

磁界中陽光柱の外部励起波動

岩佐 昌征*・佐藤 弘*・松本 道男**

信州大学繊維学部，繊維システム工学科，山梨大学工学部

1 ま え が き

陽光柱プラズマにはらせん状波動や移動縞など各種の波動が励起される。らせん状波動¹⁾は陽光柱プラズマに加えた磁界 B がある臨界値 B_c に達すると励起され、それによって、管壁方向への荷電粒子の拡散が異常に増大することから、異常拡散現象としてよく知られている^{2),3)}。

一方、移動縞の包括的な研究は PUPP⁴⁾ によってなされ、その後パルス擾乱法などによる移動縞の人工的制御が可能となり、それによって、移動縞が後進波であることも立証された^{5),6)}。

PAULIKAS と PYLE⁷⁾ はらせん状 $m=1$ モード波動（以下、 $m=1$ モード波動）の実験過程で、(1)移動縞がしばしば $m=1$ モード波動に重畳して現れること、(2)ある条件のもとでは移動縞から $m=1$ モード波動へと連続的に移行することを観測した。

これらの研究は放電機構の解明のために、あるいは制御された核融合のための基礎分野としてなされてきた。

最近、外部信号の印加によって励起される波動の性質がプラズマプロセッシングとの関連から論じられるようになってきた。たとえば、SUGANOMATA⁸⁾ はプロセッシング技術に用いられる CF_4 や SF_6 プラズマ中で外部励起される電離波動がパラメトリック周波数共振によることを明らかにしている。

本報告は臨界磁界 B_c より小さな磁界 B でも外部信号の印加によって $m=1$ モード波動が励起され、この励起波動が外部信号によって変化する同期同調現象について検討している。

2 $m=1$ 波動の同調現象

臨界磁界 B_c より小さな管軸方向磁界 $B(O, O, B)$ で外部励起される $m=1$ モード波動の分散特性について検討する。

2.1 基礎方程式と密度分布

分散特性の解析には次の運動量保存の式と連続の式を基礎とする。陽光柱プラズマ

*信州大学繊維学部 繊維システム工学科

**山梨大学工学部

で、これらの式が成り立つための条件については文献(2)にゆずる。

$$\Gamma_j + D_j \nabla n_j \pm \mu_j n_j E \pm \mu_j \Gamma_j \times \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n_j \pm \nabla \cdot \Gamma_j = Z n_e \quad (2)$$

ここで、添字 j は荷電粒子の種類で、電子の場合には $j=e$ 、イオンの場合には $j=i$ とする。式中の符号 "±" は、上側が電子、下側がイオンに関するものである。 D_j は j 種粒子の拡散係数、 μ_j は移動度、 Γ_j は粒子の流れ密度、 n_j は粒子密度、 Z は電離周波数である。また、 $\mathbf{E} = -\nabla V$ で、 V は電位である。

陽光柱プラズマに $m=1$ モード波動が励起された状態では、それが自然励起であるか外部励起であるかにかかわらず、平均量に変動量が重畳されていると考えてよい。従って、密度 n_j および電位 V を次のように置く。

$$n_j(\mathbf{r}, t) = n_{j0}(\mathbf{r}) + n_{j1}(\mathbf{r}, t) \quad (3)$$

$$V(\mathbf{r}, t) = V_0(\mathbf{r}) + V_1(\mathbf{r}, t) \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{r} は円柱座標 (r, θ, z) を示し、添字 "0", "1" は対応する量の平均および変動の成分を示している。

変動成分の振幅が十分小さく、また周波数が十分低ければ、電子のらせん変動とイオンのそれとの位相差を無視することができ、従って変動密度 n_{j1} を $n_{e1} \sim n_{i1} \equiv n_1$ と置くことができる。このとき、密度、電位の変動成分 n_1, V_1 を独立な量とみなし、次のように仮定する。

$$n_1(\mathbf{r}, t) = \tilde{N}_1 J_1(\beta_1 r) e^{-i(\omega t - m\theta - k_z z)} \quad (5)$$

$$V_1(\mathbf{r}, t) = \tilde{V}_1 J_1(\beta_1 r) e^{-i(\omega t - m\theta - k_z z)} \quad (6)$$

