毎木調査における誤差について

菅　原　　聡

（信州大学農学部　森林経理学教室）

目　　次

緒　　論

§1 過去の研究

どのような精密な器具を用い，どのような周到な注意をはらつて測定したとしても，誤差を絶対になくすることは不可能であろう。ことに毎木調査のようにその測定対象が多数の林木であり，その作業場所が通常地形の急峻な山地である測定においては，その誤差は無視できないと考えられる。

この毎木調査の誤差を定量的に確かめようとする研究は GRUNDNER[15] (1882) の林分断面積査定についての研究で始められた。その後 KUNZE[21] (1892) FLURY[14] (1892) が，おもに括約によつて生じる誤差をとりあげており，さらに d'ALVERNY[12] (1926) の報告もあるが，これらは毎木調査方法についての詳細な研究と言つた方が適切であるようであつて，毎木調査における誤差を定量的にとりあげているものではなかつたと言えるものである。

TISCHENDORF[28] (1927) は測樹学の分野に誤差計算を導入して，毎木調査の精度の解明にあたり TIREN[27] (1929) は毎木調査におけるいろいろの要素誤差の性格・意義をより正確にとらえ，とくに TISCHENDORF の計算した括約標準誤差をより詳しく検討している。

そのころスイスでは材積表が用いられるようになり，これによつて毎木調査における最大の誤差源についての解決があたえられたのであるが，その他の誤差源についての考慮はされなかつたのである。

KNUCHEL[16][17][18][19] (1925. 1929. 1930. 1932) の一連の研究や，FAVRE[13] (1931) の研究も，たしかに毎木調査の精度を高めるものではあつたが，誤差を定量的に把握しようとするものではなかつた。

照査法の実用のための数値的根拠をあたえようとした H. A. MEYER[22] (1934) の研究は，毎木調査における誤差の定量的な解明に非常に重要な役割りを果したと考えられる。 H. A. MEYER は理論的な考察のみでは不十分であり，実証的考察のみが真理をあたえるのだとして，照査法による施業のおこなわれていた Boveresse の公有林および Zürich 大学の演習林において，実験としては比較的大規模な5カ所の試験地（面積8.8 ha）をえらび，注意深いおのおの12回の毎木調査をおこない，その結果から毎木調査によつて生じた誤差を吟味し，解析したのである。

PRODAN[24] (1950) は， H. A. MEYER の研究をさらに深め，毎木調査の誤差の性格・意義をより詳しくとらえており，非常に得るところが多い。

わが国における研究としては，片山・後藤[7] (1936) が，記帳者1名に対して輪尺測定者2名と3名の場合の精度・功程などの比較を15カ所（面積 21,552ha）についておこなつたのがはじめであろう。その後岡崎[1] (1950) は H. A. MEYER[22] の「1cm 括約目盛の測定結果を用いて直径階巾の大きな括約分配表を作り，それでもつて大きな括約目盛で測定した結果とみなして標準誤差を計算することができる」と言う点が実証性を欠いていると指摘し，最初から1つの尺度上に1cm， 2cm，および5cm括約目盛をつけた輪

尺を用いてこの問題を処理しているし，また高田[8](1955)は直径測定にさいして生じる誤差を原因別に理論的に推論している。大隅[3)4)5)6]（1952. 1953. 1954. 1962）の一連の研究は毎木調査における誤差を要素別にとらえた点ではきわめてすぐれたものであり，教えられるところが多い。筆者[2)10)11]（1958. 1959)も「照査法における毎木調査法の誤差の解析」（1953）と云う卒業論文にとりかかつてから岡崎教授の御指導のもとに，毎木調査における要素誤差の個別的な解明をおこなつてきた。

現在，毎木調査における誤差はたしかに要素別には，個別的に明らかにされた部分が多いと考えられるが，総合的には，まだ不十分な点が多い。H. A. MEYER[22] (1934), PRODAN[24]（1950），大隅[6]（1962）などは毎木調査における誤差を総合的にとらえようとしているのであるが，そのまとめ方にはいろいろと疑問の点が残されているようであり，なお研究の余地は十分にあると考えられるのである。

§2　毎木調査における要素誤差

毎木調査においては胸高直径が測定され，それにもとづいて断面積・材積などが算定されるのである。したがつて毎木調査における誤差としては

直 径 誤 差
断面積誤差
材 積 誤 差

などに分類できるのである。つぎに誤差が生じる時点によつて

測定誤差……直径測定のときに生じるもの
記帳誤差……記帳のときに生じるもの
計算誤差……計算のときに生じるもの

と言うように分類できるが，この分類では誤差源を明確にしているとは言えないのであり，誤差源にもとづく分類としてはつぎの方がすぐれていると考えられる。

輪尺誤差……正確でない輪尺を用いることによつて生じるもの
偶然測定誤差……原因の明らかな誤差をとり去つてもなお残る偶然的に入つてくるもの
個人誤差……測定者により個人的にあらわれるもの
括約誤差……測定のときある巾の直径階を用いその直径階内にふくまれるすべての直径値を階の中央値に等しいとみなすことによつて生じるもの
公式誤差……樹幹の横断面形が正円でないにもかかわらず，正円であるとみなすことによつて生じるものや，材積表を用いて材積を計算するときに，材積表の値と実際の材積との差によつて生じるものなど
過失による間違え……測り落し，二重測り，目盛の読み違え，聞き違え，あるいは書き誤まり，計算違えなどのそれにたずさわる人達の不注意によつて生じるもの

また一般の誤差の分類にしたがえば，つぎのように分けることができる。

恒常誤差……その原因が明らかで，一定の大きさおよび符号をもつてあらわれるもの
偶然誤差……いろいろの多くの原因によつて生じるもので，確率変量としてとりあつ

かわれるもの

過失による間違え……不注意によつて生じるもの

これらのことを考慮して本研究では毎木調査における要素誤差をつぎのように区分した。

過失による間違え

恒常誤差……輪尺誤差

偶然誤差……$\left\{\begin{array}{l}\text{偶然測定誤差}\\\text{括約誤差}\end{array}\right.$

そして，そのおのおのについて断面積誤差に重点をおいて論じていくことにした。材積誤差をとりあげなかつたのは，さらに多くの因子を考慮する必要があることと，断面積誤差から近似的に推定できると考えたからであり，公式誤差をとりあげなかつたのは，材積誤差をとりあつかわず，また毎木調査が樹幹横断面の真の断面積を求めることをその目的としないと考えたためであり，個人誤差をとりあげなかつたのは，それを偶然測定誤差のうちにふくませることができると考えたからである。

§3　本研究について

この研究の主要な目的は毎木調査における誤差を総合的にまとめることにある。毎木調査における誤差は§2において述べたようないろいろな誤差源から生じたものの総合作用としてあらわれるものであるから，まず個々の要素誤差について考察した後，それらを組合わせると言う方法を本研究では用いることにした。

したがつて第1章に個々の要素誤差をとりあげたが，これらについてはすでに発表したもの[2)10)11)]があるので，それを要約しておくことにした。

第2章には総合的な誤差をとりあげた。そこではまず偶然誤差として偶然測定誤差が括約誤差に従属していると考えてとりまとめ，つぎに毎木調査における誤差のすべてをまとめる方法を示した。

第3章では第2章で示したことの実証的裏付けをすることを目的とした。すなわち実際においてあらわれた誤差と計算によつて推定される誤差とを比較することによつてその正当性を実証しようとしたのである。

この研究をおこなうにあたつては，幾多の人々の御指導と御協力を得たが，とくに京都大学岡崎教授・柴田助教授の御指導と信州大学農学部林学教室の各位の御協力は忘れられないものであり，厚くお礼を申し上げる次第である。

I　毎木調査における個々の要素誤差

§4　過失による間違え

これは測定者・記帳者などの不注意によつて生じるものであるから，厳密には誤差と区別して考えられなければならないものである。それには

(1)　測り落し，または二重測りに原因するもの

(2)　読み違え，聞き違え，書き違え，計算違えなどによるもの

などがあると考えられる。このうちでとくに測り落しに原因するものは無視できないだ

ろう。すなわち毎木調査の作業場所は，一般に地形が悪く面積も大きく，測定者は移動しながら測定しなければならないし，さらに測定されるべき林木本数も多いので，どうしても測り落される可能性が存すると考えられるからである。もちろん二重測りも生じるであろうがそれは測り落しに比べるとずつと少ないと考えてよかろう。H. A. MEYER[22] (1934) は「樹幹の測り落しの重要性については今まであまりに過大に評価されていた」とし，測り落しの誤差は考慮しなくてもよいとしているが，けつしてそのように言い切れるものではないようである。

測り落しの誤差以外のものでは，さほど重要なものはないが，一般にこのような過失によるものはその大きさ・符号などを予期することはできないのであり

(1)　輪尺の目盛の表記を見やすく，読みやすくする

(2)　1人の記帳者に対し，輪尺測定者は2人ぐらいにとどめる

など作業仕組を適当なものにすることにより，さらには

(3)　熟練労働者によつて作業してもらう

(4)　測意深く測定してもらう

ことなどによつて，できるだけなくするよう努力しなければならないのである。

§5　輪尺誤差

これは輪尺の構造上の不正によるものであつて，尺度目盛が正しくないか，固定脚が尺度に直角でないことや，遊動脚が固定脚に平行でないことなどによつて生じるものである。このうち前の二つはそれほど重要な誤差源でないが，最後の遊動脚が固定脚に平行でないことが，重要な誤差源であることは，すでにいろいろと報告されているとおりである。[2)6)22)23)24)]

いま遊動脚の長さを l，遊動脚の先端での開きを d，$d/l=h$，測定される樹幹の直径を d_i，断面積を g_i，林分直径合計を D，林分断面積を G とすると輪尺誤差は第1表のようにまとめられる。

第1表　輪　尺　誤　差

区　分	最大直径誤差		最大断面積誤差	
	単　木	林　分	単　木	林　分
誤　差	$-d_i \cdot h/2$	$-D \cdot h/2$	$-g_i \cdot h$	$-G \cdot h$
誤差率(%)	$-50h$	$-50h$	$-100h$	$-100h$

