

Fraunhofer の回折による細隙の幅の測定に おける Fresnel の回折の影響について

高野 昭*・森本彌三八**

(昭和44年5月30日受理)

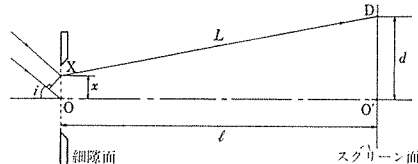
1. ま え が き

さきに Fraunhofer の回折現象を利用した細隙の幅の測定について研究¹⁾を行ったが、その際細隙とスクリーンとの間の距離 l の変化は測定結果にほとんど影響を及ぼさないものとしてこれを無視した。

しかしさきの研究の結果によると、コリメーターの細隙の幅がレンズの中心に対して張る角を $2i_0$ (radian) とするときその半分 i_0 (以後これを単にコリメーターの細隙の幅という) が、0.0001, 0.0005, 0.0010 などの小さい場合には、測定される細隙の幅 (以後これを単に細隙の幅という) の測定値の相対誤差が細隙の幅のある値のところでは極小値をとり、それより小なる (狭い) ところで極大値をとるところがある。このことは測定の技術に基づくものではなく別に原因があるように思われる。また一般に l が小さい時は、 l が大きい時に比して僅かではあるが相対誤差が正の方向に移動している。よって細隙とスクリーンとの間の距離 l の変化の影響をさらに詳細に調べてみることにした。もともと Fraunhofer の回折は厳密に言えば細隙から無限大の位置でその回折縞を観測しなければならないものを、観測の便宜上から近い位置で観測している。このことは Fresnel の回折を考慮に入れなければならないことを示している。ではこの場合 Fresnel の回折はどの程度の影響を与えているであろうか。

コリメーターの細隙の幅 i_0 のほか l の影響も考慮に入れた場合の回折縞の相対強度を表す式としてつぎの(1)式を導いた。

第1図において、Xを細隙面上の任意の1点、Dをスクリーン面上の観測点とすれば、



第 1 図

* 一般教育物理学教室, 講師

** 精密工学教室, 教授

この間の光路程 L は次式で与えられる.

$$L = \left\{ (d-x)^2 + l^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \doteq l \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d-x}{l} \right)^2 \right\}$$

ここに $x = \overline{OX}$, $d = \overline{O'D}$, $l = \overline{OO'}$ である.

また細隙面に i なる角で入射する平行光線の点 X と主軸上の点 O との光路差は

$$\overline{OX} \sin i \doteq ix$$

である. 細隙の幅を s , 光の波長を λ とすれば D 点での光の強度は D 点に重ね合される各光線の位相差に関係する. いまこの強度を i_0 と s の関数とみて, $F(i_0, s)$ で表し, 次式で与えられるものとする.

$$F(i_0, s) = \frac{C}{(2i_0 s)^2} \left| \int_{-i_0}^{+i_0} \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \frac{1}{2l} (x^2 - 2dx) - ix \right\}} didx \right|^2$$

ここに $j = \sqrt{-1}$, C は定数である.

いま, 回折縞の主極大の強度に対する D 点の相対強度を I で表せば, I はつぎの(1)式で与えられる.

$$I = \frac{\left\{ \left(\int_{-i_0}^{+i_0} \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} \cos f(i, x) didx \right)^2 + \left(\int_{-i_0}^{+i_0} \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} \sin f(i, x) didx \right)^2 \right\}}{\left\{ \left(\int_{-i_0}^{+i_0} \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} \cos f_0(i, x) didx \right)^2 + \left(\int_{-i_0}^{+i_0} \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} \sin f_0(i, x) didx \right)^2 \right\}} \dots\dots\dots(1)$$

ここに

$$f(i, x) = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{x^2}{l} - \frac{2dx}{l} - 2ix \right), \quad f_0(i, x) = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{x^2}{l} - 2ix \right) \dots\dots\dots(2)$$

この(2)式の $f(i, x)$ の括弧の中の第1項は Fresnel の回折の項であり, 第2項は Fraunhofer の回折の項, 第3項はコリメーターの細隙の幅 (すなわち光源の大きさ) の影響を示す項である.

2. i_0 および l の大きさを考慮に入れた場合 の第1極大の位置とその強度

i_0, l および細隙の幅 s を与え, それらに対する回折縞の第1極大 (第1明帯) 間の距離 $d_1 = 2d$ (中央の主極大からの距離の2倍) および第1極大の相対強度 I_{max} を求めると, つぎの第1表の如くなる.

この計算においては実験の結果との比較に便利なようにナトリウムの D 線の波長 $\lambda = 5893\text{\AA}$ を用いた. また表中の θ_1 は $l = \infty$ の場合の回折縞の第1極大の回折角 ($\theta_1 =$

第1表 (a) $i_0 = 0$

s (10^{-3}cm)	$l = 2.5\text{cm}$		$l = 5.0\text{cm}$		$l = 10.0\text{cm}$		$l = 20.0\text{cm}$		$l = 40.0\text{cm}$		$l = \infty$	
	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	θ_1 (10^{-3}rad.)	I_{max}
5	84.21	0.04760	168.5	0.04729	337.1	0.04722	674.2	0.04720	1349	0.04719	16.86	0.04719
10	41.56	0.05397	83.99	0.04883	168.4	0.04760	337.1	0.04729	674.2	0.04722	8.429	0.04719
15	26.16	0.08721	55.21	0.05586	111.9	0.04928	224.5	0.04771	449.4	0.04732	5.619	0.04719
20	16.62	$\Delta 0.2247$	39.83	0.07761	83.12	0.05397	168.0	0.04883	336.9	0.04760	4.214	0.04719
25			29.29	$\Delta 0.1377$	65.16	0.06470	133.7	0.05126	269.1	0.04819	3.372	0.04719
30			20.65	$\Delta 0.2966$	52.30	0.08721	110.4	0.05586	223.8	0.04928	2.810	0.04719
	$s = 16$ 24.00	0.1018	$s = 22$ 35.26	0.09484								
	$s = 21$ 14.96	$\Delta 0.2823$										

