

氏名(本籍・生年月日) 実川 充(千葉県・昭和29年1月8日)
学位の種類 博士(学術)
学位記番号 乙第42号
学位授与の日付 平成27年3月20日
学位授与の要件 信州大学学位規程 第5条第2項該当
学位論文題目 数学知識ライブラリ構築におけるセルペトリネットの
形式化について
論文審査委員 主査 准教授 カワモト、ポーリン・ナオミ
教授 師玉 康成 助教 岡崎 裕之
助教 山崎 浩
准教授 宮島 啓一(茨城大学)

論文内容の要旨

計算機による自動証明検証システムについては、Robert Boyer らによる“QED manifesto”に詳しい。これは、1994年に Argonne(アルゴンヌ, フランス)にて行われた QED Project についての会議での提案をまとめたものである。そこでは“QED”とは、「効果的にすべての重要な数学的な知識と手法を表す計算機システムを構築するためのプロジェクト」を指す。その QEDプロジェクトの一つが Mizar で、数学の内容を計算機を使って形式化するプロジェクトの総称である。

“QED manifesto”では、「どんなシステムにも数学のすべてを取り入れることは不可能」との異論には「誰もが、機械的にチェックされた、厳密な方法で、新しい数学のどんな種類でも QED システムへ付け加えることは自由にできるが、第一歩としてはよい目的である。我々は、名前を付けられた定理とアルゴリズム、大学で一般に教えられるようなこと、または、現在の数学やその応用では重要と言われることなどをチェックし続けるべきである」、また「機械的かつ形式的なチェックは不可能」との異論には「現在の証明チェック技術を使えば、いろいろなシステムとベテランユーザーを使って、我々が、進歩した学部学生教科書のレベルで証明を書き留めるために熟練した数学者が必要とする時間の10倍以内、しばしばもっと短い時間で数学をチェックすることができる。QED は、最新のスピードと効率で、証明チェックを支援する」と回答している。

以上のように、数学の内容をすべて形式化するのは難しいが不可能ではないならば、実際に取り組むとしたらその内容はそれほど複雑ではなく、基礎的なレベルが望ましいであろう。そこで、QED プロジェクトの一つである Mizar システムにおいて、ライブラリに含まれている概念を基礎として、まだそのライブラリに

含まれていない内容を形式化することができるかチャレンジした。すなわち、Mizar ライブラリに既に登録されているペトリネット概念を基に拡張し、新たにセルペトリネットの形式化に取り組んだ。ペトリネットのような離散事象システムでは、システムそのものを数学的に形式化してその動作を数学的命題として表現し、その形式化の正しさをチェックする手法が有効であろう。

結果として、セルペトリネットの基礎概念を全て含むアーティクル群の形式化証明記述に成功した。5,100 行を超えるアーティクルは Mizar チェッカーにて厳密な証明チェックを受けており、矛盾や落ちは全くない。また、実際には MML から 40 ほどのアーティクルを引用しており、それらのアーティクルは相応のサイズがあるので、それらの内容を全て含めれば実際の総計は 5,100 行の数十倍から数百倍になる膨大なものと考えられる。つまり、MML の内容が多ければ多いほど、次に形式化作業に当たる研究者はより容易に作業ができることが検証された。この作業の繰り返しで MML のアーティクルがより充実し、さらに次の形式化が容易になる。また、数学が専門ではない、工学の研究者である筆者にも、Mizar システムのもつ数学知識ライブラリの内容を参考にしながら形式化を進めることができた。内容を閲覧する際は、ハイパーリンクツールを使って効率よく参照することができた。今後は、セルペトリネットの基礎概念に関しては MML に含まれたので、さらなる拡張概念の形式化をする場合にはすぐにその内容が利用可能で、ペトリネットに関係した新概念の形式化記述についてもその研究者が基礎概念から全て記述する必要はなくなった。

本研究を通して、通常の大学の授業で取り扱うようなペトリネット概念を超えた新概念までの内容を形式化し、証明検証は可能であることが確認された。Mizar プロジェクトに参加し、QED プロジェクトが目指す「効果的に全ての重要な数学的な知識と手法を表す計算機システムを構築する」という貢献ができ、コンピュータによる自動証明検証システムの可能性を示す成果が上げられ、数学の発展にも微力ながら寄与することができた。今後、新しい数学内容の検証にとどまらず、数学者ではない情報工学等の研究者がシステム設計等で利用する内容をコンピュータで検証するような作業は、ますます重要となってくるであろう。そのとき、人間だけのチェックでは完全に信頼できなくても、Mizar で検証すれば安全であると認められる意義はたいへん大きい。Mizar のようなコンピュータによる自動証明検証システムは、より一層有意義なものとなってくるのではないだろうか。