

信州大学審査学位論文

非線形量子化器を含むシステムに対する  
制御手法の構築と空圧式除振台への応用  
に関する研究

2013年3月

信州大学大学院 総合工学系研究科

システム開発工学専攻

小池 雅和

# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 本論文の背景と目的	1
1.2 on-off 弁を用いた空圧式除振台の背景	3
1.3 本論文の構成	4
<b>第2章 空圧式除振台</b>	<b>6</b>
2.1 はじめに	6
2.2 量子化器の定義	6
2.3 検証用システムの概要	7
2.4 系1 (1軸制御系・3値量子化)	7
2.4.1 装置構成	7
2.4.2 制御モデル	13
2.5 系2 (1軸制御系・5値量子化)	18
2.5.1 装置構成	18
2.5.2 制御モデル	20
2.6 系3 (2軸制御系・5値量子化)	22
2.6.1 装置構成	22
2.6.2 制御モデル	24
2.7 系4 (3軸制御系・5値量子化)	30
2.7.1 装置構成	30
2.7.2 制御モデル	32
<b>第3章 FBMに基づく改良手法</b>	<b>45</b>
3.1 はじめに	45
3.2 フィードバック変調器 (FBM)	45
3.3 FBMに基づく改良手法1	51
3.4 FBMに基づく改良手法2	53
3.5 系1 (1軸制御系・3値量子化) に対する制御系設計	56
3.5.1 概要	56
3.5.2 入力むだ時間補償と圧力マイナーフィードバック	56
3.5.3 非線形量子化操作補償	61

---

3.6	数値シミュレーション結果	63
3.7	実験結果	67
3.8	まとめ	70
<b>第4章</b>	<b>リアプノフ関数に基づく切替手法</b>	<b>71</b>
4.1	はじめに	71
4.2	提案手法の概要	71
4.3	制御対象	74
4.4	切替制御則	74
4.5	LMIに基づくゲイン決定手法	79
4.6	外乱応答に対する効果	80
4.7	系2 (1軸制御系・5値量子化) に対する制御系設計	80
4.7.1	概要	80
4.7.2	むだ時間の考慮	80
4.7.3	制御系設計結果	81
4.8	数値シミュレーション結果	85
4.8.1	数値シミュレーション条件	85
4.8.2	ODQによる応答	85
4.8.3	リアプノフ関数に基づく切替手法による応答	85
4.9	実験結果	97
4.9.1	実験概要	97
4.9.2	リアプノフ関数に基づく切替手法による応答	97
4.10	まとめ	106
<b>第5章</b>	<b>多入力系への拡張</b>	<b>107</b>
5.1	はじめに	107
5.2	制御対象	107
5.3	切替制御則	108
5.4	LMIに基づくゲイン決定手法	110
5.5	系3 (2軸制御系・5値量子化) への応用	110
5.5.1	制御系設計	110
5.5.2	数値シミュレーション結果	112
5.5.3	実験結果	115
5.6	系4 (3軸制御系・5値量子化) への応用	118
5.6.1	制御系設計	118
5.6.2	数値シミュレーション結果	119
5.7	まとめ	123

---

<b>第 6 章</b>	<b>サーボ系への拡張</b>	<b>124</b>
6.1	はじめに	124
6.2	制御対象	124
6.3	サーボ系	125
6.4	切替制御則の適用	126
6.5	不感帯関数の付加	129
6.6	系 2 (1 軸制御系・5 値量子化) に対する制御系設計	131
6.6.1	概要	131
6.6.2	むだ時間の考慮	131
6.6.3	制御系設計結果	132
6.7	数値シミュレーション結果	133
6.7.1	数値シミュレーション条件	133
6.7.2	提案手法による応答	133
6.8	実験結果	135
6.8.1	実験概要	135
6.8.2	提案手法による応答	135
6.9	まとめ	137
<b>第 7 章</b>	<b>非線形量子化器の設計手法</b>	<b>138</b>
7.1	はじめに	138
7.2	問題設定	138
7.3	マックスとロイドの量子化器	139
7.4	量子化器の設計手法	140
7.5	空圧式除振台を対象とした量子化器の設計	141
7.6	数値シミュレーション結果	144
7.7	実験結果	145
7.8	まとめ	146
<b>第 8 章</b>	<b>結論</b>	<b>147</b>
	<b>謝辞</b>	<b>150</b>
	<b>参考文献</b>	<b>151</b>
	<b>研究業績</b>	<b>155</b>
<b>付 録 A</b>	<b>有界性及び安定性の証明</b>	<b>157</b>
A.1	定理 4.1 の証明	157
A.2	定理 4.2 の証明	159
A.3	定理 6.2 の証明	159

## 目 次

2.1	Definition of quantizer . . . . .	6
2.2	Experimental apparatus . . . . .	8
2.3	Experimental setup for system 1 . . . . .	8
2.4	Placement of air springs (Top view) . . . . .	9
2.5	Air spring . . . . .	9
2.6	Air spring and buffer tank (Sectional view) . . . . .	9
2.7	Displacement sensor . . . . .	10
2.8	Pressure sensor (GS610A) . . . . .	10
2.9	Pneumatic circuit of system 1 . . . . .	11
2.10	Solenoid valve #1 and #2 . . . . .	11
2.11	Time-delay . . . . .	12
2.12	Experimental control system for system 1 . . . . .	12
2.13	Model of system 1 . . . . .	13
2.14	Measured flow (inflowing for 20ms) . . . . .	15
2.15	Measured flow (outflowing for 20ms) . . . . .	15
2.16	Flow sensor . . . . .	15
2.17	Quantizer of 3values . . . . .	17
2.18	System 1 . . . . .	17
2.19	Experimental setup for system 2 . . . . .	18
2.20	Pneumatic circuit of system 2 . . . . .	19
2.21	Solenoid valve #3 to #6 . . . . .	19
2.22	Quantizer of 5values . . . . .	21
2.23	System 2 . . . . .	21
2.24	Experimental setup for system 3 . . . . .	22
2.25	Pneumatic circuit of system 3 . . . . .	23
2.26	Model of system 3 . . . . .	24
2.27	Quantizer of 5values . . . . .	29
2.28	System 3 . . . . .	29
2.29	Experimental setup for system 4 . . . . .	30
2.30	Pneumatic circuit of system 4 . . . . .	31
2.31	Model of system 5 . . . . .	33

2.32	Quantizer of 5values . . . . .	44
2.33	system 5 . . . . .	44
3.1	System including sampler,holder, and quantizer . . . . .	45
3.2	Block diagram of FBM . . . . .	46
3.3	Block diagram of FBM . . . . .	47
3.4	Block diagram of example . . . . .	49
3.5	Simulation results for example using linear quantizer . . . . .	50
3.6	Simulation results for example using non-linear quantizer . . . . .	50
3.7	Block diagram of the method #1 based on FBM . . . . .	52
3.8	Simulation results for example using the method #1 based on FBM . . . . .	52
3.9	Block diagram of the method #2 based on FBM . . . . .	54
3.10	Gain diagram of $K_2[z]$ . . . . .	54
3.11	Simulation results for example using the method #2 based on FBM . . . . .	55
3.12	Quantizer of 3values Type B . . . . .	56
3.13	Block diagram of pressure feedback . . . . .	58
3.14	Time response of pressure . . . . .	59
3.15	Block diagram of the pneumatic isolation table control system . . . . .	60
3.16	Block diagram of the pneumatic isolation table using the FBM . . . . .	62
3.17	Block diagram of the pneumatic isolation table using the method #1 based on FBM . . . . .	62
3.18	Block diagram of the pneumatic isolation table using the method #2 based on FBM . . . . .	62
3.19	Simulation results for Case 1 . . . . .	64
3.20	Simulation results for Case 2 (Proposed method #1) . . . . .	64
3.21	Simulation results for Case 3 (Proposed method #2 , $\alpha = 0.3$ ) . . . . .	65
3.22	Simulation results for Case 3 (Proposed method #2 , $\alpha = 0.99$ ) . . . . .	65
3.23	Simulation comparison between Case1 and Case3 . . . . .	66
3.24	Experimental results for Case 1 . . . . .	68
3.25	Experimental results for Case 2 (Proposed method #1) . . . . .	68
3.26	Experimental results for Case 3 (Proposed method #2 , $\alpha=0.3$ ) . . . . .	69
3.27	Experimental comparison between Case1 and Case3 . . . . .	69
4.1	Feedback system . . . . .	72
4.2	Time response of Lyapunov function . . . . .	73
4.3	Feedback system . . . . .	75
4.4	Control input calculation flow . . . . .	78
4.5	Quantizers for system 2 . . . . .	84
4.6	Simulation results using ODQ <sup>12)</sup> . . . . .	88
4.7	Simulation results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 1 . . . . .	89

---

4.8	Simulation results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 2 . . . . .	90
4.9	Simulation results for $u$ and $\eta_{\min}$ in 1 s $\sim$ 1.1 s in Case 1 . . . . .	91
4.10	Simulation results for $u$ and $\eta_{\min}$ in 1 s $\sim$ 1.1 s in Case 2 . . . . .	91
4.11	Simulation results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 3 . . . . .	92
4.12	Simulation results using ODQ <sup>12)</sup> . . . . .	93
4.13	Simulation results for $\text{sgn}(\varepsilon_1\varepsilon_2), E_2(x, \varepsilon_j)$ and selected gain in Case 3	94
4.14	Simulation results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 4 . . . . .	95
4.15	Simulation results for ODQ <sup>15)</sup> (disturbance $\Delta t$ ) . . . . .	96
4.16	Simulation results for ODQ <sup>15)</sup> (disturbance $\Delta t/4$ ) . . . . .	96
4.17	Experimental results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 1 . . .	100
4.18	Experimental results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 2 . . .	101
4.19	Experimental results for $u$ and $\eta_{\min}$ in 1 s $\sim$ 1.1 s in Case 1 . . . . .	102
4.20	Experimental results for $u$ and $\eta_{\min}$ in 1 s $\sim$ 1.1 s in Case 2 . . . . .	102
4.21	Experimental results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 3 . . .	103
4.22	Experimental results for $\text{sgn}(\varepsilon_1\varepsilon_2), E_2(x, \varepsilon_j)$ and selected gain for Case 3 . . . . .	104
4.23	Experimental results for $z, u, \eta_{\min}$ and selected gain in Case 4 . . .	105
5.1	Feedback system . . . . .	108
5.2	Quantizer of 5values Type C' . . . . .	112
5.3	Simulation results for the state variable and the control inputs of system 3 . . . . .	113
5.4	Simulation results for $\eta_{\min}$ and selected gain of system 3 . . . . .	114
5.5	Simulation results for $E_2(x, \varepsilon_j)$ and selected gain of system 3 . . . . .	114
5.6	Experimental results for the state variable and the control inputs of system 3 . . . . .	116
5.7	Experimental results for $\eta_{\min}$ and Selected gain of system 3 . . . . .	117
5.8	Experimental results for $E_2(x, \varepsilon_j)$ and selected gain of system 3 . .	117
5.9	Quantizer of 5values Type C' . . . . .	119
5.10	Simulation results for the state variable of system 4 . . . . .	120
5.11	Simulation results for the control inputs of system 4 . . . . .	121
5.12	Simulation results for $\eta_{\min}$ and selected gain of system 4 . . . . .	122
5.13	Simulation results for $E_2(x, \varepsilon_j)$ and selected gain of system 4 . . . . .	122
6.1	Servo system . . . . .	125
6.2	Servo system using switching control law . . . . .	128
6.3	Servo system using modified switching control law . . . . .	130
6.4	Quantizer of 5values Type C' . . . . .	132
6.5	Simulation results (Impulse response) . . . . .	134
6.6	Simulation results (Step response) . . . . .	134

---

6.7	Experimental results (Impulse response) . . . . .	136
6.8	Experimental results (Step response) . . . . .	136
7.1	Quantization . . . . .	138
7.2	Position of particles . . . . .	142
7.3	Quantizer using proposed method . . . . .	143
7.4	Quantizer using Max and Lloyd method . . . . .	143
7.5	Simulation results . . . . .	144
7.6	Experimental results . . . . .	145
A.1	State transition . . . . .	157



## 表 目 次

2.1	Systems for validation . . . . .	7
2.2	Specific of displacement sensor . . . . .	10
2.3	Specific of pressure sensor (GS610A) . . . . .	10
2.4	Specific of solenoid valve #1 and #2 . . . . .	11
2.5	Plant parameter values of system 1 . . . . .	14
2.6	Specific of flow sensor . . . . .	16
2.7	Relationship between $u$ and driving pattern of the solenoid valve #1 and #2 for system 1 . . . . .	16
2.8	Specific of solenoid valve #3 to #6 . . . . .	19
2.9	Relationship between $u$ and driving pattern of the solenoid valve #1 ~ #6 for system 2 . . . . .	20
2.10	Plant parameter values of system 3 . . . . .	26
2.11	Relationship between $u_l$ and driving pattern of the solenoid valve #1 ~ #6 for system 3 . . . . .	28
2.12	Relationship between $u_r$ and driving pattern of solenoid valve #7 ~ #12 for system 3 . . . . .	28
2.13	Plant parameter values of system 4 (part1) . . . . .	40
2.14	Plant parameter values of system 4 (part2) . . . . .	41
2.15	Relationship between $u_1$ and driving pattern of the solenoid valve #1 ~ #6 for system 4 . . . . .	42
2.16	Relationship between $u_2$ and driving pattern of solenoid valve #7 ~ #12 for system 4 . . . . .	42
2.17	Relationship between $u_3$ and driving pattern of solenoid valve #13 ~ #18 for system 4 . . . . .	42
2.18	Relationship between $u_4$ and driving pattern of solenoid valve #19 ~ #24 for system 4 . . . . .	43
3.1	Parameter values for Eq.(3.12) . . . . .	59
3.2	Cases of Simulations and experiments . . . . .	61
4.1	Cases of Simulations and experiments . . . . .	84

## 記号リスト

$\mathbb{R}$	: 実数の集合	
$\mathbb{N}_+$	: 正の整数の集合	
$I_{n \times n}$	: $n$ 次の単位行列	
$0_{n \times m}$	: $n \times m$ 次の零行列	
$\lambda_{\min}\{*\}$	: 行列 $*$ の最小固有値	
$\text{sgn}(\cdot)$	: 符号関数	
$z$	: 除振台の重心の鉛直方向の変位	[m]
$\theta_1$	: 除振台の重心回りのロール回転角	[rad]
$\theta_2$	: 除振台の重心回りのピッチ回転角	[rad]
$p_0$	: 空気ばねの平衡点圧力	[Pa]
$p_{0l}$	: 左側空気ばねの平衡点圧力	[Pa]
$p_{0r}$	: 右側空気ばねの平衡点圧力	[Pa]
$p_{01}$	: 空気ばね #1 の平衡点圧力	[Pa]
$p_{02}$	: 空気ばね #2 の平衡点圧力	[Pa]
$p_{03}$	: 空気ばね #3 の平衡点圧力	[Pa]
$p_{04}$	: 空気ばね #4 の平衡点圧力	[Pa]
$p_a$	: 圧力 $p_0$ からの空気ばね内圧力	[Pa]
$p_b$	: 圧力 $p_0$ からのバッファタンク内圧力	[Pa]
$p_{al}$	: 圧力 $p_{0l}$ からの左側空気ばね内圧力	[Pa]
$p_{bl}$	: 圧力 $p_{0l}$ からの左側バッファタンク内圧力	[Pa]
$p_{ar}$	: 圧力 $p_{0r}$ からの右側空気ばね内圧力	[Pa]
$p_{br}$	: 圧力 $p_{0r}$ からの右側バッファタンク内圧力	[Pa]
$p_{a1}$	: 圧力 $p_{01}$ からの空気ばね #1 内圧力	[Pa]
$p_{b1}$	: 圧力 $p_{01}$ からのバッファタンク #1 内圧力	[Pa]
$p_{a2}$	: 圧力 $p_{02}$ からの空気ばね #2 内圧力	[Pa]
$p_{b2}$	: 圧力 $p_{02}$ からのバッファタンク #2 内圧力	[Pa]
$p_{a3}$	: 圧力 $p_{03}$ からの空気ばね #3 内圧力	[Pa]
$p_{b3}$	: 圧力 $p_{03}$ からのバッファタンク #3 内圧力	[Pa]
$p_{a4}$	: 圧力 $p_{04}$ からの空気ばね #4 内圧力	[Pa]
$p_{b4}$	: 圧力 $p_{04}$ からのバッファタンク #4 内圧力	[Pa]