第1表 (b) $i_0 = 0.0005$

s (10^{-3}cm)	$l = 2.5\text{cm}$		$l = 5.0\text{cm}$		$l = 10.0\text{cm}$		$l = 20.0\text{cm}$		$l = 40.0\text{cm}$		$l = \infty$	
	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	θ_1 (10^{-3}rad.)	I_{max}
5	84.24	0.04741	168.6	0.04711	337.2	0.04703	674.5	0.04701	1349	0.04701	16.86	0.04700
10	41.60	0.05318	84.09	0.04808	168.6	0.04685	337.4	0.04655	675.0	0.04647	8.439	0.04645
15	26.18	0.08511	55.33	0.05408	112.2	0.04758	225.1	0.04604	450.6	0.04566	5.634	0.04553
20	16.11	$\Delta 0.2206$	39.92	0.07404	83.46	0.05086	168.8	0.04586	338.5	0.04465	4.235	0.04426
25			29.10	$\Delta 0.1312$	65.50	0.05952	134.6	0.04656	271.1	0.04361	3.397	0.04265
30					52.46	0.07900	111.4	0.04891	226.2	0.04269	2.841	0.04072
			$s = 22$ 35.29	0.09022								
			$s = 27$ 24.98	$\Delta 0.1765$								

第1表 (c) $i_0 = 0.0010$

s (10^{-3}cm)	$l = 2.5\text{cm}$		$l = 5.0\text{cm}$		$l = 10.0\text{cm}$		$l = 20.0\text{cm}$		$l = 40.0\text{cm}$		$l = \infty$	
	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	θ_1 (10^{-3}rad.)	I_{max}
5	84.31	0.04685	168.7	0.04655	337.5	0.04647	675.0	0.04645	1350	0.04645	16.88	0.04645
10	41.74	0.05086	84.38	0.04586	169.2	0.04465	338.7	0.04436	677.5	0.04428	8.469	0.04426
15	26.24	0.07900	55.72	0.04891	113.1	0.04269	227.0	0.04121	454.3	0.04085	5.681	0.04072
20			40.19	0.06391	84.60	0.04212	171.3	0.03750	343.7	0.03640	4.300	0.03604
25					66.60	0.04540	137.8	0.03386	277.9	0.03129	3.484	0.03046
30					52.42	$\Delta 0.05757$	115.1	0.03103	234.7	0.02594	2.953	0.02437
$s = 18$ 19.60		$\Delta 0.1338$	$s = 24$ 30.24	$\Delta 0.09906$	$s = 27$ 60.78	0.04873						

第1表 (d) $i_0 = 0.0615$

s (10^{-3}cm)	$l = 2.5\text{cm}$		$l = 5.0\text{cm}$		$l = 10.0\text{cm}$		$l = 20.0\text{cm}$		$l = 40.0\text{cm}$		$l = \infty$	
	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	d_1 (10^{-3}cm)	I_{max}	θ_1 (10^{-3}rad.)	I_{max}
5	84.43	0.04593	169.0	0.04563	338.0	0.04555	676.1	0.04554	1352	0.04553	16.90	0.04553
10	41.96	0.04711	84.89	0.04227	170.3	0.04111	340.8	0.04082	681.7	0.04075	8.522	0.04073
15	26.30	$\Delta 0.06946$	56.43	0.04090	114.7	0.03514	230.4	0.03379	461.2	0.03345	5.767	0.03334
20			40.51	$\Delta 0.04906$	86.78	0.02955	176.3	0.02561	353.8	0.02468	4.429	0.02437
25					68.58	$\Delta 0.02689$	144.7	0.01777	292.8	0.01587	3.674	0.01527
30							123.6	0.01181	256.3	0.00868	3.239	0.00778
$s = 14$ 28.81		0.06132	$s = 19$ 43.34	0.04598	$s = 24$ 71.92	0.02700						
$s = 17$ 20.83		$\Delta 0.09744$	$s = 21$ 37.57	$\Delta 0.05340$	$s = 27$ 60.60	$\Delta 0.02787$						

第2表 (b) $i_0 = 0.0005$

s (10^{-3} cm)	l = 2.5cm			l = 5.0cm			l = 10.0cm			l = 20.0cm			l = 40.0cm			l = ∞		
	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)
5	5.003	0.003	0.1	4.999	-0.001	0.0	4.999	-0.001	0.0	4.999	-0.001	0.0	4.999	-0.001	0.0	4.998	-0.002	0.0
10	10.13	0.13	1.3	10.02	0.02	0.2	10.00	0.00	0.0	9.993	-0.017	-0.1	9.990	-0.010	-0.1	9.988	-0.012	-0.1
15	16.10	1.10	7.3	15.23	0.23	1.5	15.02	0.02	0.1	14.98	-0.02	-0.1	14.96	-0.04	-0.2	14.96	-0.04	-0.2
20	26.16	6.16	△30.8	21.11	1.11	5.6	20.20	0.20	1.0	19.97	-0.03	-0.2	19.92	-0.08	-0.4	19.91	-0.09	-0.5
25				28.96	3.96	△15.8	25.74	0.74	3.0	25.05	0.05	0.2	24.87	-0.13	-0.5	24.81	-0.19	-0.8
30				s = 22 23.88 s = 27 33.74	1.88	8.5	32.13	2.13	7.1	30.26	0.26	0.9	29.81	-0.19	-0.6	29.67	-0.33	-1.1

第2表 (c) $i_0 = 0.0010$

s (10^{-3} cm)	l = 2.5cm			l = 5.0cm			l = 10.0cm			l = 20.0cm			l = 40.0cm			l = ∞		
	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)
5	4.999	-0.001	0.0	4.996	-0.004	-0.1	4.995	-0.005	-0.1	4.995	-0.005	-0.1	4.995	-0.005	-0.1	4.994	-0.006	-0.1
10	10.10	0.10	1.0	9.989	-0.011	-0.1	9.963	-0.037	-0.4	9.954	-0.046	-0.5	9.953	-0.047	-0.5	9.953	-0.047	-0.5
15	16.06	1.06	7.1	15.13	0.13	0.9	14.90	-0.10	-0.7	14.85	-0.15	-1.0	14.84	-0.16	-1.1	14.84	-0.16	-1.1
20				20.97	0.97	4.9	19.93	-0.07	-0.4	19.68	-0.32	-1.6	19.62	-0.38	-1.9	19.60	-0.40	-2.0
25							25.31	0.31	1.2	24.47	-0.53	-2.1	24.26	-0.74	-3.0	24.19	-0.81	-3.2
30	s = 18 21.50	3.50	△19.4	s = 24 27.87	3.87	△16.1	s = 27 27.74	0.74	2.7	32.16	2.16	△7.2	29.29	-0.71	-2.4	28.73	-1.27	-4.2

