

散乱 γ 線に関する二・三の問題

天 白 一 馬・一 之 瀬 匡 興

Kazuma TENPAKU, Masaoki ICHINOSE: Some Problems on The Scattered Gamma-Ray.

(1953年9月15日受理)

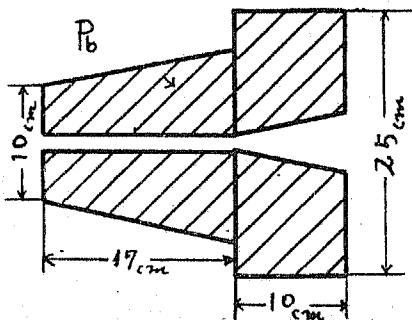
緒 言

放射性アイソトープの広範な応用や原子力実験における必要性から放射線についての種々の研究が数多く行われるようになってきたが、その一部として γ 線の散乱吸収の問題も重要な意味をもつようになってきた。 γ 線のエネルギー、スペクトル、強度等の純理論的及び実験的研究は古くから数多くあるが、又一方トレーサーとしての応用や、 γ 線の散乱、吸収の現象を応用して固体の内部の有様を推定したり液体中の混濁物の量を推定したり、 γ 線の遮蔽効果を検討する等の応用的研究も種々行われている。吾々もこの応用的見地から γ 線の散乱に関する二、三の実験を行つた。以下はその実験結果及びそれに関連した数量的考察の中間的な報告である。この研究において数値計算に多大の努力を払つた塚田悦子氏に深く感謝する。

実 験 装 置

放射線の散乱に関する実験装置は、放射線源、散乱体(又は吸収体)及び放射線検出装置の三部分から成つている。吾々が用いた放射線源は約10 μ gの Ra 及びそれからの生成物質で、直径3mm長さ10mmのうすいガラス管に密閉し更にほぼ同型の白金管に入れたものである。この

(Fig. 1)



物質から放射される γ 線のエネルギーは単一ではない。従つて、たとえば吸収係数の測定においても計数管の効率についても厳密にはエネルギー・スペクトルを考慮

しなければならぬのであるが吾々の実験目的に対しては近似的な平均の値で満足することができるため、又半減期が極めて大きい Ra は極めて便利な放射線源である。 Ra は Pb 製のブロック(第1図)の中に納め、 γ 線が外部へ漏出するのを防ぐと共に、その中で Ra の位置を調整して γ 線の束を細いビームにしたり、適当な角度に広がれるようにした。 Ra をブロックの中に納めても γ 線はそれを通して一部は漏出するがその量は微弱であるため吾々の実験には大した差さわりはない。放射線検出装置としては、 γ 線用の Geiger-Muller 計数管及び録数器(科学研究所製)を用いた。又これに附ぞくする電源装置及び増幅器は第2図に配線図を示すような簡単なものを試作して用いた。これは多少改良の余地はあるが吾々の差当りの実験には充分である。

実 験

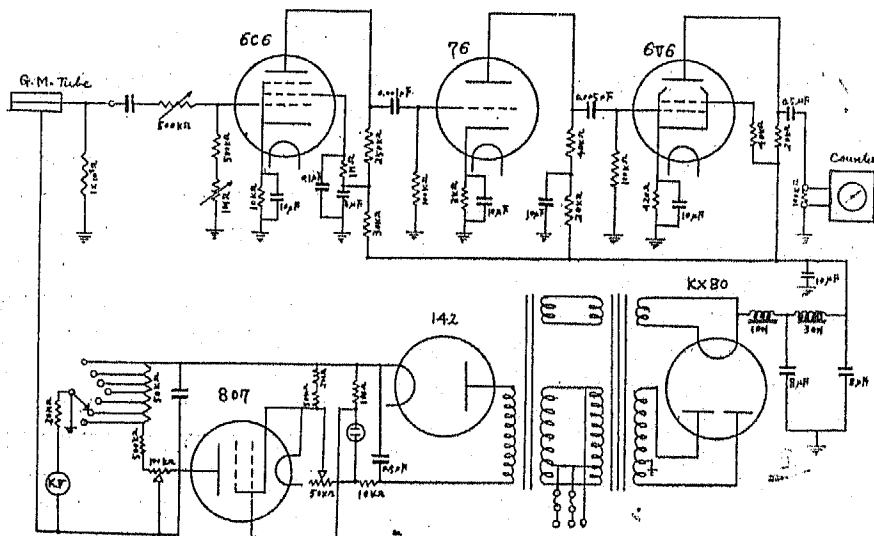
先づ装置の精度を確めると同時に今後の応用実験への必要から各種物質の平均吸収係数を求める実験を行つた。 Ra と計数管との配置は実験に応じて変えたがこの実験では大体8mの距離においた、このように相当遠く離れたのは幾何学的条件を良くすることによつて散乱 γ 線が計数管に入るのを防ぐためである。吸収係数 μ を求める実験は吸収による強度の減少を示す法則