$u$	: 空気ばねに流入出する質量流量	[kg/s]
$u_l$	: 左側空気ばねに流入出する質量流量	[kg/s]
$u_r$	: 右側空気ばねに流入出する質量流量	[kg/s]
$u_1$	: 空気ばね #1 に流入出する質量流量	[kg/s]
$u_2$	: 空気ばね #2 に流入出する質量流量	[kg/s]
$u_3$	: 空気ばね #3 に流入出する質量流量	[kg/s]
$u_4$	: 空気ばね #4 に流入出する質量流量	[kg/s]
$M$	: 除振台の質量	[kg]
$J_1$	: 除振台のロール回転方向の慣性モーメント	[kg·m <sup>2</sup> ]
$J_2$	: 除振台のピッチ回転方向の慣性モーメント	[kg·m <sup>2</sup> ]
$l_l$	: 除振台の重心から左側の空気ばね中心までの距離	[m]
$l_r$	: 除振台の重心から右側の空気ばね中心までの距離	[m]
$l_1$	: 除振台の重心から空気ばね #1 中心までの距離	[m]
$l_2$	: 除振台の重心から空気ばね #2 中心までの距離	[m]
$l_3$	: 除振台の重心から空気ばね #3 中心までの距離	[m]
$l_4$	: 除振台の重心から空気ばね #4 中心までの距離	[m]
$k_p$	: 除振台の空気ばねのばね定数	[N/m]
$k_l$	: 除振台の左側の空気ばねのばね定数	[N/m]
$k_r$	: 除振台の右側の空気ばねのばね定数	[N/m]
$k_1$	: 除振台の空気ばね #1 の有するばね定数	[N/m]
$k_2$	: 除振台の空気ばね #2 の有するばね定数	[N/m]
$k_3$	: 除振台の空気ばね #3 の有するばね定数	[N/m]
$k_4$	: 除振台の空気ばね #4 の有するばね定数	[N/m]
$c_p$	: 除振台の空気ばねの粘性定数	[Ns/m]
$c_l$	: 除振台の左側の空気ばねの粘性定数	[Ns/m]
$c_r$	: 除振台の右側の空気ばねの粘性定数	[Ns/m]
$c_1$	: 除振台の空気ばね #1 の有する粘性定数	[Ns/m]
$c_2$	: 除振台の空気ばね #2 の有する粘性定数	[Ns/m]
$c_3$	: 除振台の空気ばね #3 の有する粘性定数	[Ns/m]
$c_4$	: 除振台の空気ばね #4 の有する粘性定数	[Ns/m]
$S$	: 除振台と空気ばねの接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$S_l$	: 除振台と左側の空気ばねの接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$S_r$	: 除振台と右側の空気ばねの接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$S_1$	: 除振台と空気ばね #1 の接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$S_2$	: 除振台と空気ばね #2 の接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$S_3$	: 除振台と空気ばね #3 の接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$S_4$	: 除振台と空気ばね #4 の接触面積	[m <sup>2</sup> ]
$R_s$	: 気体定数	[J/(kg·K)]
$\kappa$	: 比熱比	[-]

$T_s$	: 空気ばね内の気体温度	[K]
$T_l$	: 左側の空気ばね内の気体温度	[K]
$T_r$	: 右側の空気ばね内の気体温度	[K]
$T_1$	: 空気ばね #1 内の気体温度	[K]
$T_2$	: 空気ばね #2 内の気体温度	[K]
$T_3$	: 空気ばね #3 内の気体温度	[K]
$T_4$	: 空気ばね #4 内の気体温度	[K]
$\mu_l$	: 空気ばねの流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$\mu_l$	: 左側の空気ばねの流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$\mu_r$	: 右側の空気ばねの流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$\mu_1$	: 空気ばね #1 の流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$\mu_2$	: 空気ばね #2 の流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$\mu_3$	: 空気ばね #3 の流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$\mu_4$	: 空気ばね #4 の流路に関するバルブ係数	[kg/(s· Pa)]
$L$	: 質量流量のむだ時間	[ms]
$z_a$	: 等価空気ばね高さ	[m]
$z_b$	: 等価バッファタンク 高さ	[m]
$z_{al}$	: 左側の等価空気ばね高さ	[m]
$z_{bl}$	: 左側の等価バッファタンク 高さ	[m]
$z_{ar}$	: 右側の等価空気ばね高さ	[m]
$z_{br}$	: 右側の等価バッファタンク 高さ	[m]
$z_{a1}$	: 等価空気ばね #1 高さ	[m]
$z_{b1}$	: 等価バッファタンク #1 高さ	[m]
$z_{a2}$	: 等価空気ばね #2 高さ	[m]
$z_{b2}$	: 等価バッファタンク #2 高さ	[m]
$z_{a3}$	: 等価空気ばね #3 高さ	[m]
$z_{b3}$	: 等価バッファタンク #3 高さ	[m]
$z_{a4}$	: 等価空気ばね #4 高さ	[m]
$z_{b4}$	: 等価バッファタンク #4 高さ	[m]
$h_p$	: 空気ばねの体積変換係数	[-]
$h_l$	: 左側の空気ばねの体積変換係数	[-]
$h_r$	: 右側の空気ばねの体積変換係数	[-]
$h_1$	: 空気ばね #1 の体積変換係数	[-]
$h_2$	: 空気ばね #2 の体積変換係数	[-]
$h_3$	: 空気ばね #3 の体積変換係数	[-]
$h_4$	: 空気ばね #4 の体積変換係数	[-]

# 第1章 序論

## 1.1 本論文の背景と目的

線形制御理論では、PID 制御、最適レギュレータ、LQG など、優れた設計法<sup>1),2)</sup>が確立されているが、線形入力を用いることを前提としており、アクチュエータの制約等により線形入力を用いることができない場合には、所望の応答を得ることは難しい。このような例としては、デジタル電磁弁を用いた空圧制御、DC-DC コンバータのスイッチング制御、宇宙機のガスジェットスラスタによる on-off 制御などが挙げられる。このようなシステムは線形入力ではなく離散値の入力が印加されるため、連続値入力を離散値入力に変換する量子化器が含まれているとみなすことができる。そして、これらのシステムにおいて良好な制御性能を得るためには、量子化器の存在を陽に考えて制御系を設計する必要がある。量子化操作補償としては、パルス幅変調 (pulse width modulation: PWM)<sup>3),4)</sup> や非線形フィードバックによる手法<sup>5)~7)</sup>などが研究されている。これらの共通の特徴は、量子化幅が一定である量子化器、いわゆる線形量子化器を対象としている点である。一方で、現実には、非線形量子化器を含むシステムも多く存在する。例えば、大変位の高速振動抑制を目的とした空圧式除振台の研究においては、瞬時に操作量の最大入力または最小入力を切り替える必要があるため、on-off 弁が用いられている。このシステムは on-off 弁により空気ばね内に空気を流入出させることで外力を与える構造をとっており、供給圧と排気圧の絶対値が異なるため非線形量子化器がシステムに内在することになる。このようなシステムに対しては上記の手法は適用することができない。これに対し、非線形量子化器を含むシステムに適用可能な手法としてフィードバック変調器 (feedback modulator: FBM)<sup>8)~10)</sup> や最適動的量子化器 (optimal dynamic quantizer: ODQ)<sup>11)~15)</sup> が提案されている。FBM は低次の補償器で構成されており、非常に簡便で実用的な量子化補償手法として知られており、実用的な側面で優れている。一方、ODQ は量子化操作を補償する従来手法の中では特に優れた性能を有しており、制御対象を含めた閉ループ系の有界性や量子化器の有無に起因するシステムの出力差に関する最適性が保証でき、理論的な側面で優れている。そして、これらの二つの手法は非線形量子化器を含むシステムに適用することは可能であるが、適用すると制御応答が劣化してしまう場合がある。例えば、FBM を on-off 弁を有する空圧式除振台の振動抑制制御に応用すると定常偏差に起因するインパルス状の入力が印加され、テーブルの振動を励起させてしまう問題があり、良好な応答は得られていない。つまり、非線形量子化

器を含むシステムに対して効果的で、低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)は確立されているとは言い難い。一方、初期の段階で提案された ODQ<sup>11)~13)</sup>では制御対象の情報、若しくは、制御対象とコントローラの情報のみで ODQ を設計することができる。しかし、得られた ODQ によって計算される入力は極端に大きくなる場合があり、非線形性量子化器を含むシステムに適用した場合、所望の応答は得づらいという欠点がある。これに対し、初期の ODQ を発展させた ODQ<sup>14),15)</sup>では想定され得る静的量子化器への入力の上界値と静的量子化器(アクチュエータ)の出力することのできる上界値(以降「上界値パラメータ」と呼ぶ)を設計パラメータとして用いるため、非線形量子化器を含むシステムに適用した場合にも所望の応答を得ることが可能である。特に、目標値応答に関しては線形および非線形の量子化器を含む対象に対して良好な応答が期待できる。しかしながら、外乱応答に関しては応答が劣化する問題がある。それは、外乱は一般的には未知であるため、その挙動を事前に知ることはできず、事前情報として設定しなければならない上界値パラメータを適切に設定することができないことに起因する。しかも、外乱応答を考えた場合には、その応答劣化が非線形な量子化器を含む場合に顕著に現れる場合がある。つまり、非線形量子化器を含むシステムに対して外乱応答に効果的で、閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)は確立されているとは言い難い。

非線形量子化器を含むシステムに対して、制御性能を向上させるためには、制御則だけでなく量子化器の形を適切に設定することも考えられる。しかし、従来の研究<sup>8)~15)</sup>では量子化器の形を固定して議論している。その際、使用していた量子化器の多くは一般的に広く知られているマックスとロイドの量子化器である<sup>16)</sup>。アクチュエータの制約により、量子化器の出力値を変更することはできないが、量子化器への入力値に対してどの出力値を割り当てるかを決定づけるパラメータには設計の自由度が存在する。そのため、制御性能を限界まで引き出すためには、この設計パラメータをどのように決定するかは重要な課題である。

このような背景の下で、本研究では、実用的な側面と理論的な有界性保証の側面に着目して、非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)、および非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)の確立を目指す。そのために、FBMと ODQ の問題点に注目して、主に、

1. FBMを適用することによって生じる振動励起問題を解決する手法として FBM に加え不感帯と動的補償を併用する低次の補償器を用いた手法の構築
2. ODQ の外乱応答劣化問題を解決する手法として閉ループ系の有界性を保証したリアプノフ関数に基づく切替手法の構築
3. リアプノフ関数に基づく切替手法の多入力系・サーボ系への拡張
4. リアプノフ関数に基づく切替手法を前提とした非線形量子化器の設計手法の構築

について行う。そして、これらの手法を非線形量子化補償が求められている一例である空圧式除振台に応用する。以降で、空圧式除振台の背景について述べる。

## 1.2 on-off弁を用いた空圧式除振台の背景

精密部品の製造、測定分野では、床からの振動を抑制するために除振台が広く使用されている。特に空圧式除振台は大重量を低エネルギーで支持でき、高い除振性能を有することから広く使用されている。また、空圧式除振台を含め除振台にはパッシブ型とアクティブ型があるが、パッシブ型除振台は共振周波数で減衰をかけることができないため非常に制振性が悪いという問題がある。この問題を解決するために、補助タンクを用いたり、空気ばねの形状を工夫して性能を向上させる手法<sup>17),18)</sup>もみられるが、その効果には限界がある。そのため、高い制振性能を得るためにはアクティブ型の空圧式除振台を用いる必要がある。空圧式除振台のアクティブ制御についてこれまで種々の研究がなされている<sup>19)~33)</sup>。空圧式除振台のアクティブ制御にはアクチュエータとしてボイスコイルモータ等を用いて直接台に外力を与える手法と空気ばねの内圧をアクティブに変化させることで外力を与える手法がある。ボイスコイルモータ等を用いて直接台に外力を与える手法では、例えば、絶対変位センサを利用して制振性能を高める手法<sup>19)</sup>やボイスコイルモータを多点配置することで制御帯域を広げる手法<sup>20)</sup>などがある。しかし、これらの手法ではボイスコイルモータ等を付加するにはコストを要し、また、大出力を発生させることが困難であり、高周波大域での床振動絶縁性能が劣化してしまうという問題がある。これに対し、空気ばねの内圧をアクティブに変化させることで外力を与える手法では大出力を容易に発生することが可能であり、高周波大域での床振動絶縁性能の劣化が少ない。これらの研究では、例えば、微分圧力情報を利用しノズルフラッパー型サーボ弁を用いて空気ばねの内圧をアクティブに制御する手法<sup>21)~23)</sup>、位置、速度、加速度情報をフィードバックし、さらにフィードフォワードを組み合わせることで空気ばねの内圧を制御し位置決めの高速度をはかる手法<sup>24)~26)</sup>が提案されている。さらに加速度センサノイズを軽減させることで性能を向上させる手法<sup>27),28)</sup>、スプール型サーボバルブを用いて低消費流量でアクティブに制御する手法<sup>29)</sup>なども提案されている。これらの研究<sup>21)~33)</sup>では、スプール型サーボ弁やノズルフラッパー型サーボ弁による線形入力を用いて空気ばね内圧を変化させることで微振動の制振性の向上を目指している。一方、微振動ではなく以下のように大変位振動が問題となる場面がある。ロボットアームによる精密機器の自動製造現場などにおいて、アームが部品を置く場所に空圧式除振台を使用することがある。このとき、空圧式除振台上にアームから部品を置いた際に大変位の振動が発生し、台の振動が収まるまで次の工程に進めないという問題がある。そのため、製造時間のロスを減らすために、大変位の振動を高速に抑制したいという要求がある。この要求を満たすためには、瞬時に操作量の飽

和領域である最大入力または最小入力を切り替える必要がある。その結果、最大入力または最小入力を積極的に用いることになるため、サーボ弁を用いた線形入力よりも、on-off弁を用いた離散値入力を用いる方が合理的である。これにより、速い応答が得られると期待できると共に、on-off弁はサーボ弁に比べ安価なため経済的なメリットも高くなる。以上のような背景のもと、on-off弁を用いた空圧式除振台が求められている。しかしながら、上記構成において高速な応答を得るためには非線形な量子化操作を補償する手法が必要となる。そして、非線形量子化器を含むシステムに対して、効果的・実用的な制御手法が構築されることで、空圧式除振台においては、大変位の高速振動抑制の実現が期待できる。