第2表 (d) $i_0 = 0.0015$

s (10^{-3} cm)	$l = 2.5\text{cm}$			$l = 5.0\text{cm}$			$l = 10.0\text{cm}$			$l = 20.0\text{cm}$			$l = 40.0\text{cm}$			$l = \infty$		
	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)
5	4.992	-0.008	-0.2	4.987	-0.013	-0.3	4.987	-0.013	-0.3	4.987	-0.013	-0.3	4.987	-0.013	-0.3	4.987	-0.013	-0.3
10	10.04	0.04	0.4	9.929	-0.071	-0.7	9.899	-0.101	-1.0	9.893	-0.11	-1.1	9.891	-0.109	-1.1	9.891	-0.109	-1.1
15	16.02	1.02	$\Delta 6.7$	14.94	-0.06	-0.4	14.70	-0.30	-2.0	14.63	-0.37	-2.5	14.62	-0.38	-2.5	14.62	-0.38	-2.5
20				20.81	0.81	$\Delta 4.1$	19.42	-0.58	-2.9	19.12	-0.88	-4.4	19.06	-0.94	-4.7	19.03	-0.97	-4.9
25							24.58	-0.42	$\Delta -1.7$	23.30	-1.70	-6.8	23.03	-1.97	-7.9	22.94	-2.06	-8.2
30										27.28	-2.72	-9.1	26.31	-3.69	-12.3	26.02	-3.98	-13.3
	$s = 14$ 14.63 $s = 17$ 20.23	0.63 3.23	4.5 $\Delta 19.0$	$s = 19$ 19.45 $s = 21$ 22.43	0.45 1.43	2.4 $\Delta 6.8$	$s = 24$ 23.44 $s = 27$ 27.82	-0.56 0.82	-2.3 $\Delta 3.0$									

第2表 (e) $i_0 = 0.0020$

s (10^{-3} cm)	$l = 2.5\text{cm}$			$l = 5.0\text{cm}$			$l = 10.0\text{cm}$			$l = 20.0\text{cm}$			$l = 40.0\text{cm}$			$l = \infty$		
	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)	w (10^{-3} cm)	e (10^{-3} cm)	ε (%)
5	4.980	-0.020	-0.4	4.979	-0.021	-0.4	4.977	-0.023	-0.5	4.976	-0.024	-0.5	4.976	-0.024	-0.5	4.976	-0.024	-0.5
10	9.963	-0.037	-0.4	9.841	-0.159	-1.6	9.812	-0.188	-1.9	9.804	-0.196	-2.0	9.801	-0.199	-2.0	9.801	-0.199	-2.0
15	16.08	1.08	$\Delta 7.3$	14.65	-0.35	-2.3	14.37	-0.63	-4.2	14.30	-0.70	-4.7	14.28	-0.72	-4.8	14.27	-0.73	-4.9
20							18.59	-1.41	-7.1	18.18	-1.82	-9.1	18.09	-1.91	-9.6	18.06	-1.94	-9.7
25										21.07	-3.93	-14.8	20.66	-4.34	-17.4	20.54	-4.46	-17.8
30										22.14	-7.86	$\Delta -26.2$	21.29	-8.71	-29.0	21.07	-8.93	-29.8
	$s = 13$ 13.24	0.24	1.8	$s = 17$ 16.71 $s = 19$ 19.27	-0.29 0.27	-1.7 $\Delta 1.4$	$s = 21$ 19.42 $s = 23$ 21.28	-1.58 -1.72	-7.5 $\Delta -7.5$	$s = 27$ 21.81	-5.19	-19.2						

$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{d_1}{2l}$ を示している。いうまでもなく、この場合はさきの研究¹⁾において求めた結果と一致する。

第1表において $i_0 = 0$ なる場合の d_1 と I_{max} との値と i_0 が0ならざる場合の d_1 と I_{max} との値の差が i_0 の大きさ (光源の大きさ) が d_1 と I_{max} とに与える影響を表している。またこの第1表の(a)~(e)における l のそれぞれの値に対応する $\frac{d_1}{2l}$ と I_{max} の値と

$l = \infty$ なる場合の $\frac{d_1}{2l}$, すなわち θ_1 と I_{max} との値の差が細隙とスクリーンとの距離の大きさによる影響を表している。

なお表中の△印は第1極小(第1暗帯)の相対強度 I_{min} の I_{max} に対する比が0.81を越え、いわゆる“Rayleigh's criterion”と呼ばれる限界を越える領域である。またこの領域附近の値を若干表中に示しておいた。

3. i_0 および l の大きさによる理論誤差

Fraunhofer の回折による細隙の幅の測定においてよく用いられる簡単な近似式

$$w = 1.4303\lambda \cdot \frac{2l}{d_1} \dots\dots\dots(3)$$

ただし $l = \infty$ の場合は $\frac{2l}{d_1} = \frac{1}{\theta_1}$

に、第1表における d_1 あるいは θ_1 を代入して得られる細隙の幅 w と第1表に与えられたこれらに対応する細隙の幅 s との差 $e = w - s$, ならびにその百分率 $\varepsilon = \frac{w - s}{s} \times 100$ を求めると第2表の如くなる。以後この ε を理論誤差とよぶことにする。

(3)式において定数の桁数を多くとったのは第1表の値との比較のためである。なおこの第2表における△印は第1表と同じく“Rayleigh's criterion”を越える領域内にあることを示す。

第2表の相対誤差の百分率 ε (理論誤差) と与えられた細隙の幅 s との関係、 l および i_0 のそれぞれの値に対してグラフにすると第2図(a)~(e)のようになる。

