

# ダルシー氏滲透法則の $k$ について

佐々木八郎\*

## ON $k$ IN DARCY'S PERCOLATION-LAW

Hachiro SASAKI

**Synopsis.** The theoretical and experimental studies on the coefficient of permeability in Mr. Darcy's law have been shown by many authorities. And the application of their formulae may be misused at times, for those forms resemble one another so much.

The writer, in this paper, classifies these formulae shown in the viscous flow, and states their relations, and adds a formula of his own to them.

### 1. DARCY'S LAW

地下水や濾過池の水の如く滲透する流れにおける水の平均滲透速度<sup>\*\*</sup>  $v_a$  は

$$v_a = Q/A \dots \dots \dots (1)$$

にて示される。こゝに  $Q$  は流量,  $A$  はその流過する総断面積とする。而して一般に層流領域では著名な Darcy 氏法則 (1856) の成立することが認められている。即ち, 動水勾配を  $I$  とすれば

$$v_a = k I \dots \dots \dots (2)$$

こゝに,  $k$  は滲透係数と呼ばれるものであって, 以下  $k$  を表わす諸式について記することとする。

\* 信州大学工学部助教授 (土木教室)

\*\* 所謂濾過速度とも呼ばれる。

\*\*\* 平均滲透速度と, 粒子間の空隙内を流れる実際の流れの速度との関係は, 筆者によればつぎの実験式で示される。(1)

$$v_a = pv \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{v_0 - v}{v} \sim 6 v_a^{0.2} d_w^{0.7} \dots \dots \dots (4)$$

こゝに  $v_0$  : 空隙内の最大流速  
 $v$  : 空隙内の平均流速

2.  $k$ を表わす諸式

## I. 記号

$v_a$ = 平均滲透速度 (所謂濾過速度) Average percolating velocity through porous media.....	cm. s <sup>-1</sup>
$k$ = 砂層の滲透係数 Coefficient of permeability in sand-bed.....	cm. s <sup>-1</sup>
$k_c$ = 粘土または沈泥層の滲透係数 .....	cm. s <sup>-1</sup>
$d$ = 相均しい球形粒子の直径.....	cm
$d_a$ = ほぼ均等な砂粒子群の平均粒径.....	cm
$d_e$ = ヘーゼン氏有効径 Hazen's effective size of grain.....	cm
$d_w$ = ツンカー氏有効直径 Zunker wirksame Korndurchmesser .....	cm
$u$ = 均等係数 Uniformity coefficient	
$I$ = 動水勾配 Hydraulic gradient	
$C$ = 滲透層における粒子の性状, 空隙量などに関する実験係数 An empirical coefficient depending upon the properties of granular materials and the void-volume in porous media.....	cm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>
$c$ = 滲透層における粒子の形, および空隙形に関する実験係数 An empirical coefficient depending upon the shapes of grains and voids in porous media.....	cm <sup>-2</sup> .g.s <sup>-2</sup>
$p$ = 空隙率, ( $p_o$ = 有効空隙率 Effective porosity)	
$e = p/(1-p)$ = 空隙比 Void ratio	
$t$ = 温度 °C	
$\eta_o$ = 標準温度 (10°C) における流体の粘性係数 Coefficient of viscosity of fluid at standard temperature (10°C) .....	cm <sup>-1</sup> .g.s <sup>-1</sup>
$\eta$ = $t$ °C における流体の粘性係数.....	cm <sup>-1</sup> .g.s <sup>-1</sup>
$\nu$ = 液体の動粘性係数 Coefficient of kinematic viscosity of fluid ...	cm <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
$\rho$ = 流体の密度 Density of fluid.....	cm <sup>-3</sup> .g

## II. 空隙率を無視した式

## A. 平均粒径型

$$k = Cd_a^{(2)(3)} \dots \dots \dots \text{Hagen, Seelheim and etc.} \dots \dots \dots (5)$$

表-1 Cの値<sup>(3)</sup>

C	d <sub>a</sub> cm	観測者	C	d <sub>a</sub> cm	観測者
128.....	0.008}	Havrez, 1874	42.....	0.054	Kröber, 1884
90.....	0.015}		38.....	0.068	Seelheim
37} 12°C	0.016}	Seelheim, 1880	41.....	0.070	Kröber
36} 12°C	0.023}		49.....	0.090	
36.....	0.028}	Hagen, ** 1869	36.....	0.135	
38.....	0.048}	Seelheim	41.....	0.210	
			39.4 .....		平均

B. 有効径型

$$k = C_h (0.7 + 0.03 t) d_e^2 \dots \dots \dots A. Hazen (1892)^{(4)} \dots \dots \dots (6) \dots \dots \dots ***$$

表-2 C<sub>h</sub>の値

C <sub>h</sub>	濾過池砂の状態
150.....	均等な粒子の場合 (極大値)
116.....	細砂のゆるくつまれる状態
70.....	上より, よくしまりたる状態
60.....	大小粒子混合の場合 (極小値)
46.....	非常に汚れたとき

} 洗滌砂

III. 空隙率を考慮にいれた式

A. 等径の球粒子層にたいする型

$$k = \frac{c_s}{\eta} \frac{1}{x} d^2 \dots \dots \dots Slichter^{(5)} \dots \dots \dots (7)$$

c<sub>s</sub> = 10.219 (理論値)

x = 空隙率の函数 (表-3 参照)