ここで、 $\beta_1 = \lambda_1/R$ 、 $\lambda_1 = 3.832$ はベッセル関数 $J_1(x)$ の最初の零点、 R は管半径、 ω は周波数、 m はモード数 ($m=1$)、 k_z は波数、 \tilde{N}_1, \tilde{V}_1 は変動量の大きさである。

いま、陽光柱プラズマが中性状態 ($n_{e0} = n_{i0} \equiv n_0(r)$) にあり、変動項の二次の微少項 ($n_{j1} V_1$) を省略し、かつ軸対称であることを考慮すれば、(1), (2)式の時間平均項より、よく知られた平均の密度および電界の径方向分布が得られる²⁾。

すなわち、管径方向の密度 $n_0(r)$ は

$$n_0(r) = N_0 J_0(\beta_0 r) \quad (7)$$

ここで、 $\beta_0 = \lambda_0/R$ 、 $\lambda_0 = 2.405$ でベッセル関数 $J_0(r)$ の最初の零点である。

また、管径方向の電界 $E_{r0}(r)$ は

$$E_{r0}(r) = -\frac{T_e}{1 + S_i S_e} \frac{1}{n_0} \frac{\partial n_0}{\partial r} \quad (8)$$

ここで、 $S_j = \Omega_j \tau_j$ 、 Ω_j は j 種粒子のサイクロトロン周波数、 τ_j は j 種粒子と中性粒

子との平均衝突時間である。

2.2 $m=1$ 波動の分散特性

磁界 B における $m=1$ モード波動の分散特性は基礎方程式(1), (2) 式の変動成分から得られる。すなわち, (1)式の変動成分(一次の項)から $\nabla \cdot \Gamma_{j1}$ を求め, (5), (6), (7)式を用いると, イオンに関する連続の式の変動成分は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{\partial}{\partial t} n_1 + \nabla \cdot \Gamma_{i1} - Z n_1 \\
 &= -i \frac{1+S_i S_e}{D_a} J_1 \omega \frac{\tilde{N}_1}{N_0} - \left\{ \frac{\partial J_1}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{J_1}{J_0} \right) - i \frac{S_i}{r} \frac{J_1}{I_0} \frac{\partial J_0}{\partial r} \right. \\
 &\quad \left. - i k_z (1+S_i S_e) \frac{\mu_i E_{z0}}{D_a} J_1 \right\} \frac{\tilde{N}_1}{N_0} \\
 &\quad + \frac{1+S_i S_e}{D_a} \mu_{\perp i} \left\{ \beta_i^2 J_0 J_1 - \frac{\partial J_0}{\partial r} \frac{\partial J_1}{\partial r} + k_z^2 (1+S_i S_e) J_0 J_1 \right. \\
 &\quad \left. - i \frac{S_j}{r} J_1 \frac{\partial J_0}{\partial r} \right\} \tilde{V}_1 \tag{9}
 \end{aligned}$$

ここで

$$\mu_{\perp j} = \frac{\mu_j}{1+S_j^2}, \quad D_a = \frac{\mu_e D_i + \mu_i D_e}{\mu_e + \mu_j}$$