### 1.3 本論文の構成

まず、量子化器を定義し、検証用として用いる四つのシステムの概要について述べる。その後、四つのシステムについて装置構成、制御モデルについて第2章で詳しく説明する。

次に、従来手法の中でも低次の補償器かつ非常に簡便な構成で、使い勝手のよい量子化補償手法として知られるFBMを非線形量子化器を含むシステムに適用し、その効果を検証した。しかしながら、FBMを空圧式振台に適用するとテーブルの振動を励起させてしまう問題が明らかになった。この原因は以下に起因している。まず、状態フィードバックを用いたレギュレータシステムの入力の前段に量子化器が存在すると、量子化器に含まれる不感帯の範囲では入力を印加することができず、定常偏差が生じてしまう。これは量子化器が含まれる本システムの本質的な問題である。さらに、非線形量子化器を用いた場合には入力時系列の和が0になりにくいことによって微小な定常偏差がさらに残りやすくなってしまう。そして、FBMの積分特性によって定常偏差の信号が蓄積され、一定時間経過後に制御対象にインパルス状の入力が加わり、応答の劣化を招いてしまう。そこで、微小な定常偏差によって生じる入力を無視するためにFBMに加え不感帯を施した制御系を構成した。この場合には、上記のテーブルの振動励起問題は解決させることができたが、量子化器を含む本システムの本質的な問題である定常偏差問題は未解決のままであった。しかも、不感帯関数を追加することにより、その偏差は大きくなる傾向があった。そこで、FBMに加え、不感帯と動的補償器を併用することでこの問題の解決を試みた。その結果、上記問題の解決の可能性を示し、非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)を構築することができた。このFBMに基づいた改良手法については第3章で詳しく説明する。

次に、従来手法の中では特に優れた性能を有しているODQを適用しその効果を検証した。その結果、非線形量子化器を含むシステムに対しても目標値応答に関しては良好な応答を期待できるが、外乱応答に関しては応答が劣化するという間



題が明らかになった。これは、ODQは量子化器への入力に関する事前情報を設計パラメータとして必要とするが、外乱は一般に未知であることから、適切に設計パラメータを設定できないことに起因している。つまり、外乱応答に関する事前情報を必要としない手法が求められる。そこで、システムのエネルギーに相当するリアプノフ関数に着目した状態フィードバック制御に基づいた新たな手法を提案する。この手法では、複数のフィードバックゲインを用意しておき、非線形量子化器によって生じる量子化誤差まで考慮したリアプノフ関数をリアルタイムで予測計算し、最もリアプノフ関数を減少させるであろうゲインを選択し、入力を印加する。そして、いかなる状況であったとしても、リアプノフ関数が減少する入力が存在するようなゲインの組み合わせを用意しておく。これにより、いかなる外乱応答に対してもリアプノフ関数が減少する入力を印加し続けることが可能となり、良好な応答が期待できる。そして、この手法により外乱応答に対して良好な応答を得られることを示した。この際、この手法によりシステムの有界性が保証されることも示した。これにより、非線形量子化器を含むシステムに対する外乱抑制性能を向上させる効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)が構築できた。この手法については第4章で詳しく説明する。

上記のリアプノフ関数に基づく切替手法は1入力系のレギュレータ問題として構築している。しかし、現実問題としては、多入力系やサーボ系の問題も存在する。そこで、より汎用性を高めるために、まず、多入力系に上記のリアプノフ関数に基づく切替手法を拡張した。そして、空圧式除振台に適用した場合にも良好な応答を得ることができることを確認した。次に、サーボ系への問題に取り組んだ。単純に積分器を付加することでサーボ系へ拡張した場合、テーブルの振動を励起させてしまう問題が明らかになった。これは、非線形量子化器によって生じる微小な定常偏差信号をサーボ系に含まれる積分器によって蓄積させてしまうことに起因している。そこで、微小な定常偏差信号に対してのみ積分器を機能させないようにするために、不感帯を付加することによって問題の解決を試みた。その結果、問題を解決し、実用的にも汎用性の高い手法が構築できた。また、その際、システムの有界性の保証も示しており、その有界値は不感帯の幅に依存することを明らかにした。これらの拡張手法については第5章、6章で詳しく説明する。

上記までで提案した手法においては、非線形量子化器の形を固定して議論してきた。その際、使用していた量子化器の多くは一般的に広く知られているマックスとロイドの量子化器である。マックスとロイドの量子化器は主に量子化器への入力の確率密度関数情報によって量子化器の形が特徴づけられる。しかし、制御器の特性が考慮されていないため、得られる制御性能が十分とはいえない。そこで、制御器を含めた閉ループ系を考慮して量子化器の形を設計することで、より高い性能をもたらす量子化器設計方法を提案した。これにより、得られた非線形量子化器はマックスとロイドの量子化器と比較して高い制御性能が得られることを確認した。この手法に関しては7章で詳しく説明する。

## 第2章 空圧式除振台

### 2.1 はじめに

まず，量子化器を定義し，検証用として用いる四つのシステムの概要について述べる．その後，四つのシステムについて装置構成，制御モデルについて説明する．

### 2.2 量子化器の定義

量子化器  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  は連続値信号  $\sigma$  から離散値信号  $\phi(\sigma)$  に変換する関数である．また，量子化誤差を次式で定義する．

$$\varepsilon[k] = \phi(\sigma[k]) - \sigma[k] \quad (2.1)$$

量子化器は量子化幅  $q$  が一定である，いわゆる線形量子化器 (Fig. 2.1 の Type A) と量子化幅が一定でない，いわゆる非線形量子化器 (Fig. 2.1 の Type B や Type C) に大別できる．ここで，Type B の量子化器は量子化誤差が正負の符号をとり得るのに対し，Type C の量子化器は量子化誤差の符号が一定となる特徴を有している．

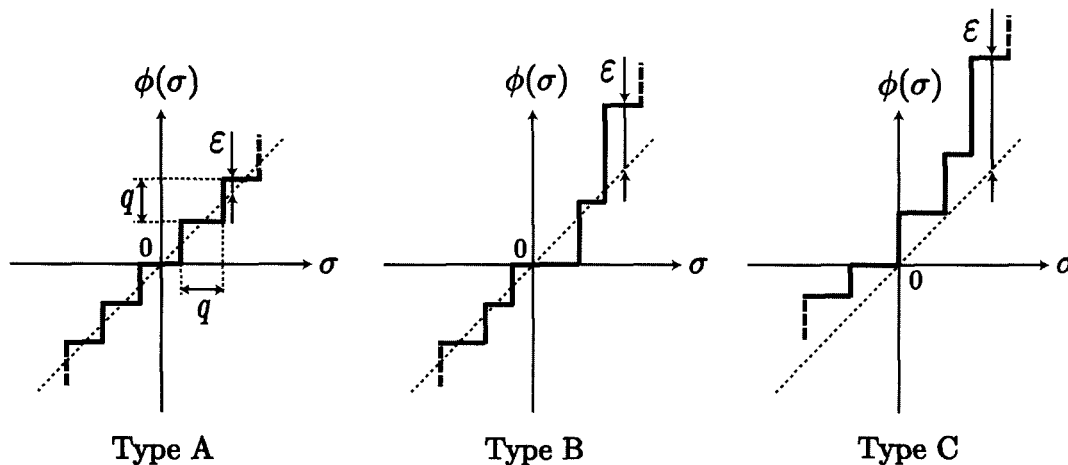


Fig. 2.1 Definition of quantizer

## 2.3 検証用システムの概要

本稿で扱う検証用システムは系1～系4の計四つである。各システムは以下の通りである。

**系1 (1軸制御系・3値量子化)** 鉛直並進方向の振動抑制を目的とした1軸制御用装置であり、3値の出力値を有する量子化器が内在している。

**系2 (1軸制御系・5値量子化)** 鉛直並進方向の振動抑制を目的とした1軸制御用装置であり、5値の出力値を有する量子化器が内在している。

**系3 (2軸制御系・5値量子化)** 鉛直並進方向および、ロール回転方向の振動抑制を目的とした2軸制御用装置であり、5値の出力値を有する量子化器が内在している。

**系4 (3軸制御系・5値量子化)** 鉛直並進方向、ロール回転方向および、ピッチ回転方向の振動抑制を目的とした3軸制御用装置であり、5値の出力値を有する量子化器が内在している。

以上をまとめたものが Table 2.1 である。系1は3章で提案する FBM に基づく手法の検証用に、系2は4章、6章で提案する手法の検証用に、系3、系4は5章で提案する手法の検証用に用いる。

## 2.4 系1 (1軸制御系・3値量子化)

### 2.4.1 装置構成

系1 (1軸制御系・3値量子化) の空圧式除振台 (Herz 社製 DT-4048M) とその周辺機器は Figs. 2.2, 2.3 に示すものである。除振台は Fig. 2.4 に示すように、四つの空気ばね (Fig. 2.5) により支持されている。四つの空気ばねを同時に駆動することで鉛直並進方向  $z$  の運動を制御することができる。また Fig. 2.6 のように空気ばねはバッファタンクと繋がっており、振動絶縁性能をより高める構造となっている。Fig. 2.6 において、空気ばね内底面には直径 3mm の流入口 (Inflow port) が

Table 2.1 Systems for validation

Name of system	Equipment	Output number of quantizer	Application
System 1	1DOF	3	§3
System 2	1DOF	5	§4, §6
System 3	2DOF	5	§5
System 4	3DOF	5	§5

あり，配管を介して空気の入出流を行う．さらに空気ばね内側面には直径 2mm の連結口 (Connection port) があり，バッファタンク内に結合されている．

以降で提案する制御則においては，台の鉛直並進方向の変位  $z$ ，その速度  $\dot{z}$ ，空気ばね内圧  $p_a$ ，バッファタンク内圧  $p_b$  が必要となる．鉛直並進方向の変位はキーエンス社製レーザ変位センサ LB-02 (Fig. 2.7) で検出する．レーザ変位センサは Fig. 2.3 に示すようにピッチ回転軸上に並列配置し，二つの平均を取り，ロール回転の傾き成分を除去することで鉛直方向の変位  $z$  が観測できる．レーザ変位センサの仕様を Table 2.2 に示す．速度  $\dot{z}$  は変位信号を差分速度演算することで入手する．空気ばねの内圧  $p_a$  とバッファタンクの内圧  $p_b$  はコガネイ社製圧力センサ GS610A (Fig. 2.8)

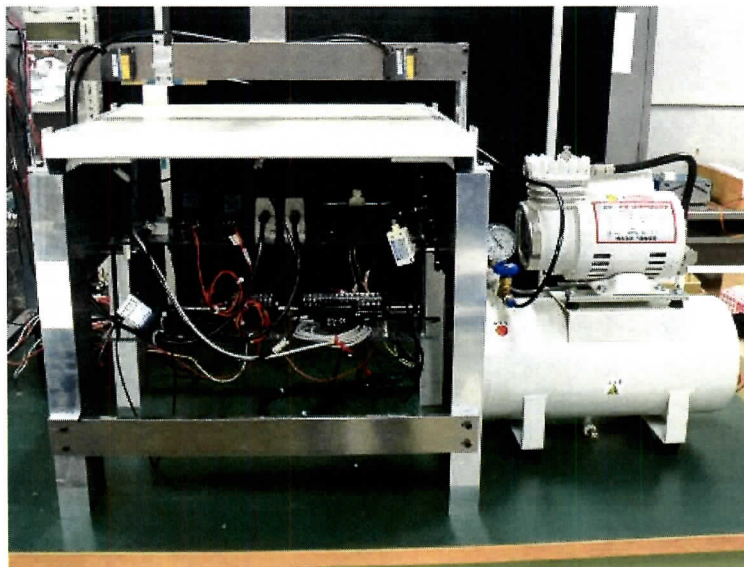


Fig. 2.2 Experimental apparatus

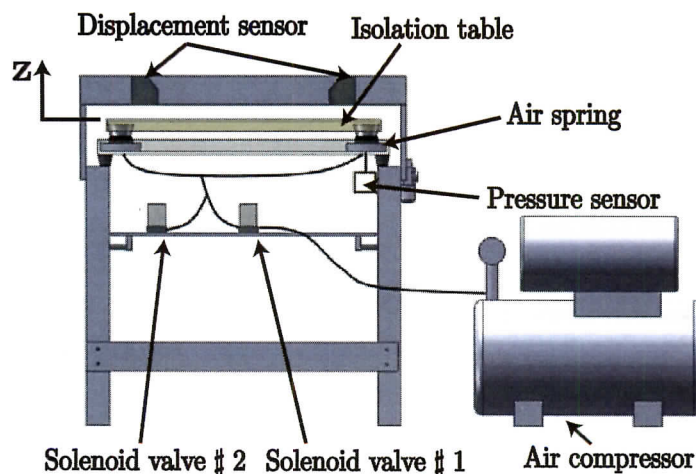


Fig. 2.3 Experimental setup for system 1

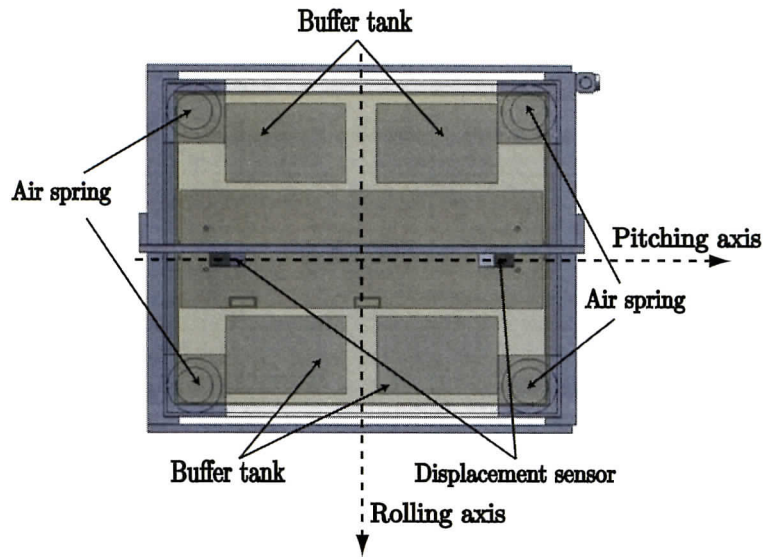


Fig. 2.4 Placement of air springs (Top view)



Fig. 2.5 Air spring

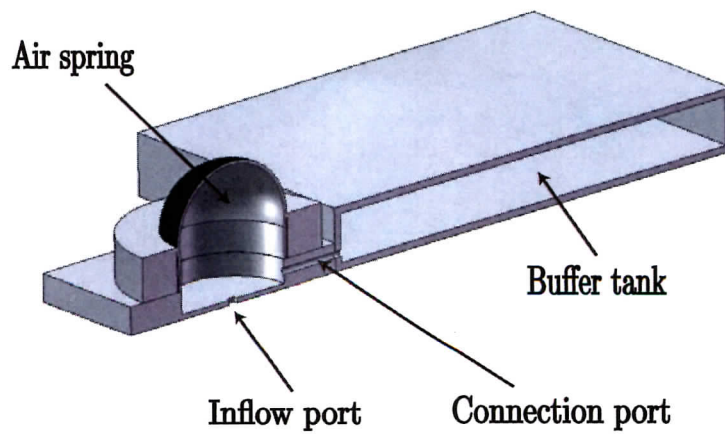


Fig. 2.6 Air spring and buffer tank (Sectional view)

で検出する．圧力センサの仕様を Table 2.3 に示す．

空気ばねの内圧は on-off 弁の開閉状態を変えることで空気ばねに流入出する空



Fig. 2.7 Displacement sensor

Table 2.2 Specific of displacement sensor

Measurement range	$\pm 10$ [mm]
Resolution	15 [ $\mu\text{m}$ ]
Response time	2 [ms]