輪尺誤差がこのようなものとして把握される限りにおいては，これは恒常誤差としてとりあつかえるだろう。しかし，実際にあらわれる場合にはかならずしも恒常的ではないと言う考えがある。と云うのは

(1)　測定のときに輪尺が強くあてられるか弱くあてられるかによつて，生じる誤差は異つてくる

(2)　同一輪尺で全林分を測定することはまれであつて，一般には2本以上の輪尺で測定がおこなわれる

からである。でも一般に輪尺で測定する場合には脚の基部を持つておこなわれ，また急

斜地などでは輪尺にかなりの力が加えられるので，だいたい最大の開きに近い状態で測定がおこなわれていると考えてよいだろうし，2本以上の輪尺で測定される場合には記帳を別々にすればよいのであつて，やはり輪尺誤差は恒常誤差と考えてよいであろう。

§6　偶然測定誤差

測定にさいして輪尺や測定者にとくべつの偏よりがなく，同一樹幹に対して注意深く，正しい測定位置で，正しい状態で測定をくりかえしたとしても，つねにかならずしも同じ直径値が得られるとは限らず，おたがいに多少は異なるであろう。このような原因の明らかでない，除くことのできない偶然的に生じてくる測定の誤差が偶然測定誤差である。

樹幹直径の偶然測定誤差は測定者や林木の状態によつて，いろいろとその大きさや符号が変わるのであるが，一般的な傾向としてその直径偶然測定標準誤差は測定される樹幹の直径の大きさとともに大きくなつており，その関係はだいたい直線的であつてその散らばりもまた直径の大きさとともに増加しているのである。[2)10)]

すなわち直径の偶然測定標準誤差 ϕ が直径 d_i の函数として

$$\phi=\gamma\cdot d_i \qquad (\gamma\ ;\ \text{常数})$$

であらわされると考えてよいのである。

また一般に偶然測定誤差は正の値と負の値とが等確率的にあらわれ，いわゆる正規曲線にしたがつた分布を示すが，樹幹直径の測定にさいしては，いろいろの理由によつて正の方向えの偏よりをもつた分布を示すことは注意すべきであろう。

§7　括約誤差

中央値への括約によつて生じる括約誤差は第2表に示した値をそれぞれ平均値，分散とする正規分布に近似的にしたがつていると考えられるのである。[11)]

第2表　括約誤差の平均と分散

区分		直径括約誤差		断面積括約誤差	
		単木	林分	単木	林分
平均	一様分布	0	0	$-\frac{\pi\cdot a^2}{48}$	$-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}$
	正規分布	$\frac{a^2}{12}\cdot\frac{d_i-A}{\sigma^2}$	$\frac{a^2}{12\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i(d_i-A)$	$\frac{\pi\cdot a^2\cdot d_i}{24}\cdot\frac{d_i-A}{\sigma^2}$ $\frac{-\pi\cdot a^2}{48}$	$\frac{\pi\cdot a^2}{24\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i(d_i-A)$ $\frac{-N\cdot\pi\cdot a^2}{48}$
	H. A. MEYER 型分布	$\frac{a^2}{12}\cdot\alpha$	$\frac{N\cdot a^2}{12}\cdot\alpha$	$\frac{\pi\cdot a^2\cdot d_i}{24}\cdot\alpha-\frac{\pi\cdot a^2}{48}$	$\frac{\pi\cdot a^2\cdot\alpha}{24}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i$ $-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}$
分散		$\frac{a^2}{12}$	$\frac{N\cdot a^2}{12}$	$\frac{\pi^2\cdot a^2\cdot d_i^2}{48}$	$\frac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n^2\cdot d_i^2$

注　a：直径階巾　　d_i：直径階中央値　　n_i：d_i 直径階に属する本数
N：林分本数　　A：林分平均直径　　σ^2：林分平均直径のまわりの分散
α：H. A. MEYER の函数の常数

林分断面積括約誤差は測定本数が少ないときや括約階巾の狭いときは，その平均的な偏よりは分散によつて規定される誤差に比べて無視できるぐらい小さくてこれを考慮しなくてもよいが，測定本数が多くなるにつれてその平均的な偏よりの方が相対的に重要な役割りを占めるようになることは注意しなければならないだろう。

Ⅱ　総合的にあらわれる毎木調査における誤差

§8　一直径階内での本数分配が一様分布である場合の偶然誤差

前章で述べたように毎木調査におけるおのおのの要素誤差のうち偶然誤差と考えられるのは偶然測定誤差と括約誤差とである。PRODAN[24)] (1950) や大隅[6)] (1962) は偶然測定誤差と括約誤差とが，たがいに独立であるとしてとりあつかつているのであるが，それには疑問を抱かざるを得ない。と言うのは比較的広い直径階巾の場合，直径階中央付近に真値があり直径の偶然測定誤差の全分布域がそのまま1直径階内にふくまれてしまい，つねにその直径階に属するものとして測定されるような樹幹については，まつたく偶然測定誤差を考慮しなくてもよいのであり，偶然測定誤差として問題としなければならないのは，直径階限界に比較的近いところに真値があり，偶然測定誤差に原因して場合によつては隣の（さらにはもう1つ隣の）直径階に入れられてしまう可能性のある樹幹にたいしてだけだと考えられるからである。したがつて偶然測定誤差は括約誤差に対して独立なものではなくて，従属していると考える方がむしろ合理的であろう。

そこで，ここではまず

(1)　ある直径階内での本数分配は一様分布にしたがう

(2)　問題としている直径の変化内においては直径偶然測定標準誤差は一定である

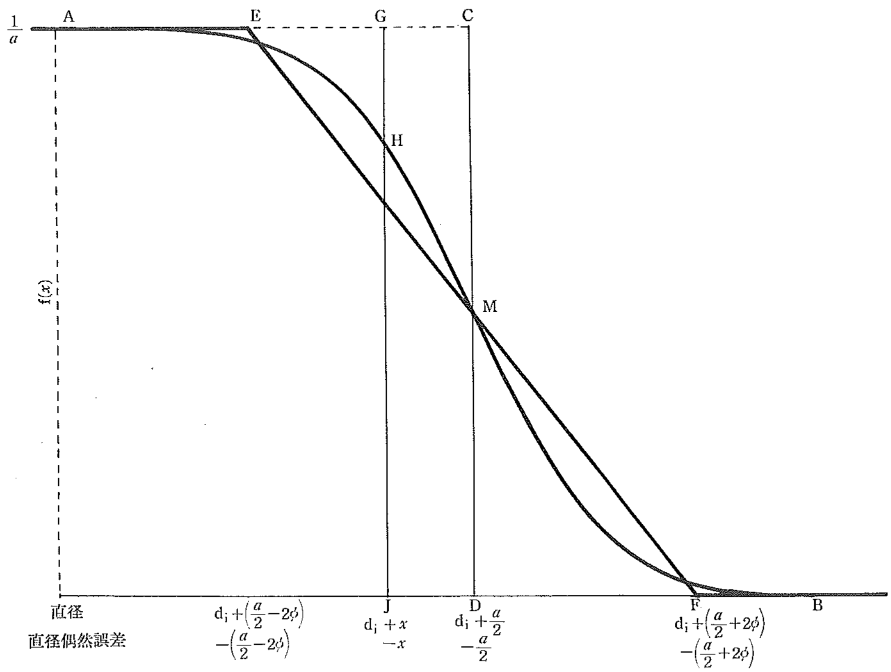
と言う仮定のもとで，偶然測定誤差が括約誤差に従属するものとしてまとめてみることにした。

この場合上記の仮定のもとでは第1図に示したように曲線AMBを直径偶然測定標準誤差をその標準偏差とする正規型の分布函数曲線とすると，たとえば真の直径値 d_i+x の樹幹は $\overline{HJ}:\overline{GH}$ の比率で d_i- 直径階と d_i+1- 直径階とに分かれて算え入れられる可能性を持つと考えてよいであろう。すなわちACMでかこまれた部分のものは本来ならば d_i- 直径階に属するのに，偶然測定誤差によつて d_i+1- 直径階に算え入れられるのであり，反対にBDMによつてかこまれる部分のものは d_i- 直径階に誤つて測り入れられることになるのである。ある直径値をもつ樹幹をこれら両直径階に振り分ける境界線としてのAMB曲線はそのように意味あるものであるが，このままではその後の計算が非常に面倒になるので計算を簡単にするために曲線AMBの代りに直線EF（直径階限界から 2ϕ だけ離れている点を結んだもの）を近似的に用いて考えていくことにした。

1　直径偶然誤差

任意の d_i- 直径階においては，直径階下限値 $d_i-\frac{a}{2}$ から直径階上限値 $d_i+\frac{a}{2}$ までのおのおのの直径値をとる確率はすべて等しい。しかし偶然測定誤差によつて $d_i\pm(\frac{a}{2}-2\phi)$ の範囲では本数分布は一様的であると考えられるものの，それらの外側では

隣り合つた直径値との交換のために一様に増加しまたは減少する分布として， $d_i \pm (\frac{a}{2}+2\phi)$ までの直径値を持つたものが d_i- 直径階に算え入れられるのである。ここで a は直径階巾すなわち括約階巾であり， ϕ は直径偶然測定標準誤差の大きさである。



第1図 直径階限界付近の直径偶然誤差の分布

したがつて直径偶然誤差は $-(\frac{a}{2}+2\phi)$ から $\frac{a}{2}+2\phi$ までの値をとるのであり，直径階中央値からの偏よりを x とするときには直径偶然誤差は $-x$ としてあたえられ，その密度函数 $f(x)$ は x の函数として次のようであると考えられるのである。

a) $2\phi \leqq \frac{a}{2}$ の場合

$x \leqq -(\frac{a}{2}+2\phi)$ のとき $f(x)=0$

$-(\frac{a}{2}+2\phi) < x \leqq -(\frac{a}{2}-2\phi)$ のとき $f(x)=\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}$

$-(\frac{a}{2}-2\phi) < x \leqq \frac{a}{2}-2\phi$ のとき $f(x)=\frac{1}{a}$

$\frac{a}{2}-2\phi < x \leqq \frac{a}{2}+2\phi$ のとき $f(x)=-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}$

