \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E}}{1 + \frac{Z_C}{Z_A}} = \frac{1 - \frac{1}{i_o'}}{1 + i_o'}$$

$$\therefore u = \frac{i_o' - 1}{i_o' + i_o''} \quad (1)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式として次式が既に著者の一人により求められている¹⁾。

$$\eta = \frac{(i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_2 \eta_3)} \quad (2)$$

ただし

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (3)$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} > 1, \quad (4)$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \times i_o' > 1. \quad (5)$$

そして遊星ピニオン B と D に対する力の釣り合いから、これら力の大きさと方向とが定まり、従って各々の力による機構中心まわりのトルクの大きさと方向とが定まる。また駆動軸ではトルクのかかる方向と回転方向とが同方向であり、従動軸ではトルクのかかる

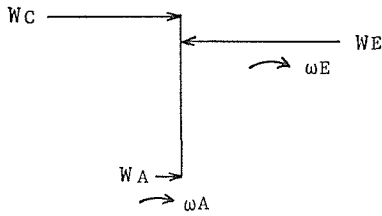


Fig.2 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

方向と回転方向とが反対方向であることより、各歯車およびキャリヤの回転方向が定まる。そして、これをいま考察している場合にあてはめると図2に示すごとくになる。ここで W_A , W_C , W_E は歯車 A , C , E から遊星ピニオン B , D に作用する力を示す。そして図2より各々の軸トルクの関係式として次式を得る。

$$M_A + M_C - M_E = 0. \quad (6)$$

ただし M_A , M_C , M_E はそれぞれ軸 A , C , E

に作用するトルクを示す。

いまこの場合の遊星歯車機構の効率 η を次のごとくにおく。

$$\eta = \frac{M_E \omega_E}{M_A \omega_A}.$$

これより

$$M_E = \eta \frac{\omega_A}{\omega_E} M_A$$

を得、ここへ式(1), (2)を代入して次式を得る。

$$M_E = \frac{(i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_2 \eta_3)} \cdot \frac{i_o'(1 + i_o)}{i_o' - 1} M_A.$$

$$\therefore M_E = \frac{i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o''}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A. \quad (7)$$

次に式(6)より

$$M_C = M_E - M_A$$

を得、これに式(7)を代入して次式を得る。

$$M_C = \frac{i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o''}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A - M_A = \frac{\eta_2 (\eta_3 + \eta_1 i_o'')}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A. \quad (8)$$

ここで中間軸 B に作用するトルクについて考える. いま表1において“合計”の欄に示した運動を行なっている機構全体に対し, キャリヤの回転と反対方向に角速度 $(-\omega_s)$ の回転を与えてキャリヤを固定した場合の運動が“キャリヤ固定”の欄に示してあり, これら“合計”と“キャリヤ固定”の欄の運動は, いずれも各要素に作用する力も各要素間の相対運動も変りがないことは明らかである. そこで軸 B に作用するトルクは“キャリヤ固定”の場合で考えると便利である. そして駆動軸はトルクの作用する方向と軸の回転方向とが同方向, 従動軸はトルクの作用する方向と軸の回転方向とは反対方向と考えると, 軸 A は表1の“キャリヤ固定”の欄から角速度 ω_A' の方向は正, 式(6)からトルク M_A の方向は正であるから駆動軸と考えられる. 同様に軸 C は角速度 ω_C' の方向は負, トルク M_C の方向は正だから従動軸と考えられ, 軸 E は角速度 ω_E' の方向は負, トルク M_E の方向も負だから駆動軸と考えることができる. このことより次式を得る. ただし ω_A' , ω_B' , ω_C' , ω_E' は“キャリヤ固定”の場合の角速度を示す.

$$\begin{aligned} M_A |\omega_A'| \eta_1 + M_E |\omega_E'| \eta_3 &= M_B |\omega_B'|. \\ \therefore M_B &= \left| \frac{\omega_A'}{\omega_B'} \right| \eta_1 M_A + \left| \frac{\omega_E'}{\omega_B'} \right| \eta_3 M_E \\ &= \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A + \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 \frac{i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o''}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A \\ &= \frac{Z_D}{Z_E} i_o'' \eta_1 M_A + \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{\eta_3 (i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o'')}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A. \\ \therefore M_B &= \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{i_o' (\eta_1 i_o'' + \eta_3)}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{\eta_3 + \eta_1 i_o''}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A. \end{aligned} \quad (9)$$

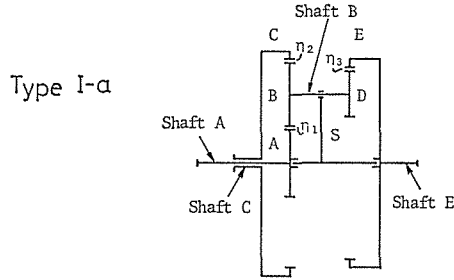
または

$$\begin{aligned} M_B |\omega_B'| \eta_2 &= M_C |\omega_C'|. \\ \therefore M_B &= \left| \frac{\omega_C'}{\omega_B'} \right| \frac{1}{\eta_2} M_C. \\ \therefore M_B &= \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{\eta_3 + \eta_1 i_o''}{i_o' - \eta_2 \eta_3} M_A. \end{aligned} \quad (9)$$

以上の式(7), (8), (9)を用いることにより, 駆動軸 A に作用するトルク M_A が既知の場合に, 従動軸 E , 固定軸 C および中間軸 B に作用するトルクを求めることができる.