Fig. 2.8 Pressure sensor (GS610A)

Table 2.3 Specific of pressure sensor (GS610A)

Measurement range	-100 $\sim$ +100 [kPa]
Response time	2.5 [ms]

気の質量流量を変化させることで調整する．なお，on-off 弁は Fig. 2.9 の空圧回路に示すように計 2 個用いており，それぞれの弁の開閉を変えることで空気の流量を調整できる．これによって制御入力である質量流量は量子化された入力となる．on-off 弁 #1,#2 はコガネイ社製 K2-100HF-04-NC (Fig. 2.10) を使用する．on-off 弁の仕様を Table 2.4 に示す．また，配管による圧力損失等により弁を開いてから空気ばねに空気が流れるまでに一定のむだ時間が存在する．その値は Fig. 2.11 のように，on-off 弁を開いた時間と空気ばねの内圧変化が開始する時間から  $L = 10$  ms であることがわかる．

各センサで取得した変位および圧力信号は，16bit の A/D を介して DSP (mtt 社

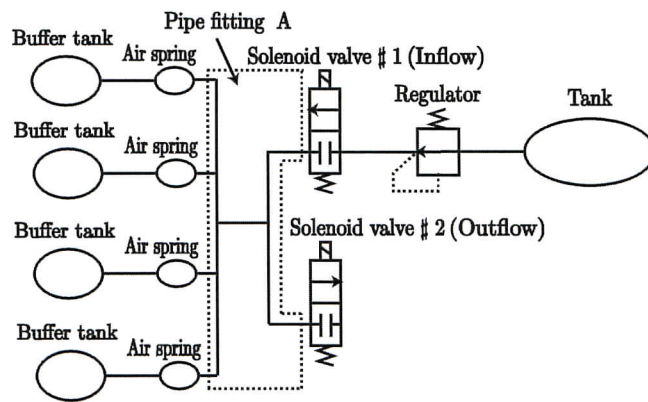


Fig. 2.9 Pneumatic circuit of system 1



Fig. 2.10 Solenoid valve #1 and #2

Table 2.4 Specific of solenoid valve #1 and #2

Number of ports	2
Number of positions	2
Response time	On:3 [ms]
	Off:1 [ms]

製 HeronDSP6x67) に送られ、制御演算を行う。その後、デジタルI/Oを介して電磁弁に指令電圧を加える。実験制御システムを Fig. 2.12 に示す。

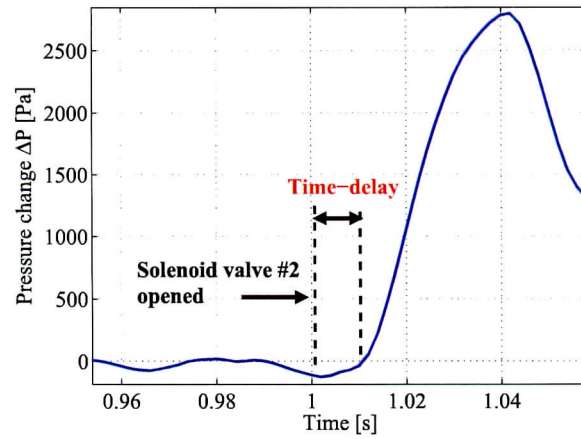


Fig. 2.11 Time-delay

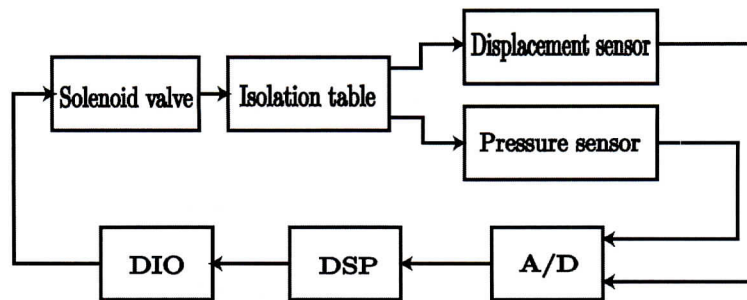


Fig. 2.12 Experimental control system for system 1



### 2.4.2 制御モデル

系1 (1軸制御系・3値量子化)の制御モデルを Fig. 2.13 に示す. このモデルは四つの空気ばねを一つの空気ばねに見たてたモデルである. 本モデルでは, 鉛直並進方向のみの運動に限定して考える. 一般に, 空気ばねのばね定数, および粘性定数は空気ばねの圧力変化に伴い変化するが, その影響は微小であることから一定と仮定する. 空気ばね内圧の熱力学的な平衡条件を考慮すると, 系1の運動方程式は次式となる.

$$M\ddot{z} + c_p\dot{z} + k_p z = S p_a - d \quad (2.2)$$

$$\dot{p}_a = \frac{\kappa R_s T_s}{(z_a + h_p z) S} (u(t - L) - \mu(p_a - p_b)) - \frac{\kappa(p_0 + p_a)}{z_a + h_p z} h_p \dot{z} \quad (2.3)$$

$$\dot{p}_b = \frac{\kappa R_s T_s}{z_b S} \mu(p_a - p_b) \quad (2.4)$$

ここで,  $z$  は除振台の鉛直方向の変位である.  $p_a$  は平衡点圧力  $p_0$  からの空気ばね内圧変化,  $p_b$  は平衡点圧力  $p_0$  からのバッファタンク内圧変化である.  $u$  は空気ばねに流入出する質量流量,  $M$  は除振台の質量,  $k_p$  は四つの空気ばねの等価ばね定数,  $c_p$  は四つの空気ばねの等価粘性定数である.  $S$  は除振台と空気ばねの接触面積,  $R_s$  は気体定数,  $\kappa$  は比熱比である.  $T_s$  は気体温度,  $\mu$  はバルブ係数,  $L$  は質量流量のむだ時間である.  $V_a$  は平衡点圧力での空気ばねの体積,  $V_b$  はバッファタンクの体積である.  $z_a$  は等価空気ばね高さで  $V_a = S z_a$  を満たす値,  $z_b$  は等価バッファタンク高さで  $V_b = S z_b$  を満たす値である.  $V$  は平衡点体積  $V_a$  からの体積変化である.  $h_p$  は体積変換係数で  $V = h_p S z$  を満たす値である.  $d$  は台に加わる外乱である. 外乱印加位置は台の中心とする. パラメータはインパルス状の外乱に対する実機実験による自由応答から求めた. 各パラメータの値を Table 2.5 に示す.

本システムでは  $z_a \gg h_p z$ ,  $p_0 \gg p_a$  の関係が成り立つので, (2.3) 式を次式のよ

$$\dot{p}_a = K_{gp} u(t - L) - K_{zp} \dot{z} - K_a p_a + K_b p_b \quad (2.5)$$

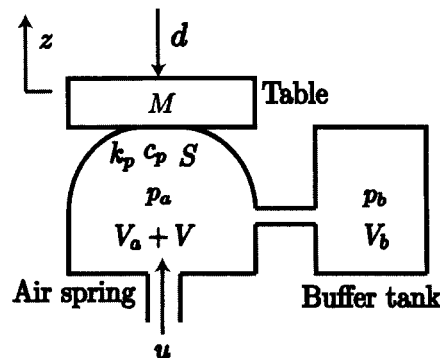


Fig. 2.13 Model of system 1

Table 2.5 Plant parameter values of system 1

Displacement of isolation table	$z$	[m]
Air spring pressure deviation	$p_a$	[Pa]
Buffer tank pressure deviation	$p_b$	[Pa]
Control input (mass flow rate)	$u$	[kg/s]
Primary pressure	$p_0$	0.035 [MPa]
Mass of table	$M$	13.6 [kg]
Equiv. spring constant	$k_p$	$9.34 \times 10^3$ [N/m]
Equiv. damping coefficient	$c_p$	25.6 [Ns/m]
Contact area of air spring	$S$	$2.83 \times 10^{-3}$ [m <sup>2</sup> ]
Gas constant	$R_s$	287 [J/(kg·K)]
Ratio of specific heat	$\kappa$	1.4 [-]
Gas temperature	$T_s$	293 [K]
Valve coefficient	$\mu$	$2.34 \times 10^{-7}$ [kg/(s·Pa)]
Time-delay of mass flow rate	$L$	10 [ms]
Equiv. air spring height	$z_a$	0.050 [m]
Equiv. buffer tank height	$z_b$	0.365 [m]
Volume conversion coefficient	$h_p$	2 [-]

ここで  $K_{gp} = \frac{\kappa R_s T_s}{z_a S}$ ,  $K_{zp} = \frac{\kappa p_0 h_p}{z_a}$ , である. さらに  $K_a = K_{gp} \mu$ ,  $K_b = \frac{\kappa R_s T_s}{z_b S} \mu$  とおいた. 以上より, 状態変数を  $x = [z, \dot{z}, p_a, p_b]^T$  とし, 制御入力を  $u$  とすれば, 状態方程式は次式となる.

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c u(t - L) + \hat{b}_c d \quad (2.6)$$

ここで,  $A_c$ ,  $b_c$ ,  $\hat{b}_c$  は次式である.

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_p/M & -c_p/M & S/M & 0 \\ 0 & -K_{zp} & -K_a & K_a \\ 0 & 0 & K_b & -K_b \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{gp} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{b}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

本稿で扱う空圧式除振台の操作量は空気ばねへ流入出する流量となるが, それぞれの on-off 弁の開閉を変えることによって流量は離散値入力となる. その結果, 線形入力 (連続値信号)  $\sigma$  を離散値入力 (離散値信号)  $u$  に変換する量子化器  $\phi$  がシステムに内在していると考えられる. この点について以降詳しく説明する.

系 1 における空気ばねへの流入出する流量について考える. Fig. 2.9 の空圧回路に着目する. on-off 弁 #1, #2 をそれぞれ, 20ms 間開いた場合の流量の時間応答

を Figs. 2.14, 2.15 に示す. ここで流量センサはキーエンス社製流量センサ FD-V40(Fig. 2.16)を使用した. センサの仕様を Table 2.6 に示す. Figs. 2.14, 2.15

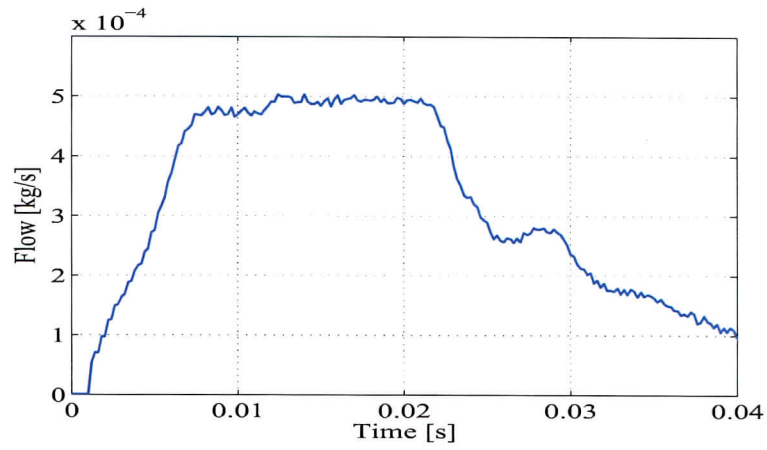


Fig. 2.14 Measured flow (inflowing for 20ms)

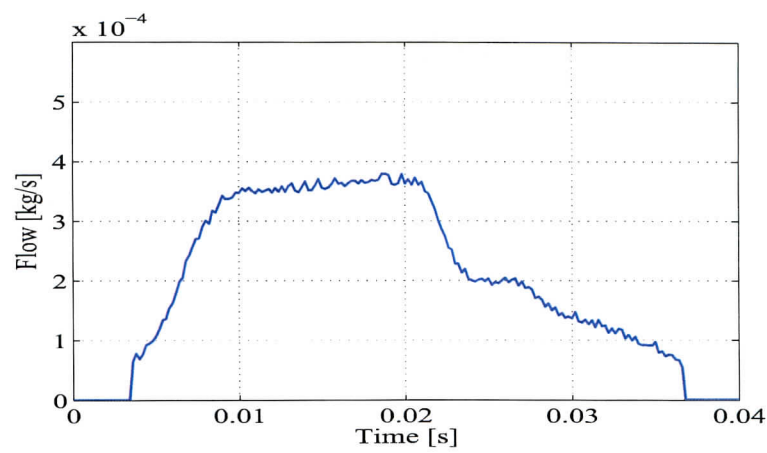


Fig. 2.15 Measured flow (outflowing for 20ms)

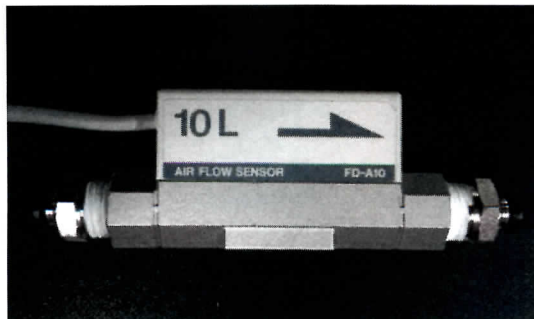


Fig. 2.16 Flow sensor

Table 2.6 Specific of flow sensor

Measurement range	0.3~10 [ $\ell/\text{min}(\text{std})$ ]
Adaptable fluid	Air · N <sub>2</sub>
Response time	5 [ms]

Table 2.7: Relationship between  $u$  and driving pattern of the solenoid valve #1 and #2 for system 1

	Val. #1	Val. #2	Control input $u$
Inflow	On	-	$G_{2+}$
Outflow	-	On	$G_{2-}$
	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

に示すように、開く on-off 弁を変えることで、定常時の流量が変化していることがわかる。つまり、開く on-off 弁を切り替える操作によって、制御対象への入力である流量  $u$  が切り替わる。これをまとめたものが Table 2.7 である。ここで、 $G_{2+} = 5.14 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ 、 $G_{2-} = -3.64 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$  は流量の値である。これは、制御対象への入力が離散値入力となっていることを意味する。そして、次式に従って、on-off 弁を駆動するものとする。その結果、3 値の出力値 ( $G_{2+}$ ,  $G_{2-}$ , 0) をもつ量子化器  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  (Fig. 2.17) がシステムに内在することになる。

$$\phi(\sigma) = \begin{cases} G_{2+} & , \text{if } \sigma_{2+} \geq \sigma \\ G_{2-} & , \text{if } \sigma \leq \sigma_{2-} \\ 0 & , \text{others} \end{cases} \quad (2.8)$$

なお、 $\sigma_{2+}, \sigma_{2-}$  は入力値  $\sigma$  に対して、どの出力値を割り当てるかを決定づける設計パラメータである。このパラメータに関しては制御系設計時に設計する。なお、このパラメータを決定することにより量子化器の Type も決定される。以上より、量子化器まで含めた制御モデルは Fig. 2.18 となる。ここで、 $G_c$  は (2.6) 式で表される制御対象とする。

#### 【注意 2.1】

$G_{2+} = 5.14 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ 、 $G_{2-} = -3.64 \times 10^{-4}$  であることから、 $|G_{2+}| \neq |G_{2-}|$  であり、量子化幅を一定とする線形量子化器を構成することはできず、非線形量子化器となる。これは、供給圧と排気圧の絶対値が異なることに起因している。本装置の場合には供給圧 0.2 MPa、排気圧は 0 MPa (大気圧) である。排気側を真空引きすることで、供給圧と排気圧の絶対値を等しくすることも考えられるが、その場合には、別途、真空装置が必要になるうえ、排気圧は最大でも -0.1 MPa が限