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

を基礎とするのであるが、(1)における γ 線の強度 I を途中の物質によつて全々散乱されることなく直接計数管に到達するもののみである。従つてこの種の実験では吸収体又はまわりの壁などによつて一度以上のコムプトン散乱を経て計数管に入るのを厳密に防止せねばならぬ。第1図の容器を用いて γ 線を細いビームとして実験を行えばまわりの壁や床のえいきようは殆どなくすることができ、又吸収体自身による多重散乱も殆ど無視できることは後で示す通りである。吸収体を通つた γ 線は厳密にはその質を変えるため計数管の効率に変化を来す。従つて計数管による計数 n は吸収体を通つて計数管に達した γ 線光子の数、従つて I と厳密には比例しないが近似的に比例するものとして、 $I/I_0 = n/n_0$ と見なして平均吸収係数 μ を算出する。

吸収係数を測定するに用いた物質は Pb , Fe , Al , 水, レンガ及び砂である。第1表にその結果を示す。第1表の結果をグラフに示すと第3表(a)となる。又 n/n_0 を対数グラフに示すと第3図(b)となり、この直線の傾きが平均吸収係数をあたえることになる。

Fig. 2



第 1 表

I) Fe

厚さ (cm)	0	1.9	3.8	7.1	10.4
計数(n/min) 30分間の平均	382	248	128	41	18

II) Pb

0	0.5	1.0	2.5	3.9	7.0	10.0
306	221	160	72	31	11	2

III) Al

0	0.42	0.81	1.29	1.73	2.45	3.3
367	338	314	296	279	248	231

III) Water

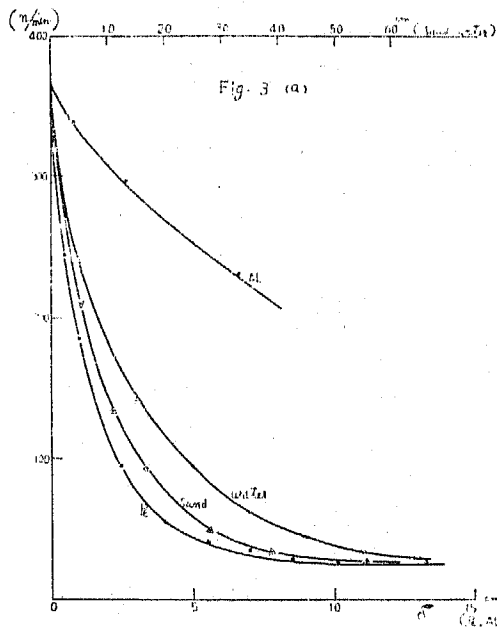
0	5	15	25	45	65	85
344	217	120	71	21	6	3

V) Brick

0	5.6	11.2	16.8	28.0	39.2	56.0
325	185	110	68	24	9	3

VI) Sand

0	2.5	5	10	20	35	55
344	259	198	138	56	16	2

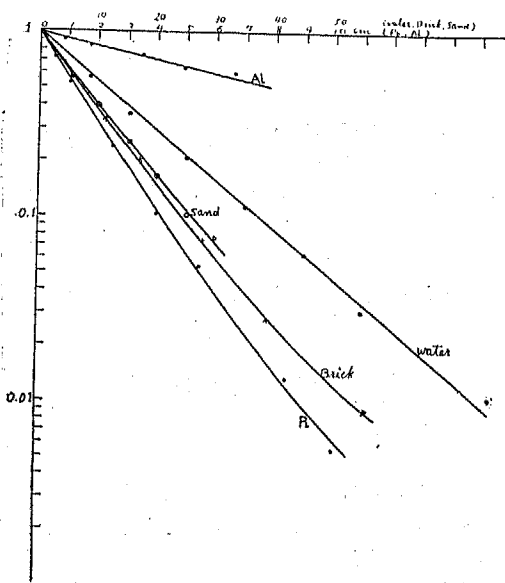


(第1表で厚さ0の場合に n が必ずしも共通にならないのは実験の都度 R_a の位置に多少の変化があつたからである) 第3図(b) から μ を求めると第2表のような結果となる。

