

ユニバーサル・ジョイントについて (第3報)

木 本 憲 三

ON THE UNIVERSAL JOINT (Rept. 3)

By

Kenzô KIMOTO

Synopsis: The ordinary universal joint has a rectangular cross. But when the cross-arms are not at right angles to each other, the angular velocity ratio between two shafts and the torque and bending moment of each shaft are different from the case of the ordinary joint. Namely, the joint which has a non-rectangular cross will have worse conditions than the ordinary joint.

In this paper the comparisons of the load applied to the cross-pin and the mechanical efficiency for two joints are described, and we could see that, when the joint did not have a rectangular cross, the load was greater and mechanical efficiency was smaller than the ordinary joint.

1. 緒 言

ユニバーサル・ジョイントの十字形リンク(クロス)が互に直角の腕を有する場合(通常のジョイント)と直角をなさない場合との比較の一部は既に発表した^{①②}。本論文は効率の点についての比較を述べたものである。なお本文中の主な記号を次の通り約束する。

- σ クロス・アームのなす角
- α 主動軸と従動軸のなす角
- θ 主動軸の回転角
- T_I, T_{II} 主及び従動軸にかゝるトルク
- M_I, M_{II} 主及び従動軸にかゝる曲げモーメント
- R クロスの中心点からピンまでの距離
- r ピンの半径
- μ ピンとフォークとの間の回転軸摩擦係数

2. 各クロス・ピンにかゝる力

(A) $\sigma=90^\circ$ の場合 (通常ジョイント)

先ず主動軸のフォークに取付けたピンにかゝる力を求める。主動軸にかゝる曲げモーメントは $M_I = T_I \cdot \tan \alpha \cdot \cos \theta$ で示されるが、これはピンにかゝる力 P 中の主動軸のフォークを含む平面内に働く成分 P' によつて生ずるものである。従つて次式が成立つ。

$$2RP' = M_I = T_I \cdot \tan \alpha \cdot \cos \theta \quad \therefore P' = \frac{T_I}{2R} (\tan \alpha \cdot \cos \theta)$$

又同じく主動軸に働くトルク T_I とフォークを含む平面に垂直にかゝる成分 P'' との間には次式が成立つ。

$$2RP'' = T_I \quad \therefore P'' = \frac{T_I}{2R}$$

よつてピンにかゝる力 P は

$$P = [(P')^2 + (P'')^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{T_I}{2R} \cdot \frac{(1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}}{\cos \alpha} \quad (1)$$

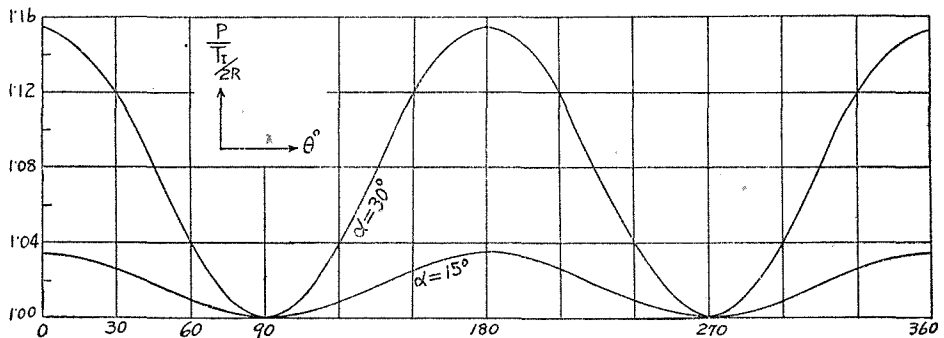
以上は主動軸のフォークのピンにかゝる力であるが従動軸のピンについて上と同様に考えると

$$\begin{aligned} Q' &= \frac{M_{II}^{\ominus}}{2R} = \frac{T_I}{2R} [\tan \alpha \cdot \sin \theta (1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}] \\ Q'' &= \frac{T_I}{2R} = \frac{T_I}{2R} \cdot \frac{1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta}{\cos \alpha} \\ \therefore Q &= [(Q')^2 + (Q'')^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{T_I}{2R} \cdot \frac{(1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}}{\cos \alpha} \quad (2) \end{aligned}$$

(1)式と(2)式より $P=Q$ なることが知られる。

第1図はこれらの力の変化を示している。

第 1 図

(B) $\sigma \neq 90^\circ$ の場合

この場合主及び従動軸にかゝる曲げモーメント及びトルクは次式で与えられる。②

$$M_I = T_I \cdot \frac{\sin \alpha}{A}, \quad M_{II} = \frac{T_I \cdot \sin \alpha}{A} [(A - \cos \alpha \cdot \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta]^{\frac{1}{2}}$$

$$T_{II} = T_I \left[\cos \alpha + \frac{1}{A} (\sin^2 \alpha \cdot \cos \theta) \right]$$

$$\text{但し } A = \pm L \cdot \sin \theta (K^2 - L^2)^{-\frac{1}{2}} + \cos \alpha \cdot \cos \theta$$

複号の取り方は $-(\pi - \sigma) < \theta < \sigma$ の場合は(+)