同様な方法により, 図1に示すごとき3K型遊星歯車機構に対して〔 E 駆動, A 従動, C 固定〕の場合, 〔 A 駆動, C 従動, E 固定〕の場合, 〔 C 駆動, A 従動, E 固定〕の場合, 〔 C 駆動, E 従動, A 固定〕の場合, 〔 E 駆動, C 従動, A 固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め, 表2に一覧表として示す.

Table 2 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 3K Type Planetary Gears



$$Z_C > Z_E$$

$$i_0 = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$i_0'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} > 1$$

$$i_0''' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_0 \cdot i_0' > 1$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	A	E	C	$u = \frac{\omega_E}{\omega_A} = \frac{i_0 - 1}{i_0' + i_0''}$	$\eta = \frac{(i_0' - 1)(1 + \eta_1 \eta_2 i_0)}{(1 + i_0')(i_0' - \eta_2 \eta_3)}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1(\eta_2 + \eta_1 i_0'')}{i_0' - \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{i_0' + \eta_1 \eta_2 i_0''}{i_0' - \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{\eta_1 + \eta_1 i_0''}{i_0' - \eta_2 \eta_3} M_A$
	E	A	C	$u = \frac{\omega_A}{\omega_E} = \frac{i_0' + i_0''}{i_0' - 1}$	$\eta = \frac{\eta_1(1 + i_0')(1 - \eta_2 \eta_3 i_0)}{\eta_3(1 - i_0')(i_0' - \eta_1 \eta_2)}$	$M_A = \frac{\eta_1(\eta_2 \eta_3 i_0' - 1)}{\eta_3(i_0' + \eta_1 \eta_2 i_0'')} M_E$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1 + \eta_1 i_0''}{\eta_3(i_0' + \eta_1 \eta_2 i_0'')} M_E$ (C.C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{\eta_1(\eta_1 + \eta_1 i_0'')}{\eta_3(i_0' + \eta_1 \eta_2)} M_E$
	A	C	E	$u = \frac{\omega_C}{\omega_A} = -\frac{i_0' - 1}{1 + i_0''} < 0$	$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (i_0' - 1)(1 + \eta_2 \eta_3 i_0'')}{(1 + i_0'')(i_0' - \eta_2 \eta_3)}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + \eta_2 \eta_3 i_0'')}{i_0' - \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{i_0' + \eta_1 \eta_2 \eta_3^2 i_0''}{i_0' - \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B \eta_3 (1 + \eta_1 \eta_1 i_0'')}{i_0' - \eta_2 \eta_3} M_A$
	C	A	E	$u = \frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{1 + i_0''}{i_0' - 1} < 0$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_0'')(1 - \eta_2 \eta_3 i_0'')}{(i_0' - 1)(i_0' + \eta_1 \eta_2)}$	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_3 (\eta_2 \eta_3 i_0' - 1)}{i_0' + \eta_1 \eta_2} M_C$ (C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + \eta_1 \eta_3 i_0'')}{i_0' + \eta_1 \eta_2} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C$
	C	E	A	$u = \frac{\omega_E}{\omega_C} = \frac{1 + i_0''}{i_0' + i_0''}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_0'')(i_0' + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_0'')(1 + \eta_1 \eta_3 i_0'')}$	$M_A = \frac{\eta_1^2 \eta_2 \eta_3 i_0' - 1}{1 + \eta_1 \eta_3 i_0''} M_C$ (C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_3 (\eta_1 \eta_2 i_0' + i_0'')}{1 + \eta_1 \eta_3 i_0''} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C$
	E	C	A	$u = \frac{\omega_C}{\omega_E} = \frac{i_0' + i_0''}{1 + i_0''}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_0'')(i_0' + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_0'')(1 + \eta_1 \eta_2 i_0'')}$	$M_A = \frac{i_0' - \eta_1^2 \eta_2 \eta_3}{i_0' + \eta_1 \eta_2 i_0''} M_E$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_3 (\eta_1 \eta_2 + i_0'')}{i_0' + \eta_1 \eta_2 i_0''} M_E$ (C.C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{\eta_1(\eta_1 + \eta_1 i_0'')}{1 + \eta_1 \eta_2 i_0''} M_E$
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$					$\eta = 1$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{1 + i_0''}{i_0' - 1} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{i_0' + i_0''}{i_0' - 1} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{1 + i_0''}{i_0' - 1} M_A$

ところで、この3K型遊星歯車機構に対して $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると、各軸に作用するトルクを求める理論計算式は、上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり、これを表2の最下段に示す。