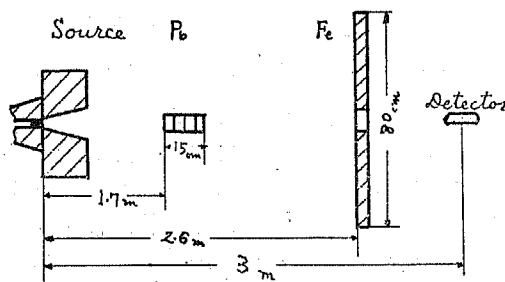
第 2 表

物質	P_b	F_c	Al	Water	Brick	Sand
$\mu(\text{cm}^{-1})$	0.53	0.35	0.1	0.06	0.094	0.09

Fig.3 (b)



(Fig. 4)



次に散乱 γ -線の強度を測定する実験として、4 m 余りの距離において R_a と計数管との間に両者を結ぶ線に直角に、一辺が長さ 80 cm、厚さ 0.7 cm の正方形鉄板を立て、それから散乱する二次 γ -線の強度を計数管によって測定した。先ず鉄板のない場合の直達 γ -線の強度を測定し、次に厚さ 15 cm、縦横長さ 6 cm の P_b ブロックによって直達 γ -線を遮断した上、計数を求める。この時の計数は宇宙線及び容器から漏出した γ -線がまわりの物体(壁、床等)から散乱して計数管に到達したもの

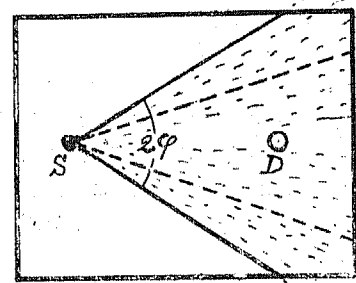
で、以後の測定における計数から差引くべきものである。次に鉄板を置いて計数を求めた。その結果は第 3 表の通りである。

第 3 表

鉄板の厚さ (cm)	0	0.7	1.4
Scattered γ -ray (n/min)	0	63	85

散乱 γ -線の強度を測定する今一つの実験として部屋の中央に R_a をおき、それから放射される γ -線束を適当に変え乍ら壁及び床から散乱される二次 γ -線の強さを壁の近くにおいた計数管によって測定した(第 5 図)。其

(Fig. 5)



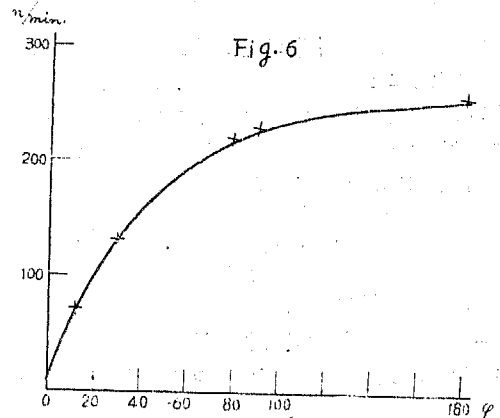
S: source D: Detector.

縦 65 cm,
横 35 cm,

高さ 30 mm の鉄板製の筒の中に R_a をおき、壁からの散乱 γ -線の強度が壁の鉄板の厚さと共にどう変わるかを測定

第 4 表

ϕ	0°	12°	30°	80°	90°	180°
n/min	8	68	134	217	231	258



した。部屋の壁からの散乱を求めたと同じ要領で計数管に直達する γ -線は 15cm の厚さの P_b ブロックで遮断した上、先ず函のない場合、次に函の中に入れた場合及び壁の厚さを順次増した場合について測定した。その結果は第5表の通りである。