$\frac{a}{2}+2\phi < x$ のとき $f(x)=0$

b) $2\phi > \frac{a}{2}$ の場合

$x \leqq -(\frac{a}{2}+2\phi)$ のとき　$f_{(x)}=0$

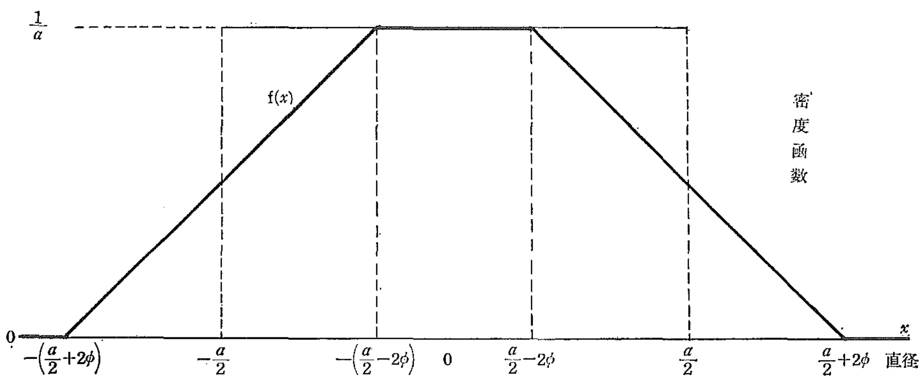
$-(\frac{a}{2}+2\phi) < x \leqq -(\frac{a}{2}-2\phi)$ のとき　$f_{(x)}=\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}$

$(-\frac{a}{2}-2\phi) < x \leqq \frac{a}{2}-2\phi$ のとき　$f_{(x)}=\frac{1}{4\phi}$

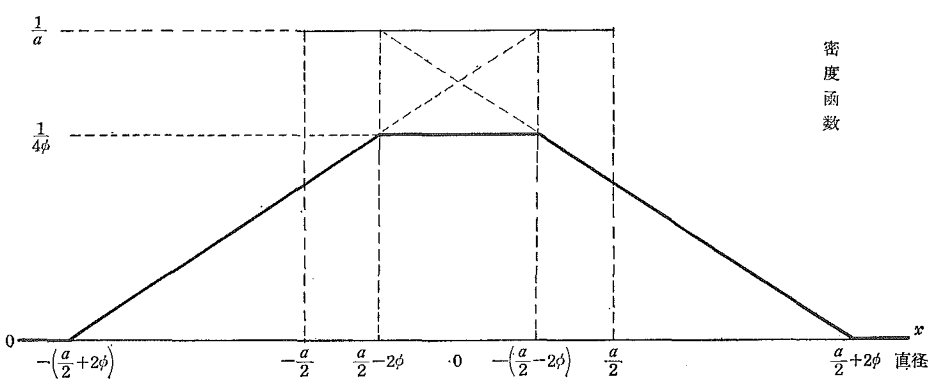
$\frac{a}{2}-2\phi < x \leqq \frac{a}{2}+2\phi$ のとき　$f_{(x)}=-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}$

$\frac{a}{2}+2\phi < x$ のとき　$f_{(x)}=0$

$2\phi \leqq \frac{a}{2}$ の場合と $2\phi > \frac{a}{2}$ の場合とではその密度函数が少し異なつているが以下の計算の結果はまつたく同じになるので，これからは $2\phi \leqq \frac{a}{2}$ の場合についての計算だけを示すことにする。なお直径偶然誤差の分布を図示すれば第2図のようになる。



$2\phi \leqq \frac{a}{2}$ の場合



$2\phi > \frac{a}{2}$ の場合

第2図　直 径 偶 然 誤 差 の 分 布

1)　ある直径階内の任意の１本の樹幹の偶然誤差

任意の d_i- 直径階内の直径偶然誤差の分布が上記のようであるので，直径偶然誤差の数学的期待値は

$$E_{(\varDelta dz)}=\frac{-\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)} x\left(\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx-\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}xdx-\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi} x\left(-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx}{\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)}\left(\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx+\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}dx+\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi}\left(-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx}$$

$$=0$$

として計算されるのであり，そしてまた分散の値は

$$V^2_{(\varDelta dz)}=\frac{\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)} x^2\left(\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx+\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}x^2dx+\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi} x^2\left(-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx}{\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)}\left(\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx+\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}dx+\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi}\left(-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx}$$

$$=\frac{1}{12}(a^2+16\phi^2)=\frac{1}{12}(a^2+16\gamma^2\cdot d_i^2)=\frac{a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\cdot d_i^2$$

としてあたえられる。したがつて直径階内で一様な本数分配を示す場合の任意の１本の樹幹の直径偶然誤差は平均値 $E_{(\varDelta dz)}=0$，分散 $V^2_{(\varDelta dz)}=\frac{a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\cdot d_i^2$ にしたがう確率変数として考えられるのである。

2)　ある直径階内にあるすべての樹幹の偶然測定誤差の和

前項の結果から，これらの偶然誤差の和は本数 n_i が十分に多い場合には

平均値　$E_{(\varDelta Dz)}=0$

分　散　$V^2_{(\varDelta Dz)}=\frac{n_i}{12}(a^2+16\gamma^2\cdot d_i^2)=\frac{n_i a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\cdot n_i\cdot di^2$

と言う正規分布に近似的にしたがうと考えてよいだろう。

3)　林分にふくまれるすべての樹幹の偶然誤差の和

前項とまつたく同じようにこれらの偶然誤差の和は総本数Nが十分に多い場合には

平均値　$E_{(\varDelta Dz)}=0$

分　散　$V^2_{(\varDelta Dz)}=\frac{N\cdot a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\cdot\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2$

という正規分布に近似的にしたがうと考えてよいであろう。

2　断面積偶然誤差

1)　ある直径階内の任意の１本の樹幹の偶然誤差

直径真値が d_i+x であるときは直径偶然誤差は $-x$ であるので断面積偶然誤差 $\varDelta gz$ は

$$\varDelta gz=\frac{\pi}{4}(-x)(2d_i+x)$$

として査定される。それに直径偶然誤差が前に述べたような分布を示すので，断面積偶然誤差の数学的期待値は

$$E_{(\varDelta gz)}=\frac{-\frac{\pi}{4}\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)}(2d_i\cdot x+x^2)(\frac{x}{4a\phi}+\frac{a+4\phi}{8a\phi})dx-\frac{\pi}{4}\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}(2d_i\cdot x+x^2)dx-\frac{\pi}{4}\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi}(2d_i\cdot x+x^2)(-\frac{x}{4a\phi}+\frac{a+4\phi}{8a\phi})dx}{\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)}(\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi})dx+\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}dx+\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi}\left(-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx}$$

$$=-\frac{\pi}{48}(a^2+16\phi^2)=-\frac{\pi}{48}(a^2+16\gamma^2\cdot d_i{}^2)=-\frac{\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2\cdot d_i{}^2}{3}$$

として査定されるのであり，直径階中央値のまわりの断面積偶然誤差の第２次のモーメントは

$$V'^2{}_{(\varDelta gz)}=\frac{\frac{\pi^2}{16}\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)}(2d_i\cdot x+x^2)^2(\frac{x}{4a\phi}+\frac{a+4\phi}{8a\phi})dx+\frac{\pi^2}{16}\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}(2d_i\cdot x+x^2)^2dx+\frac{\pi^2}{16}\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi}(2d_i\cdot x+x^2)^2(-\frac{x}{4a\phi}+\frac{a+4\phi}{8a\phi})dx}{\int_{-(\frac{a}{2}+2\phi)}^{-(\frac{a}{2}-2\phi)}\left(\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx+\int_{-(\frac{a}{2}-2\phi)}^{\frac{a}{2}-2\phi}\frac{1}{a}dx+\int_{\frac{a}{2}-2\phi}^{\frac{a}{2}+2\phi}\left(-\frac{1}{4a\phi}x+\frac{a+4\phi}{8a\phi}\right)dx}$$

$$=\frac{\pi^2}{16}\left\{\frac{d_i{}^2}{3}(a^2+16\phi^2)+\frac{1}{240}(3a^4+160a^2\phi^2+768\phi^4)\right\}$$

であるので，平均値のまわりの断面積偶然誤差の分散 $V^2{}_{(\varDelta gz)}$ は

$$V^2{}_{(\varDelta gz)}=V'^2{}_{(\varDelta gz)}-\mathrm{E}^2{}_{(\varDelta gz)}$$

$$=\frac{\pi^2}{16}\left\{\frac{d_i^2}{3}(a^2+16\phi^2)+\frac{1}{240}(3a^4+160a^2\phi^2+768\phi^4)\right\}-\left\{\frac{\pi}{48}(a^2+16\phi^2)\right\}^2$$

$$=\frac{\pi^2}{16}\left\{\frac{d_i^2}{3}(a^2+16\phi^2)+\frac{1}{180}(a^4+80a^2\phi^2+256\phi^4)\right\}$$

としてあたえられる。上式の第2項は第一項に比べて小さいと考えられるからそれを無視することによつて

$$V^2_{(\varDelta gz)}\fallingdotseq\frac{\pi^2\cdot d_i^2}{48}(a^2+16\phi^2)=\frac{\pi^2\cdot a^2\cdot d_i^2}{48}+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2\cdot d_i^4}{3}$$

と考えることにする。したがつて直径階内で一様な本数分配を示す場合の任意の1本の樹幹の断面積偶然誤差は平均値 $E_{(\varDelta gz)}=-\frac{\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2\cdot d_i^2}{3}$, 分散 $V^2_{(\varDelta gz)}=\frac{\pi^2\cdot a^2\cdot d_i^2}{48}+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2\cdot d_i^4}{3}$ にしたがう確率変数として考えられるのである。

2) ある直径階内にあるすべての樹幹の偶然誤差の和

前項の結果を用いてこれらの偶然誤差の和は本数 n_i が十分に多い場合には

平均値 $$E_{(\varDelta Gz)}=-\frac{n_i\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{n_i\cdot\pi\cdot\gamma^2\cdot d_i^2}{3}$$