表-3 xの値<sup>(6)</sup>

p	%	x	p	%	x	p	%	x
26	.....	84.29	33	.....	38.63	40	.....	20.30
27	.....	74.05	34	.....	34.75	41	.....	18.73
28	.....	65.93	35	.....	31.55	42	.....	17.27
29	.....	58.90	36	.....	28.79	43	.....	15.96
30	.....	52.48	37	.....	26.26	44	.....	14.75
31	.....	47.12	38	.....	24.09	45	.....	13.71
32	.....	42.40	39	.....	22.11	46	.....	12.75

\* 10°Cに換算して Seelheim 式は

$$k = 35.7 d_a^2 \dots \dots \dots \text{硅砂混り石英砂}$$

\*\* Laurence河 (Mass.) の砂礫

\*\*\* ヘーゼンの実験範囲

$$\left. \begin{matrix} d_e = 0.01 \sim 0.3 \text{cm} \\ u = 1.5 \sim 2.5 \\ f \sim 2 \end{matrix} \right\} d_e > 0.3 \text{cm} \text{の砂礫層にはもはや適用できない。}$$

こゝにヘーゼンの有効径d<sub>e</sub>とは、大小粒子混合せるある土砂において、d<sub>e</sub>なるものよりも小さい直径を有する粒子の重量が、全土砂重量の10%となるような直径をいう。またd<sub>60</sub>を、これより小さい直径を有する粒子の重量が、全重量の60%にあたるような直径とすれば、d<sub>60</sub>/d<sub>10</sub>なる比をuで表し、uを均等係数と呼ぶ。粒揃いの土砂ほどuが小さく、全部齊しい粒子の場合は最小値 u = 1である。

B. ヘーズン有効径型

$$k = \frac{c_t}{\eta_0} \frac{\eta_0}{\eta} \left( \frac{p - 0.13}{\sqrt[3]{1-p}} \right)^2 d_e^2 \dots\dots\dots \text{Terzaghi} \dots\dots\dots \text{粘土を含まぬ浄砂} \dots\dots\dots (7)$$

$$k_r = C_{ot} d_e^2 \dots\dots\dots (8)'$$

$k_r$  :  $e = 1$  (即ち  $p = 0.50$ ) , 水温  $10^\circ\text{C}$  における砂層の滲透係数 (換算滲透係数)

表-4  $c_t$  と  $C_{ot}$  の値 <sup>(7)</sup>

$c_t$	$C_{ot}^*$	砂種
10	174	滑らかな円味のある砂丘砂, $u = 1.18$
6	100	著しく角張つた川砂, $u = 1.40$
2.6	44	著しく角張つた粒子の幾分ローズ質の川砂, $u = 5.84$

$$k_c = 5.56 \times 10^{-9} \frac{\eta_0}{\eta} \frac{(e-0.15)^{11}(1+e)}{(e-0.15)^8 + 0.0166} \dots\dots\dots \text{Terzaghi} \dots\dots\dots \text{粘土粒径 } d_o = 0.00006\text{cm} \text{ にたいして } ** \dots (9)$$

$$k_c = 5.56 \times 10^{-9} \frac{\eta_0}{\eta} \frac{(e-0.15)^{11}(1+e)}{(e-0.15)^8 + 0.0166/m^8} m^2 \dots\dots\dots \text{一般に粒子の大き } d \text{ cm なる粘土層にたいして } \dots\dots\dots (9)'$$

ここに  $m = d/d_o$

$$k_c = 5.56 \times 10^{-9} \frac{\eta_0}{\eta} (e-0.15)^3 (1+e) \dots\dots\dots d_o = 0.00006\text{cm} \text{ の粘土層にたいする簡略式 } \dots\dots\dots (9)''$$

$$k_{cr} = 1.90 d^2 \dots\dots\dots (9)'''$$

$k_{cr}$  : 粘土層の換算滲透係数

$$k_c = 1.3 \times 10^{-6} e^2 / (1+e) \dots\dots\dots \text{Seelheim and Forchheimer} \dots\dots\dots (10) \supset \supset \supset$$

$$K = c' p^m \dots\dots\dots \text{Hatch} \dots\dots\dots \text{core material} \text{ にたいして } \dots\dots\dots (11)$$

$K$  : 滲透係数 ( $10^\circ\text{C}$ )  $\dots\dots\dots$  meter/day

\*  $C_{ot}$  の値は Hazen の  $C_h$  (表-2) と近似である。

\*\*  $d_o$  は鱗片状をした粘土粒子の直径であつて、これと同じ沈降速度を有する球粒子の直径によって代表されている。粒子の沈降速度及び形の係数等については鶴見一之博士, 土木学会誌, Vol.18, No.10, 1932参照。

\*\*\* Seelheim(1880) の実験の結果に基づいて Forchheimer (1901) が導いている。適用範囲は  $t = 12^\circ\text{C}$ ,  $e = 0.665 \sim 0.50$  とされるが, (9) 式に比し, はるかに大なる値を与える。Seelheim の行った実験は Terzaghi のそれに比して不完全であることが認められている。

$c', m$  : 粘土, 沈泥の種類, 有効径, 粒度曲線の形状により支配される係数. \*\*\*\*

或は

$$k_c = 17.4 (0.7 + 0.03 t) \left(\frac{p}{0.45}\right)^6 d_e^2 \dots\dots\dots \text{特に } d_e = 0.0003 \sim 0.0012 \text{cm にたいして} \dots\dots\dots (11)' \text{*****}$$

$$k = \frac{c_z}{\eta} \left\{ \frac{p_0}{1-p} (1 + \lambda \log u) d_e \right\}^2 \dots\dots\dots \text{佐々木} \dots\dots\dots (12) \text{*****}$$