2.2 型式I-bの遊星歯車機構

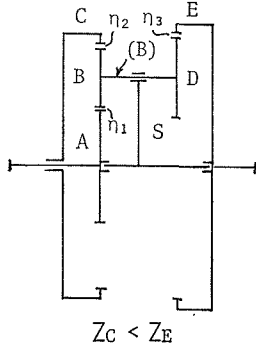


Fig. 3 I-b Type Planetary Gear

次に図3に示すとき3K型遊星歯車機構において、太陽内歯車Cを固定し、太陽外歯車Aを角速度 ω_A で駆動して、太陽内歯車Eを角速度 ω_E で従動させる場合を考える。ただし歯車A, B, C, D, Eの歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし、この場合は $Z_C < Z_E$ ($Z_C Z_D > Z_B Z_E$) とする。

前述と同様に各軸の角速度を求める重ねあわせ法として表3が得られる。

これよりこの場合の角速度比 u として次式を得る。

$$u = \frac{\omega_E}{\omega_A} = \frac{1 - \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E}}{1 + \frac{Z_C}{Z_A}} = \frac{1 - \frac{1}{i_o'}}{1 + i_o} = \frac{i_o' - 1}{i_o'(1 + i_o)}$$

$$\therefore u = -\frac{1 - i_o'}{i_o' + i_o} < 0. \quad (10)$$

Table 3 Solution by Tabulation

	A	B	C	D	E	S
Gear locked	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
Arm fixed	$\omega_S \frac{Z_C}{Z_A}$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B}$	$-\omega_S$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B}$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B} \cdot \frac{Z_D}{Z_E}$	0
Result	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_C}{Z_A}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_B}\right)$	0	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_B}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E}\right)$	ω_S

またこの場合の効率を求める理論計算式として次式が既に著者の一人により求められている¹⁾。

$$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 - i_o') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o) (1 - \eta_2 \eta_3 i_o')} \quad (11)$$

ただし

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (12)$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} < 1, \quad (13)$$

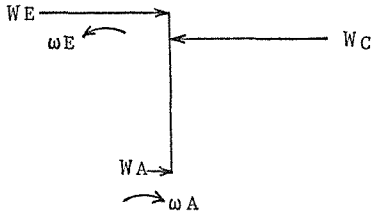


Fig.4 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \times i_o'. \quad (14)$$

そしてこの場合、遊星ピニオン B と D とに作用する、歯車 A , C , E からの力 W_A , W_C , W_E , と角速度 ω_A , ω_E の方向との関係は前述の場合と同様に考えて図4に示すごとくになる。この図4より軸 A , C , E に作用するトルク M_A , M_C , M_E の関係式として次式を得る。

$$M_A + M_E - M_C = 0. \quad (15)$$

いまこの場合の遊星歯車機構の効率 η を次式のごとくにおく。

$$\eta = \frac{M_E |\omega_E|}{M_A |\omega_A|}.$$

これより

$$M_E = \eta \left| \frac{\omega_A}{\omega_E} \right| M_A$$

を得、式(10), (11)を代入して次式を得る。

$$M_E = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 - i_o') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o) (1 - \eta_2 \eta_3 i_o')} \cdot \frac{i_o' (1 + i_o)}{1 - i_o} M_A.$$

$$\therefore M_E = \frac{\eta_2 \eta_3 (i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o'')}{1 - \eta_2 \eta_3 i_o'} M_A. \quad (16)$$

次に式(15)より

$$M_C = M_A + M_E$$

を得、式(16)を代入して次式を得る。

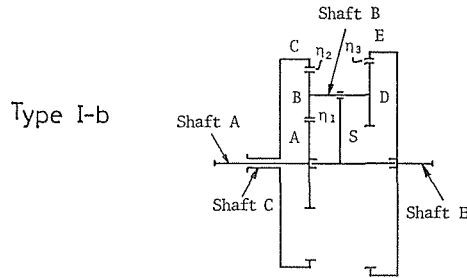
$$M_C = M_A + \frac{\eta_2 \eta_3 (i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o'')}{1 - \eta_2 \eta_3 i_o'} M_A.$$

$$\therefore M_C = \frac{1 + \eta_1 \eta_2^2 \eta_3 i_o''}{1 - \eta_2 \eta_3 i_o'} M_A. \quad (17)$$