分　散 $$V^2_{(\varDelta Gz)}=\frac{n_i\cdot\pi^2\cdot a^2\cdot d_i^2}{48}+\frac{n_i\cdot\pi^2\cdot\gamma^2\cdot d_i^4}{3}$$

と言う正規分布に近似的にしたがうものと考えてよかろう。

3) 林分にふくまれるすべての樹幹の偶然誤差の和

前項と同じようにしてこれらの偶然誤差の和は林分の総本数Nが十分に多い場合には

平均値 $$E_{(\varDelta Gz)}=-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2$$

分　散 $$V^2_{(\varDelta Gz)}=\frac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^4$$

と言う正規分布の近似的にしたがうと考えてよいだろう。

§9 一直径階内での本数分配が一様分布でない場合の偶然誤差

階内での本数分配を一様分布であると仮定して偶然誤差の算定をおこなつた§8の結果と§7に要約しておいた一様分布の場合の括約誤差の推定式とを比較してみると，偶然測定誤差に関係している項が，すべて第2項に付加されているにすぎないことが知られるのである。括約誤差が明らかに本数分配状態に関係している以上，偶然誤差も本数分配状態を無視できないのはもちろんであろう。§8で誘導された式の偶然測定誤差に関係している項が，本数分配の型には無関係であると仮定すれば，これを§7に要約してある結果とを結びあわせることによつて偶然誤差はつぎのようであると考えてよいであろう。

1　本数分配函数が正規分布函数であたえられる場合

d_i- 直径階に属する任意の1本の樹幹の直径偶然誤差は

平均値　$E_{(\Delta dz)}=\frac{a^2}{12}\cdot\frac{d_i-A}{\sigma^2}$

分　散　$V^2{}_{(\Delta dz)}=\frac{a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\cdot d_i{}^2$

断面積偶然誤差は

平均値　$E_{(\Delta gz)}=\frac{\pi\cdot a^2\cdot d_i}{24}\cdot\frac{d_i-A}{\sigma^2}-\frac{\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2\cdot d_i{}^2}{3}$

分　散　$V^2{}_{(\Delta gz)}=\frac{\pi^2\cdot a^2\cdot d_i}{48}+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2\cdot d_i{}^4}{3}$

にしたがう確率変数として考えられ，林分にふくまれるすべての樹幹の直径偶然誤差の和は

平均値　$E_{(\Delta Dz)}=\frac{a^2}{12\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i(d_i-A)$

分　散　$V^2{}_{(\Delta Dz)}=\frac{N\cdot a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

断面積偶然誤差の和は

平均値　$E_{(\Delta Gz)}=\frac{\pi\cdot a^2}{24\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i(d_i-A)-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i d_i{}^2$

分　散　$V^2{}_{(\Delta Gz)}=\frac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4$

と言う正規分布に近似的にしたがうと考えられる。

2　本数分配函数が H. A. Meyer 型分布函数であたえられる場合

d_i- 直径階に属する任意の1本の樹幹の直径偶然誤差は

平均値　$E_{(\Delta dz)}=\frac{a^2}{12}\cdot\alpha$

分　散　$V^2{}_{(\Delta dz)}=\frac{a^2}{12}+\frac{4}{3}\gamma^2\cdot d_i{}^2$

断面積偶然誤差は

平均値　$E_{(\Delta gz)}=\frac{\pi\cdot a^2\cdot d_i}{24}\cdot\alpha-\frac{\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2\cdot d_i{}^2}{3}$

分　散　$V^2{}_{(\Delta gz)}=\frac{\pi^2\cdot a^2\cdot d_i{}^2}{48}+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2\cdot d_i{}^4}{3}$

にしたがう確率変数として考えられ，林分にふくまれるすべての樹幹の直径偶然誤差の和は

平均値 $E_{(\varDelta Dz)}=\dfrac{N\cdot a^2}{12}\cdot\alpha$

分 散 $V^2{}_{(\varDelta Dz)}=\dfrac{N\cdot a^2}{12}+\dfrac{4}{3}\gamma^2\cdot\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

断面積偶然誤差の和は

平均値 $E_{(\varDelta Gz)}=\dfrac{\pi\cdot a^2\cdot\alpha}{24}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i-\dfrac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\dfrac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

分 散 $V^2{}_{(\varDelta Gz)}=\dfrac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2+\dfrac{\pi^2\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4$

と言う正規分布に近似的にしたがうと考えてよいだろう。

§10 林分断面積偶然誤差の総括

林分全体の樹幹の断面積偶然誤差の和，すなわち林分断面積偶然誤差について§8および§9で導かれたものをまとめてみると，本数分配状態がどのようであろうと，すべて

$$V^2{}_{(\varDelta Gz)}=\frac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4$$

と言う分散の値をもつた正規分布型の確率変数と考えてよいのであり，本数分配状態によつて異いてくるのはただその平均値だけであり

一様分布のとき $E_{(\varDelta Gz)}=-\dfrac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\dfrac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

正規分布のとき $E_{(\varDelta Gz)}=\dfrac{\pi\cdot a^2}{24\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i(d_i-A)-\dfrac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\dfrac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

Meyer 型分布のとき $E_{(\varDelta Gz)}=\dfrac{\pi\cdot a^2\cdot\alpha}{24}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i-\dfrac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\dfrac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

と変わるのである。したがつて林分総本数Nが10本以上もあれば，林分断面積偶然誤差は

$$E_{(\varDelta Gz)}-\left(\frac{\pi\cdot a}{4}\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2}+\pi\cdot\gamma\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4}\right)$$

$$E_{(\varDelta Gz)}+\left(\frac{\pi\cdot a}{4}\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2}+\pi\cdot\gamma\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4}\right)$$

との間にあると1％以下の危険率で推定できるであろう。

林分総本数Nが多くなれば，一般にその平均値 $E_{(\varDelta Gz)}$ も無視できないようになり，本

数分配状態に特有の値を示すようになるだろう。そしてその値は本数分配状態が一様分布であるときには負の値を，正規分布および H. A. MEYER 型分布であるときには一般に正の値をとることが期待されるのである。

§11　毎木調査における断面積誤差

毎木調査における誤差を総合するには，すべて要素誤差を何らかの形で加えあわせればよいのである。しかし過失による間違えの評価は困難であるし，またそれほど重要でないとも考えられるので，ここでとりあつかう要素誤差としてはとくに重要なものである測り落しの誤差（$\varDelta Gv$）と輪尺誤差（$\varDelta Gk$）と偶然誤差（$\varDelta Gz$）に限ることにした。これらの3つを加えあわせることによつて推定される毎木調査における断面積誤差は

平均値　$E_{(\varDelta Gs)} = E_{(\varDelta Gv)} + E_{(\varDelta Gk)} + E_{(\varDelta Gz)}$

分　散　$V^2{}_{(\varDelta Gs)} = V^2{}_{(\varDelta Gz)}$

と言う正規分布に近似的にしたがうと考えてよいだろう。
測り落しの誤差は負の値を示し，その大きさを予期することもできず，ただ経験によつてのみ推定され得る値としてしか把握できないが，無視することのできないほど重要な影響をおよぼすものである。
輪尺誤差は§5でも示したように

$$E_{(\varDelta Gk)} = -G \cdot h$$

であたえられるものであり，開差の小さい正確な輪尺を使用することによつて精度を高めることができるのである。

Ⅲ　現実林分の毎木調査における誤差

§12　試験地の概要と毎木調査による林分断面積の査定

実際に毎木調査をおこなつたときに生じる誤差を算定するために，天然生林分として池の谷（京大芦生演習林内）と大谷（京大芦生演習林内）人工一斉林分として吉野（阪本奨学会所有林内）と愛知（愛知県有林内）と白浜（京大演習林内）の5つの試験地内のすべての樹幹に番号と測定位置とをペンキで明確にしておき，開差のない正確な1mm目盛の輪尺を用いて10回または11回の測定をくりかえした。

第3表　試験地の概要

名称	本数 N	平均直径 A (cm)	標準偏差 σ (cm)	林分断面積 G (m²)	常数 α	常数 β
池の谷	704	27.57	—	49.07445	0.06	88.4
大谷	485	27.56	—	34.61561	0.06	68.8
吉野	561	26.94	6.11	33.59024	—	—
愛知	240	20.95	5.64	8.87324	—	—
白浜	412	10.23	3.26	3.72511	—	—

注 池の谷，大谷の本数分配曲線としては表のα及びβによる $G(x)=\beta e^{-\alpha x}$
吉野，愛知，白浜の本数分配曲線としては表のN, Aおよびσによる$G(x)=\frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}}$
を用いることにする。なおこのxは cm 単位での直径値を示す。

そして各測定回ごとの結果を1，2，3，4および5cm の括約階巾を用いて机上括約して測定回ごと，括約階巾ごとおよび括約位置ごとの林分断面積を計算した。その1部を付表として示しておくことにする。

付表で測定回が同じ場合における林分断面積の差異はおもに括約階巾，括約位置を異にすることによつて生じる括約誤差によりあらわれるであろうし，括約階巾および括約位置が同じ場合における林分断面積の差異は，おもに偶然測定誤差および測り落しの誤差によりあらわれるであろう。したがつて付表にあたえられている林分断面積の値は§11で述べたような要素誤差のうちの輪尺誤差以外のものを総合的にふくんでいると考えられるのである。

§13 現地林分の毎木調査における林分断面積誤差

付表から試験地ごとに，括約階巾ごとに林分断面積計算値の最大のものと最小のものとをとりだし，それから林分断面積真値を減じることによつて得られた林分断面積誤差の分布範囲を第4表に測定誤差の上限および下限として表示した。ここで林分断面積真値としては各樹幹ごとの直径平均値にもとづいて計算された樹幹断面積の和を用いることにしたが，その値は第3表に示してある。

なお第4表には実際に測り落しのみられた池の谷，大谷および吉野の試験地の結果について，測り落しの誤差を修正した誤差の分布範囲を偶然誤差の上限および下限として表示した。これらの修正された誤差および愛知，白浜両試験地での林分断面積誤差は，林分断面積偶然誤差のみと考えられるので，そのように示したのである。