$\sigma < \theta < \pi + \sigma$ の場合は(-)

$$K = 1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta$$

$$L = \cos \sigma \cdot \cos \theta + \cos \alpha \cdot \sin \theta (K - \cos^2 \sigma)^{\frac{1}{2}}$$

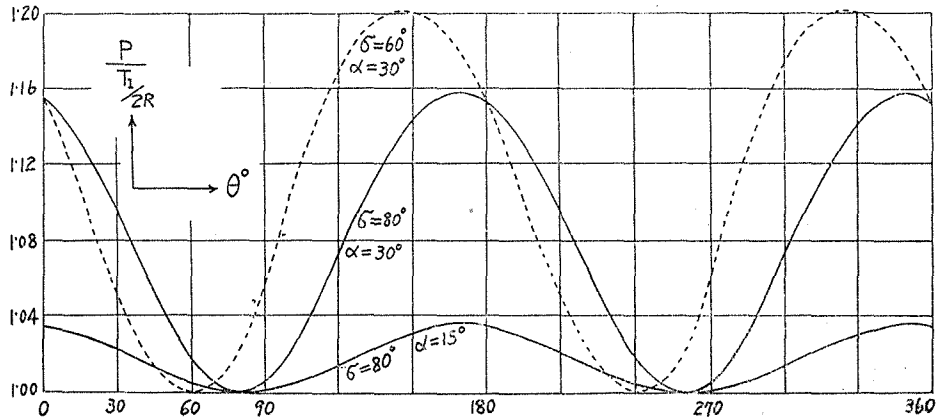
よつて主動軸のピンにかかる力の成分及び合力は

$$P' = \frac{M_I}{2R} = \frac{T_I \cdot \sin \alpha}{2RA}, \quad P'' = \frac{T_I}{2R}$$

$$P = [(P')^2 + (P'')^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{T_I}{2R} \left(1 + \frac{\sin^2 \alpha}{A^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

又 $Q' = \frac{M_{II}}{2R}$, $Q'' = \frac{T_{II}}{2R}$ として従動軸のピンにかかる力 Q を求めるとやはり $Q = P$ となる。

第 2 図



第2図はこれらの力の変化を示す。なお第1図の場合と比較して見ると $\alpha = 30^\circ$, $\sigma = 90^\circ$ の場合の P_{\max} を 1 とすれば $\alpha = 30^\circ$ で $\sigma = 80^\circ$, $\sigma = 60^\circ$ のときの P_{\max} はそれぞれ 1.004 及び 1.042 である。

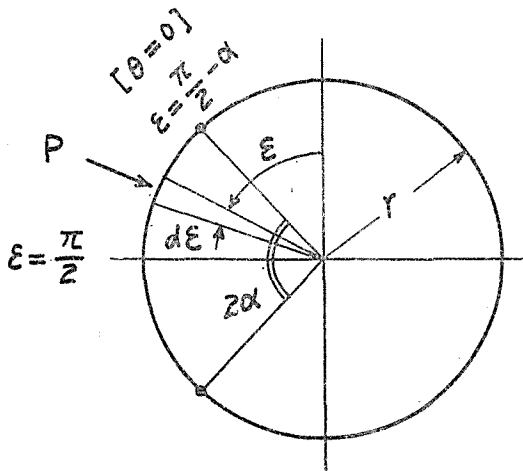
3. 摩擦損失及び機械効率

(A) $\sigma = 90^\circ$ の場合

今主動軸のフォークを含む平面とクロス・アームを含む平面とのなす角 ε を求めると

$$\cos \varepsilon = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \theta}{(1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

第3図



次にピンにおける摩擦仕事を求めて見る。第3図はピンの横断面を示す。ピンはその軸受の中で角 2α の間を揺動し軸が1回転する毎に1往復する。 $d\varepsilon$ 部分にかゝる力を P とすれば $d\varepsilon$ だけ回転する間の摩擦仕事は $\mu Pr d\varepsilon$ である。従つて軸が1回転する間における摩擦仕事はピンが2箇ある故次式で示される。

$$w = 8 \int_{\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2}} \mu Pr d\varepsilon \quad (5)$$

然るに P の大きさは(1)式で示されており $d\varepsilon$ は(4)を微分して

$d\varepsilon = [\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta / (1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta)] d\theta$ を得るから(5)式は

$$w = \frac{4\mu r T_1 \sin \alpha}{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \theta}{(1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \cdot d\theta = \frac{-4\mu r T_1}{R} \cdot \log \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \quad (6)$$

今主動軸の回転数を n とすれば1分間に失われる摩擦仕事は

$$w = \frac{-4\mu r T_1 n}{R} \cdot \log \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \quad (7)$$

以上は主動軸のピンについて求めたものであるが、従動軸のピンについても上と同大の摩擦仕事がある。従つて4箇のピンについての全損失は $2w$ である。又一方軸に加える仕事は1分間に

$W = 2\pi n T_1$ であるから機械効率

$$\eta = \frac{W - 2w}{W} = 1 + \frac{4\mu r}{\pi R} \cdot \log \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \quad (8)$$

