学位論文の審査結果の要旨

有理ホモトピー論は，有理化空間のなす圏と次数付き微分代数のつくる圏とが，それらのホモトピー圏を考えることで同値であることを保障する。与えられた位相空間に対して，この同値対応(Sullivan-de Rham 対応)により得られる微分代数のコファイブラントモデルを空間の Sullivan モデルと呼ぶ。こうした微分代数モデルを明らかにすることは位相空間の有理ホモトピー型を完全に決定することになり，有理ホモトピー論においては非常に重要な研究課題である。すなわち与えられた位相空間に対して Sullivan モデルを具体的に記述することは，その空間の捻れのない部分の性質，有理ホモトピー論的性質を完全に代数を用いて決定することになる。

本研究ではまず，形式的写像対のプルバック空間に関する Sullivan モデルが導来テンソル積で表示できることを示している(命題 1.2.3)。この結果は, Kuribayashi による TV モデルを用いた結果の標数零版の精密化と言える。また一般的なモデル圏の抽象論を本考察に適用する場合，Sullivan モデルを構成する各写像が不明瞭になるが，論文では微分代数のつくる圏においてどの写像もより具体的に構成している。微分代数の間のこれらの射の特性が見える形で構成されている点は評価に値する。実際，本論文で与えたられた Sullivan モデルが，他の空間の Sullivan モデルを構成する際役立つことが大いに期待される。

一般の位相空間を考察する場合，与えられた空間に群を作用させ，その作用を幾何学的に捉えることで，もとの空間を特徴づける方法がトポロジーの分野，変換群論では効果的に用いられる。変換群論において，群作用を持つ空間の Borel 構成および，そのコホモロジー(Borel コホモロジー)は重要な研究対象である。 位相空間に対してその上で定義される(基点付きまたは自由)ループ全体を空間と見なしたものをループ空間という。このループ空間を考えることで基にある位相空間の内部に潜む性質が明らかになる場合がある。 こうした背景のもと，本論文では，先に述べた命題 1.2.3 の表記方法を応用して, Lie 群 G の作用を持つ空間 M が G-形式的である場合に, M の基点付きおよび自由ループ空間の Borel 構成の Sullivan モデルを明らかにしている。 ここでの Borel 構成は空間の群作用とループによる２つの操作を組み合わせている点で，より多くの内部構造を反映してえられる空間と考えられる。 その Sullivan モデルを明確にしたことは，重要な結果と言って良い。系として，ループ空間の Borel コホモロジーが M と G のコホモロジーの微分トーション積で表せることになり，この結果はコホモロジーで記述されている Lillywhite の定理をモデルレベルで精密化したことになる。さらに著者は上述の結果を等質空間 M の場合に応用し，特に M が複素射影空間であるときに，その基点付きループ空間の Borel 構成のコホモロジーを次数つき代数として完全に決定した。また自由ループ空間の Borel 構成のコホモロジーを与える微分代数を具体的に記述している。ループを考えない通常の Borel 構成のコホモロジーにおいては起こりえない現象，すなわち基点付きループ空間の場合には，コホモロジー環が Lie 群の作用の違いを明らかにするという結果も導いている。具体的なコホモロジー計算の応用として導かれたこの事実は，非常に興味ある結果として評価される。

以上の理由により本論文は学位論文に値する。

公表主要論文名

- Kentaro Matsuo, The Borel cohomology of the loop space of a homogeneous space, Topology and its Applications, 第 160 巻 1313 頁 ～ 1332 頁 (2013 年発行)