そのほかに§10である本数分配状態の仮定のもとで導かれた林分断面積誤差の推定が，現実林分での林分断面積偶然誤差の査定に役立つかを確かめるために，§10において示した式によつて計算された林分断面積偶然誤差推定値をも第4表につけ加えることにした。この計算にあたつては第3表に示した本数分配函数を用いたし，また，直径階別本数など計算に必要な因子は各樹幹ごとの直径平均値にもとづいたものを用いた。また直径偶然測定標準誤差の常数γについては，池の谷，大谷および吉野試験地のものについては0.03を，白浜試験地のものについては0.02を，愛知試験地のものについては0.01を用いた。

1 林分断面積偶然誤差の検討

第4表をみても現実の林分断面積偶然誤差の分布範囲が§10で導かれた式によつて計算された信頼限界内にほとんど入つていることが知られる。この信頼限界の広さは直径偶然測定標準誤差の常数γをどのように定めるかによつてかなり変わるものであり，γの値が大きいほど信頼限界も広くなる（精度が低くなる）ことは当然である。このγの値は経験によつて確かめられるものであり，ここでの計算では最初すべて$\gamma=0.03$としたところ偶然測定誤差の小さかつた白浜，愛知両試験地ではもつとも小さな値でよいことがわかつたので，そのようにしたのである。

第4表　林分断面積誤差の分布範囲

区　分	林分断面積誤差現実値				林分断面積偶然誤差推定値	
	測定誤差		偶然誤差			
	上限	下限	上限	下限	平均値	標準偏差
池の谷1	0.30657	−0.05046	0.38275	0.02750	−0.05461	0.17438
〃 2	0.33436	−0.20699	0.32304	−0.20699	−0.02277	0.18515
〃 3	0.47061	−0.07078	0.49917	−0.07078	0.03038	0.20177
〃 4	0.53232	−0.03785	0.62100	−0.02490	0.10486	0.22291
〃 5	0.72768	−0.27942	0.74862	−0.27942	0.20052	0.24753
大谷1	0.37291	−0.39479	0.39223	−0.09804	−0.03869	0.15492
〃 2	0.39020	−0.43528	0.40952	−0.12420	−0.01677	0.16349
〃 3	0.42678	−0.44569	0.44610	−0.15784	0.01984	0.17683
〃 4	0.48207	−0.42937	0.50139	−0.15060	0.07114	0.19391
〃 5	0.78680	−0.54068	0.80612	−0.25437	0.13701	0.21394
吉野1	0.0598	−0.6678	0.4803	0.0343	−0.03086	0.11773
〃 3	0.0764	−0.7613	0.4559	−0.0821	0.07942	0.14464
〃 5	0.3174	−0.4700	0.4299	0.1171	0.30009	0.18708
愛知1	0.04699	0.01706			0.00091	0.02121
〃 2	0.09809	0.00692			0.00504	0.03391
〃 3	0.12699	−0.01746			0.01279	0.04806
〃 4	0.14904	0.00811			0.02368	0.06277
〃 5	0.18077	−0.02964			0.03762	0.07765
白浜1	0.0750	0.0454			0.00070	0.03381
〃 3	0.0842	0.0394			0.02197	0.04393
〃 5	0.2356	0.1548			0.06461	0.05991

注　池の谷1とは池の谷試験地での括約階巾1cmの場合のことである。

より詳しく検討するために大谷および愛知試験地の結果の1部を用いて実際に計算された林分断面積からその誤差の信頼限界内に林分断面積真値が入つているかを検してみたのが第5表である。

本表で推定限界に危険率5%以下ではみでるものには※印，危険率1%以下ではみでるものには※※印をつけることにしたが，この例では※※印をつける必要はなかつた。また本表で測定誤差と言うのは，おのおのの計算された林分断面積から林分断面積真値（第3表に記載）を減じた値であり，大谷試験地の例で偶然誤差としてあるのは，測定誤差から測り落しの誤差を除外したものである。また偶然誤差推定値Ⅰとしてあるのは $\gamma=0.03$ の場合であり偶然誤差推定値Ⅱとを比較してあるのは $\gamma=0.01$ の場合である。

偶然誤差推定値Ⅰと推定値Ⅱとを比較してみると，平均値は後者の方が大きく，標準偏差は前者の方が大きくなつている。これは§10に示されている式をみても明らかなように γ のふくまれる項は平均値では負の符号を持つており，分散の式では正の符号を持つているからである。そして推定値Ⅱによる信頼限界は推定値Ⅰによる信頼限界内にふくまれるようになつている。

第5表に示した結果から γ の値さえ適当に定めることができれば§10で示されている式を用いることによつて林分断面積偶然誤差を推定できると判断してよいだろう。

林分断面積偶然誤差は一般に括約階巾が大きくなるにつれてその分布範囲も広くなり正の値への偏よりを示すのである。しかし現実林分断面積偶然誤差をみるとき誤差の平

第5表の1 大谷試験地の林分断面積偶然誤差

区分	現実林分断面積			偶然誤差推定値1	
	測定値	測定誤差	偶然誤差	平均値	標準偏差
	(m^2)	(m^2)	(m^2)	(m^2)	(m^2)
1-1	34.98852	0.37291	0.39223	−0.03914※	0.15531
1-2	34.84587	0.23026	0.23026	−0.03897	0.15479
1-3	34.81084	0.19523	0.19523	−0.03892	0.15450
1-4	34.86481	0.24920	0.24920	−0.03899	0.15489
1-5	34.28390	−0.33171	−0.04742	−0.03832	0.15304
1-6	34.54762	−0.06799	−0.06799	−0.03811	0.15343
1-7	34.49129	−0.12432	−0.09804	−0.03855	0.15346
1-8	34.51303	−0.10258	0.09014	−0.03859	0.15375
1-9	34.31369	−0.30192	0.25673	−0.03838	0.15395
1-10	34.22082	−0.39479	0.08745	−0.03826	0.15284
2-1	34.99298	0.37737	0.39669	−0.01705※	0.16383
2-2	34.72461	0.10900	0.10900	−0.01677	0.16267
2-3	34.78401	0.16840	0.16840	−0.01687	0.16306
2-4	34.84403	0.22842	0.22842	−0.01693	0.16346
2-5	34.21826	−0.39735	−0.11306	−0.01650	0.16112
2-6	34.51295	−0.10266	−0.10266	−0.01667	0.16180
2-7	34.48152	−0.13409	−0.10781	−0.01667	0.16177
2-8	34.50945	−0.10616	0.08656	−0.01673	0.16202
2-9	34.24777	−0.36784	0.19081	−0.01663	0.16217
2-10	34.19124	−0.42437	0.05787	−0.01654	0.16140
3-1	35.04239	0.42678	0.44610	0.01976※	0.17802
3-2	34.87625	0.26064	0.26064	0.01981	0.17731
3-3	34.89109	0.27548	0.27548	0.01975	0.17717
3-4	34.95823	0.34262	0.34262	0.01972	0.17768
3-5	34.40547	−0.21014	0.07415	0.01953	0.17573
3-6	34.54401	−0.07160	−0.07160	0.01986	0.17547
3-7	34.53344	−0.08217	−0.05589	0.01976	0.17584
3-8	34.52423	−0.09138	0.10134	0.01973	0.17587
3-9	34.33337	−0.28224	0.27641	0.01944	0.17612
3-10	34.31568	−0.29993	0.18231	0.01948	0.17533
4-1	35.07961	0.46400	0.48332	0.07139※	0.19499
4-2	34.95396	0.33835	0.33835	0.07126	0.19478
4-3	35.00798	0.39237	0.39237	0.07111	0.19486
4-4	35.00298	0.38737	0.38737	0.07121	0.19514
4-5	34.27667	−0.33894	−0.05465	0.07054	0.19220
4-6	34.60337	−0.01224	−0.01224	0.07103	0.19313
4-7	34.43873	−0.17688	−0.15060	0.07103	0.19225
4-8	34.56691	−0.04870	0.14402	0.07080	0.19318
4-9	34.59835	−0.01726	0.54139	0.06977※	0.19460
4-10	34.23896	−0.37665	0.10559	0.07016	0.19254
5-1	35.19186	0.57625	0.59557	0.13762※	0.21601
5-2	35.02495	0.40934	0.40934	0.13737	0.21522
5-3	35.02099	0.40538	0.40538	0.13725	0.21497
5-4	35.18397	0.56836	0.56836	0.13718	0.21592
5-5	34.58513	−0.03048	0.25381	0.13541	0.21385
5-6	34.85020	0.23409	0.23459	0.13650	0.21441
5-7	34.74416	0.12855	0.15483	0.13632	0.21434
5-8	34.94248	0.32687	0.51959	0.13596	0.21529
5-9	34.59299	−0.02262	0.53603	0.13488	0.21408
5-10	34.53602	−0.07959	0.40265	0.13499	0.21368