不揃ひの粒度の砂層にたいして実用的に

$$k \approx \beta u (0.7 + 0.03 t) \left(\frac{p}{1-p}\right)^2 d_e^2 \dots\dots\dots (12)'$$

表-5  $\beta$  (粒子の形の係数) の概値

砂の種類	$\beta$
1 硝子球.....	大略140~180
2 円い滑かな砂丘砂.....	// 140
3 円い滑かな川砂.....	// 100~140
4 いくぶん角張った砂.....	// 80
5 角や齧のある砂.....	// 70
6 稜の多いガラス粉末.....	// 60
7 かなり角張った川砂.....	// 50
8 扁平粒子を含む不整の川砂.....	// 40
9 極めて凸凹あつて脆い砂.....	// 30
10 泥のついた地下砂.....	// 20
11 極めて角張った粒子の幾分 ローム質を含む川砂.....	// 10

\*\*\*\*  $d_e = 0.0003 \sim 0.0012 \text{cm}$ ,  $K = 0.001 \sim 0.02 \text{m/day}$ ,  $p = 0.30 \sim 0.60$ の間で行った試験では  $c' = 0.301 \sim 3.595$ ,  $m = 7.06 \sim 5.36$ となっている。

\*\*\*\*\* Hatch (1932) が Hazenの式を fine core materials の場合に延長した式である。17.4の常数は粘土, 沈泥の性質, 粒度曲線の形状によって当然変化してゆくのであるが, 最近似値を示す計算の手引きとなると氏は確言している。(11)'式は(9)'''式(粘土層)と(6)式(砂層)との中間値を与えている。

\*\*\*\*\*  $c_z$  は (17) 式参照。

$\lambda$  は砂の粒度曲線の形によって変る数であるが, 普通の砂層や細かい砂礫層 ( $d_e < 3 \text{mm}$ ) ならば  $\lambda \approx 2$  として差支えない。沈泥や粘土が混入してくると  $\lambda = 1 \sim 0$  乃至稀に負の値をとる。

表-6  $f(p) = \left(\frac{p}{1-p}\right)^2$  の値

$p \%$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$f(p)$	.184	.202	.221	.243	.265	.290	.316	.345	.376	.409
$p \%$	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
$f(p)$	.444	.483	.524	.570	.617	.669	.726	.786	.852	.923
$p \%$	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
$f(p)$	1.000	1.083	1.174	1.272	1.378	1.494	1.620	1.757	1.907	2.071

C. ツンカー有効直径型

$$k = 1350 p/O^2 \dots\dots\dots \text{at } 10^\circ\text{C} \dots\dots \text{Krüger}^{(11)} \dots\dots \dots (13)^*$$

$$k = \frac{0.493}{\eta} \frac{p}{(1-p)^2} \frac{1}{U^2} \dots\dots\dots (13)'$$

$$k = \frac{1.1}{\eta} \left(\frac{p}{1-p}\right)^2 d_w^2 \dots\dots\dots \text{Zunker}^{(12)} \dots\dots \dots (16) \quad **$$

$$k = \frac{c_z}{\eta} \left(\frac{p_0}{1-p}\right)^2 d_w^2 \dots\dots \text{Zunker} \text{ — 田町 — Schönwälder}^{(13)} \dots\dots (17) \quad ****$$

表-7  $c_z$  の値<sup>(13)</sup>

田町	$c_z$	Schönwälder	粒子の種類
空気を通して測定		水を通して測定	
2.2 ~ 2.3		2.2 ~ 2.4	硝子球 I
1.8 ~ 2.0		2.0 ~ 2.3	” II
1.5 ~ 1.7		1.7 ~ 1.8	円味を帯び、揃ったオーデル河砂
	0.5		多少扁平な粒子を含む不整な硅砂

\*  $O$  : 有効表面積 = 容積 1cc の粒子群の粒子の全表面積  $\dots\dots\dots \text{cm}^{-1}$

$U$  : 比表面 Spezifische Oberfläche

$O = 6 (1-p) U \dots\dots\dots$  球粒子の場合

$$U = \frac{1}{d_w} = \frac{g_1}{d_{m1}} + \frac{g_2}{d_{m2}} + \dots\dots = \sum_1^N \frac{g_N}{d_{mN}} \dots\dots\dots \text{cm}^{-1} \dots\dots (14)$$

ただし  $d_m$  は (15) 式によって表わされる。

$d_{m1}$  : 篩目  $d_0$  と  $d_1$  とにはさまれた粒子群の比表面的平均径

$g_1$  :  $d_{m1}$  粒子群の占むる重量比

として

$$\frac{1}{d_{m1}} = \frac{0.4343(1/d_0 - 1/d_1)}{\log d_1 - \log d_0} \dots\dots\dots \text{Zunker} \dots\dots\dots (15)$$

或は

$$\frac{1}{d_{m1}} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{2}{d_0 + d_1} + \frac{1}{d_1} \right) \dots\dots \text{Kozeny 略式} \dots\dots (15)'$$

$$d_{m1} = 2 d_0 d_1 / (d_0 + d_1) \dots\dots\dots \text{Pöpel 略式} \dots\dots (15)''$$

$$k = \frac{\rho g}{c_0 \eta} \frac{p^3}{(1-p)^2} d_w^2 \dots\dots\dots \text{Kozeny} \dots\dots\dots (18) \quad (15)(16) \quad ***$$

$$k = \frac{c_k}{\eta} \frac{p_0^3}{(1-p)^2} d_w^2 \dots\dots\dots \text{Kozeny-Donat} \dots\dots\dots (18)' \quad (17) \quad ****$$