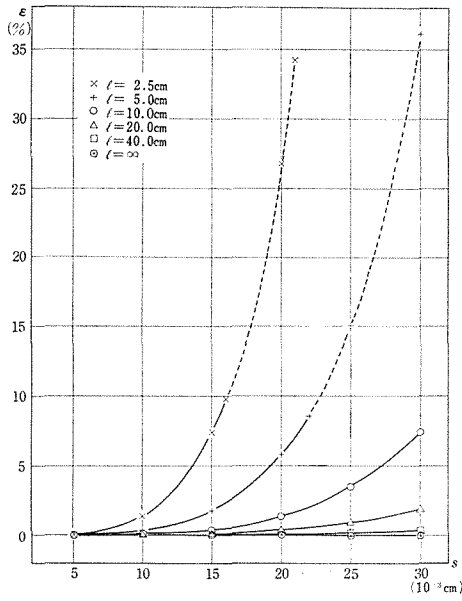
この第2図における点線の部分は“Rayleigh's criterion”を越える領域である。

e ならびに ε は、(1)式および(3)式を導くに用いた近似の範囲内で、

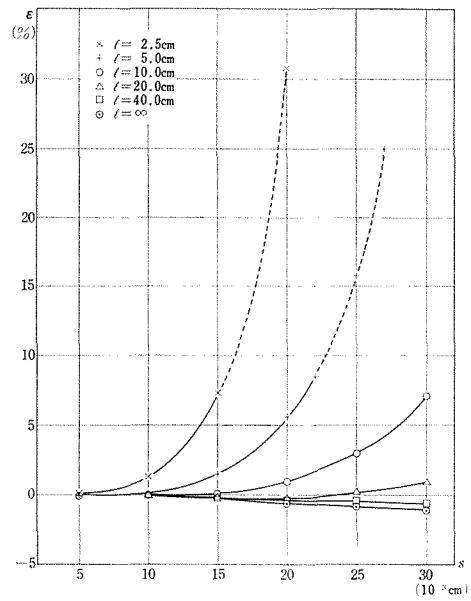
(A) コリメーターの細隙の幅 i_0 の大きさの影響による誤差

(B) 細隙とスクリーンとの間の距離 l の大きさの影響による誤差

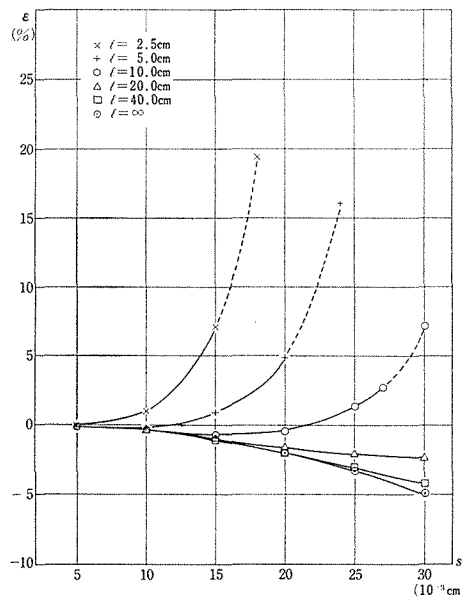
の2つよりなっていると考えられる。 $i_0 = 0$ なる場合の図から見られるように、 l の大きさによる影響は l が小さくなるにしたがって ε の値を正の側に増大する。これに反し、 i_0 の大きさによる影響は ε の値を負の側に増大する。このことはさきの研究¹⁾の第1図、あるいは本研究の第2図の $l = \infty$ の場合の曲線を比較して見れば明瞭である。この l の大きさと i_0 の大きさの相反する影響の結果、第2図における誤差曲線は誤差零の点を通過する場合を生ずる。またここに検討した l および i_0 の範囲内においては、 i_0 の影響は l



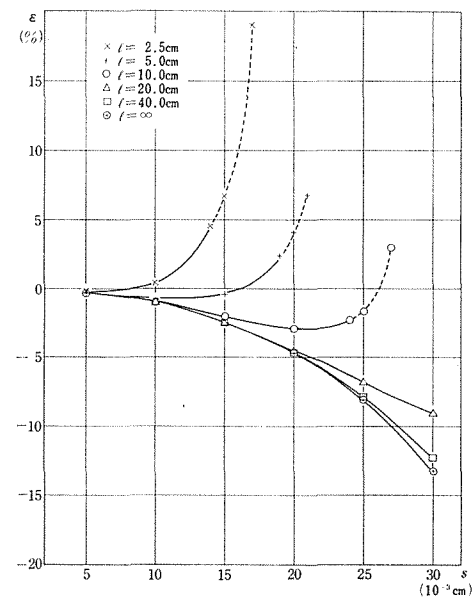
第2図 (a) $i_0 = 0$



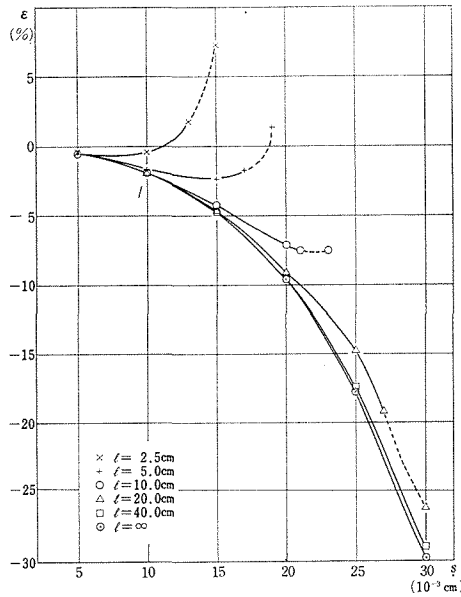
第2図 (b) $i_0 = 0.0005$



第2図 (c) $i_0 = 0.0010$



第2図 (d) $i_0 = 0.00015$

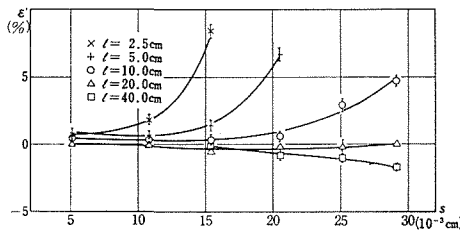
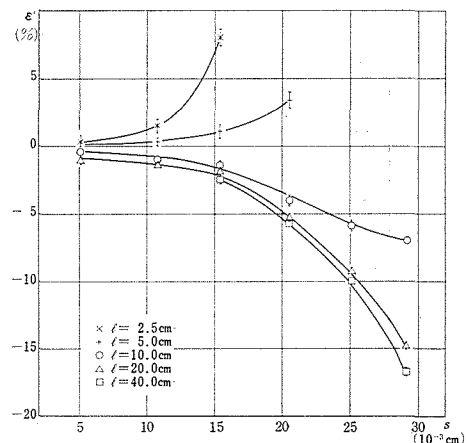
第2図 (e) $i_0 = 0.0020$