度であり，供給圧を 0.1 MPa まで下げる必要があり，速い応答性を得るためには不利である．

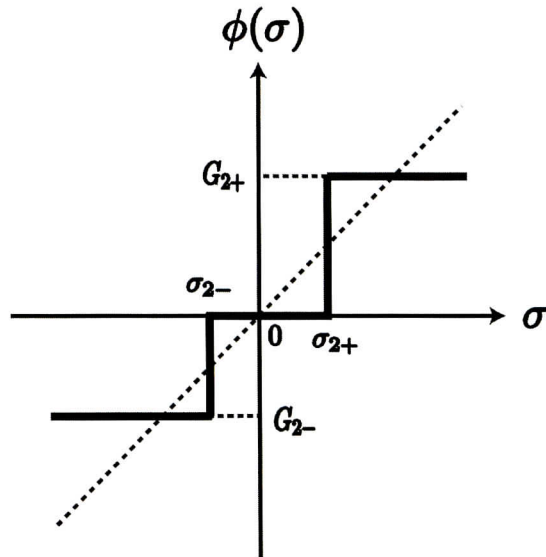


Fig. 2.17 Quantizer of 3values

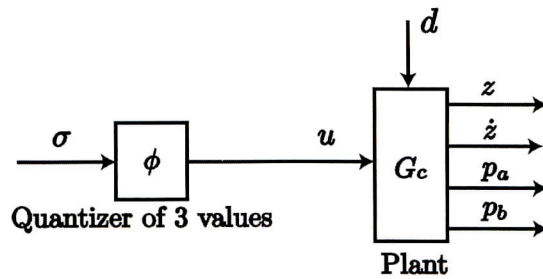


Fig. 2.18 System 1

## 2.5 系2 (1軸制御系・5値量子化)

### 2.5.1 装置構成

系2 (1軸制御系・5値量子化)の空圧式除振台 (Herz社製DT-4048M)とその周辺機器はFig. 2.19に示すものである。系1 (1軸制御系・3値量子化)と同様に除振台を四つの空気ばねにより支える構造をとっている。また、振動絶縁性能を向上させるために空気ばねがバッファタンクと繋がっている点 (Fig. 2.6)も同様である。系1との大きな違いは空圧回路 (Fig. 2.20)である。on-off弁を計6個用いており、それぞれの弁の開閉状態の組み合わせを変えることで空気の流量を多段的に調整できる。これによって制御入力である質量流量は量子化された入力となる。on-off弁 #1,#2は系1と同様にコガネイ社製K2-100HF-04-NC (Fig. 2.10)を使用する。on-off弁 #3~#6はクロダニューマティクス社製VA01HPSC24-1PE-L5 (Fig. 2.21)を使用する。on-off弁の仕様をTable 2.8に示す。

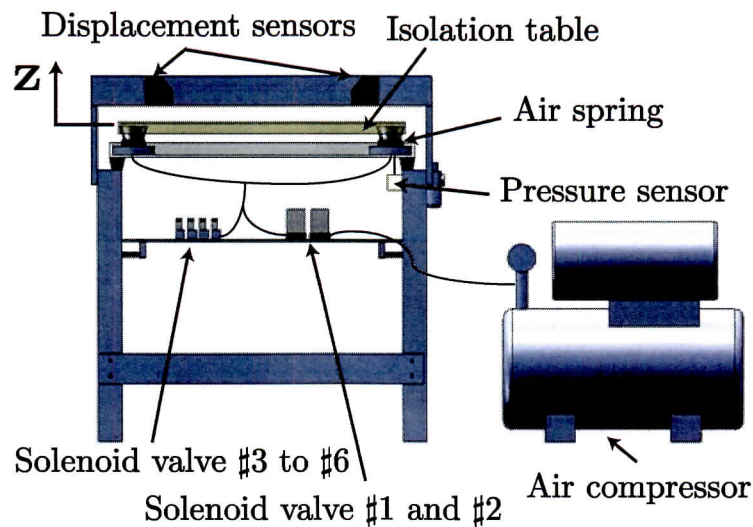


Fig. 2.19 Experimental setup for system 2

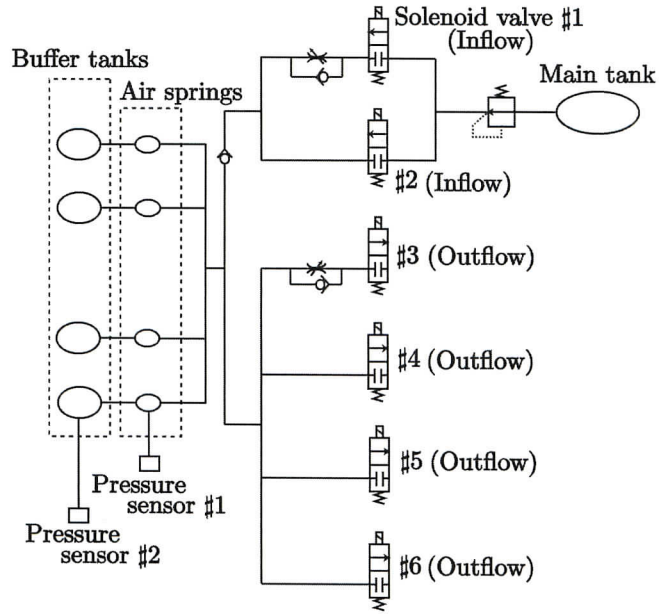


Fig. 2.20 Pneumatic circuit of system 2



Fig. 2.21 Solenoid valve #3 to #6

Table 2.8 Specific of solenoid valve #3 to #6

Number of ports	4
Number of positions	2
Response time	On:2 [ms]
	Off:2 [ms]

Table 2.9: Relationship between  $u$  and driving pattern of the solenoid valve #1 ~ #6 for system 2

	Val. #1	Val. #2	Val. #3	Val. #4	Val. #5	Val. #6	Control input $u$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

## 2.5.2 制御モデル

系2 (1軸制御系・5値量子化) の制御モデルは量子化器を除いて系1 (1軸制御系・3値量子化) の制御モデルと同様である。系2の空圧式除振台における空気ばねへの流入出する流量について考える。Fig. 2.20の空圧回路に着目する。on-off弁#1 ~ #6の開閉状態の組み合わせをTable 2.9に限定する。このとき、流量の値は  $G_{2+} = 5.14 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ ,  $G_{1+} = 1.93 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ ,  $G_{1-} = -2.57 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ ,  $G_{2-} = -3.64 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$  となる。そして、次式に従って on-off 弁を駆動するものとする。

$$\phi(\sigma) = \begin{cases} G_{2+} & , \text{if } \sigma_{2+} \leq \sigma \\ G_{1+} & , \text{if } \sigma_{1+} \leq \sigma \leq \sigma_{2+} \\ G_{1-} & , \text{if } \sigma_{2-} \leq \sigma \leq \sigma_{1-} \\ G_{2-} & , \text{if } \sigma \leq \sigma_{2-} \\ 0 & , \text{others} \end{cases} \quad (2.9)$$

その結果、5値の出力値 ( $G_{2+}$ ,  $G_{1+}$ ,  $G_{1-}$ ,  $G_{2-}$ ,  $0$ ) をもつ量子化器  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  (Fig. 2.22) がシステムに内在すると考えることができる。なお、 $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  は入力値  $\sigma$  に対して、どの出力値を割り当てるかを決定づける設計パラメータである。このパラメータに関しては制御系設計時に設計する。以上より、量子化器まで含めた制御モデルは Fig. 2.23 となる。ここで、 $G_o$  は系1と同様に (2.6) 式で表される。

### 【注意 2.2】

Fig. 2.20の空圧回路に着目すると、on-off弁は計6個使用しているため、制御対象への入力値(量子化器の出力値)としては、 $2^6$ 通り考えられる。しかし、構成が複雑になるため、本研究では、Table 2.9の組み合わせに限定し、5値の入力値をもつものとした。



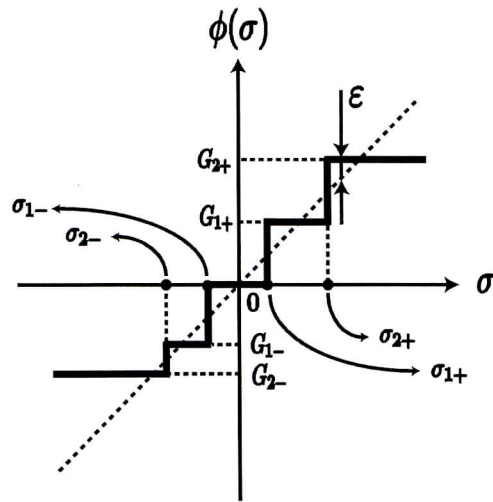


Fig. 2.22 Quantizer of 5 values

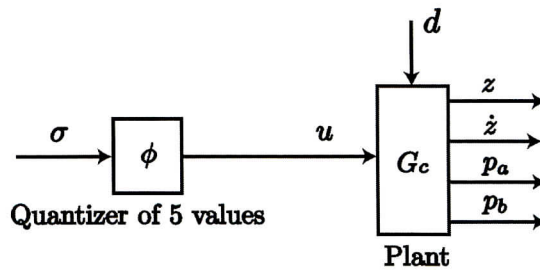


Fig. 2.23 System 2

## 2.6 系3 (2軸制御系・5値量子化)

### 2.6.1 装置構成

系3 (2軸制御系・5値量子化) の空圧式除振台 (Herz社製 DT-4048M) とその周辺機器は Fig. 2.24 に示すものである。系1 (1軸制御系・3値量子化) と同様に除振台を四つの空気ばねにより支える構造をとっている。また、振動絶縁性能を向上させるために空気ばねがバッファタンクと繋がっている点 (Fig. 2.6) も同様である。系1との大きな違いは空圧回路 (Fig. 2.25) である。Fig. 2.25 に示すように、空気ばね #1, #2 の内圧  $p_{al}$  と空気ばね #3, #4 の内圧  $p_{ar}$  を独立にアクティブに変化させることができる空圧回路になっている。これにより鉛直並進方向  $z$  とロール回転方向  $\theta_1$  の運動を制御することができる。

以降で提案する制御則においては、台の鉛直並進方向の変位  $z$  とその速度  $\dot{z}$ 、ロール角  $\theta_1$  とその角速度  $\dot{\theta}_1$  および空気ばね内圧  $p_{al}$ ,  $p_{ar}$  とバッファタンクの内圧  $p_{bl}$ ,  $p_{br}$  が必要となる。ここで、左側空気ばね (#1, #2) 内圧を  $p_{al}$ 、右側空気ばね (#3, #4) 内圧を  $p_{ar}$  とする。同様に左側バッファタンク内圧を  $p_{bl}$ 、右側バッファタンク内圧を  $p_{br}$  とする。鉛直並進方向の変位  $z$  とロール角  $\theta_1$  は並列配置した2つのキーエンス社製レーザー変位センサ IA-030 で検出した値を演算することで入手する。速度  $\dot{z}$  と角速度  $\dot{\theta}_1$  は変位信号と角度信号を差分速度演算することで入手する。一方、空気ばね内圧  $p_{al}$ ,  $p_{ar}$  とバッファタンクの内圧  $p_{bl}$ ,  $p_{br}$  はコガネイ社製圧力センサ GS610A で検出する。

空気ばねの内圧は on-off 弁の開閉状態を変えることで空気ばねに流入出する空気の質量流量を変化させることで調整する。なお、on-off 弁は Fig. 2.25 の空圧回

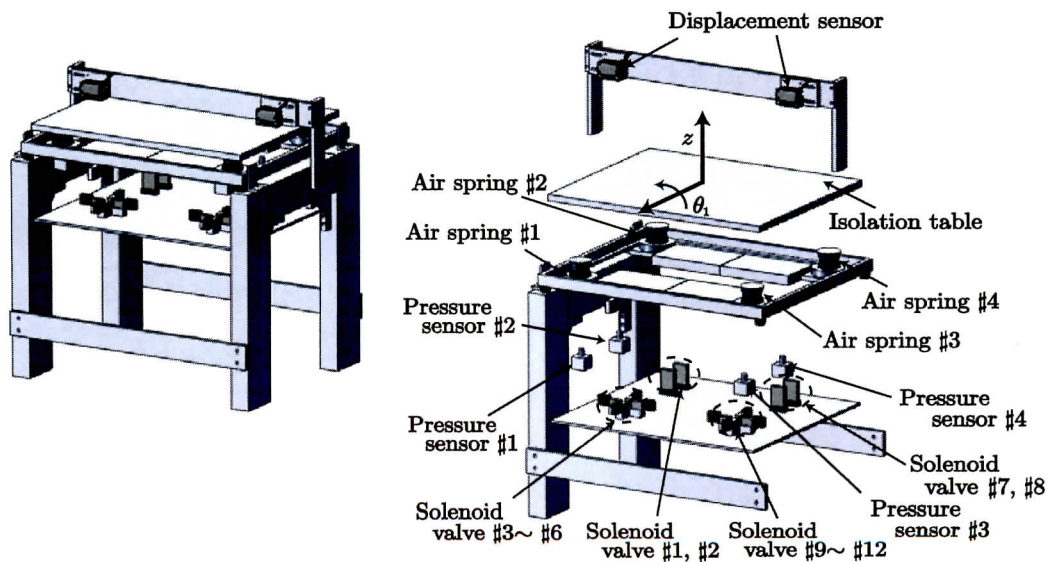


Fig. 2.24 Experimental setup for system 3

路に示すように計12個用いており、それぞれの弁の開閉状態の組み合わせを変えることで左右の空気ばねに流入出する流量を多段階に調整できる。これによって制御入力である質量流量は量子化された入力となる。on-off弁#1, #2, #7, #8はコガネイ社製K2-100HF-04-NCを、on-off弁#3~#6, #9~#12はクロダニューマティクス社製VA01HPSC24-1PE-L5を使用する。また、配管による圧力損失等により弁を開いてから空気ばねに空気が流れるまでに一定のむだ時間( $L = 10\text{ ms}$ )が存在する。

各センサで取得した変位および圧力信号は系1と同様に、16bitのA/Dを介してDSP(mtt社製HeronDSP6x67)に送られ、制御演算を行う。その後、デジタルI/Oを介して電磁弁に指令電圧を加える。