表-8  $c_k$  の値

$c_k$	粒子の種類
8.2	Kozeny の半理論式, $0.6084 \times g$
5.2	硝子球
3.6	Zunker と同じオーデル河砂
2.3	角や瘤のある石英, 石灰質砂
約1	極めて角張った脆い石英砂

$$k = \frac{c_f}{\eta} \frac{p^3}{(1-p)^2} (c' d_w)^2 \dots\dots\dots \text{Fair and Hatch} \dots\dots\dots (18)'' \quad (18) \quad *****$$

IV. 其他の型

$$k = C_t (0.7 + 0.03 t) d_v^2 \dots\dots\dots \text{鶴見} \dots\dots\dots (19) \quad (19)$$

$d_v$  : 砂層内毛細管径.....cm

$$k = c d_m \lambda^{-\frac{1}{2}} p^3 / (1-p)^2 \dots\dots\dots \text{合田一川島} \dots\dots\dots (20) \quad (20)$$

$d_m$  : 河川工学における組成表示に用いられる平均径

$\lambda$  : 組成状態に関する係数

$$k_c = \frac{c''}{\eta} N^{-7} p^{15} \dots\dots\dots \text{吉永} \dots\dots\dots (21) \quad (21) \quad *****$$

$c'' = 6.7 \times 10^7$  .....粘土含有量16%以上,  $p = 0.28 \sim 0.67$

比重2.8以下のものにたいして

$N =$  粘土分含有量% (ただし粒径0.0005cm以下のものを粘土とす)

\*\* Slichter 公式 (7) における  $c_s/x \approx 1.1 (p/1-p)^2$  なることよりして誘導

\*\*\*  $c_0$  : 空隙の形の係数  
 (13)(14)

$$**** p_0 = p - \frac{w}{100} (1-p) s$$

$w$  : 乾燥土砂に対する吸着率

$s$  : 土砂の比重

\*\*\*\*\*  $c_f = \text{gravity}/5$   
 $c'_f = 1/6$ .....球  
 $= 1/7.7$ .....角張った砂

\*\*\*\*\* 本式は粒径を含まない。土堰堤の滲透係数をみいだす一実験式である。原式は

$$K = c \nu^{-1} N^{-7} p_1^{15} \dots\dots\dots \text{cm/min}$$

$$c = 4 \times 10^{-21} ; \quad p_1 \text{ in } \%$$

(22)

$$k_s = C_s f(d_{20}) \dots \dots \dots \text{Knappen} \dots \text{自然状態の土壌} \dots (22)$$

表-9 水の粘性係数  $\eta$  g.cm<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>

t (°C)	$\eta$	t (°C)	$\eta$	t (°C)	$\eta$	t (°C)	$\eta$
0	0.0179	8	0.0138	16	0.0111	23	0.0084
1	0.0172	9	0.0135	17	0.0109	30	0.0080
2	0.0166	10	0.0131	18	0.0106	40	0.0066
3	0.0161	11	0.0128	19	0.0103	50	0.0055
4	0.0156	12	0.0124	20	0.0101	60	0.0047
5	0.0152	13	0.0120	22	0.0096	70	0.0041
6	0.0147	14	0.0117	24	0.0092	80	0.0036
7	0.0143	15	0.0114	26	0.0087	100	0.0028

### 3. 諸式の略説と関聯

Hagen (1869), Seelheim (1880) — (5)式, Hazen (1892) — (6)式諸氏を経て, Slichter (1902—04) は, 大いさの等しい球粒子層について, 空隙率の観念をいれた (7)式を示した。氏は, 球の諸配列にたいする空隙を計算し, これを毛細管と見做し Poiseuille (1842) の法則に基き解析的に同式を誘導した。式中  $c_s = 10.219$  なる値は理論的に得られたものであるが, これより先 King (1898) は多くの砂について実験的に 10.31 なる数字を示している。つぎに Terzaghi (1925) は, 砂層内水路の最大間隙は最小のその5倍の巾を有し, 従つて最も狭い部の損失水頭は最も広い部のその25倍であるなどの仮定を入れて半理論的に (8)式を示した。同式中, 粒径に Hazen の有効径を用いている。Krüger (1918) は砂層内の毛細管径を代表する大いさは, 粒子の大いさよりも寧ろその比表面<sup>(13)(23)</sup>によつて支配される傾向あるを認め(13)式を提示した。Krüger の実験に用いた砂は平均  $p=0.35$  であるから同式中の  $f(p)$  を  $(p/1-p)^2$  の形に変化すれば, (16)式と近似のものとなる。Zunker (1920), Kozeny (1927) 両氏は Krüger の観念を基とする比表面乃至分散度をボ氏法則にいれそれぞれ式 (16) (18) を誘導した。<sup>\*</sup>Slichter の  $c_s$  なる複雑な形の  $f(p)$  と Zunker の簡単なそれとの間には, ほど  $c_s/x=1.08 (p/1-p)^2$  の関係がある。