第5表

鉄板の厚さ	0.3m	0.15	0.5	1.0	1.5
n/min	1,791	3,519	6,039	6,591	6,789

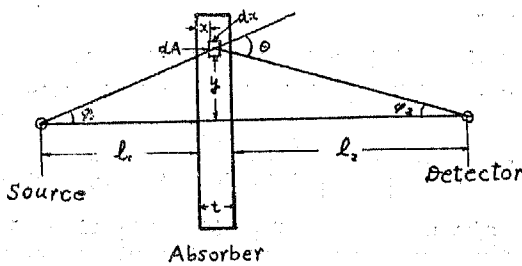
数量的考察及び実験結果との比較

物質の γ -線に対する吸収係数 μ は式(1)を基礎として求めるがもし吸収体が厚くなつて散乱した γ -線も計数管に入るチャンスが増してくると吸収は簡単に(1)に従わない。この場合は(1)は

$$I = I_0 B(\epsilon, x) e^{-\mu x} \quad (2)$$

の形に補正されねばならぬ、こゝに $B(\epsilon, x)$ は γ -線のエネルギー ϵ 、及び通過距離 x に関係する補正函数である。吾々が μ を求めた実験条件では $B(\epsilon, x)$ は殆ど1になることが計算される。この計算は既に Tarrant があたえているが吾々の実験結果にも応用するためその概略を示す。

(Fig. 7)



今 R_a 、吸収板(円形とする)及び計数管の配置を第7図のようにとる。一次 γ -線が吸収板中の微小体積 $dA \cdot dx$ に到達し、こゝで θ 方向にコムpton散乱をして計数管に至る二次 γ -線の量を dS とすると

$$dS = \frac{B_0 \cdot N_e \cdot D \cdot dA \cdot dx}{(l_1 + x)^2 \sec^3 \rho_1} \times \frac{\kappa(\theta) \cdot \exp\{-\mu x \sec \rho_1 - \mu'(t-x) \sec \rho_2\}}{(l_2 + t - x)^2 \sec^3 \rho_2} \quad (3)$$

但し、 B_0 は単位立体角内に単位時間に放出される一次 γ -線の強度、 N_e は吸収体の単位体積中に含まれる電子の数、 $\kappa(\theta)$ は γ -線光子が一つの電子によつて θ 方向の単位立体角に散乱される断面積を示し D は γ -線が

当る計数管の平均面積である。

吾々の実験では幾何学的条件から ρ_1, ρ_2, θ はいずれも極めて小さく又 x, t は l_1, l_2 に比べて小さいから近似的に $\sec \rho_1 \sim \sec \rho_2 \sim 1$ とおくことができ、従つてコムpton散乱におけるエネルギー変化も小さい故 $\mu \sim \mu'$ とおけるとすると(3)は簡単に

$$dS = \frac{B_0 \cdot N_e \cdot D \cdot e^{-\mu t}}{l_1^2 l_2^2} \cdot \kappa(\theta) \cdot 2\pi y \, dy \, dx \quad (3')$$

となる、これを積分して

$$S = \frac{2\pi B_0 \cdot N_e \cdot D \cdot e^{-\mu t}}{l_1^2 l_2^2} \cdot \int \int \kappa(\theta) \cdot y \, dy \cdot dx$$

x についての積分では θ は const. と見られるから

$$= \frac{2\pi B_0 \cdot N_e \cdot D \cdot e^{-\mu t}}{l_1^2 l_2^2} \cdot t \cdot \int \kappa(\theta) \cdot y \, dy,$$

一方、 $y \, dy \sim \frac{l_1^2 l_2^2}{(l_1 + l_2)^2} \sin \theta \cdot d\theta$ なる近似関係を用いると上式は結局

$$S = \frac{B_0 N_e D}{(l_1 + l_2)^2} \cdot e^{-\mu t} \cdot t \int \kappa(\theta) \cdot 2\pi \sin \theta \cdot d\theta \equiv \frac{B_0 N_e D}{(l_1 + l_2)^2} \cdot e^{-\mu t} \cdot t \cdot \sigma(\theta_0) \quad (4)$$

となる。こゝに θ_0 はこの場合の散乱の最大角であり、積分 $\sigma(\theta_0)$ は一つの電子が γ -線光子を半頂角 θ_0 の円錐内に散乱する断面積である。