の影響より一層著しく、このため i_0 が大きくなると ε は l の小さい値に対しても次第に負となる。

以上の結果から Fraunhofer の回折の簡単な近似式(3)を利用して細隙の幅を測定する場合、 s の大体の大きさが知れているときは、理論的には i_0 と l を適当に選ぶことによって誤差 ε をほとんど零にすることができるように思われる。すなわち(3)式を補正することなく利用することができるように思われる。しかし(1)式がどの程度まで適用され得るものか、 l はどの範囲まで小さくしてもよいか、以上の理論的誤差の補正によって(3)式による実測の誤差をどの程度まで小さくすることができるかなどについて、実験的検討を行ってみた。その結果は以下の如くである。

4. 実験ならびにその結果

細隙の幅 s は次の6種の Thickness Gauge によって測定し、これを標準とした。この場合 Thickness Gauge は使用する前に精度 $\frac{1}{1000}$ mm の横型測定器で検査した。その結果

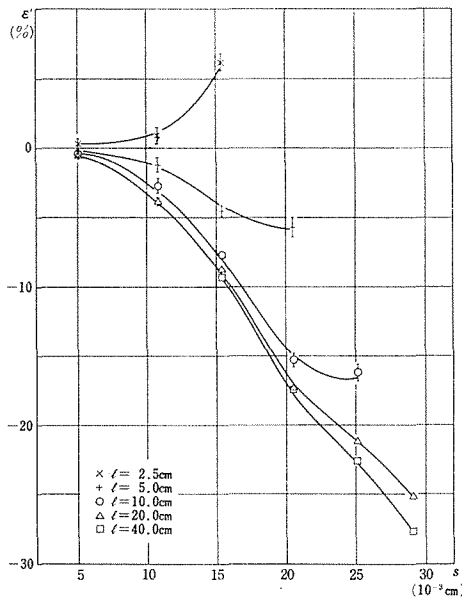
第3図 (a) $i_0 = 0.0005$ 第3図 (b) $i_0 = 0.0010$

第3表 (a)

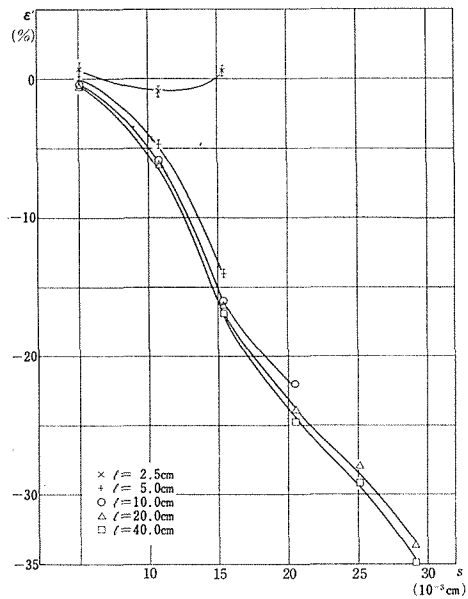
l (cm)	s (10^{-3} cm)	$i_0 = 0.0005$				$i_0 = 0.0010$			
		d_1' (10^{-3} cm)	w' (10^{-3} cm)	e' (10^{-3} cm)	e' (%)	d_1' (10^{-3} cm)	w' (10^{-3} cm)	e' (10^{-3} cm)	e' (%)
2.5	5.1	82.08±0.34	5.134±0.021	0.034±0.021	0.7±0.4	82.28±0.35	5.122±0.022	0.022±0.022	0.4±0.4
	10.8	38.32±0.17	11.00 ±0.05	0.20 ±0.05	1.8±0.4	38.44±0.19	10.96 ±0.05	0.16 ±0.05	1.5±0.5
	15.4	25.24±0.12	16.70 ±0.08	1.30 ±0.08	8.4±0.5	25.32±0.12	16.64± 0.08	1.24 ±0.08	8.1±0.5
5.0	5.1	163.82±0.43	5.145±0.013	0.045±0.013	0.9±0.3	164.80±0.40	5.115±0.012	0.015±0.012	0.3±0.2
	10.8	77.52±0.24	10.87 ±0.03	0.07 ±0.03	0.7±0.3	77.80±0.23	10.83 ±0.03	0.03 ±0.03	0.3±0.3
	15.4	53.98±0.22	15.61 ±0.06	0.21 ±0.06	1.4±0.4	54.14±0.27	15.57 ±0.08	0.17 ±0.08	1.1±0.5
	20.5	38.54±0.17	21.87 ±0.10	1.37 ±0.10	6.7±0.5	39.78±0.24	21.19 ±0.13	0.69 ±0.13	3.4±0.6
10.0	5.1	328.78±0.70	5.127±0.011	0.027±0.011	0.5±0.2	331.88±1.04	5.079±0.016	-0.021±0.016	-0.4±0.3
	10.8	155.72±0.37	10.83 ±0.03	0.03 ±0.03	0.3±0.3	157.74±0.38	10.69 ±0.03	-0.11 ±0.03	-1.0±0.3
	15.4	109.14±0.30	15.45 ±0.04	0.05 ±0.04	0.3±0.2	111.08±0.39	15.18 ±0.05	-0.22 ±0.05	-1.4±0.3
	20.5	81.76±0.36	20.62 ±0.09	0.12 ±0.09	0.6±0.4	85.68±0.35	19.67 ±0.08	-0.83 ±0.08	-4.0±0.4
	25.1	65.24±0.31	25.84 ±0.12	0.74 ±0.12	2.9±0.5	71.34±0.30	23.63 ±0.10	-1.47 ±0.10	-5.9±0.4
	29.1	55.34±0.22	30.46 ±0.12	1.36 ±0.12	4.7±0.4	62.30±0.22	27.06 ±0.10	-2.04 ±0.10	-7.0±0.3
20.0	5.1	660.80±1.41	5.102±0.011	0.002±0.011	0.0±0.2	668.10±1.72	5.046±0.013	-0.054±0.013	-1.1±0.3
	10.8	312.42±0.66	10.79 ±0.02	-0.01 ±0.02	-0.1±0.2	316.56±0.64	10.65 ±0.02	-0.15 ±0.02	-1.4±0.2
	15.4	219.96±0.51	15.33 ±0.04	-0.07 ±0.04	-0.5±0.2	223.18±0.63	15.11 ±0.04	-0.29 ±0.04	-1.9±0.3
	20.5	164.84±0.33	20.45 ±0.04	-0.05 ±0.04	-0.2±0.2	173.62±0.62	19.42 ±0.07	-1.08 ±0.07	-5.3±0.3
	25.1	134.52±0.62	25.06 ±0.12	-0.04 ±0.12	-0.2±0.5	148.10±0.44	22.77 ±0.07	-2.23 ±0.07	-9.3±0.3
	29.1	115.84±0.29	29.10 ±0.07	0.00 ±0.07	0.0±0.2	136.00±0.45	24.79 ±0.08	-4.31 ±0.08	-14.8±0.3
40.0	15.4	439.24±1.44	15.35 ±0.05	-0.05 ±0.05	-0.3±0.3	449.02±1.50	15.02 ±0.05	-0.38 ±0.05	-2.5±0.3
	20.5	331.50±1.28	20.34 ±0.08	-0.16 ±0.08	-0.8±0.4	348.38±1.06	19.36 ±0.06	-1.14 ±0.06	-5.6±0.3
	25.1	271.50±0.85	24.84 ±0.08	-0.26 ±0.08	-1.0±0.3	298.48±0.62	22.59 ±0.05	-2.51 ±0.05	-10.0±0.2
	29.1	235.84±0.83	28.59 ±0.10	-0.51 ±0.10	-1.7±0.3	278.14±0.89	24.24 ±0.08	-4.86 ±0.08	-16.7±0.3