同様にして, 電子とイオンに関する連続の式の変動項に中性条件を用いると, 次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 0 &= \nabla \cdot (\Gamma_{i1} - \Gamma_{e1}) \\
 &= \frac{D_a \mu_{\perp i}}{1+S_i S_e} \left\{ (\beta_0^2 - \beta_i^2) J_1 - \frac{\partial J_0}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{J_1}{J_0} \right) - (1+S_e^2) k_z^2 J_1 \right. \\
 &\quad \left. - i \frac{S_e}{1+S_i S_e} \frac{1}{r} \frac{J_1}{J_0} \frac{\partial J_0}{\partial r} + i k_z (1+S_e^2) \frac{\mu_e}{D_e} E_{z0} J_1 \right\} \frac{\tilde{N}_1}{N_0} \\
 &\quad + \left\{ \beta_i^2 J_1 J_0 - \frac{\partial J_1}{\partial r} \frac{\partial J_0}{\partial r} + \frac{1+S_e^2}{1+S_i S_e} k_z^2 J_0 J_1 + i \frac{S_e}{1+S_i S_e} \frac{J_1}{r} \frac{\partial J_0}{\partial r} \right\} \tilde{V}_1 \tag{10}
 \end{aligned}$$

同次連立方程式(9), (10) が自明でない解を持つためには, \tilde{N}_1/N_0 と \tilde{V}_1 の係数からなる行列式が零でなければならない。そこで, 両式に $x J_1(\lambda_1 x)$ を乗じた後, $x(=r/R)$ について0から1まで積分し, (9), (10) 式の係数からなる行列式を解くと, 次のようになる。

$$\Omega = K + \frac{\eta}{1 + \delta S_e^2} (\alpha_2 S_i + i\alpha_1) - \eta(\lambda_1^2 - \alpha_3 + \alpha_4 K^2 - iS_i \alpha_5) \cdot$$

$$\frac{\frac{1 + S_e^2}{\eta} K - \frac{\alpha_2 S_e}{1 + \delta S_e^2} + i\{(\lambda_1^2 - \lambda_0^2) + \alpha_1 + (1 + S_e^2)K^2\}}{(1 + \delta S_e^2)(\lambda_1^2 \alpha_4 - \alpha_3) + \alpha_4(1 + S_e^2)K^2 + i\alpha_5 S_e} \quad (11)$$

ここで, $\delta = \mu_i / \mu_e$, $K = k_z R$

$$\Omega = \frac{\omega}{\pi}, \quad \Pi = \frac{\mu_i E_{z0}}{R}, \quad \eta = \frac{T_e}{Re E_{z0}} \quad (12)$$

また, $\alpha_n (n=1, 2, \dots, 5)$ はそれぞれ次の積分値である。

$$W = \int_0^1 x J_1^2 dx = 0.081$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{W} \int_0^1 x J_1 \frac{\partial J_0}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{J_1}{J_0} \right) dx = -2.827$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{W} \int_0^1 \frac{J_1^2}{J_0} \frac{\partial J_0}{\partial x} dx = -4.326$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{W} \int_0^1 x J_1 \frac{\partial J_1}{\partial x} \frac{\partial J_0}{\partial x} dx = 1.700$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{W} \int_0^1 x J_1^2 J_0 dx = 0.588$$

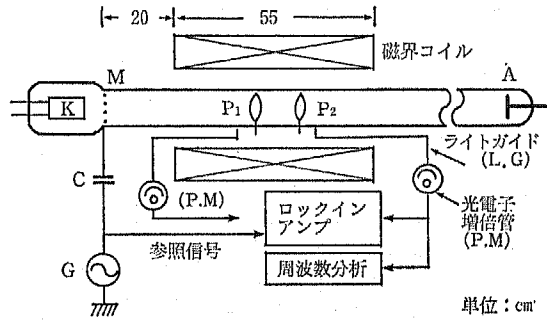
$$\alpha_5 = \frac{1}{W} \int_0^1 J_1^2 \frac{\partial J_0}{\partial x} dx = -2.264 \quad (13)$$

(11)式において, δ および η は平均の軸方向電界 E_{z0} の測定から得られるので, (11) は $S_e = \Omega_e \tau_e$ をパラメータとしての Ω と K との関係を示していることになる。ここで, Ω は複素数であるから, その実数部 $R_e(\Omega)$ は磁界 $B(\leq B_c)$ における $m=1$ モード波動の周波数を, また, 虚数部 $I_m(\Omega)$ はその波動の成長率を示している。 $m=1$ モード波動は $I_m(\Omega) \geq 0$ で励起される。