ここで中間軸 B に作用するトルクについて考える。前述と同様にキャリヤ固定の場合で考えると、式(15)と表3の“キャリヤ固定”の欄とを用いて、軸 A と軸 C とを駆動軸、軸 E を従動軸と考えることができる。そこで次式を得る。ただし ω_B' , ω_E' は“キャリヤ固定”の場合の角速度を示す。

$$M_B |\omega_B'| \eta_3 = M_E |\omega_E'|.$$

Table 4 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 3K Type Planetary Gears



$$Z_C < Z_E$$

$$i_0 = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$0 < i_0'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} < 1$$

$$i_0''' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_0 \cdot i_0''$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	A	E	C	$u = \frac{\omega_E}{\omega_A} = -\frac{1-i_0''}{i_0''+i_0} < 0$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1-i_0'') (1+\eta_1 \eta_2 i_0)}{(1+i_0'') (1-\eta_2 \eta_3 i_0)}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{1+\eta_1 \eta_2 \eta_3 i_0''}{1-\eta_2 \eta_3 i_0} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_2 (i_0'' + \eta_1 \eta_2 i_0)}{1-\eta_2 \eta_3 i_0} M_A$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{\eta_1 (1+\eta_1 \eta_2 i_0)}{1-\eta_2 \eta_3 i_0} M_A$
	E	A	C	$u = \frac{\omega_A}{\omega_E} = -\frac{i_0''+i_0}{1-i_0''} < 0$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_0'') (\eta_2 \eta_3 i_0 - i_0)}{(1-i_0'') (i_0'' + \eta_1 \eta_2)}$	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_2 \eta_3 i_0 - i_0)}{i_0'' + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 + i_0''}{i_0'' + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
	A	C	E	$u = \frac{\omega_C}{\omega_A} = \frac{1-i_0''}{1+i_0''}$	$\eta = \frac{(1-i_0'') (1+\eta_1 \eta_2 i_0'')}{(1+i_0'') (1-\eta_2 \eta_3 i_0)}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{1+\eta_1 \eta_2 i_0''}{1-\eta_2 \eta_3 i_0} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 (\eta_2 i_0'' + \eta_1 i_0)}{1-\eta_2 \eta_3 i_0} M_A$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{\eta_2 + \eta_1 i_0}{1-\eta_2 \eta_3 i_0} M_A$
	C	A	E	$u = \frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{1+i_0''}{1-i_0''}$	$\eta = \frac{\eta_1 (1+i_0'') (\eta_2 \eta_3 i_0 - i_0)}{\eta_2 (1-i_0'') (i_0'' + \eta_1 \eta_2)}$	$M_A = \frac{\eta_1 (\eta_2 \eta_3 i_0 - i_0)}{\eta_2 (i_0'' + \eta_1 \eta_2)} M_C$ (C.C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 i_0'' + \eta_2 i_0}{\eta_2 (i_0'' + \eta_1 \eta_2)} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{\eta_1 (\eta_1 + \eta_2 i_0)}{\eta_2 (i_0'' + \eta_1 \eta_2)} M_C$
	C	E	A	$u = \frac{\omega_E}{\omega_C} = \frac{1+i_0''}{i_0''+i_0}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_0'') (i_0'' + \eta_1 \eta_2)}{(1+i_0'') (1+\eta_1 \eta_2 i_0)}$	$M_A = \frac{1-\eta_1 \eta_2 \eta_3 i_0''}{1+\eta_1 \eta_2 i_0} M_C$ (C.C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_2 i_0'' + i_0)}{1+\eta_1 \eta_2 i_0} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{\eta_1 (\eta_1 + \eta_2 i_0)}{1+\eta_1 \eta_2 i_0} M_C$
	E	C	A	$u = \frac{\omega_C}{\omega_E} = \frac{i_0''+i_0}{1+i_0''}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_0'') (i_0'' + \eta_1 \eta_2)}{(1+i_0'') (1+\eta_1 \eta_2 i_0)}$	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 - i_0''}{i_0'' + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_2 i_0'' + i_0)}{i_0'' + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$					$\eta = 1$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{1+i_0''}{1-i_0''} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{i_0''+i_0}{1-i_0''} M_A$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{1+i_0}{1-i_0} M_A$

$$\begin{aligned} \therefore M_B &= \left| \frac{\omega_E'}{\omega_B'} \right| \frac{1}{\eta_3} M_E = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} \cdot \frac{\eta_2 \eta_3 (i_o' + \eta_1 \eta_2 i_o'')}{1 - \eta_2 \eta_3 i_o'} M_A \\ \therefore M_B &= \frac{Z_D}{Z_E} i_o' \frac{\eta_2 (1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{1 - \eta_2 \eta_3 i_o'} M_A = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{\eta_2 (1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{1 - \eta_2 \eta_3 i_o'} M_A \end{aligned} \quad (18)$$

以上の式(16), (17), (18)を用いることにより, 駆動軸Aに作用するトルク M_A が既知の場合に, 従動軸E, 固定軸Cおよび中間軸Bに作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により, 図3に示すとき3K型遊星歯車機構において, [E駆動, A従動, C固定] の場合, [A駆動, C従動, E固定] の場合, [C駆動, A従動, E固定] の場合, [C駆動, E従動, A固定] の場合, [E駆動, C従動, A固定] の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め, 表4に一覧表として示す。

ところで, この3K型遊星歯車機構に対して $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると, 各軸に作用するトルクを求める理論計算式は, 上記の六つの場合とも全て同一となるのがわかり, これを表4の最下段に示す。