第3表 (b)

l (cm)	s (10^{-3} cm)	$i_0 = 0.0015$				$i_0 = 0.0020$			
		d_1' (10^{-3} cm)	w' (10^{-3} cm)	e' (10^{-3} cm)	ε' (%)	d_1' (10^{-3} cm)	w' (10^{-3} cm)	e' (10^{-3} cm)	ε' (%)
2.5	5.1	82.40±0.29	5.115±0.018	0.015±0.018	0.3±0.4	82.04±0.39	5.137±0.025	0.037±0.025	0.7±0.5
	10.8	38.68±0.24	10.90 ±0.07	0.10 ±0.07	0.9±0.6	39.38±0.14	10.70 ±0.04	-0.10 ±0.04	-0.9±0.4
	15.4	25.78±0.15	16.35 ±0.10	0.95 ±0.10	6.2±0.6	27.20±0.10	15.49 ±0.06	0.09 ±0.06	0.6±0.4
5.0	5.1	165.52±0.60	5.092±0.019	-0.008±0.019	0.2±0.4	165.42±0.50	5.095±0.015	-0.005±0.015	-0.1±0.3
	10.8	78.98±0.33	10.67 ±0.05	-0.13 ±0.05	-1.2±0.5	81.90±0.19	10.29 ±0.02	-0.51 ±0.02	-4.7±0.2
	15.4	57.30±0.25	14.71 ±0.06	-0.69 ±0.06	-4.5±0.4	63.66±0.22	13.24 ±0.05	-2.16 ±0.05	-14.0±0.3
	20.5	43.62±0.31	19.32 ±0.14	-1.18 ±0.14	-5.7±0.7				
10.0	5.1	331.68±1.23	5.082±0.019	-0.018±0.019	-0.4±0.4	331.98±0.76	5.078±0.012	-0.022±0.012	-0.4±0.2
	10.8	160.40±0.80	10.51 ±0.05	-0.29 ±0.05	-2.7±0.5	165.96±0.30	10.16 ±0.02	-0.64 ±0.02	-5.9±0.2
	15.4	118.58±0.38	14.22 ±0.05	-1.18 ±0.05	-7.7±0.3	130.24±0.33	12.94 ±0.03	-2.46 ±0.03	-16.0±0.2
	20.5	97.06±0.56	17.37 ±0.10	-3.13 ±0.10	-15.3±0.5	105.36±0.29	16.00 ±0.04	-4.50 ±0.04	-22.0±0.2
	25.1	80.18±0.44	21.02 ±0.12	-4.08 ±0.12	-16.2±0.5				
20.0	5.1	664.20±1.18	5.076±0.009	-0.024±0.009	-0.5±0.2	665.04±1.42	5.070±0.011	-0.030±0.011	-0.6±0.2
	10.8	324.40±0.83	10.39 ±0.03	-0.41 ±0.03	-3.8±0.3	332.42±0.68	10.14 ±0.02	-0.66 ±0.02	-6.1±0.2
	15.4	239.74±0.52	14.06 ±0.03	-1.34 ±0.03	-8.7±0.2	261.62±0.56	12.89 ±0.03	-2.51 ±0.03	-16.3±0.2
	20.5	198.82±0.52	16.96 ±0.04	-3.54 ±0.04	-17.3±0.2	216.16±0.44	15.60 ±0.03	-4.90 ±0.03	-23.9±0.1
	25.1	170.48±0.46	19.78 ±0.05	-5.32 ±0.05	-21.2±0.2	186.72±0.40	18.06 ±0.04	-7.04 ±0.04	-28.0±0.2
	29.1	154.82±0.42	21.78 ±0.06	-7.32 ±0.06	-25.2±0.2	174.88±0.47	19.28 ±0.05	-9.82 ±0.05	-33.7±0.2
40.0	15.4	482.60±0.97	13.97 ±0.03	-1.42 ±0.03	-9.3±0.2	526.70±0.96	12.80 ±0.02	-2.60 ±0.02	-16.9±0.1
	20.5	398.28±0.84	16.93 ±0.04	-3.57 ±0.04	-17.4±0.2	436.72±0.59	15.44 ±0.02	-5.06 ±0.02	-24.7±0.1
	25.1	347.00±0.75	19.43 ±0.04	-5.67 ±0.04	-22.6±0.2	379.38±0.61	17.77 ±0.03	-7.33 ±0.03	-29.2±0.1
	29.1	320.68±0.86	21.03 ±0.06	-8.07 ±0.06	-27.7±0.3	356.02±0.65	18.94 ±0.03	-10.16±0.03	-34.9±0.1



第3図 (c) $i_0 = 0.0015$



第3図 (d) $i_0 = 0.0020$

は0.0051cm, 0.0108cm, 0.0154cm, 0.0205cm, 0.0251cm, 0.0291cmであった。

細隙とスクリーンとの間の距離 l はノギスにて測定し, 2.5cm, 5.0cm, 10.0cm, 20.0cm, 40.0cmの5種を第1表の値と対応させて選んだ。