この計算結果を4節で述べる実験結果と共に第4図に示した。

3 実験装置と測定

実験装置の概要を第1図に示す。使用した放電管は管半径 $R=1.5\text{cm}$, 長さ $L=120\text{cm}$ の熱陰極形である。放電管は空心ソレノイド状コイル (内径5cm, 長さ55cm) の中心軸と平行に置かれている。磁界はコイルの中心部付近30cmにわたって均一で, 発生



第1図 実験装置

し得る最大磁束密度は $B=2.8\text{KG}$ である。

陰極の前面に印加された外部信号 (G) の伝播距離は短いので、磁界コイルは図のように陰極に近接して置かれている。気体封入前の到達真空度は液体窒素トラップを用いておよそ 10^{-6}Torr である。

外部信号は $A.C$ 発振器と直列に挿入したコンデンサ (C) を通って、網状電極 (M) に印加される。放電状態で、 M に加えた電圧は最大値 $6.0(V)$ の正弦波交流である。

陽光柱プラズマからの光信号は、放電管の2ヶ所に取り付けられたライト・ガイド ($L.G$) により、それぞれ光電子増倍管 ($P.M$) に導かれる。光電子増倍管によって検出された信号はシンクロスコープで観測されると同時に、周波数分析器およびロックイン・アンプによって解析される。ロックイン・アンプは波長および振幅の測定に用いられる。この場合、発振器からの信号を参照信号として用いた。励起波動のモードの判定は、ライト・ガイドを放電管の同一断面上で方位角方向に回転させ、そのときの位相差によってなされている。

計算の過程で必要となる電子温度 T_e 、移動度 μ_j などのプラズマパラメータはリング状探針 P_1 と P_2 間の電位差をもとに文献(9)から求めた。

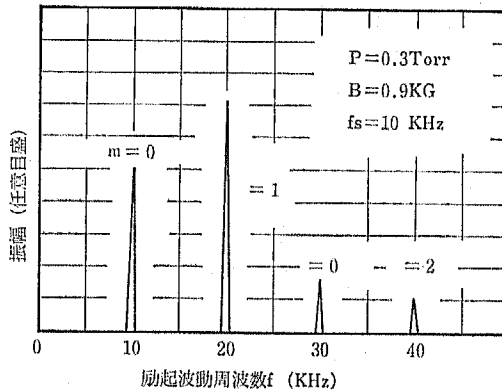
使用気体はヘリウム (He) で、実験は自然励起される移動縞や陰極雑音の少ない、封入気圧 $P=(0.2\sim 0.7)\text{Torr}$ 、放電々流 $I_p=(50\sim 200)\text{mA}$ の範囲でなされた。

4 実験結果と検討

磁界 $B < B_c$ (臨界磁界) の陽光柱プラズマに外部励起されるらせん状 $m=1$ モード波動の分散特性および同調現象について実験的に調べ、解析結果との対応を示す。

4.1 パラメトリック周波数共振

磁界が十分弱い場合、外部信号の印加によって、陽光柱に励起される波動は基本波と幾つかの高調波成分からなり、いずれも $m=0$ モードの特徴を持っている。しかし、ある磁界 $B (< B_c)$ を越えると、外部信号の振幅および周波数 f_e によっては、 $m=0$ モード波動のほかに、 $m=1$ モード波動も観測される。その代表的なスペクトラムを封入気