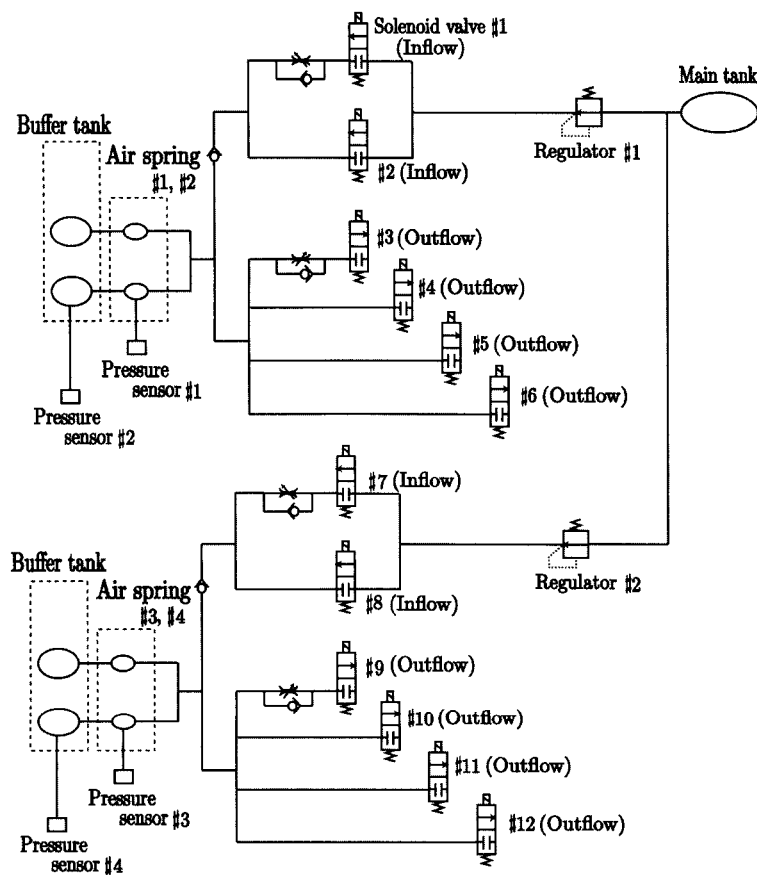


Fig. 2.25 Pneumatic circuit of system 3

### 2.6.2 制御モデル

系3 (2軸制御系・5値量子化)の制御モデルを Fig. 2.26 に示す. このモデルは四つの空気ばねを二つの空気ばねに見たてたモデルである. 鉛直並進方向とロール回転方向の計2軸の運動に限定して考える. 一般に, 空気ばねのばね定数, および粘性定数は空気ばねの圧力変化に伴い変化するが, その影響は微小であることから一定と仮定する. 空気ばね内圧の熱力学的な平衡条件を考慮すると, 系3の運動方程式は次式となる.

$$M\ddot{z} = -k_l(z - l_l\theta_1) - c_l(\dot{z} - l_l\dot{\theta}_1) - k_r(z + l_r\theta_1) - c_r(\dot{z} + l_r\dot{\theta}_1) + p_{al}S_l + p_{ar}S_r - d \quad (2.10)$$

$$J_1\ddot{\theta}_1 = l_l k_l(z - l_l\theta_1) + l_l c_l(\dot{z} - l_l\dot{\theta}_1) - l_l p_{al}S_l - l_r k_r(z + l_r\theta_1) + l_r c_r(\dot{z} + l_r\dot{\theta}_1) + l_r p_{ar}S_l + l_1 d \quad (2.11)$$

$$\dot{p}_{al} = \frac{\kappa R_s T_l}{z_{al} S_l} \left\{ u_l(t - L) - \mu_l(p_{al} - p_{bl}) \right\} - \frac{\kappa p_{0l}}{z_{al}} (\dot{z} - l_l \dot{\theta}_1) h_l \quad (2.12)$$

$$\dot{p}_{bl} = \frac{\kappa R_s T_l}{z_{bl} S_l} \mu_l(p_{al} - p_{bl}) \quad (2.13)$$

$$\dot{p}_{ar} = \frac{\kappa R_s T_r}{z_{ar} S_r} \left\{ u_r(t - L) - \mu_r(p_{ar} - p_{br}) \right\} - \frac{\kappa p_{0r}}{z_{ar}} (\dot{z} + l_r \dot{\theta}_1) h_r \quad (2.14)$$

$$\dot{p}_{br} = \frac{\kappa R_s T_r}{z_{br} S_r} \mu_r(p_{ar} - p_{br}) \quad (2.15)$$

(2.10)式~(2.15)式はそれぞれ, 重心の並進運動, 重心回りの回転運動, 左側空気ばね内の熱力学的な平衡状態, 左側バッファタンク内の熱力学的な平衡状態, 右

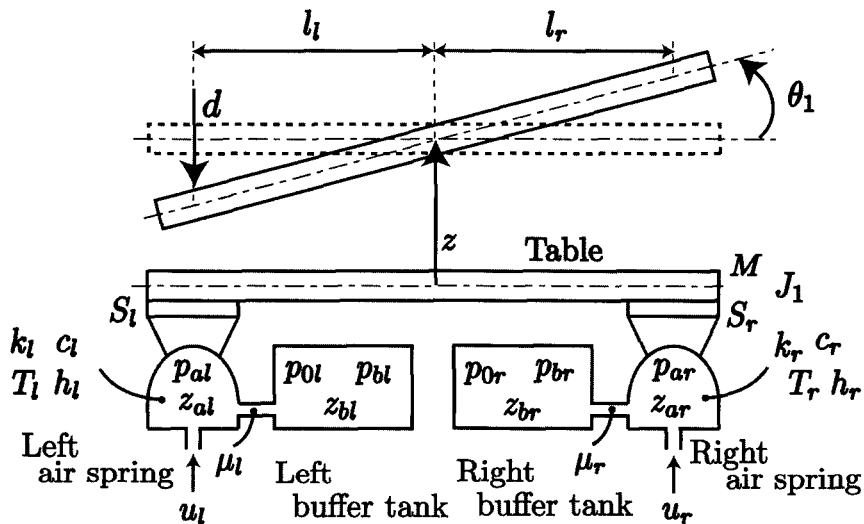


Fig. 2.26 Model of system 3

側空気ばね内の熱力学的な平衡状態，右側バッファタンク内の熱力学的な平衡状態を表している．ここで， $z$ は除振台の重心の鉛直方向の変位， $\theta_1$ は除振台の重心回りのロール角である． $p_{al}$ は左の空気ばねの平衡点圧力 $p_{0l}$ からの左の空気ばね内圧力変化， $p_{bl}$ は左の空気ばねの平衡点圧力 $p_{0l}$ からの左のバッファタンク内圧力変化， $p_{ar}$ は右の空気ばねの平衡点圧力 $p_{0r}$ からの右の空気ばね内圧力変化， $p_{br}$ は右の空気ばねの平衡点圧力 $p_{0r}$ からの右のバッファタンク内圧力変化である． $u_l$ は左側の空気ばねに流入出する質量流量， $u_r$ は右側の空気ばねに流入出する質量流量である． $M$ は除振台の質量， $J_1$ は除振台の慣性モーメントである． $l_l$ は除振台の重心から左側の空気ばね中心までの距離， $l_r$ は除振台の重心から右側の空気ばね中心までの距離である． $k_l$ は除振台の左側の空気ばねのばね定数， $k_r$ は除振台の右側の空気ばねのばね定数， $c_l$ は除振台の左側の空気ばねの粘性定数， $c_r$ は除振台の右側の空気ばねの粘性定数， $S_l$ は除振台と左側の空気ばねの接触面積， $S_r$ は除振台と右側の空気ばねの接触面積である． $R_s$ は気体定数， $\kappa$ は比熱比， $T_l$ は左側の空気ばね内の気体温度， $T_r$ は右側の空気ばね内の気体温度である． $\mu_l$ は左側の空気ばねとバッファタンクを繋ぐ流路のバルブ係数， $\mu_r$ は右側の空気ばねとバッファタンクを繋ぐ流路のバルブ係数である． $L$ は質量流量のむだ時間， $V_{al}$ は左側の空気ばねの平衡点圧力での空気ばねの体積， $V_{bl}$ は左側のバッファタンクの体積， $V_{ar}$ は右側の空気ばねの平衡点圧力での空気ばねの体積， $V_{br}$ は右側のバッファタンクの体積である． $z_{al}$ は左側の等価空気ばね高さで $V_{al} = S_l z_{al}$ を満たす値， $z_{bl}$ は左側の等価バッファタンク高さで $V_{bl} = S_l z_{bl}$ を満たす値， $z_{ar}$ は右側の等価空気ばね高さで $V_{ar} = S_r z_{ar}$ を満たす値， $z_{br}$ は右側の等価バッファタンク高さで $V_{br} = S_r z_{br}$ を満たす値である． $V_l$ は左側の空気ばねの平衡点体積 $V_{al}$ からの体積変化， $V_r$ は右側の空気ばねの平衡点体積 $V_{ar}$ からの体積変化， $h_l$ は左側の空気ばねの体積変換係数で $V_l = h_l S_l z_l$ を満たす値である． $h_r$ は右側の空気ばねの体積変換係数で $V_r = h_r S_r z_r$ を満たす値である． $d$ は台上に加わる外乱である．外乱印加位置はFig. 2.26に示すように，左側の空気ばねの真上とする．

パラメータはインパルス状の外乱に対する実機実験による自由応答から求めた．各パラメータの値をTable 2.10に示す．

(2.10)式～(2.15)式より線形近似を行うことで状態方程式は次式となる．

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t - L) + \hat{b}_c d(t) \quad (2.16)$$

ただし，

$$x = \left[ z \quad \theta_1 \quad \dot{z} \quad \dot{\theta}_1 \quad p_{al} \quad p_{bl} \quad p_{ar} \quad p_{br} \right]^T, \quad u = \begin{bmatrix} u_l \\ u_r \end{bmatrix}$$

Table 2.10 Plant parameter values of system 3

Displacement of isolation table	$z$	[m]
Angle of isolation table	$\theta$	[rad]
L. air spring pressure deviation	$p_{al}$	[Pa]
L. buffer tank pressure deviation	$p_{bl}$	[Pa]
R. air spring pressure deviation	$p_{ar}$	[Pa]
R. buffer tank pressure deviation	$p_{br}$	[Pa]
L. control input (mass flow rate)	$u_l$	[kg/s]
R. control input (mass flow rate)	$u_r$	[kg/s]
L. primary pressure	$p_{0l}$	0.035 [MPa]
R. primary pressure	$p_{0r}$	0.035 [MPa]
Mass of table	$M$	13.6 [kg]
Inertia of table	$J_1$	$2.63 \times 10^{-1}$ [kg·m <sup>2</sup> ]
Distance from center to l. spring	$l_l$	$1.94 \times 10^{-1}$ [m]
Distance from center to r. spring	$l_r$	$1.94 \times 10^{-1}$ [m]
L. spring constant	$k_l$	$4.67 \times 10^3$ [N/m]
R. spring constant	$k_r$	$4.67 \times 10^3$ [N/m]
L. damping coefficient	$c_l$	12.8 [Ns/m]
R. damping coefficient	$c_r$	12.8 [Ns/m]
L. contact area of air spring	$S_l$	$1.41 \times 10^{-3}$ [m <sup>2</sup> ]
R. contact area of air spring	$S_r$	$1.41 \times 10^{-3}$ [m <sup>2</sup> ]
Gas constant	$R_s$	287 [J/(kg·K)]
Ratio of specific heat	$\kappa$	1.4 [-]
Gas temperature in l. spring	$T_l$	293 [K]
Gas temperature in r. spring	$T_r$	293 [K]
L. valve coefficient	$\mu_l$	$1.17 \times 10^{-7}$ [kg/(s·Pa)]
R. valve coefficient	$\mu_r$	$1.17 \times 10^{-7}$ [kg/(s·Pa)]
Time-delay of mass flow rate	$L$	10 [ms]
L. equiv. buffer tank height	$z_{bl}$	0.365 [m]
L. equiv. air spring height	$z_{al}$	0.050 [m]
R. equiv. buffer tank height	$z_{br}$	0.365 [m]
R. equiv. air spring height	$z_{ar}$	0.050 [m]
L. volume conversion coefficient	$h_l$	2 [-]
R. volume conversion coefficient	$h_r$	2 [-]

L. :Left R. :Right

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & 0 & a_{37} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 & a_{47} & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{73} & a_{74} & 0 & 0 & a_{77} & a_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{87} & a_{88} \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{51} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{72} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{b}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/M \\ l_1/J_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_{31} &= \frac{-(k_l + k_r)}{M}, & a_{32} &= \frac{k_l l_l - k_r l_r}{M}, & a_{33} &= \frac{-(c_l + c_r)}{M}, & a_{34} &= \frac{c_l l_l - c_r l_r}{M} \\ a_{35} &= \frac{S_l}{M}, & a_{37} &= \frac{S_r}{M} \\ a_{41} &= \frac{l_l k_l - l_r k_r}{J_1}, & a_{42} &= \frac{-(l_l^2 k_l + l_r^2 k_r)}{J_1}, & a_{43} &= \frac{l_l c_l - l_r c_r}{J_1}, & a_{44} &= \frac{-(l_l^2 c_l + l_r^2 c_r)}{J_1} \\ a_{45} &= \frac{-l_l S_l}{J_1}, & a_{47} &= \frac{l_r S_r}{J_1} \\ a_{53} &= \frac{-\kappa p_{0l} h_l}{z_{al}}, & a_{54} &= \frac{\kappa p_{0l} h_l l_l}{z_{al}}, & a_{55} &= \frac{-\kappa R_s T_l \mu_l}{z_{al} S_l}, & a_{56} &= \frac{\kappa R_s T_l \mu_l}{z_{al} S_l} \\ a_{65} &= \frac{\kappa R_s T_l \mu_l}{z_{bl} S_l}, & a_{66} &= \frac{-\kappa R_s T_l \mu_l}{z_{bl} S_l}, & a_{73} &= \frac{-\kappa p_{0r} h_r}{z_{ar}}, & a_{74} &= \frac{-\kappa p_{0r} l_r h_r}{z_{ar}} \\ a_{77} &= \frac{-\kappa R_s T_r \mu_r}{z_{ar} S_r}, & a_{78} &= \frac{\kappa R_s T_r \mu_r}{z_{ar} S_r}, & a_{87} &= \frac{\kappa R_s T_r \mu_r}{z_{br} S_r}, & a_{88} &= \frac{-\kappa R_s T_r \mu_r}{z_{br} S_r} \\ b_{51} &= \frac{\kappa R_s T_l}{z_{al} S_l}, & b_{72} &= \frac{\kappa R_s T_r}{z_{ar} S_r} \end{aligned}$$

系3における空気ばねへの流入出する流量について考える。Fig. 2.25の空圧回路に着目する。この場合、空気ばね#1, #2に流れる流量 $u_l$ と空気ばね#3, #4に流れる流量 $u_r$ が存在する。流量 $u_l$ はon-off弁#1~#6の開閉状態の組み合わせを変えることによって多段的な値、つまり離散値入力となる。一方、流量 $u_r$ の値はon-off弁#7~#12の開閉状態の組み合わせを変えることによって多段的な値、つまり離散値入力となる。 $u_l$ の値とon-off弁#1~#6の開閉の組み合わせの関係をTable 2.11,  $u_r$ の値とon-off弁#7~#12の開閉の組み合わせの関係をTable 2.12に示す。このとき、流量の

Table 2.11: Relationship between  $u_l$  and driving pattern of the solenoid valve #1 ~ #6 for system 3

	Val. #1	Val. #2	Val. #3	Val. #4	Val. #5	Val. #6	Control input $u_l$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

Table 2.12: Relationship between  $u_r$  and driving pattern of solenoid valve #7 ~ #12 for system 3

	Val. #7	Val. #8	Val. #9	Val. #10	Val. #11	Val. #12	Control input $u_r$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

値は  $G_{2+} = 5.14 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ ,  $G_{1+} = 1.93 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ ,  $G_{1-} = -2.57 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$ ,  $G_{2-} = -3.64 \times 10^{-4} [\text{kg/s}]$  となる. そして, 次式に従って on-off 弁を駆動することで, 2入力2出力の関数である量子化器  $\Phi([\sigma_1, \sigma_2]^T) = [\phi(\sigma_1), \phi(\sigma_2)]^T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  がシステムに内在することになる.

$$\phi(\sigma_i) = \begin{cases} G_{2+} & , \text{if } \sigma_{2+} \leq \sigma_i \\ G_{1+} & , \text{if } \sigma_{1+} \leq \sigma_i \leq \sigma_{2+} \\ G_{1-} & , \text{if } \sigma_{2-} \leq \sigma_i \leq \sigma_{1-} \quad (i \in \{1, 2\}) \\ G_{2-} & , \text{if } \sigma_i \leq \sigma_{2-} \\ 0 & , \text{others} \end{cases} \quad (2.17)$$

ここで,  $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2]^T$  は  $\Phi$  への入力であり,  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  は5値の出力値を有する量子化器 (Fig. 2.27) である. なお,  $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  は量子化器への入力値に対して, どの出力値を割り当てるかを決定づける設計パラメータである. このパラメータに関しては制御系設計時に設計する. 以上より, 量子化器まで含めた制御モデルは Fig. 2.28 となる. ここで,  $G_c$  は (2.16) 式で表される制御対象とする.