注 区分の1-1 とは直径階巾1cmの測定回第1回の場合を示している。

第5表の2　愛知試験地の林分断面積偶然誤差

区　分	現実林分断面積		偶然誤差推定値 I		偶然誤差推定値 II	
	測定値	測定誤差	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
	(m^2)	(m^2)	(m^2)	(m^2)	(m^2)	(m^2)
1–1	8.91874	0.04550	−0.01030	0.04980	0.00027*	0.02145
1–2	8.89030	0.01706	−0.01026	0.04970	0.00028	0.02121
1–3	8.91758	0.04434	−0.01030	0.04980	0.00027*	0.02145
1–4	8.89224	0.01900	−0.01027	0.04970	0.00028	0.02121
1–5	8.92023	0.04699	−0.01030	0.04980	0.00027*	0.02145
1–6	8.89748	0.02424	−0.01027	0.04970	0.00028	0.02121
1–7	8.90403	0.03079	−0.01028	0.04970	0.00028	0.02121
1–8	8.90852	0.03528	−00.0129	0.04970	0.00027	0.02121
1–9	8.90555	0.03231	−0.01028	0.04970	0.00028	0.02121
1–10	8.90420	0.03096	−0.01028	0.04970	0.00028	0.02121
2–1	8.93009	0.05685	−0.00569	0.05648	0.00500	0.03421
2–2	8.93857	0.06533	−0.00570	0.05648	0.00500	0.03406
2–3	8.91786	0.04462	−0.00567	0.05639	0.00500	0.03421
2–4	8.91877	0.04553	−0.00567	0.05648	0.00500	0.03421
2–5	8.91877	0.04553	−0.00567	0.05648	0.00500	0.03421
2–6	8.90779	0.03455	−0.00566	0.05648	0.00500	0.03421
2–7	8.92036	0.04712	−0.00567	0.05648	0.00500	0.03421
2–8	8.93073	0.05749	−0.00569	0.05648	0.00500	0.03421
2–9	8.91156	0.03832	−0.00566	0.05648	0.00500	0.03421
2–10	8.88016	0.00692	−0.00562	0.05630	0.00501	0.03391
3–1	8.98255	0.10931	0.00199	0.06648	0.01274	0.04848
3–2	8.95217	0.07893	0.00203	0.06633	0.01275	0.04838
3–3	9.00023	0.12699	0.00197	0.06663	0.01274*	0.04848
3–4	8.94934	0.07610	0.00204	0.06626	0.01275	0.04838
3–5	8.96772	0.09448	0.00201	0.06641	0.01275	0.04848
3–6	8.94510	0.07186	0.00204	0.06626	0.01275	0.04838
3–7	8.95075	0.07751	0.00204	0.06626	0.01275	0.04838
3–8	8.98114	0.10790	0.00200	0.06641	0.01275	0.04848
3–9	8.95570	0.08246	0.00203	0.06626	0.01275	0.04838
3–10	8.96701	0.09377	0.00201	0.06648	0.01275	0.04848
4–1	8.92271	0.04947	0.01296	0.07746	0.02364	0.06301
4–2	8.95789	0.08465	0.01292	0.07765	0.02364	0.06309
4–3	8.93904	0.06580	0.01294	0.07759	0.02364	0.06309
4–4	8.92271	0.04947	0.01296	0.07746	0.02364	0.06301
4–5	8.91140	0.03816	0.01298	0.07740	0.02364	0.06293
4–6	8.94155	0.06831	0.01294	0.07759	0.02364	0.06309
4–7	8.94155	0.06831	0.01294	0.07759	0.02364	0.06309
4–8	8.93275	0.05951	0.01295	0.07752	0.02364	0.06301
4–9	8.90009	0.02685	0.01299	0.07733	0.02364	0.06293
4–10	8.93275	0.05951	0.01295	0.07752	0.02364	0.06301
5–1	8.98148	0.10824	0.02682	0.09050	0.03757	0.07817
5–2	8.91080	0.03756	0.02692	0.09011	0.03758	0.07791
5–3	8.95007	0.07683	0.02687	0.09028	0.03758	0.07804
5–4	8.91080	0.03756	0.02692	0.09011	0.03758	0.07791
5–5	8.94222	0.06898	0.02688	0.09028	0.03758	0.07804
5–6	8.94614	0.07290	0.02687	0.09028	0.03758	0.07804
5–7	8.92847	0.05523	0.02690	0.09022	0.03758	0.07897
5–8	8.96773	0.09449	0.02684	0.09044	0.03758	0.07810
5–9	8.92454	0.05130	0.02690	0.09017	0.03758	0.07797
5–10	8.92454	0.05130	0.02690	0.09017	0.03758	0.07797

均的な偏よりによつて規制される以上に正の値への偏よりが認められるのである。これは実際の本数分配状態が仮定された本数分配状態と異なつていることによると考えられるのである。吉野・愛知・白浜試験地のような人工一斉林分でよりはつきりと認められるのはこれらの林分の本数分配状態が，正しい正規分布ではなくて大きい直径値の方により長く足をひいている分布を示すために上の直径階により多く算え入れられる可能性が大きいことに原因すると考えてよいだろう。このような仮定された本数分配状態からのふれによる正値への偏よりは狭い直径階巾の場合ほど強く影響されると考えられる。

2 測り落しの誤差の検討

第4表および第5表をみても測り落しの誤差を無視するわけにはいかないようである。特に括約階巾が狭い場合には負の誤差として強い影響をおよぼすことが認められるのである。

池の谷，大谷および吉野試験地における毎木調査にさいしての測り落しの誤差の平均値をまとめてみると第6表のようである。

第6表 測り落しの誤差

試験地	林分総本数		林分直径合計		林分断面積	
	平均誤差	平均誤差率	平均誤差	平均誤差率	平均誤差	平均誤差率
		%	cm	%	m^2	%
池の谷	0.7	0.10	17.37	0.09	0.04031	0.08
大谷	2.1	0.43	55.22	0.41	0.12280	0.35
吉野	5.5	0.98	141.77	0.91	0.30170	0.92

第6表からも明らかなように断面積誤差率は本数誤差率にほぼ等しいのであり，これはすべての直径階にわたつて測り落しが生じていることを意味しているのであつて，これは重要視すべきことと考えられるのである。

第6表では吉野試験地の場合にもつとも測り落しが多くあらわれているが，これぐらいの測り落しの誤差が実際に生じる可能性は十分にあると考えてよいだろう。

この誤差が括約階巾の狭い場合に目立つのはその大きさが括約階巾の広さに無関係にあらわれるからである。またこの誤差は偶然誤差と異なつて測定される林分断面積が大きくなつても減少しない性質を持つており，むしろ疲労などにより増加する傾向さえみられるものであり，またその大きさをあらかじめ期待することもできないし評定することもできないので，測定にあたつてできるだけ注意深くおこなつて測り落しをなくするよう努力しなければならないのである。

3 林分断面積誤差の検討

以上の検討によつて林分断面積誤差の評価のために§11で推論された式を用いることができることを知つたが，ここでは現実林分での毎木調査の誤差の大きさなどをみてみることにする。

第7表は毎木調査における林分断面積誤差率の分布範囲を示しているが，これによつても毎木調査においてなおかなり大きい誤差を持つていることを知るのである。本表の

値は第4表の結果を用いて計算されたものであり，偶然誤差推定値については99%信頼限界の上限および下限における誤差率を示した。

第7表　林分断面積誤差率の分布範囲

区分	現実林分断面積誤差率				林分断面積	
	測定誤差		偶然誤差		偶然誤差率推定値	
	上限	下限	上限	下限	上限	下限
	%	%	%	%	%	%
池の谷1	0.62	−0.10	0.78	0.06	0.96	−1.18
〃 2	0.68	−0.42	0.66	−0.42	1.07	−1.18
〃 3	0.96	−0.14	1.02	−0.14	1.30	−1.17
〃 4	1.08	−0.08	1.27	−0.05	1.58	−1.15
〃 5	1.48	−0.57	1.53	−0.57	1.92	−1.11
大谷1	1.08	−1.14	1.13	−0.28	1.23	−1.45
〃 2	1.13	−1.26	1.18	−0.36	1.37	−1.47
〃 3	1.23	−1.29	1.29	−0.46	1.59	−1.48
〃 4	1.39	−1.24	1.45	−0.44	1.89	−1.48
〃 5	2.27	−1.56	2.33	−0.74	2.25	−1.46
吉野1	0.18	−1.99	1.43	0.10	0.96	−1.14
〃 3	0.23	−2.27	1.36	−0.24	1.53	−1.06
〃 5	0.94	−1.40	1.28	0.35	2.56	−0.78
愛知1	0.53	0.19			0.73	−0.71
〃 2	1.11	0.08			1.20	−1.09
〃 3	1.43	−0.20			1.77	−1.48
〃 4	1.68	0.09			2.39	−1.86
〃 5	2.04	−0.33			3.05	−2.20
白浜1	2.01	1.22			2.74	−2.70
〃 3	2.26	1.06			4.13	−2.95
〃 5	6.32	4.16			6.56	−3.09

第7表から認められる毎木調査における断面積誤差率の性質をまとめてみるとつぎのようである。

(1)　誤差は括約階巾が広くなるにつれて一般に大きくなる。

これは分散の推定式からも明らかに認められる性質であり，一般常識と一致している。

(2)　誤差率は測定された林分断面積が大きくなると反対に小さくなる。

これは偶然誤差の持つ有利な性質であり，偶然誤差の影響としてこのような結果を示すのである。

(3)　測定された林分断面積が大きいときには括約階巾の差による誤差率の差はそう大きくない。

したがつて大面積にわたる毎木調査をおこなうときには，むしろ広い直径階巾を用いた方が功程および計算上有利であり，なお間違えを少なくする点でも役立つであろう。

(4)　誤差は正の値を示す場合が多い。

これはおもに偶然誤差の平均的な偏よりに原因するものであり，人工一斉林の場合にはなおそれに本数分配状態のひずみが影響をおよぼしているようである。

結　　論

林分断面積査定のためには，一般に毎木調査がもつとも正確なものとして考えられているが，その毎木調査においてもかなりの誤差がふくまれているのである。本研究ではそのような毎木調査における誤差，とくに林分断面積誤差の推定方法について一応明らかにしたのであるが，その実用のためには直径偶然測定誤差の常数γを経験的に確かめる必要があり，それについて今後なお研究する必要があろう。

毎木調査における林分断面積誤差 $\varDelta G_S$ は偶然誤差 $\varDelta G_z$，輪尺誤差 $\varDelta G_k$ および測り落しの誤差 $\varDelta G_v$ の要素誤差から，つぎの式によつて推定されるのである。

平均値　$E_{(\varDelta Gs)} = E_{(\varDelta Gz)} + E_{(\varDelta Gk)} + E_{(\varDelta Gv)}$

分　散　$V^2_{(\varDelta Gs)} = V^2_{(\varDelta Gz)}$

偶然誤差は平均的な偏よりと偶然変動の2つの点から作用している。平均的な偏よりは本数分配状態によつて異なり，一様分布にあつては負の値，正規分布（人工一斉林）H. A. MEYER 型分布（択伐林，天然生林）にあつては正の値をとる傾向があるが，その値は比較的小さい。それに対して偶然変動は誤差の重要な部分を占めるのであつて全体の誤差の大きさはもつぱらこれによつて規制されると考えてよい。しかしこの値は測定される林分断面積が大きくなるにつれて相対的に小さくなると言うきわめて有利な性質を持つているのであり，それは留意すべきことと考えられるのである。