第2図 外部励起された波動のスペクトラム

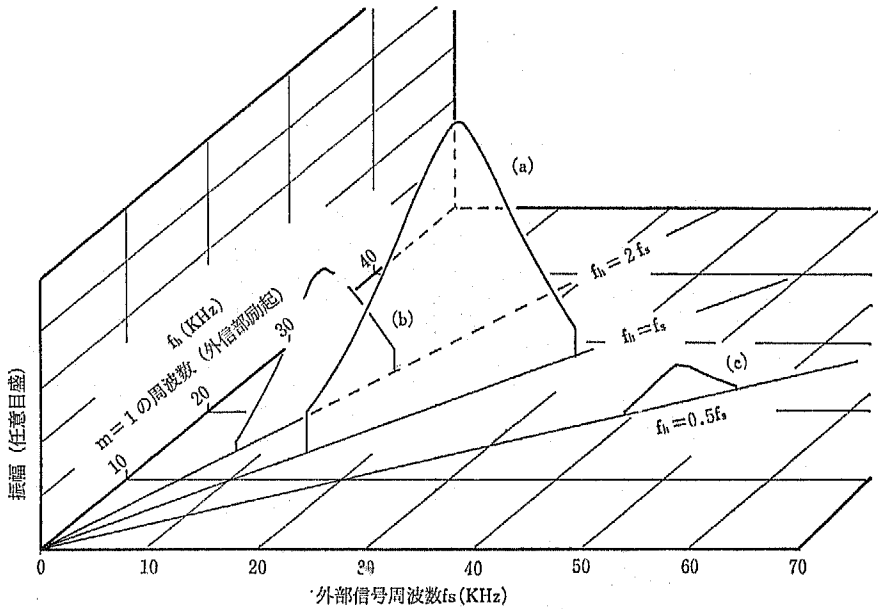
圧 $P=0.3\text{Torr}$, $B=0.90\text{KG}$ ($B_c=0.94\text{KG}$), 外部信号の周波数 $f_s=10\text{KHz}$ の場合について第2図に示す。励起された波動は外部信号と等しい周波数を持つ $m=0$ モードと他の三つの高調波成分からなっていることがわかる。すなわち, 20, 30および 40KHz の波動はそれぞれ $m=1$, $m=0$ および $m=2$ モードの特徴を持っている。

次に, $f_s=20\text{KHz}$ を印加すると, f_s と等しい周波数を持つ $m=1$ モードと, f_s の $(1/2, 3/2, 2)$ 倍の周波数を持つ波動が励起される。このうち, $(1/2)f_s$, $(3/2)f_s$ の2つの波動は $m=0$, $2f_s$ のそれは $m=2$ モードであって, 前の場合 ($f_s=10\text{KHz}$) と全く同じパターンの波動が励起される。同様に, $f_s=30\text{KHz}$ および $f_s=40\text{KHz}$ についても励起される波動の周波数およびモードは前述と全く同じである。

外部励起された各波動の周波数および振幅は外部信号の周波数 f_s と同調して変化するが, このうち, $m=1$ モード波動に注目する。上述の結果は, 周波数 f_h の $m=1$ モード波動が $f_h = \left(\frac{2}{n}\right) f_s$ ($n=1, 2, 3, 4$) を満す外部信号周波数 f_s によって励起されることを示している。 f_h の範囲は実験条件によって定まるので, $m=1$ モード波動の振幅は f_s の関数とし, 各 n の値に対して表される。その結果を $P=0.3\text{Torr}$, $B=0.9\text{KG}$ ($B_c=0.94\text{KG}$) について第3図に示す。各曲線は $n=2$ の $f_s=22\text{KHz}$ における振幅で規格化されている。

曲線 (a) は $n=2$ に対する $m=1$ モード波動の振幅と周波数の関係を表している。これは, 外部信号の周波数 f_s と励起された $m=1$ モードの周波数 f_h とが等しく, f_h は f_s と同調して大略 13KHz~28KHz (同調範囲と呼ぶ) まで変化していることを示している。同調範囲内の振幅は $m=1$ モード波動の周波数 $f_h=22\text{KHz}$ のときに最大となる。臨界磁界 $B_c(=0.94\text{KG})$ で自然励起される $m=1$ モード波動の周波数はおよそ 37 KHz である。同調波動の振幅が $f_s=22\text{KHz}$ で最大となるのは, この周波数のときに, $m=1$ モード波動の成長率が最大になっていることを意味している。この振幅曲線は後に述べるように $m=1$ モード波動の成長率と同形になっている (第4図参照)。