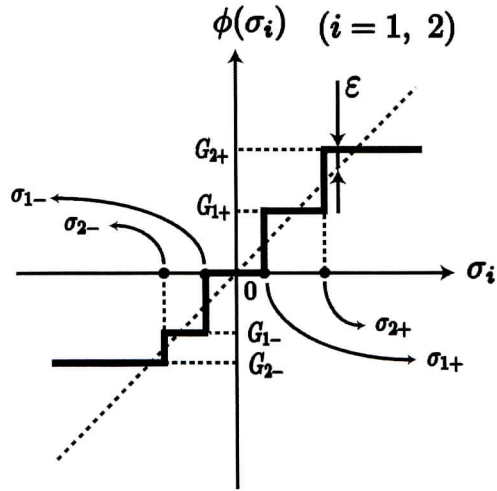


Fig. 2.27 Quantizer of 5 values

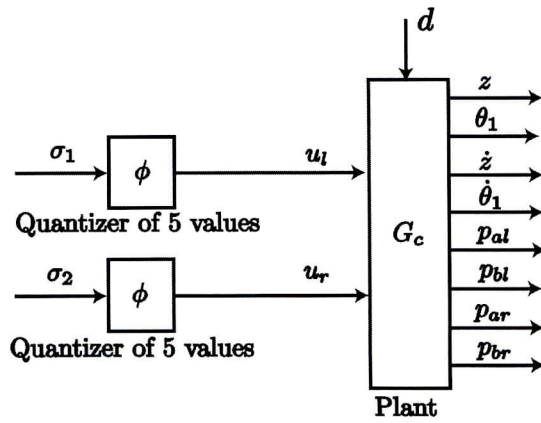


Fig. 2.28 System 3

## 2.7 系4 (3軸制御系・5値量子化)

### 2.7.1 装置構成

系4の空圧式除振台 (Herz 社製 DT-4048M) とその周辺機器は Fig. 2.29 に示すものである。系1 (1軸制御系・3値量子化) と同様に除振台を四つの空気ばねにより支える構造をとっている。また、振動絶縁性能を向上させるために空気ばねがバッファタンクと繋がっている点 (Fig. 2.6) も同様である。系1との大きな違いは空圧回路 (Fig. 2.30) である。Fig. 2.30 に示すように、それぞれの空気ばねの内圧を独立にアクティブに変化させることができる空圧回路になっている。これにより鉛直並進方向  $z$ 、ロール回転方向  $\theta_1$  および、ピッチ回転方向  $\theta_2$  の運動を制御することができる。

以降で提案する制御則においては、台の鉛直並進方向の変位  $z$  とその速度  $\dot{z}$ 、ロール角  $\theta_1$  とその角速度  $\dot{\theta}_1$ 、ピッチ角  $\theta_2$  とその角速度  $\dot{\theta}_2$ 、および空気ばね内圧  $p_{a1}$ ,  $p_{a2}$ ,  $p_{a3}$ ,  $p_{a4}$  とバッファタンクの内圧  $p_{b1}$ ,  $p_{b2}$ ,  $p_{b3}$ ,  $p_{b4}$  が必要となる。ここで、空気ばね #1 の内圧を  $p_{a1}$ 、空気ばね #2 の内圧を  $p_{a2}$ 、空気ばね #3 の内圧を  $p_{a3}$ 、空気ばね #4 の内圧を  $p_{a4}$  とする。同様に、バッファタンク #1 の内圧を  $p_{b1}$ 、バッファタンク #2 の内圧を  $p_{b2}$ 、バッファタンク #3 の内圧を  $p_{b3}$ 、バッファタンク #4 の内圧を  $p_{b4}$  とする。鉛直並進方向の変位  $z$  とロール角  $\theta_1$  は並列配置した2つのキーエンス社製レーザー変位センサ IA-030 で検出した値を演算することで入手する。さらに、ピッチ角  $\theta_2$  は上記2つのセンサによる値と、上記2つのセンサ配置に対して直角に配置したセンサ IA-030 により検出した値を含めて演算することで入手す

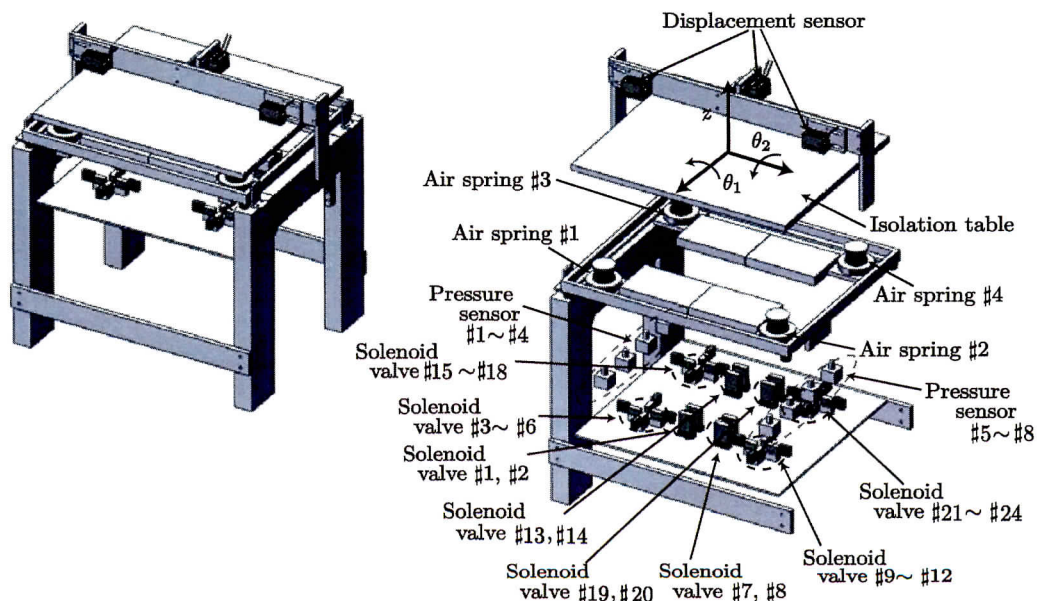


Fig. 2.29 Experimental setup for system 4

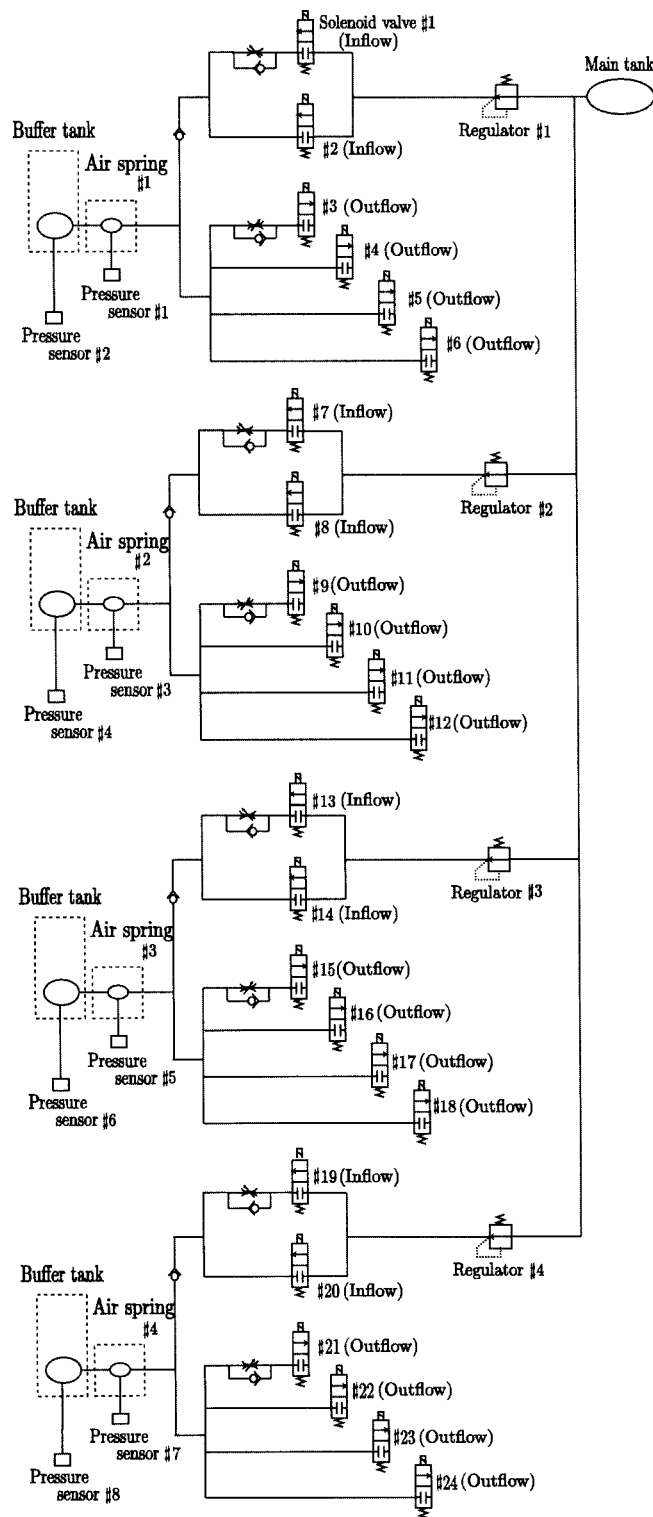


Fig. 2.30 Pneumatic circuit of system 4

る．速度 $\dot{z}$ と角速度 $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ は変位信号と角度信号を差分速度演算することで入手する．一方，空気ばね内圧 $p_{a1} \sim p_{a4}$ とバッファタンクの内圧 $p_{b1} \sim p_{b4}$ はコガネイ社製圧力センサ GS610A で検出する．

空気ばねの内圧は on-off 弁の開閉状態を変えることで空気ばねに流入出する空気の質量流量を変化させることで調整する．なお，on-off 弁は Fig. 2.30 の空圧回路に示すように計 24 個用いており，それぞれの弁の開閉状態の組み合わせを変えることでそれぞれの空気ばねに流入出する流量を多段階に調整できる．これによって制御入力である質量流量は量子化された入力となる．on-off 弁 #1, #2, #7, #8, #13, #14, #19, #20 はコガネイ社製 K2-100HF-04-NC を，on-off 弁 #3 ~ #6, #9 ~ #12, #15 ~ #18, #21 ~ #24 はクロダニューマティクス社製 VA01HPSC24-1PE-L5 を使用する．また，配管による圧力損失等により弁を開いてから空気ばねに空気が流れるまでに一定のむだ時間 ( $L = 10 \text{ ms}$ ) が存在する．

各センサで取得した変位および圧力信号は系 1 と同様に，16bit の A/D を介して DSP (mtt 社製 HeronDSP6x67) に送られ，制御演算を行う．その後，デジタル I/O を介して電磁弁に指令電圧を加える．

## 2.7.2 制御モデル

系 4 のモデルを Fig. 2.31 に示す．鉛直並進方向，ロール回転方向，ピッチ回転方向の計 3 軸の運動について考える．一般に，空気ばねのばね定数，および粘性定数は空気ばねの圧力変化に伴い変化するが，その影響は微小であることから一定と仮定する．空気ばね内圧の熱力学的な平衡条件を考慮すると，系 4 の運動方程式は以降で示す式となる．重心の並進運動は次式で表現できる．

$$\begin{aligned}
 M\ddot{z} = & -k_1(z - l_1\theta_1 - l_3\theta_2) - c_1(\dot{z} - l_1\dot{\theta}_1 - l_3\dot{\theta}_2) \\
 & - k_2(z + l_2\theta_1 - l_3\theta_2) - c_2(\dot{z} + l_2\dot{\theta}_1 - l_3\dot{\theta}_2) \\
 & - k_3(z - l_1\theta_1 + l_4\theta_2) - c_3(\dot{z} - l_1\dot{\theta}_1 + l_4\dot{\theta}_2) \\
 & - k_4(z + l_2\theta_1 + l_4\theta_2) - c_4(\dot{z} + l_2\dot{\theta}_1 + l_4\dot{\theta}_2) \\
 & + p_{a1}S_1 + p_{a2}S_2 + p_{a3}S_3 + p_{a4}S_4 - d
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

$\theta_1$  回りの回転運動は次式で表現できる．

$$\begin{aligned}
 J_1\ddot{\theta}_1 = & l_1k_1(z - l_1\theta_1 - l_3\theta_2) + l_1c_1(\dot{z} - l_1\dot{\theta}_1 - l_3\dot{\theta}_2) - l_1p_{a1}S_1 \\
 & + l_1k_3(z - l_1\theta_1 + l_4\theta_2) + l_1c_3(\dot{z} - l_1\dot{\theta}_1 + l_4\dot{\theta}_2) - l_1p_{a3}S_3 \\
 & - l_2k_2(z + l_2\theta_1 - l_3\theta_2) - l_2c_2(\dot{z} + l_2\dot{\theta}_1 - l_3\dot{\theta}_2) + l_2p_{a2}S_2 \\
 & - l_2k_4(z + l_2\theta_1 + l_4\theta_2) - l_2c_4(\dot{z} + l_2\dot{\theta}_1 + l_4\dot{\theta}_2) + l_2p_{a4}S_4 + l_1d
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