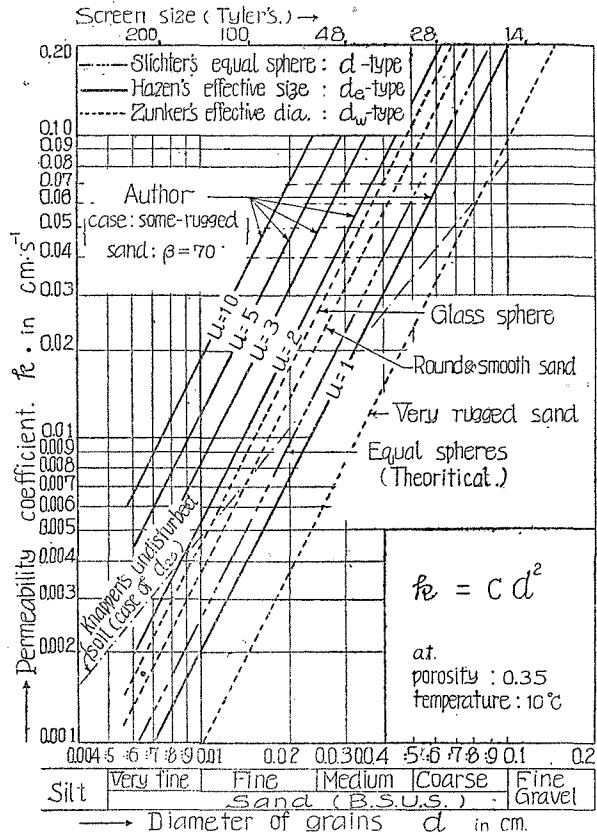
もし Slichter の式に  $p=0.40$  を仮定すれば水温 10°C で  $k=39d^2$  となり, Kozeny の式に  $p=0.40$ ,  $c_k=3$  (普通砂の形の係数) をとれば  $k=41d^2$  となり, 何れも Seel-

\* Kozeny は dimension 方程式を用いている。文献(16)参照。守島氏<sup>(24)</sup>も dimension 法によつて滲透式誘導を試みている。



heim 系 (5) 式に相当する。また Terzaghi の式 (7) に  $e=1$ , 水温  $10^{\circ}\text{C}$  をとれば  $k=(174\sim 100\sim 40) d_e^2$  となり Hazen 式 (6) に似る。Seelheim と Hazen の両式は似てはいるが前者は略々均等な粒径を有する砂層の平均粒径を、後者は所謂 Hazen の有効径をそれぞれ指している点相異なるものである。もし Slichter や Seelheim の式に Hazen の  $d_e$  を用いるならば当然過少の値を示すことになる。またもし  $d_w$  型の式に  $d_e$  を用いれば同様に通常過少の結果を示す。 $d_e$  型は簡便であるが、その欠点は粒度が不揃いになると適用されぬことである。しかし筆者の (12) 式によるならば、 $d_w$  型の信頼性をとり入れ、不均等度の著しい砂層にたいしても広く適用できよう。同式中  $f(\rho)$  は便宜上 Zunker 氏のそれをとっている。図-1は空隙率35% (密詰め) 水温  $10^{\circ}\text{C}$  としての  $d, d_e, d_w$  の三種類の粒径と滲透係数との関係を作ったものである。各粒径にたいして三者三様の  $k$  を与えているが、これは各粒径がそれぞれ異なる意味を有することよりして当然である。また同図において  $d_e$  を等しくしても  $u$  が大となれば従って  $k$  が増すことはさきに著者 (12) 式の示すところである。 $d_e$  は比表面型の場合とも考えられようか。例えば W.F. Hiltner<sup>(26)</sup> によると Boston blue clay の代表的試料についてみるにその表面積の 50% が  $d_e$  より細かい部分から成りたっているという。一般に代表粒径を  $d_x$  で表せば  $x\%$  は土壌の一特性を示すものであろう。R. Glossop & A. W. Skempton (1945),