吸収体で全く散乱されることなく直接計数管に到達する γ -線の量

$$I_1 = \frac{B_0 D e^{-\mu t}}{(l_1 + l_2)^2} \equiv I_0 e^{-\mu t}$$

を用いて書くと計数管に到達する全 γ -線量 I は

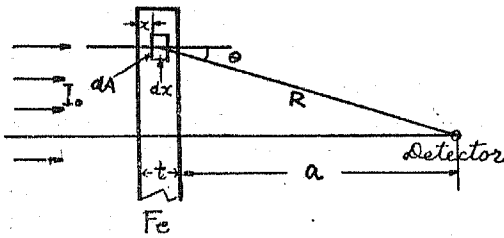
$$I = I_1 + S = \frac{B_0 D e^{-\mu t}}{(l_1 + l_2)^2} (1 + N_e \cdot t \cdot \sigma(\theta_0)) = I_0 (1 + N_e \cdot t \cdot \sigma(\theta_0)) e^{-\mu t} \quad (5)$$

となる。従つてこの場合の補正函数 $B(\epsilon, x)$ は $1 + N_e \cdot t \cdot \sigma(\theta_0)$ である。ところで吾々の実験では、 $\theta_0 \sim 5^\circ$ であるから $\sigma(\theta_0) \sim 10^{-17}$ 、 $N_e \sim 10^{24}$ (P_b に対して) となり $B(\epsilon, x)$ は殆ど1と見なして差つかえない。尙この計算では一回の散乱で計数管に到来する γ -線のみを考え、二回以上の散乱を経たもの即ち多重散乱については考慮していない。吸収体の厚さが光子の平均自由行程よりも大きくなれば当然これを考慮しなければならぬ。しかし吾々の実験条件では多重散乱のいさきよりは、更に order が小さくなることから推定される故、上に求めた μ の値は殆ど正確に(1)式による吸収係数と見なされる。

次に此の計算を第二の実験である、一様な γ -線の照射を遮断する壁からの散乱量を求める問題に応用して、

実験結果と比べて見る。今、簡単のため壁は厚さ t の円形状とし、強さ I_0 の γ -線がこれに直角に当たるとして、円形の中心線上の一点 P における散乱 γ -線の強度を求める(第8図)。

(Fig. 8)



(3)式に相当する式はこの場合

$$dS = I_0 \cdot dA \cdot e^{-\mu x} \cdot N_0 \cdot \kappa(\theta) \cdot dx \cdot \frac{D}{R^2} e^{-\mu'(t-x) \sec \theta} \quad (5)$$

となるから、近似的に $\mu \sim \mu'$ と見なし積分すると(4)に相当する式として

$$S = \frac{2\pi I_0 \cdot N_0 \cdot D}{\mu} \int \{e^{-\mu t} - e^{-\mu t \sec \theta}\} \cot \frac{\theta}{2} \cdot \kappa(\theta) \cdot d\theta \quad (6)$$

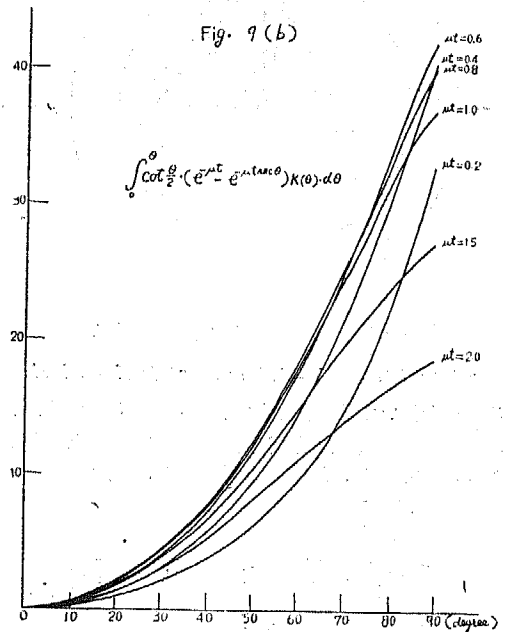
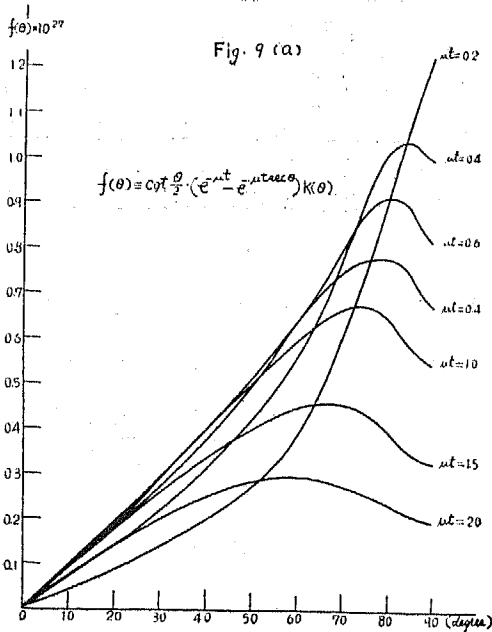
を得る。ここに θ_0 は計数管に到来する γ -線の最大散乱角である。(6)からわかるように S は μt が一定であれば θ_0 によつて決定し壁の大きさには関係しない。ここで μt