曲線 (b), (c) はそれぞれ $n=1$, $n=4$ に関する外部励起された $m=1$ モード波動の振幅



第3図 $m=1$ モードの同調領域と振幅

である。 $n=1$ から $n=2$, あるいは $n=2$ から $n=3$ などへは連続的に移行せず, $m=1$ モード波動はいったん消滅する。この間の f_s 領域では外部信号のみが $m=0$ モードとして伝播している。

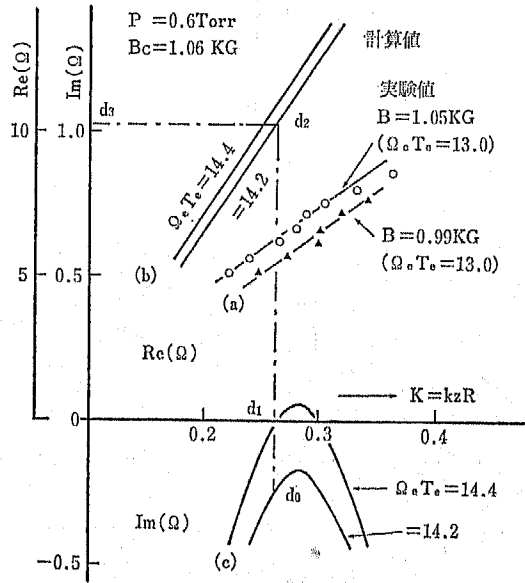
以上のように, 同調範囲は $n=2$ のとき最も広く, その振幅も他に比べて大きい。また, $n=2, n=4$ で観測される分数調波はいずれもパラメトリック不安定性によるものと考えられる。

4.2 分散特性

磁界 $B < B_c$ で外部励起された $m=1$ モード波動の分散特性と同調現象について検討する。

第4図は $P=0.6\text{Torr}$ において外部励起された $m=1$ モード波動の分散特性と成長率とを示している。曲線(a)は分散特性の実験値, 曲線(b), (c)は解析的に得られた分散特性と成長率である。4.1節で述べたように, $m=1$ モード波動は式 $f_h = (2/n)f_s$ を満す外部信号によって励起されるので, 曲線(a)には各 n に対する分散値も含まれている。また, 実験値は, 磁界が増加して臨界磁界 B_c に近づくほど $m=1$ モード波動の励起範囲は広くなり, その周波数も高くなることを示している。

一方, 計算値を求めるには, (12)式に示したパラメータ η と Π を決めなければならない。そこで, 臨界磁界 B_c 付近で, 軸方向電界 E_{z0} を一定とみなし η と Π を求める。すなわち, $P=0.6\text{Torr}$ では実験結果から $E_{z0}=1.7\text{V/cm}$, 従って文献8より $\mu_i \approx 1.2 \times 10^4 \text{cm}^2/\text{s}\cdot\text{v}$, $T_e \approx 3.8\text{eV}$, $\mu_i/\mu_e \approx 10^{-2}$ となる。これらの数値を用いると(12)式により $\eta \approx 1.5$, $\Pi \approx 1.4 \times 10^4$ を得る。



第4図 分散特性と成長率

曲線(b)はこれらの数値をもとに(11)式の実数部から、 $S_e = \Omega_e \tau_e$ をパラメータとして求められる。

曲線(c)は(11)式の虚数部 $I_m(\Omega)$ で、 $m=1$ モード波動の成長率を示している。ここで、 $I_m(\Omega) < 0$ は安定状態を、また $I_m(\Omega) > 0$ は $m=1$ モード波動が励起される不安定状態を意味している。この曲線(c)から、臨界磁界 B_c における S_e は近似的に $S_e \simeq 14.3$ となる。一方、実験値は $S_e \simeq 13.9$ である。