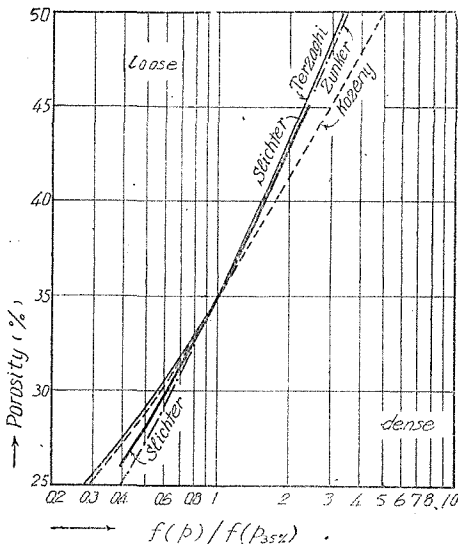
図-1 土砂の滲透係数と粒径



\*  $d_e$  と  $d_w$  の毛細管能の相違に関しては例えば文献(23)参照。

A. Casagrande (1947) によると細粒土壌においては最小の方20%の部分の粒子が土の性質を主として支配するので  $d_{10}-d_{60}$  よりも寧ろ  $d_{20}-d_{70}$  をえらぶのが勝れていると述べ Terzaghi<sup>(14)</sup>は之を支持している。試みに Knappen<sup>(22)</sup>の主張する  $d_{20}$ と $k$ との関係を示せば図-1において傾斜の異なる一鎖線となる(図において  $p=0.35$  と仮定して記入)。氏は $d_{20}=0.0001$  cm までの自然状態の土壌にたいして  $d_{20}$ を有効径ととるのが実用的であるとしている。つぎに鶴見式 (19) は実際に流れる毛細管の長さが砂層厚の2倍と仮定して、ポ氏法則より誘導されたもので、形は恰も Hazen のそれと似ているが意味は甚だ異なるものである。同博士は太平洋岸荒海砂(珪酸質石英, 長石, 砂鉄等)を含有,  $d=0.015\sim 0.085$ cm,  $u=1.1\sim 1.2$ ,  $p=$ 平均 $0.423$ ;これは下から水を噴き上げて自然に沈積した状態)について実験の結果  $C_t \sim 500$ ,  $d_v \sim 0.5d_a$ となり, Fraser<sup>(27)</sup>氏の loosest packing spheres( $u=1$ ,  $p=0.4764$ )における空隙内水路の critical ratio

図-2 諸家の  $f(p)$  の形の比較  
 $f(p)/f(p_{35\%})$ を以て表す

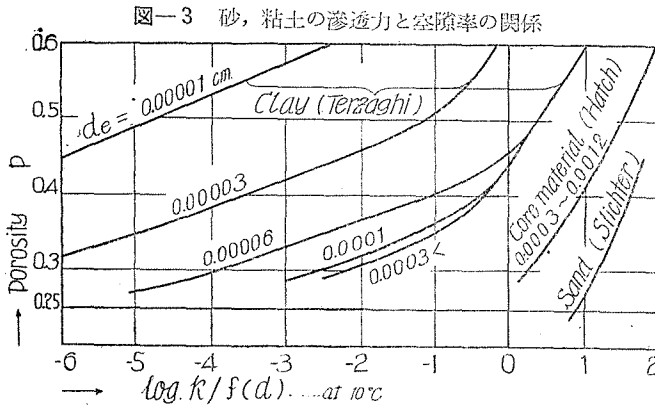


of entrance  $= 0.414d$  と近似し興味ある数字を示されている。もし式中  $d_v$  の代りに実用的な  $d_a$  を用いるならば  $C_t \sim 140$  となり, また  $d_{min}$ (残留する方の篩目)を用いるならば  $C_t \sim 200$  となる。

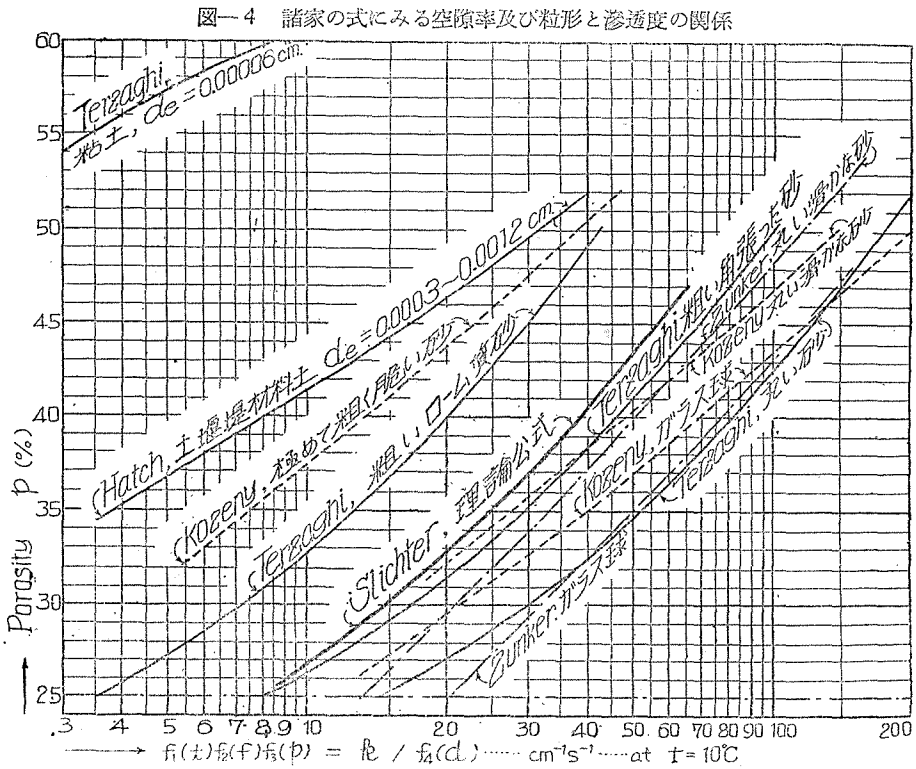
空隙率を考慮に入れた諸式の  $f(p)$  の形は諸権威者によつて討議されている。図-2は  $f(p)$  比較の参考に描いたものである。<sup>\*\*</sup> なお土粒子表面に密着している水, 空気は水の自由透過しうる空隙をせばめている。<sup>\*\*\*</sup> 従つてこれを全容積から差引いた有効の自由空隙率を  $p_0$  として分子  $p$  に代えるべきとして(17),

\*\* もし  $p > 0.476$  となれば等球層の空隙形は一変し Slichter 式はその成立限界を超えるから  $f(p)$  の形はこの場合寧ろ Zunker, Kozeny, Terzaghi が勝れると思われる。<sup>(10)(28)</sup> Donat, は同一砂を用い, 水温  $22^\circ\text{C}$  において  $p$  のみを  $45.2\sim 54.4\%$  の間に变化させて測定し  $p/(1-p)^2$  と  $p^3/(1-p)^2$  を対照せしめ, 後者の形が極めて一致することを示している。<sup>(17)</sup>