の値があたえられれば積分を数値的に求めることができる。吾々は鉄板の壁を用いた実験と比較するため μt に種々の値をあてて(6)を Graphically に積分を求めて見た。先ず(6)の被積分項を θ の函数としてグラフに書くと第9図(a)となる。これから面積を図上で求めて積分値を θ の函数として表わすと第9図(b)を得る。この図から一定の遮蔽板であれば板に近い処 S が大きくなる事がわかる。

第9図(b)から種々の θ_0 に対して積分値が μt と共にどう変るかがわかる。それを示したのが第9図(c)である。この図から θ_0 が一定であれば S は板の或る厚さに対して最大となる事がわかる。吾々の実験は、第9図(c)の $\theta_0 = \pi/4$ に相当するものである。実験値は二点だけであるため計算との比較は極めて不完全であるが、 $\mu t = 0$ と $\mu t = 0.245$ の二点を曲線に乗るように scale を合せて $\mu t = 0.49$ を plot して見た。(Fig. 9(c))

次に放射線源が一つの隅又は部屋の中にある時或又は部屋の壁から散乱する二次 γ -線の強度を数量的に取扱う。簡単のため壁は厚さ t の球形と見なしその中心に放射源があつて、壁の近くの一点に於ける強度を求めるため、そこに計数管が置いてあるとする(第10図)。

放射源から立体角 $d\omega$ 内に放射された一次 γ -線が壁の中の微小部分 dx でコムプトン散乱を受けて計数管に到来する二次 γ -線の量を dS とすると図から



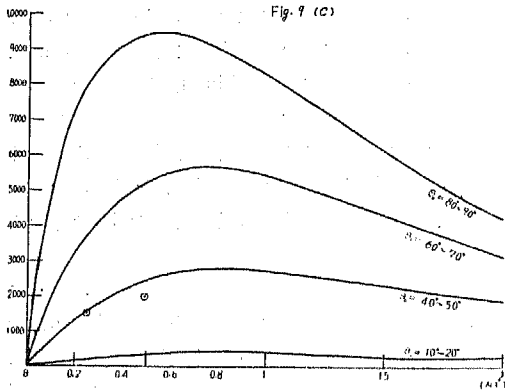


Fig. 9 (c)

$$dS = B_0 d\omega \cdot e^{-\mu x} \cdot \kappa(\theta) \cdot N_e \cdot dx \cdot e^{-\mu' x \sec \theta} \cdot d\omega$$

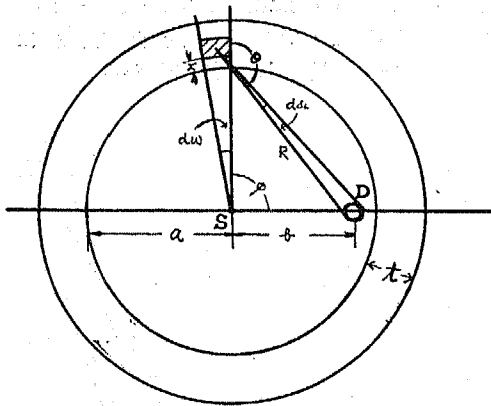
$\mu \sim \mu'$ と見なして積分すると

$$S = B_0 N_e D \int \frac{\kappa(\theta) \cdot d\omega}{R^2} \cdot \int e^{-\mu x (1 + \sec \theta)} \cdot dx$$

壁の厚さに比して函又は部屋の大きさが遙かに大きいとすれば、 x についての積分に際しては θ は const. と見なされる。従つて

$$S = \frac{B_0 \cdot N_e \cdot D}{\mu} \cdot 2\pi \int \frac{\kappa(\theta) \cdot \{e^{\mu (x \sec \theta - 1)} - 1\}}{R^2 (\sec \theta - 1)} \sin \varphi \cdot d\varphi$$