2.3 型式II-aの遊星歯車機構

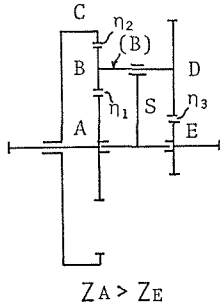


Fig.5 II-a Type Planetary Gear

いま図5に示すとき3K型遊星歯車機構において, 太陽外歯車Aを固定し, 太陽内歯車Cを角速度 ω_C で駆動し, 太陽外歯車Eを角速度 ω_E で従動させる場合を考える, ただし, 歯車A, B, C, D, Eの歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし, この場合は $Z_A > Z_E$ ($Z_A Z_D > Z_B Z_E$) とする。

この場合も前述と同様に各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表5が得られる。

これよりこの場合の角速度比 u として次式を得る。

$$u = \frac{\omega_E}{\omega_C} = \frac{1 - \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}}{1 + \frac{Z_A}{Z_C}} = \frac{1 - \frac{1}{i_o'}}{1 + \frac{1}{i_o}} = \frac{i_o (i_o' - 1)}{i_o' (i_o + 1)}$$

$$\therefore u = -\frac{i_o'' - i_o}{1 + i_o} < 0. \quad (19)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式が既に求められている²⁾。

Table 5 Solution by Tabution

	A	B	C	D	E	S
Gear locked	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
Arm fixed	$-\omega_S$	$\omega_S \frac{Z_A}{Z_B}$	$\omega_S \frac{Z_A}{Z_C}$	$\omega_S \frac{Z_A}{Z_B}$	$-\omega_S \frac{Z_A}{Z_B} \cdot \frac{Z_D}{Z_E}$	0
Result	0	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_A}{Z_B}\right)$	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_A}{Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_A}{Z_B}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}\right)$	ω_S

$$\eta = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o') (i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o) (1 - \eta_1 \eta_3 i_o')} \quad (20)$$

ただし

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (21)$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} < 1, \quad (22)$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1. \quad (23)$$

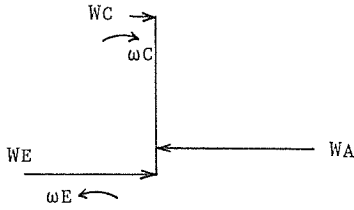


Fig. 6 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

そしてこの場合、遊星ピニオン B と D とに作用する、歯車 A , C , E からの力 W_A , W_C , W_E と角速度 ω_C , ω_E の方向との関係は、前述の場合と同様に考えて図 6 に示すごとくなる。この図 6 より軸 A , C , E に作用するトルク M_A , M_C , M_E の関係式として次式を得る。

$$M_C + M_E - M_A = 0. \quad (24)$$

いまこの場合の遊星歯車機構の効率 η を次のごとくにおく。

$$\eta = \frac{M_E |\omega_E|}{M_C |\omega_C|}$$

これより

$$M_E = \eta \left| \frac{\omega_C}{\omega_E} \right| M_C$$

を得、式(19), (20)を代入して次式を得る。

$$M_E = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o') (i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o) (1 - \eta_1 \eta_3 i_o')} \cdot \frac{1 + i_o}{i_o'' (1 - i_o')} M_C.$$

$$\therefore M_E = \frac{\eta_1 \eta_3 (i_o + \eta_1 \eta_2)}{i_o'' - \eta_1 \eta_3 i_o} M_C. \quad (25)$$

次に式(24)より

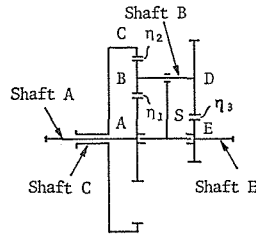
$$M_A = M_C + M_E$$

を得、式(25)を代入して次式を得る。

$$M_A = M_C + \frac{\eta_1 \eta_3 (i_o + \eta_1 \eta_2)}{i_o'' - \eta_1 \eta_3 i_o} M_C.$$

Table 6 Speed Ratio, Efficiency and Torque Formulas for 3K Type Planetary Gears

Type II-a



$$Z_A > Z_E$$

$$i_0 = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$0 < i_0'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} < 1$$