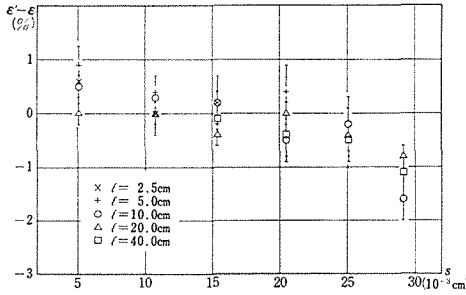
測定した回折縞の2つの第1明帯間の距離を d_1' (計算値 d_1 と区別するためダッシュを付した。)とし, この d_1' を近似式(3)に代入して細隙の幅 w' を求めるとつぎの第3表の如くである。この測定によって求めた細隙の幅を w' で表したのは第2表の w と区別するためである。なお第3表に誤差 $e' = w' - s$ ならびにその百分率 (相対誤差) $\epsilon' = (w' - s)/s$ をかかげておく。相対誤差 ϵ' と s との関係をグラフにすると第3図の如くなる。

第3図のひげの部分はその測定値の平均誤差を示したものである。

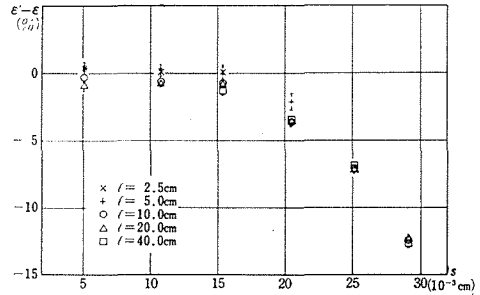
さらに第3図の実測誤差を第2図の理論誤差で補正した結果の誤差(百分率) $\epsilon' - \epsilon$ と s との関係を第4表および第4図に示す。

これらの表および図からつぎのように考察することができる。

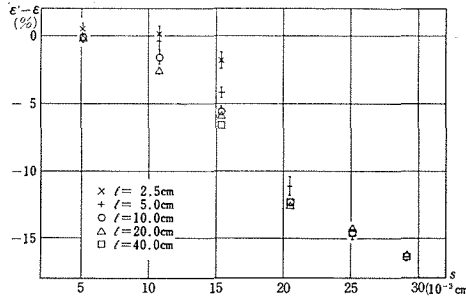
1. $i_0 = 0.0005$ の場合は, 実測の結果と仮定した理論の結果((1)式によるもの)とはだいたい一致している。両者の相対誤差の差 $\epsilon' - \epsilon$ は僅少で, 第2図の理論誤差の補正を行えば, 0.025cm程度以内の幅の細隙にあってはその幅の測定において誤差を0.5%程度以内にする事ができる。このことは $l = 2.5\text{cm} \sim 5.0\text{cm}$ 程度で Fresnel の回折と考えなければならない場合にも成立する。
2. $i_0 = 0.0010$ の場合も, $s = 0.015\text{cm}$ 程度以内であれば実測の結果と仮定した理論の結果とがだいたい一致するとみなしてよい。この場合, 理論誤差の補正を行えば測定値の誤差は1%程度におさえることができる。しかしこの範囲を越えると理論誤差と実



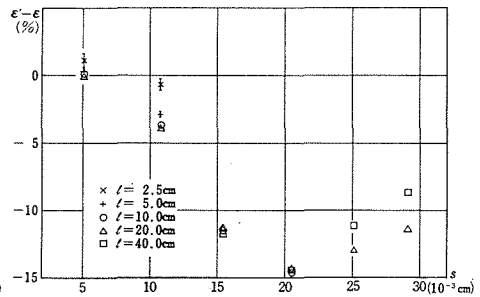
第 4 図 (a) $i_0 = 0.0005$



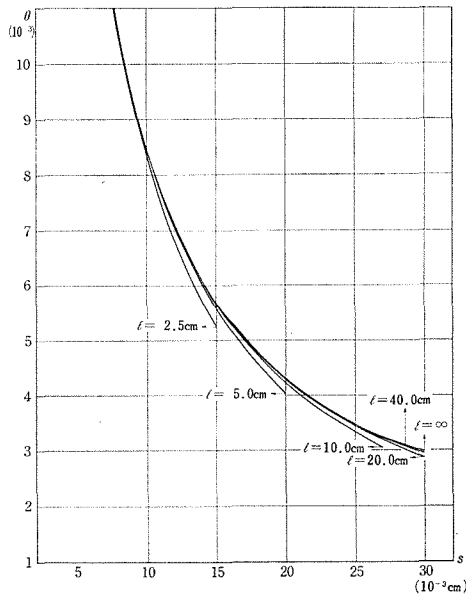
第 4 図 (b) $i_0 = 0.0010$



第 4 図 (c) $i_0 = 0.0015$



第 4 図 (d) $i_0 = 0.0020$



第 5 図

測誤差の差が急激に大きくなる。このことはつぎの第 5 図の $\theta - s$ の曲線が $s = 0.015 \text{ cm}$ 程度までは傾斜が急で、 $s = 0.020 \text{ cm}$ 以上では緩やかであって、前者に比し後者では θ の測定誤差が s の値の誤差に大きく影響することが一つの原因であることも考えられる。しかし $s = 0.015 \text{ cm}$ 以上の範囲における $l = 10 \text{ cm}$ 以上の第 2 図(c)の曲線の形と第 3 図(b)の曲線の形との著しい相違はさらに別の原因を考えなければ理解できない。

3. $i_0 = 0.0015$ になると、 $l = 2.5 \text{ cm} \sim 5.0 \text{ cm}$ 程度の範囲において $s = 0.010 \text{ cm}$ 程度までは理論誤差の補正によって誤差を 1% 程度以内に止めることができるが、これらの範囲を越えると相対誤差の曲線が第 2 図と第 3 図とで著しく相違