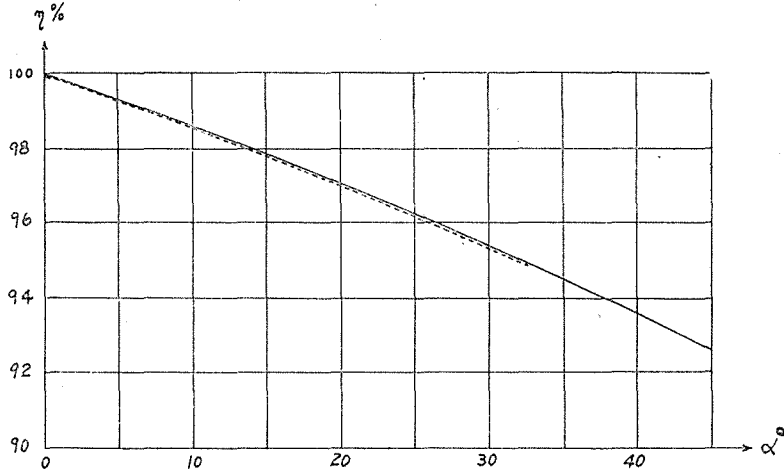
第4図の実線は例えば $\mu = 0.2$, $r = 10\text{mm}$, $R = 30\text{mm}$ として求めた効率の値である。

(B) $\sigma \neq 90^\circ$ の場合

この場合も同じように主動軸のフォークを含む平面とクロス・アームを含む平面とのなす角を求めて見ると

$$\cos \varepsilon = \frac{\sin \alpha}{(A^2 + \sin^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{但し } A \text{ は(3)式と同じ} \quad (9)$$

第 4 図



これを微分すると

$$d\varepsilon = \frac{\pm \frac{dA}{d\theta} \cdot \sin\alpha}{A^2 + \sin^2\alpha} \cdot d\theta \quad (10)$$

$$\text{但し } \frac{dA}{d\theta} = -\cos\alpha \cdot \sin\theta \pm \frac{1}{(K^2 - L^2)^{3/2}} \left[(K^2 - L^2) \left(\frac{dL}{d\theta} \cdot \sin\theta + L \cdot \cos\theta \right) - L \cdot \sin\theta \left(K \cdot \frac{dK}{d\theta} - L \frac{dL}{d\theta} \right) \right]$$

$$\frac{dK}{d\theta} = -\sin^2\alpha \cdot \sin 2\theta$$

$$\frac{dL}{d\theta} = \cos\alpha \left[\cos\theta (K - \cos^2\sigma)^{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{dK}{d\theta} \cdot \sin\theta}{2(K - \cos^2\sigma)^{\frac{1}{2}}} \right] - \cos\sigma \cdot \sin\theta$$

今ピンの処における摩擦仕事を求めて見ると $\theta = 0$ のとき $\varepsilon = -\frac{\pi}{2} - \alpha$ であり、 $\theta = \pi$ のとき $\varepsilon = \frac{\pi}{2} + \alpha$ であるから軸が 1 回転する間における摩擦仕事は

$$w = 4 \int_{\varepsilon = -\frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \mu P R d\varepsilon \quad (11)$$

然るに P の大きさは(3)式で、 $d\varepsilon$ は(10)式で与えられるからこれらを上式に入れると

$$w = \frac{2\mu r T_I \cdot \sin\alpha}{R} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\frac{dA}{d\theta}}{A (A^2 + \sin^2\alpha)^{\frac{1}{2}}} d\theta \quad (12)$$

従動軸のピンにおいても上と同等の摩擦仕事があるから全体の摩擦損失は $2w$ であり、

又軸に加える仕事は(A)の場合と同じであるから機械効率 η は

$$\eta = \frac{W - 2w}{W} = 1 - \frac{2\mu r \sin \alpha}{\pi R} \int_0^{\pi} \frac{\frac{dA}{d\theta}}{A(A^2 + \sin^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}} d\theta \quad (13)$$

第4図の点線の曲線は $\sigma = 80^\circ$ の場合の効率を示している。但し(13)式に $\mu = 0.2$, $r = 10\text{mm}$, $R = 30\text{mm}$ を入れ数値積分による。

4. 結 言

ユニバーサル・ジョイントのクロス・アームが直角をなす場合($\sigma = 90^\circ$)と然らざる場合の何れの場合でもピンにかかる力は軸のなす角 α の増加に従つて増大し機械効率は下ることになる。そして軸のなす角が同一であつても $\sigma = 90^\circ$ の場合と $\sigma \neq 90^\circ$ の場合とでは少しそれらの値が變つて来る。即ち $\sigma \neq 90^\circ$ の方がピンにかかる力は大きく、効率は小さくなる。既に発表した第1, 第2報の場合と総合して見れば結局 $\sigma \neq 90^\circ$ の場合には角速度の変動率も軸にかかる曲げモーメント及びトルクも、そしてピンにかかる力も機械効率も何れも $\sigma = 90^\circ$ の場合に比して好ましくない結果となつている。然し σ が 90° に近ければ上述の好ましくない影響は実用上差支ないものと思われる。

- ① 信州大学紀要第2号
- ② 信州大学工学部報告第2号