輪尺誤差は恒常誤差として作用するから補正できるが，できるだけ正確な輪尺を用いるよう心がけることが必要であろう。

測り落しの誤差は負の値を示し，その誤差率は偶然誤差とは異なつて測定本数が多くなるとともにむしろ大きくなることさえ予想されるものである。ただ幸いなことには，偶然誤差の平均的な偏よりが正値を示すので，それと相殺される傾向がうかがわれ，その意味では多少の測り落しは無視し得ると言えるであろうし，誤差を推定して補正しない場合には偶然誤差の偏よりによつて有利に相殺されるのである。しかしその大きさを分離することができないため誤差査定のためには不都合であり，調査にさいしては測り落しのないように努力することが肝要であると考える。

以上のことをまとめてみると毎木調査における誤差にもつとも重要な影響をあたえるのは測り落しの誤差であり，毎木調査の精度を高めるためには測り落しをなくするのが一番有効であると言うことである。平坦地での人工林などでは測定が順序正しくおこなえるために測り落しはおこりにくいのであるが，わが国の普通の森林のように山岳地で，地形複雑で，下生えの多く生えているようなところでは測り落しはきわめておこりやすい。したがつて測定者にとくに注意をあたえることが必要であるが，そのことを注意しすぎる結果，功程が下がり，疲労が増すようでは施業上有利とは言えないであろうから，その点も考慮しなければならないだろう。そのために毎木調査をおこなうには熟練した輪尺測定者を雇用した方がよいと言う FAVRE[13] (1931) の意見はとりあげられるべきであり，熟練労働者を使用して測り落しを防いで精度を高めるとともに，功程を上げる

ことに努めるべきであろう。

要　　約

1　毎木調査における誤差源としては輪尺の不正（輪尺誤差 $\varDelta G_k$），林木および測定者の状態（偶然測定誤差 $\varDelta G_m$），括約方法（括約誤差 $\varDelta G_r$）およびいろいろの間違え（おもに測り落しの誤差 $\varDelta G_v$）がある。

2　偶然測定誤差と括約誤差とは偶然誤差（$\varDelta G_z$）としてまとめることができる。一方輪尺誤差は恒常誤差である。

3　毎木調査における林分断面積誤差についてつぎの結論が導かれた。

1）林分断面積誤差は近似的に平均値 $E_{(\varDelta Gs)}$，分散 $V^2{}_{(\varDelta Gs)}=\frac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4$ と言う正規分布にしたがう。

ここで a は括約階巾，n_i および d_i はそれぞれ第 i 直径階の本数および直径階中央値，γ は直径偶然測定標準誤差の常数，k は直径階の数である。

2）したがつて林分断面積誤差は1％の危険率で

$$E_{(\varDelta Gs)}-\left(\frac{\pi\cdot a}{4}\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i}+\pi\cdot\gamma\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4}\right)\quad と$$

$$E_{(\varDelta Gs)}+\left(\frac{\pi\cdot a}{4}\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}ni\cdot d_i}+\pi\cdot\gamma\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^4}\right)$$

との間にあると期待される。

3）平均値 $E_{(\varDelta Gs)}$ は次式であたえられる。

$$E_{(\varDelta Gs)}=E_{(\varDelta Gv)}+E_{(\varDelta Gk)}+E_{(\varDelta Gz)}$$

4）平均値 $E_{(\varDelta Gz)}$ は本数分配状態によつて異なり

一様分布のとき　$E_{(\varDelta Gz)}=-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

正規分布のとき　$E_{(\varDelta Gz)}=\frac{\pi\cdot a^2}{24\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i(d_i-A)-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

MEYER 型分布のとき $E_{(\varDelta Gz)}=\frac{\pi\cdot a^2\cdot\alpha}{24}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i{}^2$

である。ここで A は林分平均直径，σ^2 は直径値の分散，α は MEYER による分布函数 $G_{(x)}=\beta e^{-\alpha x}$ における常数である。

5）期待値 $E_{(\varDelta Gk)}$ は本数分配に無関係に

$$E_{(\varDelta Gk)}=-h\cdot G=-\frac{d}{l}\cdot G$$

であたえられる。ここでGは林分断面積，hは輪尺脚の長さlに対する輪尺脚先端の開差dの比である。

6）期待値（$E_{\Delta Gv}$）は数量的には確かめられないが，重要な誤差として見逃せないものである。

4　上に示した毎木調査の林分断面積誤差の推定値と5つの林分において実際に毎木調査をおこなつて求められた林分断面積誤差とを比較検討した結果上式によつて現実林分での林分断面積誤差が推定できることが確かめられた。

5　毎木調査における誤差をできるだけ小さくするためには，輪尺，労働者および作業仕組が考慮されなければならない。

参　考　文　献

1）岡崎文彬；照査法と林木調査　林業技術　102号　103号　1950

2）岡崎文彬，菅原聡等；国有林野の蓄積ならびに成長量査定における精度と功程に関する研究調査報告　大阪営林局　1958

3）岡崎文彬，大隅真一；照査法の成長量査定に対する括約誤差の影響について　第63回日林講　1954

4）大隅真一；毎木調査の誤差に関する研究　第61回日林講　1952　第2回日林関西支部講　1952　第62回日林講　1953

5）大隅真一；括約誤差に関する研究　京大演報第24号　1954

6）大隅真一；毎木調査による林分胸高断面測積定の誤差に関する研究（要旨）京府大学術報告第14号　1962

7）片山茂樹，後藤久；毎木調査による林分の材積測定に関する功程，経費ならびに誤差について　九大演報第8号　1936

8）高田和彦；毎木調査における材積の誤差について　九大演報　第24号　1955

9）東洋経済新報社；統計学辞典　1953

10）菅原　聡；輪尺による直径調査における偶然測定誤差について　第68回日林講　1958

11）菅原　聡；毎木調査における括約誤差について　信大農紀要第2巻第1号　1959

12）d'ALVERNY, M. A. : "Comptage et contrôle, valeur de leurs résultats" Actes du ler congrès international de sylviculture. Rôme. 1926.

13）FAVRE, E. : Nouvel Exemple d'aménagement par la méthode du contrôle. Mitteilungen der Schweizerischen Zentralanstalt für das forstliche Versuchswesen, Bd. XVII. 1931.

14）FLURY, Ph. : Die Abrundung der Durchmesser bei Bestandesaufnahmen. Mitteilungen der Schweizerischen Zentralanstalt für das forstliche Versuchswesen, Bd. II. 1892.

15）GRUNDNER, F. : Untersuchungen über die Querflächen-Ermittlung der Holzbestände. Berlin. 1882.

16）KNUCHEL, H. : Über Bestandeskluppierungen. Schweizerische Zeitschrift für

Forstwesen, 1925.
17) KNUCHEL, H. : Über die Bildung der Durchmesserstufen bei Bestandesaufnahmen. Allgemeine Forst und Jagdzeitung. 1929.
18) KNUCHEL, H. : Zur Bildung der Durchmesserstufen bei Einrichtungsarbeiten. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen, 1930.
19) KNUCHEL, H. : Über Stärkestufen und Stärkeklassenbildung. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen, 1932.
20) KREBS : Über die Massenermittlung ganzen Bestände für Zwecke der Forsteinrichtung. Allgemeine Forst und Jagdzeitung, 1913.
21) KUNZE. M. : Anleitung zur Aufnahme des Holzgehaltes der Waldbestände. 1981.
22) MEYER, H. A. : Die rechnenschen Grundlagen der Kontrollmethoden. Zürich. 1934.
23) POPESCU-ZELETIN, J. : Die Kontrollmethode. Allgemeine Forst und Jagdzeitung, 1936.
24) PRODAN, M. : Messung der Waldbestände. Frankfurt a. M. 1951.
25) PRODAN, M. : Forstliche Biometrie. München, 1961.
26) SPEIDEL, G. : Die rechnerischen Grundlagen der Leistungskontrolle und ihre praktische Durchführung in der Forsteinrichtung. Frankfurt a. M. 1957.
27) TIRÉN, L. : Über Grundflächenberechnung und ihre Genauigkeit. Stockholm, 1929.
28) TISCHENDORF, W. : Das Lehrbuch der Holzmassenermittlung. Berlin, 1927.

Zusammenfassung

Untersuchungen über den zusammenfassenden Fehler in der Bestandeskluppierung

Satoshi SUGAHARA

1. Der Fehler in der Bestandeskluppierung ist abhängig von den Kluppen (Kluppenfehler ΔG_k), von ihrer Abrundungsart (Abrundungsfehler ΔG_r) und von dem gemessenden Objekt bezw. Stamm (zufälliger Messungsfehler ΔG_m), während die Irrtümer (ΔG_v) umfassen: Vergessene Stämme, Irrtümer beim Lesen und Hören und Irrtümer bei der Einschreibung.
2. Man kann den zufällige Messungsfehler und den Abrundungsfehler als ein zufälliger Fehler (ΔG_z) zusammenfassen. Der Kluppenfehler ist ein systematischer Fehler.
3. Über den gesammten Bestandeskreisflächenfehler in der Bestandeskluppierung erklärte es sich wie folgt:
1) Der gesammten Bestandeskreisflächenfehler verhält sich annähernd der

Normalverteilung mit Mittelwerte $E\,(\varDelta G_s)$ und Varianz

$V^2(\varDelta G_s)=\frac{\pi^2\cdot a^2}{48}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2+\frac{\pi^2\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^4$ in jeder Stammzahlverteilung,

wobei sind: a Abrundungseinheit (Stufengröße)

n_i die Stammzahl einer bestimmten Durchmesserstufe

d_i deren Mitteldurchmesser

γ die Konstante des mittleren zufälligen Messungsfehlers des Durchmessers

k die Zahl der Durchmesserstufe

2) Berechnet man also die Grenzwerte des Bestandeskreisflächenfehlers nach dem von $V^2(\varDelta G_s)$ abgeleiteten Werte, so läßt sich erwarten, daß wirklicher Bestandeskreisflächenfehler sei in 99% Fällen zwischen beiden Grenzwerten

$$E(\varDelta G_s)-\left(\frac{\pi\cdot a}{4}\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2}+\pi\cdot\gamma\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^4}\right)\quad\text{und}$$

$$E(\varDelta G_s)+\left(\frac{\pi\cdot a}{4}\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2}+\pi\cdot\gamma\sqrt{3\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^4}\right)$$