(Fig. 10)



S : Source D : Detector

これに $R^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$ 及び $R/\sin \varphi = b/\sin \theta$ なる関係を用いて数値積分をすれば S が求められる。吾々の実験では計数管は壁の近くにあつて $a \sim b$ とできるから $\theta = (\pi + \varphi)/2$, $R \sim 2a \sin \frac{\varphi}{2}$ となり、結局

$$S = \frac{B_0 \cdot N_e \cdot D \pi}{\mu a^2} \int_0^\pi \frac{\cos \frac{\varphi}{2} \cdot \kappa \left(\frac{\pi + \varphi}{2} \right) \cdot \{1 - e^{-\mu t (1 + \cos \frac{\varphi}{2})}\}}{1 + \sin \frac{\varphi}{2}} d\varphi \quad (7)$$

を得る。(7)からわかるように S は a の自乗に逆比例するから函の大きが増せば S は急げきに減少する。又 N_e も μ も近似的には物質の比重に比例するから(7)の積分の係数は壁の物質にはほぼ無関係と見られる。従つて物質に関係するのは被積分項の中の μt のみである。 μt は壁の単位面積当りの質量に比例するから、その質量が等しければ物質の種類に関係なく S は等しいことになる。(7)は壁に近い点における散乱 r -線の強度であるが中心近くになれば S は減少すると考えられる。何故ならば中心では $\theta = \pi$ で $\kappa(\pi)$ は 0 となり S も 0 となるからである。尚、この計算では多重散乱は省略してあるが函の中を何回か散乱する r -線は必ずしも少くないと考えられるから実際は(7)式に更に高次の多重散乱の項が附け加わるはずである。しかし今は第一近似として(7)式のみを考慮することにする。積分を graphically に求めるため被積分項を φ の函数としてグラフに書くと第11図 (a) となる。又これから面積を求めて積分値を φ の函数として表わすと第11図 (b) を得る。第5図及び第4表の実験結果と比較するには、部屋の壁は大体 $\mu t \sim 0.2$ の値であるから、第11図 (a) の曲線 A と比較すれば良い。又壁の周囲からの二次 r -線が壁の材質や厚さによつてどう変わるかを見るには、第11図 (b) の $\varphi = \pi$ の時の積分値を μt の函数と見なしてグラフに表わせば明かになる (Fig. 11 (c)). 壁が相当厚くなつて $e^{-\mu t}$ が 1 に比して無視できる程になれば積分は一定値

$$\int_0^\pi \frac{\pi \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \kappa \left(\frac{\pi + \varphi}{2} \right)}{1 + \sin \frac{\varphi}{2}} \cdot d\varphi$$

に収斂する。しかしこれは、壁の厚さが大きくなれば当然考慮すべき多重散乱を省略してのことである。

(6)式及び(7)式と実験値との比較はいずれも相対的な値

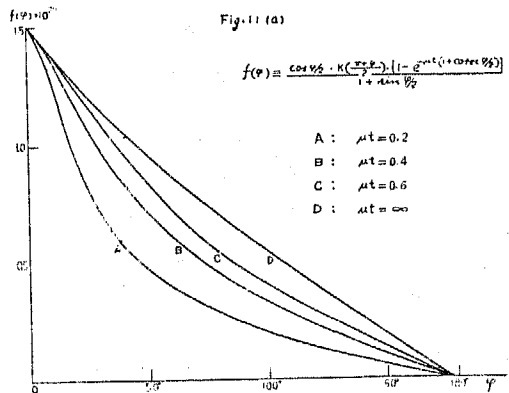


Fig. 11 (a)

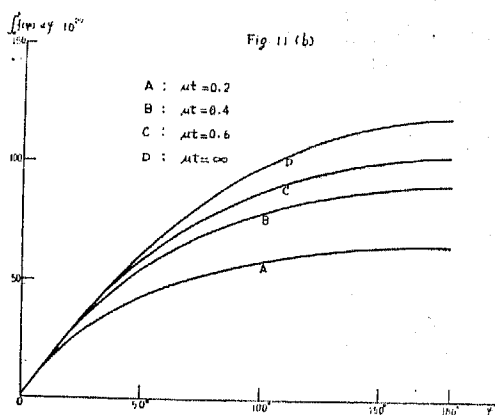


Fig. 11 (b)