\*\*\* 空気を溶存する水の長時間濾過に於ては, 砂層の有効空隙率を 通減し著しく  $k$  を低下するに至ることが認められている。また, 土壌中のコロイドは著しい吸着力を有する。Zunker 氏は中脩土に於て  $p=0.407$ ,  $w$  (吸着率)  $= 7.55$ ,  $p_0 = 0.287$ , 重粘土に於て  $p=0.540$ ,  $w=16.90$ ,  $p_0 = 0.317$  の測定例を示している。<sup>(13)</sup>



(18)' 式が示されている。また (8) 式は  $p=0.13$  (empirical) に至れば滲透水の水筋が局部的に閉塞をおこして消滅してしまうという条件をいれてある。更に、粘土における (9) 式は、その鱗片状粒子間の隙間がある大きさ以下になれば水の粘



\*\*\*\* undisturbed state と disturbed state とでは同一粘土でも  $k-p$  の関係は異なる。<sup>(26)</sup>

天然土壌の滲透係数測定については例えば文献(26)(30)参照。

Terzaghi は粘土層の  $k$  は内部摩擦の変移と time-flow の影響をうけることを示し、<sup>(29)</sup>  
 $k$  は土壌厚にも関係することを注意している。

性が急に増加するものとして式中に係数 $m$ と常数 $0.0166$ の項を含ましめている。(9)と(8)における粘土と砂の $C$ の比が $1:90\sim 1:20$ という大きな相違は、両者の水筋の形状と性質とが本質的に異なるためである。<sup>\*\*\*\*</sup>

粒子が微小になるほど $p$ の影響の著しいことは同様(11)(21)式も之を示している。(11)はHatch氏がCoble Mountainにおけるhydraulic-fill dam (Mass.)のcore materials<sup>(9)</sup>について示したものであるが、此種のものゝ検算用として参考になる式であろう。(21)は粘土含有量によって滲透係数を知る異色ある統計式である。図一3は砂、沈泥、粘土の $f(p)$ と $k/f(d)$ との関係を示したものであるが、粘土は空隙率の影響をうけること最も著しい。 $f(p)$ の形は当然有効径および粒子の形の係数に關係する。図一4は $f(p)$ と $k/C$ との関係を図示し比較したものである。

なお、表一7の $c_2$ の値は一は空気を、一は水を流過せしめて得た係数で両者殆んど相等しい。即ち一般に $\eta$ に気体の値を与えるか液体の値を与えるかによって同一の $c$ の値が気体の滲透係数にも液体のそれにも適用しうる。<sup>(13)(31)</sup>水の粘性係数は表一9に示す如くであるが標準温度を $10^\circ\text{C}$ にとりて $f(t)$ はほぼ $0.7+0.03t$ によって代表される。

表一10 齊粒子層における限界流速  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $20^\circ\text{C}$ )

空隙率 $p$	* 粒子の直径 $d$ .....cm							
	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.4	1.0	2.0
0.25	46.2	23.1	9.3	4.6	2.3	1.2	0.5	0.2
0.30	36.0	18.0	7.2	3.6	1.8	0.9	0.4	0.2
0.35	29.6	14.3	5.7	3.0	1.4	0.7	0.3	0.1
0.40	23.1	11.6	4.6	2.3	1.2	0.6	0.2	0.1

Mc Curdyによる:Tolman "Ground Water", p.198より

表一11 天然の地下層における平均流速の測定値  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$  (但し  $I = 100\%$ )

土壤の種類	$d$ .....cm	平均流速 $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
沈泥, 細砂, loess.....	0.0005~0.025	.....0.002
砂岩, 中砂.....	0.025~0.05	.....0.04
粗砂, 砂質礫.....	0.05 ~0.2	.....0.2
礫 .....	0.2 ~1.0	.....1
礫層内最大流速.....	$d_e = 0.185$	.....4

Tolman "Ground Water", p.199より

## 4. ダルシー系諸式の適用限界

Terzaghi博士<sup>(7)</sup>は $d_e = 0.01 \sim 0.13$  cmの砂で齊粒, 混合粒, ゆるづめ, 密づめ諸状態で水を上から下へ, また下から上へ  $I = 0.5 \sim 5$  の間に変化させて実験の結果  $d_e = 0.01 \sim 0.05$  cm ならば例外なくダルシー法則に従うことを認めている。鶴見博士<sup>(19)</sup>は $d_a = 0.015 \sim 0.050$  cm の浜砂について  $I < 1$  ならば凡てダルシー法則の成立するを認めている。C. Piefke 教授 (1886) は粗砂ならば  $0.06 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ , 極微砂ならば  $0.008 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  までをダルシー法則のあてはまる最大流速として著名の図 (Prinz, Handbuch der Hydrologie 参照)を示している。King (1897)<sup>(32)</sup>, Baldwin-Wiseman (1905)<sup>(33)</sup> 諸氏によれば, 多孔質砂岩や極微砂では  $I$  が減少すると  $k$  が通減するを認め, また之と反対に U. Masoni氏 (1896) は粒径  $0.037 \sim 0.0555$  cm の火山灰では  $I$  を10に増せば  $k$  は却って低下することを観測している。Zunker—田町氏 (1931)<sup>(13)</sup> は  $I$  が増すと  $k$  が僅か増し, ある最大値に達すると  $k$  は却つて減少することを認めている。管内の流れにおいて, 層流から乱流への変移状態は通常  $Re > 2000$  <sup>\*</sup> になれば急転形を画くが, 滲透の場合は  $d$  の意味は少しく異なる<sup>\*\*</sup> けれども  $Re = 1 \sim 10$  にて滑かに遷移することが多く認められており, ダルシー氏法則のあてはまるのは大体  $Re < 4$  の範囲であるとされる。<sup>(19)(31)(34)</sup> それ以上の領域では一般に  $I = \alpha v^m + \beta v^n$  の如き関係が成りたち Kröber (1884) Forchheimer (1914) Smrecker (1914) 等諸氏の指数公式が示されている。表—10は Mc Curdy 氏<sup>(27)</sup> による砂層内限界流速を換算して示したものである。また表—11は野外における大凡の滲透流速である。両表を対照してみると  $I < 100\%$  ならば  $d = 0.2 \sim 0.4$  cm ( $v = 1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ) 以下の粒子層では殆んど乱流は生じないことになる。もし之に従うならば地下水流は通常は層流である。しかし汲出井においては容易に  $I > 100\%$  状態となるからそのような場合には前掲ダルシー系諸式は適用限界外に出でよう。

