氏名（本籍・生年月日）	亀山　統胤（1 茨城県　・2 昭和59年8月4日）
学位の種類	博士（理学）
学位記番号	甲　第１０３号
学位授与の日付	平成２７年　３月　２０日
学位授与の要件	信州大学学位規程　第５条第１項該当
学位論文題目	Frobenius extensions and Auslander-Gorenstein rings (フロベニウス拡大とアウスランダー･ゴーレンスタイン環)
論文審査委員	主査　西田 憲司　　教授 花木 章秀　　教授 沼田 泰英　　講師 和田 堅太郎 助教 星野 光男　　講師（筑波大学）

論　文　内　容　の　要　旨

1950 年代からホモロジー代数的な手法による環論が確立され，60 年代後半に M.Auslander は可換なゴーレンステイン環の H.Bass による特徴付けを観察し、非可換ネーター環の世界に一つの実りの多い条件を取り入れた．それは今日ではアウスランダー条件と呼ばれるホモロジー代数的な条件のひとつであり，この条件が成り立つ環について様々な特徴付けを与えた．可換ネーター環においては自己移入次元が有限な環(ゴーレンステイン環)はこのアウスランダー条件を満たす．したがって，アウスランダー・ゴーレンステイン環であるということが H.Bass により示されている．非可換ではこのことは一般に成り立たず，それが成立しない例が R.M.Fossum、A.Griffith、I.Reiten によって与えられている．アウスランダー条件をみたす環は 1980 年代後半の非可換代数幾何学の登場により非可換環論の重要な研究対象の一つになった．こういったことからもアウスランダー条件をみたす環を研究することは重要であることがわかる．本論文ではアウスランダー条件を満たす環の中でも，アウスランダー・ゴーレンステイン環と呼ばれる環のクラスについて考察する．

今日の研究においてアウスランダー・ゴーレンステイン環は代数のみならず幾何や解析などの様々な分野にも登場している重要な環のクラスである．例えば A 型の正則 3 次元多元環，標数０の体上のワイル代数や有限次元リー代数の包絡多元環，sklyanin 多元環などがアウスランダー・ゴーレンステイン環の例としてあげられる．しかし，様々な分野に登場する扱いやすい環でありながら，その構成方法についてはあまり研究がなされていないのが現状である．最近，M.Hoshino，H.Koga は，左かつ右ネーター環があるアウスランダー・ゴーレンステイン環上にホモロジカルなよい分解を持つとき，始めのネーター環もアウスランダー・ゴーレンステイン環になるという結果を得た．

そこで本論文ではフロベニウス拡大の概念を使い，アウスランダー・ゴーレンステイン環から別なアウスランダー・ゴーレンステイン環を体系的に構成する手法について研究して得られた結果について述べる．

第一章では本研究をするに至った背景や動機について述べ，本研究で得た結果について述べる.

第二章ではまずアウスランダー条件やアウスランダー・ゴーレンスティン環についての定義や基本的な性質について述べる. また、T.Nakayama、T.Tsuzuku による環のフロベニウス拡大の研究を本研究の場合に置き換え，本研究の研究対象であるアウスランダー・ゴーレンスティン環との関係について述べる.

第三章では有限群 G(単位元を e とする)と，G により次数付けられた環 A に対してまず下記(1)，(2)：

(1)環 A のフロベニウス拡大となる環Λの構成；

(2)環 A_e の環拡大 A がいつフロベニウス拡大になるか.

について研究し，さらに，環Λの環構造を形式化することにより，G により双次数付けられた環の概念を導入し，G により双次数付けられた任意の環は上記(１)の環Λと一対一対応があることも示した.

第四章では G が巡回群の場合について考察する. 第三章で有限群により次数付けられた環を対象に研究したのと同様に，任意の環から体系的に G で次数付けられた環を構成する方法を与え，その拡大環がフロベニウス拡大になっていることを示す. また，この章ではフロベニウス拡大と局所環の関係についても言及する. 新しい環の構成に関して，整数 q と巡回群 G から整数への写像χの二つ組み(q, χ)が重要な役割を果たしており，章の最後でその二つ組み(q, χ)ついての研究や，実際にいくつかの環を構成した例について述べる.

第五章ではクリフォード多元環の構成を形式化することにより，クリフォード拡大の概念を導入した. そして，クリフォード拡大はフロベニウス拡大であることを示した. その結果を使い，アウスランダー・ゴーレンスティン環のクリフォード拡大はまたアウスランダー・ゴーレンスティン環になることを示した.

付録として，第四章で紹介した二つ組み(q, χ)について実際に計算した例を観察し，任意の可換環から構成された新しい環が行列環や多項式環の剰余環と一対一に対応していることを見る.