A : $\mu t = 0.2$
 B : $\mu t = 0.4$
 C : $\mu t = 0.6$
 D : $\mu t = \infty$

について行われた。それは各式における積分の係数 $2\pi I_0 N_e D / \mu$ 及 $\pi B_0 N_e \cdot D / \mu a^2$ を正確にあたえるには未だ実験条件を厳密に規定しなければならなかつたからである。吾々はさし当り相対値の比較で満足し次回には正確な絶対値の比較に進める予定である。尚、以上の計算における断面積 $\kappa(\theta)$ は光子のエネルギーが約 $1-Mev$ の場合の値を用いた。

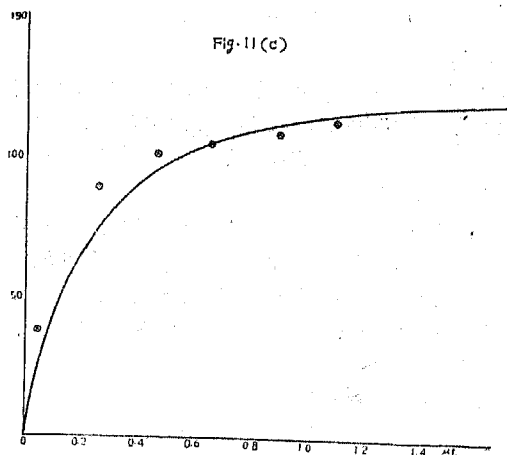


Fig. 11 (c)

摘 要

1) 簡単な γ -線計数装置を試作し、その精能を検討するため、後の散乱の実験への必要から R_a の γ -線を用いて種々の物質 (Pb, Fe, Al , 水, レンガ, 砂) の平均吸収係数を測定し、従来行われたものと比較し略々満足な結果を得た。

2) γ -線が比較的大きな物体に当つて散乱される時の二次 γ -線の強度を調べる実験として先ず平たい鉄板に γ -線が照射される時、その後方で鉄板から散乱される二次 γ -線の強度を測定した。その結果を Klein-

Nishina の散乱公式を用いる数量的取扱いと比較した。

3) 函又は部屋の中で放射性物質を使用する実験に際して壁から散乱する二次 γ -線がどれ位えいきよするかを調べるため、先ず壁に照射される一次 γ -線束の開き角と二次 γ -線の強度を測定し、次に壁の物質及び厚さによつてそれがどう変化するかは別に鉄板製の函を用いて測定を行つた。この結果に対しても前と同様に数量的な取扱いと比較検討して大体満足な結果を得た。

参 考 文 献

1. C. M. DAVISSON & R. D. EVANS: Rev. Mod. Phys. 24 79~107, (1952)
2. アメリカ合衆国原子力委員会, 同国防省, ロス・アラモス科学研究所編; 武谷他訳: 原子兵器の効果
3. K. W. KOHLRAUSCH: Handbuch Exp. Phys. 15 17, (1928)
4. G. R. WHITE: Phys. Rev. 80, 154, (1950)
5. J. O. HIRSCHFELDER, J. L. MAGEE, & M. H. HULL: Phys. Rev. 73, 852, (1948).

Summary

1) We constructed a simple Geiger-Müller counter apparatus for measuring Gamma-radiation and measured with it the absorption coefficients of the Gamma-radiation from Radium for some materials (Pb, Fe, Al , water, Brick and Sand).

2) In the experiments for measuring the secondary Gamma-radiation scattered by large objects, we measured the intensity and also the variation with the thickness of iron plates, of the secondary Gamma-radiation scattered by an iron plate which is placed between the Gamma-ray source and the detector. The results were compared with the theoretical computation by Klein-Nishina Formula for Gamma-ray scattering.

3) In order to know the influence of the secondary Gamma-radiation scattered by the wall upon the counter when we use radioactive substances in a room, we measured, first, the variation of the intensity of scattered Gamma-radiation when area of the wall on which the primary Gamma-radiation falls is varied.

We measured, secondly, the secondary Gamma-radiation intensity scattered by the wall of an iron box in which Radium was placed and also measured its variation with the thickness of the wall. The results were compared with the theoretical computation as the above section(2).

(Physicæ Laboratory, Faculty of Textile and Sericulture, Shinshu, University)