第 4 表

l (cm)	s (10^{-3} cm)	$i_0 = 0.0005$	$i_0 = 0.0010$	$i_0 = 0.0015$	$i_0 = 0.0020$
		$\varepsilon' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon' - \varepsilon$ (%)
2.5	5.1	0.6 ± 0.4	0.4 ± 0.4	0.5 ± 0.4	1.1 ± 0.5
	10.8	0.0 ± 0.4	0.1 ± 0.5	0.1 ± 0.6	-0.7 ± 0.4
	15.4	0.2 ± 0.5	0.1 ± 0.5	-1.8 ± 0.6	
5.0	5.1	0.9 ± 0.3	0.4 ± 0.2	0.1 ± 0.5	0.3 ± 0.3
	10.8	0.4 ± 0.3	0.3 ± 0.3	-0.4 ± 0.5	-2.9 ± 0.2
	15.4	-0.2 ± 0.4	0.0 ± 0.5	-4.2 ± 0.4	-11.7 ± 0.3
	20.5	0.4 ± 0.7	-2.1 ± 0.6	-11.1 ± 0.7	
10.0	5.1	0.5 ± 0.2	-0.3 ± 0.3	-0.1 ± 0.4	0.1 ± 0.2
	10.8	0.3 ± 0.3	-0.6 ± 0.3	-1.6 ± 0.5	-3.7 ± 0.2
	15.4	0.2 ± 0.2	-0.7 ± 0.3	-5.6 ± 0.3	-11.5 ± 0.2
	20.5	-0.5 ± 0.4	-3.6 ± 0.4	-12.3 ± 0.5	-14.6 ± 0.2
	25.1	-0.2 ± 0.5	-7.1 ± 0.4	-14.6 ± 0.5	
	29.1	-1.6 ± 0.4	-12.5 ± 0.3		
20.0	5.1	0.0 ± 0.2	-1.0 ± 0.3	-0.2 ± 0.2	-0.1 ± 0.2
	10.8	0.0 ± 0.2	-0.8 ± 0.2	-2.6 ± 0.3	-3.9 ± 0.2
	15.4	-0.4 ± 0.2	-0.8 ± 0.3	-6.0 ± 0.2	-11.3 ± 0.3
	20.5	0.0 ± 0.2	-3.6 ± 0.3	-12.6 ± 0.2	-14.4 ± 0.1
	25.1	-0.4 ± 0.5	-7.2 ± 0.3	-14.3 ± 0.2	-13.0 ± 0.2
	29.1	-0.8 ± 0.2	-12.4 ± 0.3	-16.3 ± 0.2	-11.5 ± 0.2
40.0	15.4	-0.1 ± 0.3	-1.3 ± 0.3	-6.6 ± 0.2	-11.7 ± 0.1
	20.5	-0.4 ± 0.4	-3.5 ± 0.3	-12.3 ± 0.2	-14.5 ± 0.1
	25.1	-0.5 ± 0.3	-7.0 ± 0.2	-14.6 ± 0.2	-11.2 ± 0.1
	29.1	-1.1 ± 0.3	-12.7 ± 0.3	-16.4 ± 0.3	-8.7 ± 0.1

し、もはや(1)式は全く役にたたなくなる。

4. $i_0 = 0.0020$ になると、(1)式による結果と実測の結果とは全く異ってくる。

以上 i_0 の各値における結果について述べたが、一般的にいうと s が 0.025cm 以下であれば l が 20cm 以上の場合には実験誤差の範囲内で Fraunhofer の回折とみなして取扱ってよく、 l が 10cm 以下であれば Fresnel の回折と見なければならぬ。しかし l が大きい場合には i_0 が大きくなると(1)式による補正を行っても誤差が大きくて Fraunhofer の回折の簡単な式(3)を用いて細隙の幅を測定することができなくなるのに、 l を小さくすると i_0 がある程度大きくなっても(1)式による補正を行うことによって簡単な式(3)を用いて相当正確に細隙の幅を測定することができる。

式(1)の結果によると l の大きさの変化による影響と i_0 の大きさの変化による影響とが相反するため、 l と i_0 のある値に対して測定誤差が零になる点があるが、実験の結果はその点において相当な誤差を示した。

文 献

- 1) 森本彌三八・高野昭：Fraunhofer の回折現象による細隙の幅の測定について（特に光源の大きさの影響について）信州大学工学部紀要 第23号；（1967）

Summary

Effect of Fresnel's Diffraction on Measurement of Slit Width with Fraunhofer's Diffraction.

Akira TAKANO and Yasohachi MORIMOTO

(Laboratory of Physics of General Education, Faculty of Engineering and
Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

Previously¹⁾ we have investigated the effect of the size of the light-source (that is the size of the slit width of the collimator i_0) on the measurement of the slit width by using the approximate expression of Fraunhofer's diffraction. In this report we want to find out the effect of the distance l between the slit and the screen on the measurement of the slit width.

An expression $I(s, i_0, l, d)$ of the intensity of the diffraction patterns are introduced by the authors. Here s, i_0 and d are the slit width, the largest angle of incident beam on the plane of the slit and the distance from the optical axis to the observing point on the screen, respectively. The comparison of the theoretical expression with the measured values concludes as follows:

1. In this experiment, when l is smaller than about 10 cm it is impossible to regard the diffraction as Fraunhofer's diffraction, but when l is larger than about 20 cm it can be regarded as Fraunhofer's diffraction. And though l is about 10 cm, if s is smaller than about 0.002 cm, it may be regarded as Fraunhofer's diffraction approximately.
2. When l is small and it is impossible to regard it as Fraunhofer's diffraction, the theoretical errors originated from approximation must be corrected, and the slit width is measured by using the approximate expression of Fraunhofer's diffraction. Especially when i_0 is large, the slit width may be measured more exactly by using Fresnel's diffraction.
3. The size i_0 of the light-source gives negative errors but Fresnel's diffraction effect (when l is small) positive errors. Both the errors offset each other, but the errors originating in the size i_0 are more remarkable than those originating in l .

The results obtained for several values of i_0 are as follows:

- (a) In $i_0 = 0.0005$ rad., the errors of the measured values are about 0.5 % when they are corrected by calculation from the expression. In other

words, in this case, the theoretical calculation gives the approximately correct values.

- (b) In $i_0 = 0.0010$ rad., when s is smaller than about 0.015 cm, the errors of the measured values corrected by the expression are within 1%. But s is enlarged about 0.015 cm, the results calculated from the expression are remarkably different from those of the measured values.
 - (c) In $i_0 = 0.0015$ rad., within about $l = 2.5 \sim 5.0$ cm (Fresnel's diffraction), as large as $s = 0.010$ cm, the errors of the measured values corrected by the expression are within 1%. Over these bounds, the calculated values are remarkably different from those of the measurement.
 - (d) In $i_0 = 0.0020$ rad., except about $l = 2.5$ cm, the calculated values are remarkably different from those of the measurement, and it seems impossible to measure the slit width with the diffraction phenomenon.
- 1) Y. MORIMOTO and A. TAKANO, "On the Measurement of the Slit Width with Fraunhofer's Diffraction Phenomenon (The Effect of the Size of the Light-Source)", Journal of the Faculty of Engineering, Shinshu University, Vol. No. 23, Dec., 1967, pp. 77-95.