## 感 謝

終りに, 懇篤なる御指導を賜った鶴見一之博士並びに工学部長結城朝恭博士に謹んで感謝の意を表する。

\*  $Re = 12,000 \sim 14,000$  附近が限界流速とされる。<sup>(34)</sup>

\*\* 粒層における  $Re = vd/\nu$  の  $d$  は,  $d_s$  を Tyler 篩で  $s$  番と  $s+1$  番との径の平均,  $n_s$  を径  $d_s$  の砂粒の數とすれば,  $d = (\sum n_s d_s^3 / \sum n_s)^{1/3}$  なる平均粒径によつて示す。<sup>(34)</sup>

## 参 考 文 献

- (1) Takasaki and Sasaki, Tech. Rept. of Tohoku University, Vol. 15, No. 2, 1951.  
佐々木八郎, 水道協会雑誌, No. 207, 1952.
- (2) Seelheim, Zeitschrift für Analytische Chemie, Vol. 19, 1880.
- (3) Forchheimer, "Hydraulik", s. 53, 1930.
- (4) Hazen, Allen, Mass. S. B. of H., 24th Ann. Rept., 1892.
- (5) Prinz, "Handbuch der Hydrologie", s. 174, 1919.; (3) s. 60;  
原著はSiichter, Charles, U. S. Geol. Survey, 19th Ann. Rept., 1897—1899.
- (6) Lacey, "Hydrology and Ground Water", p. 3f, 192f.
- (7) Terzaghi, "Erdbaumechanik", s. 119, 1925.
- (8) Do. s. 121
- (9) Hatch, H. H., Pro. A. S. C. E., Vol. 58, p. 1301, 1932, Vol. 59, p. 1167, 1933.
- (10) Sasaki, Journal of Shinshu University, Vol. II 1952.;  
佐々木八郎, 土, 粉体, 粒体連合講演会, 同報告, p. 25, 1952.
- (11) Krüger, E., Internat. Mitt. Bodenkunde, Bd. 8, 1918.
- (12) Zunker, Journal f. Gasberechtung u. Wasserversorgung, 1920.
- (13) 田町正善, 農業土木研究, Vol. 3, 1931; (Schönwälder, Der Kurturteckniker, 31, 1928.)
- (14) Terzaghi and Peck, "Soil Mechanics in Engineering Practice", 1948.
- (15) Kozeny, J. S., Wasserkraft u. Wasserwirtschaft, 22, 1927.
- (16) 田町正善, 農業土木研究, Vol. 5, 1933.
- (17) Donat, J., Wasserkraft u. Wasserwirtschaft, 25, s. 225, 1929.
- (18) Fair & Hatch, Jour. Amer. Water Works Assn. Vol. 25, 1933;  
Tolman, "Ground Water", p. 205, 1937.
- (19) 鶴見一之, 土木学会誌, Vol. 18, No. 11, p. 1125, 1932.
- (20) 合田健, 川島普, 第8回土木学会講演会, 同概報, p. 22, 1952.
- (21) 吉永齊, 第6回土木学会講演会, 1950.
- (22) Knappen, T. & Philippe, R., E. N. R., Apirii—9, 1936.
- (23) 佐々木八郎, 仙台高等工業学校紀要, No. 16, 1942. (第4回土木学会講演会, 1942.)
- (24) 守島正太郎, 農業土木研究, Vol. 14, No. 3, 1942.
- (25) Sasaki, Journal of Shinshū University, Vol. III, 1953.
- (26) Tayler, "Fundamentals of Soil Mechanics", 1950.
- (27) Tolman, "Ground Water", 1937.
- (28) 吉田彌七, 土木学会誌, Vol. 17, No. 6, 1931.
- (29) Terzaghi, C., "Soil Physics" 1928; Cox, B., Pro. A. S. C. E., Vol. 59, p. 841, 1933.
- (30) 田町正善, 土田武夫, 農業土木研究, Vol. 8, No. 4, 1936.
- (31) Muskat, "Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media", 1937.
- (32) King, F. H., U. S. Geol. Survey 19th Ann. Rept.; 1897—99.
- (33) Baldwin-Wiseman, M. Pro. I. C. E., Vol. 165, 1905—06.
- (34) 本間仁, "水理学", 1952.