次に、 $m=1$ モード波動が $B < B_c$ において外部励起される理由を第4図をもとに検討する。磁界 $B < B_c$ では、通常 $I_m(\Omega) < 0$ である。もし、曲線(c)における負の成長率を境界 $I_m(\Omega) = 0$ まで引き上げることができれば、 $m=1$ モード波動は励起される。たとえば、曲線(c)の " d_0 " でマークされた負の成長率を補償するだけのエネルギーが外部信号によって陽光柱に供給されるならば、それによって $I_m(\Omega) < 0$ は境界線 " d_1 " まで押し上げられる。その結果、" d_1 " 点における波数と " d_3 " 点にあたる周波数の $m=1$ モード波動が励起されることになる。

他方、実験的にみれば、適当な振幅と周波数の外部信号が加えられると、その周波数に対応する波長の $m=1$ モード波動が励起されることになる。従って、一定磁界のもとでは、外部信号の振幅が小さい程 $m=1$ モード波動の同調範囲は狭いことになる。また、一定振幅のもとでは、磁界 B が強くなると $m=1$ モード波動の励起範囲は広がることになる。これらのことは曲線(b)からも明らかであろう。

5 む す び

臨界磁界 B_c より小さな磁界 B で、外部信号により励起される波動の特性を調べた結果を要約する。

$B < B_c$ で強制的に外部励起されたらせん状 $m=1$ モード波動は外部信号の周波数に同調して変化する。

この同調現象は、外部信号のエネルギーが粒子密度の歪みに吸収される結果であると考えられるならば、線形近似をもとにして解析した分散特性と成長率によって定性的に説明される。しかし、数値まで含めるとなお改善の余地が残されている。たとえば、 $m=1$ モード波動の励起による非線形効果¹⁰⁾の考慮、また、 $m=1$ モード波動の励起エネルギーと印加エネルギーの結合についても考慮する必要があるだろう。

参 考 文 献

- (1) HOH, F.C. : Phys. Rev. Letter, **4**, 559 (1960)
- (2) LEHNERT, B. : Proc. of the 2nd Int. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy., **32**, 349 (1958)
- (3) KADOMTSEV, B.B. & NEDOSPASOV, A.V. : J. Nucl. Energy, Part C, **1**, 230 (1960)
- (4) PUPP, W. : Phys. Z, **36**, 61 (1935)
- (5) WOJACZEK, K. : Ann. Phys., **2**, 68 (1959)
- (6) PEKAREK, L. : Phys. Rev., **108**, 1371 (1957)
- (7) PAULIKAS, G.A & PYLE, R.V., Phys. Fluids., **5**, 348 (1962)
- (8) SUGANOMATA, S. ISHIKAWA, I, MATSUOKA, Y & MATSUMOTO, M. : J. Phys. D : Appl. Phys. **17**, 301 (1984)
- (9) BROWN, S.C. : Basic Data of Plasma Physics., The M.I.T. Press (1966)
- (10) SATO, H., NAKANO, Y., IMAZU, S. & MARUYAMA, T. : J.I.E.E. of Japan **90**, 30 (1970)

Summary

Externally Excited Waves in a Magnetized Positive Column.

Masayuki IWASA, Hiroshi SATO and Michio MATSUMOTO*

The helical wave ($m=1$) and plane wave ($m=0$) in a positive column are excited frequency-synchronizingly with an applied signal at magnetic fields less than B_c which is the critical field for the helical wave. The excitation of these waves is discussed in parametric frequency coupling deriving their dispersion relations.

Textile system engineering, Faculty of textile science and technology,
Shinshu University, Ueda.

*Faculty of engineering, Yamanashi University, Kofu.