3) Der mittelwert $E\,(\varDelta G_s)$ kann nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$E(\varDelta G_s)=E(\varDelta G_z)+E(\varDelta G_k)+E(\varDelta G_v)$$

4) Der mittelwert $E\,(\varDelta G_z)$ verhält sich verschieden je nach der Stammzahlverteilung. Er kann bei gleichmäßig bleibender Stammzahlverteilung nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$E(\varDelta G_z)=-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2$$

und bei Normalstammzahlverteilung

$$E(\varDelta G_z)=\frac{\pi\cdot a^2}{24\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i(d_i-A)-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2$$

und bei MEYER' scher Stammzahlverteilung

$$E(\varDelta G_z)=\frac{\pi\cdot a^2\cdot\alpha}{24}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i-\frac{N\cdot\pi\cdot a^2}{48}-\frac{\pi\cdot\gamma^2}{3}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot d_i^2$$

wobei sind: A der Mitteldurchmesser aufzunehmenden Bestandes

σ^2 die Varianz des Durchmessers

α die in MEYER' scher Formel enthaltene Konstante

5) Der Erwartungswert $E\,(\varDelta G_k)$ kann in jeder Stammzahlverteilung nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$E_{(\Delta Gk)} = -h \cdot G = -\frac{d}{l} \cdot G$$

wobei sind: G die Bestandeskreisfläche
h der Qnotient d/l
d der Abstand der Enden der Kluppenarme
l die Länge der Kluppenarme

6) Der Erwartungswert der Irrtümer $E\ (\Delta G_v)$ kann große Bedeutung erlangen, wenn auch kann nicht er berechnet werden.

4. Durch experimentale Untersuchungen über fünf Bestände, ist die Richtigkeit der oben angegebenen Theorien bewiesen worden.

5. Um den Fehler in der Bestandeskluppierung möglichst zu vermeiden, muß man bei einer Bestandesaufnahme immer folgende wichtinge Faktoren beachten : Kluppe, Arbeiter und Arbeitsorganisation.

付表 林分断面積計算値

区分		1	2	3	4	5
		m²	m²	m²	m²	m²
池の谷	1	49.20340	49.12815	49.02349	49.18858	49.24591
〃	2-1	49.21768	48.86746	49.01302	49.16112	49.23870
〃	2-2	49.21120	49.14000	49.05518	49.23694	49.27553
〃	3-1	49.23551	49.18531	49.07723	49.27361	49.38458
〃	3-2	49.20941	49.09340	48.94787	49.16763	49.22981
〃	3-3	49.16857	49.10749	49.04703	49.22574	49.23398
〃	4-1	49.33474	49.17070	49.07138	49.23952	49.28469
〃	4-2	49.23552	49.19219	49.11391	49.24271	49.25278
〃	4-3	49.21328	49.21673	49.06686	49.19518	49.14934
〃	4-4	49.29613	49.19711	49.10537	49.34027	49.40750
〃	5-1	49.04678	48.79503	48.90084	49.10891	49.19058
〃	5-2	49.48886	49.36546	49.19917	49.42687	49.44230
〃	5-3	49.46802	49.27522	49.16157	49.31872	49.34976
〃	5-4	49.26819	49.55095	49.21718	49.21913	49.34085
〃	5-5	49.28734	49.19387	49.17721	49.40784	49.44366
大谷	1	34.98852	34.84587	34.81084	34.86481	34.28390
〃	2-1	35.00581	34.87647	34.93994	34.90850	34.20713
〃	2-2	34.99298	34.72461	34.78401	34.84403	34.21826
〃	3-1	34.96183	34.80925	34.77322	34.92207	34.25703
〃	3-2	35.04239	34.87625	34.89109	34.95823	34.40547
〃	3-3	35.03742	34.92842	34.84450	34.79031	34.26498
〃	4-1	35.07961	34.95396	35.00798	35.00298	34.27667
〃	4-2	35.09768	34.66109	34.82007	34.95073	34.30026
〃	4-3	35.00808	34.87516	34.94805	34.89027	34.21357
〃	4-4	34.96420	34.86440	34.82418	34.81350	34.21201
〃	5-1	34.63971	34.75192	34.61332	34.66711	34.08493
〃	5-2	35.14836	34.80662	34.91813	34.87769	34.34024
〃	5-3	34.94053	34.86089	34.64569	34.76036	34.09967
〃	5-4	35.19186	35.02495	35.02099	35.18397	34.58513
〃	5-5	35.40241	35.16609	35.23718	35.21596	34.68878
吉野	1	33.6258	33.5052	32.9224	33.1481	33.1443
〃	3	33.6666	33.4334	32.8289	33.1034	33.1199
〃	5	33.9076	33.6760	33.1202	33.3696	33.3322
愛知	1	8.91874	8.89030	8.91758	8.89224	8.92023
〃	2-1	8.93009	8.93857	8.91786	8.91877	8.91877
〃	2-2	8.93612	8.97133	8.92796	8.93485	8.92545
〃	3-1	8.91233	8.85578	8.86027	8.86732	8.90669
〃	3-2	8.98255	8.95217	9.00023	8.94934	8.96772
〃	3-3	8.89963	8.90067	8.92988	8.89785	8.92400
〃	4-1	8.98126	8.98378	8.91089	8.97310	8.97561
〃	4-2	8.92271	8.95789	8.93904	8.92271	8.91140
〃	4-3	8.91679	8.93124	8.96265	8.90234	8.89983
〃	4-4	8.98712	9.02228	8.95444	8.98460	8.97706
〃	5-1	9.03833	9.01946	9.04262	9.00375	8.99590
〃	5-2	8.89190	8.88365	8.90016	8.85537	8.95632
〃	5-3	8.94371	8.90993	8.94763	8.92682	8.96452
〃	5-4	8.98148	8.91080	8.95007	8.91080	8.94222
〃	5-5	8.92681	8.91620	8.93586	8.95312	8.93073
白浜	1	3.8001	3.7976	3.7865	3.7791	3.7786
〃	3	3.8093	3.7808	3.7881	3.7768	3.7874
〃	5	3.9607	3.9271	3.9192	3.8799	3.9034

注 区分で池の谷1と言うのは池の谷試験地での直径階1cmの場合のことである。

6	7	8	9	10	11
m^2	m^2	m^2	m^2	m^2	m^2
49.22322	49.10195	49.22454	49.22996	49.38102	49.36852
49.30347	49.10540	49.22823	49.25501	49.37664	49.40881
49.16464	49.11960	49.24100	49.20618	49.40597	49.34955
49.38321	49.30644	49.29538	49.33165	49.54506	49.42658
49.16193	49.00367	49.23838	49.19738	49.39532	49.48494
49.23397	49.05217	49.24724	49.23282	49.29021	49.29595
49.52354	49.26121	49.28790	49.45725	49.47326	49.60677
49.03660	49.10637	49.24243	49.27033	49.47868	49.43310
49.21656	49.06216	49.23779	49.16536	49.39249	49.31437
49.40186	49.24306	49.34888	49.25106	49.44233	49.37514
49.27224	48.93846	49.00398	49.27227	49.21334	49.35905
49.31577	49.32902	49.50104	49.43048	49.59063	49.61027
49.27552	49.17231	49.34078	49.44124	49.80213	49.53391
49.43510	49.29372	49.27606	49.18965	49.38405	49.27410
49.35794	49.31605	49.53836	49.30545	49.45264	49.60497
34.54762	34.49129	34.51303	34.31369	34.22082	
34.57427	34.49060	34.54463	34.35483	34.18033	
34.51295	34.48152	34.50945	34.24777	34.19124	
34.52698	34.43149	34.55259	34.37214	34.16992	
34.54401	34.53344	34.52423	34.33337	34.31568	
34.64802	34.58502	34.53836	34.31013	34.25187	
34.60337	34.43873	34.56691	34.59835	34.23896	
34.52662	34.57933	34.44677	34.30975	34.18676	
34.62132	34.61852	34.59840	34.18624	34.19693	
34.57534	34.45967	34.64816	34.26049	34.27068	
34.43071	34.33496	34.32320	34.22803	34.11398	
34.51957	34.52630	34.46585	34.35220	34.27781	
34.42458	34.59023	34.43276	34.15765	34.07493	
34.85020	34.74416	34.94248	34.59299	34.53602	
34.89396	34.64099	34.78116	34.61128	34.47675	
33.5547	33.2861	33.4951	33.6436	33.6500	
33.4608	33.1403	33.3237	33.5081	33.5695	
33.6504	33.3537	33.5464	33.7975	33.7073	
8.89748	8.90403	8.90852	8.90555	8.90420	
8.90779	8.92036	8.93073	8.91156	8.88016	
8.93549	8.92418	8.94868	8.90846	8.92355	
8.87322	8.88194	8.86756	8.86898	8.86616	
8.94510	8.95075	8.98114	8.95570	8.96701	
8.91175	8.91717	8.91457	8.92966	8.91717	
8.96554	8.94482	8.96555	8.94419	8.88135	
8.94155	8.94155	8.93275	8.90009	8.93275	
8.88789	8.93375	8.93375	8.91679	8.91679	
8.96702	8.94440	9.00220	8.95446	8.95194	
9.05401	8.98844	9.00375	9.00375	9.00023	
8.87973	8.91193	8.84360	8.91193	8.92411	
8.90208	8.92682	8.98141	8.92289	8.88519	
8.94614	8.92847	8.96773	8.92454	8.92454	
8.89381	8.95312	8.93467	8.95312	8.97551	
3.7827	3.7705	3.7728	3.7758	3.7737	
3.7844	3.7681	3.7900	3.7730	3.7645	
3.9291	3.8956	3.8976	3.9192	3.9094	