$$i_0''' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_0}{i_0''} > 1$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	C	E	A	$u = \frac{\omega_E}{\omega_C} = -\frac{i_0'' - i_0}{1 + i_0} < 0$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 - i_0'') (i_0 + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_0) (1 - \eta_1 \eta_3 i_0')}$	$M_A = \frac{\eta_1^2 \eta_2 \eta_3 + i_0''}{i_0' - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$ (C.C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 \eta_2 + i_0)}{i_0' - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{\eta_1 (\eta_1 \eta_2 + i_0)}{(1 - \eta_1 \eta_3 i_0')} M_C$
	E	C	A	$u = \frac{\omega_C}{\omega_E} = -\frac{1 + i_0}{i_0' - i_0} < 0$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_0) (\eta_1 \eta_2 - i_0'')}{(1 - i_0') (1 + \eta_1 \eta_2 i_0')}$	$M_A = \frac{1 + \eta_1^2 \eta_2 \eta_3 i_0'}{1 + \eta_1 \eta_2 i_0'} M_E$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 \eta_2 i_0' - i_0)}{1 + \eta_1 \eta_2 i_0'} M_E$ (C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
	A	C	E	$u = \frac{\omega_C}{\omega_A} = \frac{1 + i_0''}{i_0' - i_0}$	$\eta = \frac{\eta_2 (1 + i_0'') (\eta_1 \eta_2 - i_0'')}{\eta_1 (1 - i_0') (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_2 (\eta_1 \eta_2 i_0' - i_0)}{\eta_1 (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')} M_A$ (C.C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 + \eta_2 i_0'}{\eta_1 (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \frac{\eta_2 (\eta_1 + \eta_2 i_0')}{\eta_1 (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')} M_A$
	C	A	E	$u = \frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{i_0' - i_0}{1 + i_0'}$	$\eta = \frac{(1 - i_0') (i_0' + \eta_2 \eta_3)}{(1 + i_0') (1 - \eta_1 \eta_3 i_0')}$	$M_A = \frac{\eta_2 \eta_3 + i_0'}{i_0' - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$ (C.C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_3 (\eta_2 + \eta_1 i_0')}{i_0' - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{\eta_2 + \eta_1 i_0'}{(1 - \eta_1 \eta_3 i_0')} M_C$
	A	E	C	$u = \frac{\omega_E}{\omega_A} = \frac{1 + i_0''}{1 + i_0'}$	$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_0'') (1 + \eta_1 \eta_2 i_0')}{(1 + i_0') (i_0' + \eta_2 \eta_3)}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{i_0' - \eta_1 \eta_2 \eta_3 i_0'}{i_0' + \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.C.W.)	$M_E = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0')}{i_0' + \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \frac{\eta_2 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0')}{i_0' + \eta_2 \eta_3} M_A$
	E	A	C	$u = \frac{\omega_A}{\omega_E} = \frac{1 + i_0}{1 + i_0'}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_0) (1 + \eta_1 \eta_3 i_0'')}{(1 + i_0') (i_0 + \eta_1 \eta_2)}$	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + \eta_1 \eta_3 i_0'')}{i_0 + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 i_0' - i_0}{i_0 + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$					$\eta = 1$	$M_A = \frac{1 + i_0''}{i_0' - i_0} M_C$ (C.C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{1 + i_0}{i_0' - i_0} M_C$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{1 + i_0}{1 - i_0'} M_C$

$$\therefore M_A = \frac{i_o'' + \eta_1^2 \eta_2 \eta_3}{i_o'' - \eta_1 \eta_3 i_o} M_C. \quad (26)$$

ここで中間軸 B に作用するトルクについて考える。前述と同様にキャリヤ固定の場合で考えると、式(24)と表5の“キャリヤ固定”の欄とを用いて、軸 A と軸 C とを駆動軸、軸 E を従動軸と考えることができる。そこで次式を得る。ただし ω_B' 、 ω_E' はキャリヤ固定の場合の角速度を示す。

$$M_B | \omega_B' | \eta_3 = M_E | \omega_E' |.$$

$$\therefore M_B = \left| \frac{\omega_E'}{\omega_B'} \right| \frac{1}{\eta_3} M_E = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} \cdot \frac{\eta_1 \eta_3 (i_o + \eta_1 \eta_2)}{i_o'' - \eta_1 \eta_3 i_o} M_C.$$

$$\therefore M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{\eta_1 (\eta_1 \eta_2 + i_o)}{i_o'' (1 - \eta_1 \eta_3 i_o')} M_C = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{\eta_1 (i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')} M_C. \quad (27)$$

以上の式(25)、(26)、(27)を用いることにより、駆動軸 C に作用するトルク M_C が既知の場合に、従動軸 E 、固定軸 A および中間軸 B に作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により、図5に示すとき3K型遊星歯車機構において〔 E 駆動、 C 従動、 A 固定〕の場合、〔 A 駆動、 C 従動、 E 固定〕の場合、〔 C 駆動、 A 従動、 E 固定〕の場合、〔 A 駆動、 E 従動、 C 固定〕の場合、〔 E 駆動、 A 従動、 C 固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め、表6に一覧表として示す。

ところで、この3K型遊星歯車機構に対して、 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると各軸に作用するトルクを求める理論計算式は、上記の六つの場合とも全て同一になることがわかり、これを表6の最下段に示す。

2.4 型式II-bの遊星歯車機構

次に図7に示すとき3K型遊星歯車機構において、太陽外歯車 A を固定し、太陽内歯車 C を角速度 ω_C で駆動し、太陽外歯車 E を角速度 ω_E で従動させる場合を考える。ただし、歯車 A 、 B 、 C 、 D 、 E の歯数を Z_A 、 Z_B 、 Z_C 、 Z_D 、 Z_E で表わし、この場合は $Z_A < Z_E$ ($Z_A Z_D < Z_B Z_E$) とする。

前述と同様に各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表7が得られる。

Table 7 Solution by Tabution

	A	B	C	D	E	S
Gear locked	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
Arm fixed	$-\omega_S$	$\omega_S \frac{Z_A}{Z_B}$	$\omega_S \frac{Z_A}{Z_C}$	$\omega_S \frac{Z_A}{Z_B}$	$-\omega_S \frac{Z_A}{Z_B} \cdot \frac{Z_D}{Z_E}$	0
Result	0	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_A}{Z_B}\right)$	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_A}{Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_A}{Z_B}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}\right)$	ω_S

これよりこの場合の角速度比 u として次式を得る。

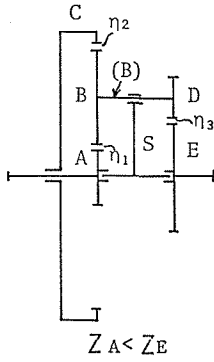


Fig.7 II-b Type Planetary Gear

$$u = \frac{\omega_E}{\omega_C} = \frac{1 - \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}}{1 + \frac{Z_A}{Z_C}} = \frac{1 - \frac{1}{i_o'}}{1 + \frac{1}{i_o}} = \frac{i_o (i_o' - 1)}{i_o' (i_o + 1)}$$

$$\therefore u = \frac{i_o - i_o''}{1 + i_o} \quad (28)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式は次式のごとくになる。

$$\eta = \frac{(i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_1 \eta_3)} \quad (29)$$

ただし

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (30)$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} > 1, \quad (31)$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1. \quad (32)$$

そしてこの場合、遊星ピニオンBとDとに作用する、歯車A, C, Eからの力 W_A, W_C, W_E と角速度 ω_C, ω_E の方向との関係は、前述の場合と同様に考えて、図8に示すごとくになる。この図8より軸A, C, Eに作用するトルク M_A, M_C, M_E の関係式として次式を得る。

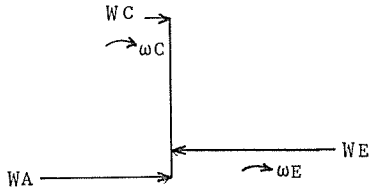


Fig.8 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

$$M_C + M_A - M_E = 0. \quad (33)$$

いまこの場合の遊星歯車機構の効率 η を次式のごとくにおく。

$$\eta = \frac{M_E \omega_E}{M_C \omega_C}$$

これより

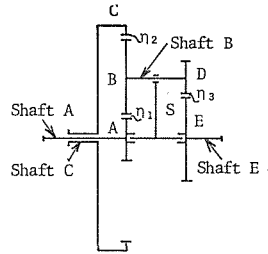
$$M_E = \eta \frac{\omega_C}{\omega_E} M_C$$

を得、式(28)、(29)を代入して次式を得る。

$$M_E = \frac{(i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_1 \eta_3)} \cdot \frac{1 + i_o}{(i_o' - 1)i_o''} M_C.$$

Table 8 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 3K Type Planetary Gears

Type II-b



$$Z_A < Z_E$$

$$i_0 = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$i_0' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} > 1$$

$$i_0'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_0}{i_0'} > 1$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	C	E	A	$U = \frac{\omega_E}{\omega_C} = \frac{i_0 - i_0''}{1 + i_0}$	$\eta = \frac{(i_0' - 1)(i_0 + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_0)(i_0' - \eta_1 \eta_3)}$	$M_A = \frac{\eta_1 (\eta_2 + \eta_3 i_0'')}{i_0 - \eta_1 \eta_3 i_0''} M_C$ (C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_2 + i_0}{i_0 - \eta_1 \eta_3 i_0''} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{\eta_2 + \eta_3 i_0''}{i_0 - \eta_1 \eta_3 i_0''} M_C$
	E	C	A	$U = \frac{\omega_C}{\omega_E} = \frac{1 + i_0}{i_0 - i_0''}$	$\eta = \frac{\eta_2 (1 + i_0) (\eta_1 \eta_3 i_0' - 1)}{\eta_3 (i_0' - 1) (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)}$	$M_A = \frac{\eta_3 + \eta_2 i_0''}{\eta_3 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)} M_E$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{\eta_2 (\eta_1 \eta_3 i_0 - i_0'')}{\eta_3 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)} M_E$ (C.C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{\eta_1 (\eta_3 + \eta_2 i_0'')}{\eta_3 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)} M_E$
	A	C	E	$U = \frac{\omega_C}{\omega_A} = -\frac{1 + i_0'}{i_0 - i_0'} < 0$	$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_0') (\eta_1 \eta_3 i_0' - 1)}{(i_0' - 1) (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_2 (\eta_1 \eta_3 i_0 - i_0'')}{1 + \eta_2 \eta_3 i_0'} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{1 + \eta_1 \eta_2 i_0'}{1 + \eta_2 \eta_3 i_0'} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A$
	C	A	E	$U = \frac{\omega_A}{\omega_C} = -\frac{i_0 - i_0'}{1 + i_0'} < 0$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_3 (i_0' - 1) (i_0 + \eta_2 \eta_3)}{(1 + i_0') (i_0' - \eta_1 \eta_3)}$	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_3 (\eta_2 \eta_3 + i_0')}{i_0 - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$ (C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_2 i_0' + i_0}{i_0 - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{\eta_1 (\eta_2 \eta_3 + i_0')}{i_0 - \eta_1 \eta_3 i_0'} M_C$
	A	E	C	$U = \frac{\omega_E}{\omega_A} = \frac{1 + i_0'}{1 + i_0}$	$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_0') (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)}{(1 + i_0) (i_0' + \eta_2 \eta_3)}$	M_A (C.W.)	$M_C = \frac{\eta_2 \eta_3 (i_0 - i_0'')}{i_0' + \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.W.)	$M_E = \frac{\eta_2 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)}{i_0' + \eta_2 \eta_3} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A$
	E	A	C	$U = \frac{\omega_A}{\omega_E} = \frac{1 + i_0}{1 + i_0'}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_0) (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')}{(1 + i_0') (i_0 + \eta_1 \eta_2)}$	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')}{i_0 + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{i_0 - \eta_1 \eta_2 i_0'}{i_0 + \eta_1 \eta_2} M_E$ (C.C.W.)	M_E (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{\eta_2 (1 + \eta_2 \eta_3 i_0')}{i_0 + \eta_1 \eta_2} M_E$
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$					$\eta = 1$	$M_A = \frac{1 + i_0'}{i_0 - i_0'} M_C$ (C.W.)	M_C (C.W.)	$M_E = \frac{1 + i_0}{i_0 - i_0'} M_C$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{1 + i_0'}{i_0 - i_0'} M_C$

$$\therefore M_E = \frac{i_o + \eta_1 \eta_2}{i_o - \eta_1 \eta_3 i_o''} M_C. \quad (34)$$

次に式(33)より

$$M_A = M_E - M_C$$

を得、式(34)を代入して次式を得る.

$$\begin{aligned} M_A &= \frac{i_o + \eta_1 \eta_2}{i_o - \eta_1 \eta_3 i_o''} M_C - M_C. \\ \therefore M_A &= \frac{\eta_1 (\eta_2 + \eta_3 i_o'')}{i_o - \eta_1 \eta_3 i_o''} M_C. \end{aligned} \quad (35)$$

ここで中間軸 B に作用するトルクについて考える. 前述と同様にキャリア固定の場合で考えると, 式(33)と表7の"キャリア固定"の欄とを用いて, 軸 C と軸 E とを駆動軸, 軸 A を従動軸と考えることができる. そこで次式を得る. ただし ω_A' , ω_B' は"キャリア固定"の場合の角速度を示す.

$$\begin{aligned} M_B |\omega_B'| \eta_1 &= M_A |\omega_A'|. \\ \therefore M_B &= \left| \frac{\omega_A'}{\omega_B'} \right| \frac{1}{\eta_1} M_A = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{\eta_1 (\eta_2 + \eta_3 i_o'')}{i_o - \eta_1 \eta_3 i_o''} M_C. \\ \therefore M_B &= \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta_2 + \eta_3 i_o''}{i_o - \eta_1 \eta_3 i_o''} M_C. \end{aligned} \quad (36)$$

以上の式(34), (35), (36)を用いることにより, 駆動軸 C に作用するトルク M_C が既知の場合に, 従動軸 E , 固定軸 A および中間軸 B に作用するトルクを求めることができる.

同様な方法により, 図7に示すごとき3K型遊星歯車機構において〔 E 駆動, C 従動, A 固定〕の場合, 〔 A 駆動, C 従動, E 固定〕の場合, 〔 C 駆動, A 従動, E 固定〕の場合, 〔 A 駆動, E 従動, C 固定〕の場合, 〔 E 駆動, A 従動, C 固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め, 表8に一覧表として示す.

ところで, この3K型遊星歯車機構に対して, $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると, 各軸に作用するトルクを求める理論計算式は, 上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり, これを表8の最下段に示す.

3 結 言

3K型遊星歯車機構の軸トルク計算式について考察し, 3K型遊星歯車機構の理論効率計算式を用いることにより, 軸トルクを求める理論計算式の誘導方法を明らかにした. そしてこの方法を3K型の基本的な四つの型式の遊星歯車機構に対して適用して各々の場合の軸トルク計算式を求め, 読者がこれらの計算式の使用に際し適用に誤りを生ずるおそれの無い, 便利を一覧表を作成した. なお, これらの計算式は, いずれも歯数比と基準効率とを用いて計算することができる.

文 献

- 1) 両角宗晴：遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法，信州大学工学部紀要，第31号(1971)，105.
- 2) 両角宗晴：3 K型遊星歯車機構の効率計算式について，信州大学工学部紀要，第40号(1976)，51.