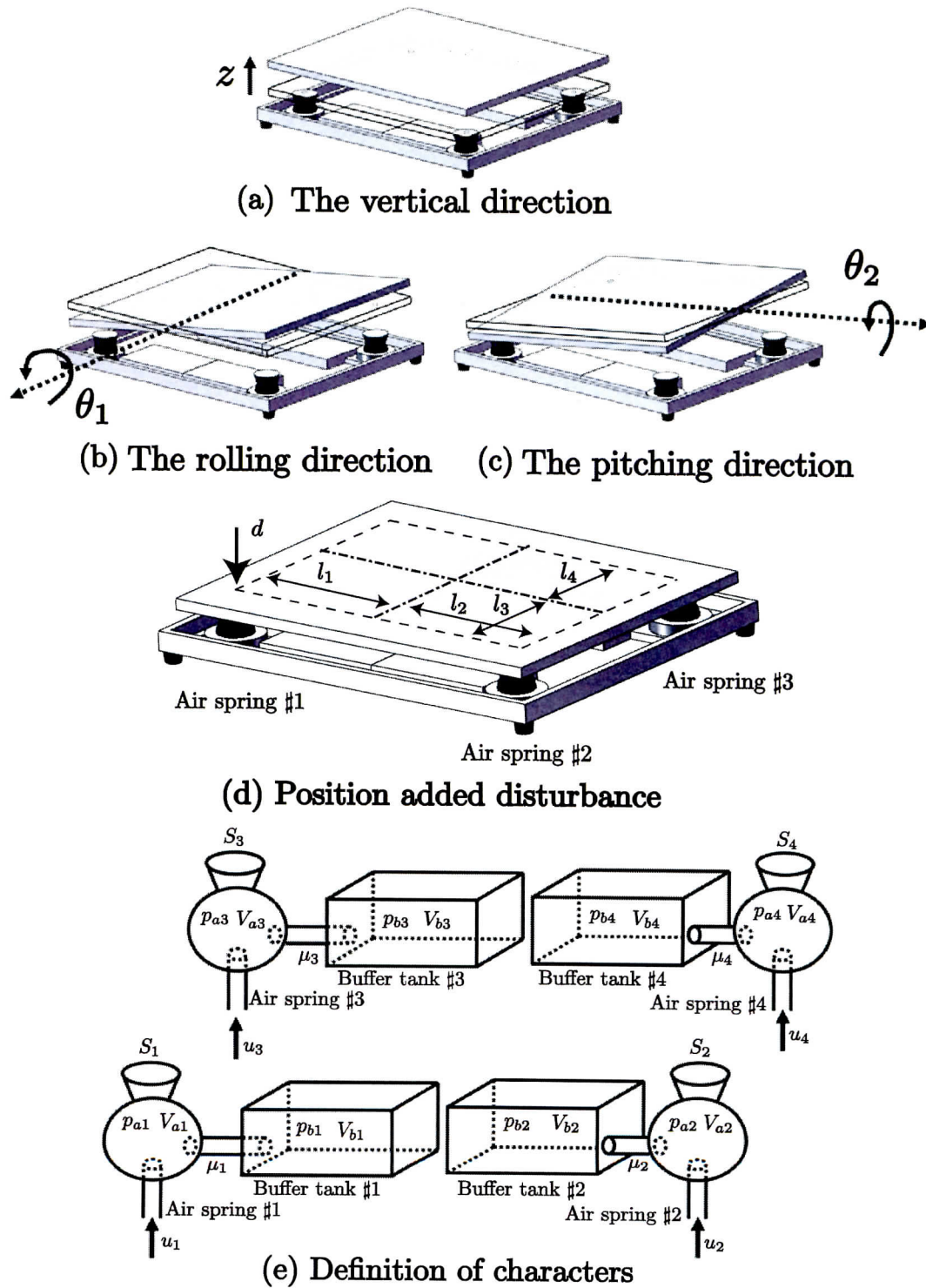


Fig. 2.31 Model of system 5

$\theta_2$  回りの回転運動は次式で表現できる.

$$\begin{aligned}
J_2 \ddot{\theta}_2 = & l_3 k_1 (z - l_1 \theta_1 - l_3 \theta_2) + l_3 c_1 (\dot{z} - l_1 \dot{\theta}_1 - l_3 \dot{\theta}_2) - l_3 p_{a1} S_1 \\
& + l_3 k_2 (z + l_2 \theta_1 - l_3 \theta_2) + l_3 c_2 (\dot{z} + l_2 \dot{\theta}_1 - l_3 \dot{\theta}_2) - l_3 p_{a2} S_2 \\
& - l_4 k_3 (z - l_1 \theta_1 + l_4 \theta_2) - l_4 c_3 (\dot{z} - l_1 \dot{\theta}_1 + l_4 \dot{\theta}_2) + l_4 p_{a3} S_3 \\
& - l_4 k_4 (z + l_2 \theta_1 + l_4 \theta_2) - l_4 c_4 (\dot{z} + l_2 \dot{\theta}_1 + l_4 \dot{\theta}_2) + l_4 p_{a4} S_4 + l_3 d
\end{aligned} \tag{2.20}$$

空気ばね #1 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{a1} = \frac{\kappa R_s T_1}{z_{a1} S_1} \left\{ u_1(t - L) - \mu_1 (p_{a1} - p_{b1}) \right\} - \frac{\kappa p_{01}}{z_{a1}} (\dot{z} - l_1 \dot{\theta}_1 - l_3 \dot{\theta}_2) h_1 \tag{2.21}$$

バッファタンク #1 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{b1} = \frac{\kappa R_s T_1}{z_{b1} S_1} \mu_1 (p_{a1} - p_{b1}) \tag{2.22}$$

空気ばね #2 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{a2} = \frac{\kappa R_s T_2}{z_{a2} S_2} \left\{ u_2(t - L) - \mu_2 (p_{a2} - p_{b2}) \right\} - \frac{\kappa p_{02}}{z_{a2}} (\dot{z} + l_2 \dot{\theta}_1 - l_3 \dot{\theta}_2) h_2 \tag{2.23}$$

バッファタンク #2 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{b2} = \frac{\kappa R_s T_2}{z_{b2} S_2} \mu_2 (p_{a2} - p_{b2}) \tag{2.24}$$

空気ばね #3 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{a3} = \frac{\kappa R_s T_3}{z_{a3} S_3} \left\{ u_3(t - L) - \mu_3 (p_{a3} - p_{b3}) \right\} - \frac{\kappa p_{03}}{z_{a3}} (\dot{z} - l_1 \dot{\theta}_1 + l_4 \dot{\theta}_2) h_3 \tag{2.25}$$

バッファタンク #3 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{b3} = \frac{\kappa R_s T_3}{z_{b3} S_3} \mu_3 (p_{a3} - p_{b3}) \tag{2.26}$$

空気ばね #4 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{a4} = \frac{\kappa R_s T_4}{z_{a4} S_4} \left\{ u_4(t - L) - \mu_4 (p_{a4} - p_{b4}) \right\} - \frac{\kappa p_{04}}{z_{a4}} (\dot{z} + l_2 \dot{\theta}_1 + l_4 \dot{\theta}_2) h_4 \tag{2.27}$$

バッファタンク #4 の内圧の運動は次式で表現できる.

$$\dot{p}_{b4} = \frac{\kappa R_s T_4}{z_{b4} S_4} \mu_4 (p_{a4} - p_{b4}) \tag{2.28}$$

ここで,  $z$  は除振台の重心の鉛直方向の変位,  $\theta_1$  は除振台の重心回りのロール回転角,  $\theta_2$  は除振台の重心回りのピッチ回転角である.  $p_{a1} \sim p_{a4}$  はそれぞれ, 空気ば

ね #1 ~ #4 の内圧である。ただし,  $p_{a1} \sim p_{a4}$  はそれぞれ, 平衡点圧力  $p_{01} \sim p_{04}$  との差圧で表現する。  $p_{b1} \sim p_{b4}$  はそれぞれ, バッファタンク #1 ~ #4 の内圧である。ただし,  $p_{b1} \sim p_{b4}$  はそれぞれ, 平衡点圧力  $p_{01} \sim p_{04}$  との差圧で表現する。  $u_1 \sim u_4$  は空気ばね #1 ~ #4 に流入出する質量流量である。  $M$  は除振台の質量,  $J_1$  は除振台のロール回転方向の慣性モーメント,  $J_2$  は除振台のピッチ回転方向の慣性モーメントである。  $l_1 \sim l_4$  はそれぞれ, 除振台の重心から空気ばね #1 ~ #4 中心までの距離である。  $k_1 \sim k_4$  はそれぞれ, 空気ばね #1 ~ #4 の有するばね定数である。  $c_1 \sim c_4$  はそれぞれ, 空気ばね #1 ~ #4 の有する粘性定数である。  $S_1 \sim S_4$  はそれぞれ, 除振台と空気ばね #1 ~ #4 の接触面積である。  $R_s$  は気体定数,  $\kappa$  は比熱比,  $T_1 \sim T_4$  はそれぞれ, 空気ばね #1 ~ #4 内の気体温度である。  $\mu_1 \sim \mu_4$  はそれぞれ, 空気ばね #1 ~ #4 の流路に依存するバルブ係数である。  $L$  は質量流量のむだ時間,  $V_{a1} \sim V_{a4}$  はそれぞれ, 平衡点圧力  $p_{01} \sim p_{04}$  における空気ばね #1 ~ #4 の体積,  $V_{b1} \sim V_{b4}$  はそれぞれ, バッファタンク #1 ~ #4 の体積である。  $z_{a1} \sim z_{a4}$  はそれぞれ, 等価空気ばね #1 ~ #4 高さで, それぞれ,  $V_{a1} = S_1 z_{a1}, V_{a2} = S_2 z_{a2}, V_{a3} = S_3 z_{a3}, V_{a4} = S_4 z_{a4}$  を満たす値である。  $z_{b1} \sim z_{b4}$  はそれぞれ, 等価バッファタンク #1 ~ #4 高さで, それぞれ,  $V_{b1} = S_1 z_{b1}, V_{b2} = S_2 z_{b2}, V_{b3} = S_3 z_{b3}, V_{b4} = S_4 z_{b4}$  を満たす値である。  $V_1 \sim V_4$  はそれぞれ, 空気ばね #1 ~ #4 の体積変化である。ただし, それぞれ, 平衡点体積  $V_{a1} \sim V_{a4}$  からの体積差で表現する。  $h_1 \sim h_4$  はそれぞれ, 空気ばね #1 ~ #4 の体積変換係数で,  $V_1 = h_1 S_1 z_1, V_2 = h_2 S_2 z_2, V_3 = h_3 S_3 z_3, V_4 = h_4 S_4 z_4$  を満たす値である。  $d$  は台上に加わる外乱である。外乱印加位置は Fig. 2.31 に示すように空気ばね #1 の真上とする。

パラメータはインパルス状の外乱に対する実機実験による自由応答から求めた。各パラメータの値を Tables 2.13, 2.14 に示す。(2.18) 式 ~ (2.28) 式より線形近似を行うことで状態方程式は次式となる。

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t - L) + \hat{b}_c d(t) \quad (2.29)$$

ただし,

$$x = \left[ z \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dot{z} \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad p_{a1} \quad p_{b1} \quad p_{a2} \quad p_{b2} \quad p_{a3} \quad p_{b3} \quad p_{a4} \quad p_{b4} \right]^T$$

$$u = \left[ u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \right]^T$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \\ 0 & 0 & 0 & a_{74} & a_{75} & a_{76} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{94} & a_{95} & a_{96} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11,4} & a_{11,5} & a_{11,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{13,4} & a_{13,5} & a_{13,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{47} & 0 & a_{49} & 0 & a_{4,11} & 0 & a_{4,13} & 0 \\ a_{57} & 0 & a_{59} & 0 & a_{5,11} & 0 & a_{5,13} & 0 \\ a_{67} & 0 & a_{69} & 0 & a_{6,11} & 0 & a_{6,13} & 0 \\ a_{77} & a_{78} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{87} & a_{88} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{99} & a_{9,10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{10,9} & a_{10,10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11,11} & a_{11,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{12,11} & a_{12,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{13,13} & a_{13,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{14,13} & a_{14,14} \end{bmatrix}$$



$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{71} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{92} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{11,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{13,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{b}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1/M \\ l_1/J_1 \\ l_3/J_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{41} = \frac{-k_1 - k_2 - k_3 - k_4}{M}, \quad a_{42} = \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2 + k_3 l_1 - k_4 l_2}{M},$$

$$a_{43} = \frac{k_1 l_3 + k_2 l_3 - k_3 l_4 - k_4 l_4}{M}, \quad a_{44} = \frac{-c_1 - c_2 - c_3 - c_4}{M},$$

$$a_{45} = \frac{c_1 l_1 - c_2 l_2 + c_3 l_1 - c_4 l_2}{M}, \quad a_{46} = \frac{c_1 l_3 + c_2 l_3 - c_3 l_4 - c_4 l_4}{M},$$

$$a_{47} = \frac{S_1}{M}, \quad a_{49} = \frac{S_2}{M}, \quad a_{4,11} = \frac{S_3}{M}, \quad a_{4,13} = \frac{S_4}{M},$$

$$a_{51} = \frac{l_1 k_1 + l_1 k_3 - l_2 k_2 - l_2 k_4}{J_1}, \quad a_{52} = \frac{-l_1^2 k_1 - l_1^2 k_3 - l_2^2 k_2 - l_2^2 k_4}{J_1},$$

$$a_{53} = \frac{-l_1 l_3 k_1 + l_1 l_4 k_3 + l_2 l_3 k_2 - l_2 l_4 k_4}{J_1}, \quad a_{54} = \frac{l_1 c_1 + l_1 c_3 - l_2 c_2 - l_2 c_4}{J_1},$$

$$a_{55} = \frac{-l_1^2 c_1 - l_1^2 c_3 - l_2^2 c_2 - l_2^2 c_4}{J_1}, \quad a_{56} = \frac{-l_1 l_3 c_1 + l_1 l_4 c_3 + l_2 l_3 c_2 - l_2 l_4 c_4}{J_1},$$

$$a_{57} = \frac{-l_1 S_1}{J_1}, \quad a_{59} = \frac{l_2 S_2}{J_1}, \quad a_{5,11} = \frac{-l_1 S_3}{J_1}, \quad a_{5,13} = \frac{l_2 S_4}{J_1},$$

$$a_{61} = \frac{l_3 k_1 + l_3 k_2 - l_4 k_3 - l_4 k_4}{J_2}, \quad a_{62} = \frac{-l_3 l_1 k_1 + l_3 l_2 k_2 + l_4 l_1 k_3 - l_4 l_2 k_4}{J_2},$$

$$a_{63} = \frac{-l_3^2 k_1 - l_3^2 k_2 - l_4^2 k_3 - l_4^2 k_4}{J_2}, \quad a_{64} = \frac{l_3 c_1 + l_3 c_2 - l_4 c_3 - l_4 c_4}{J_2},$$

$$a_{65} = \frac{-l_3 l_1 c_1 + l_3 l_2 c_2 + l_4 l_1 c_3 - l_4 l_2 c_4}{J_2}, \quad a_{66} = \frac{-l_3^2 c_1 - l_3^2 c_2 - l_4^2 c_3 - l_4^2 c_4}{J_2},$$

$$a_{67} = \frac{-l_3 S_1}{J_2}, \quad a_{69} = \frac{-l_3 S_2}{J_2}, \quad a_{6,11} = \frac{l_4 S_3}{J_2}, \quad a_{6,13} = \frac{l_4 S_4}{J_2},$$

$$\begin{aligned}
a_{74} &= \frac{-\kappa p_{01} h_1}{z_{a1}}, & a_{75} &= \frac{\kappa p_{01} l_1 h_1}{z_{a1}}, & a_{76} &= \frac{\kappa p_{01} l_3 h_1}{z_{a1}}, \\
a_{77} &= \frac{-\kappa R_s T_1 \mu_1}{z_{a1} S_1}, & a_{78} &= -a_{77}, & a_{87} &= \frac{\kappa R_s T_1 \mu_1}{z_{b1} S_1}, & a_{88} &= -a_{87}, \\
a_{94} &= \frac{-\kappa p_{02} h_2}{z_{a2}}, & a_{95} &= \frac{-\kappa p_{02} l_2 h_2}{z_{a2}}, & a_{96} &= \frac{\kappa p_{02} l_3 h_2}{z_{a2}}, \\
a_{99} &= \frac{-\kappa R_s T_2 \mu_2}{z_{a2} S_2}, & a_{9,10} &= -a_{99}, & a_{10,9} &= \frac{\kappa R_s T_2 \mu_2}{z_{b2} S_2}, & a_{10,10} &= -a_{10,9}, \\
a_{11,4} &= \frac{-\kappa p_{03} h_3}{z_{a3}}, & a_{11,5} &= \frac{\kappa p_{03} l_1 h_3}{z_{a3}}, & a_{11,6} &= \frac{-\kappa p_{03} l_4 h_3}{z_{a3}}, \\
a_{11,11} &= \frac{-\kappa R_s T_3 \mu_3}{z_{a3} S_3}, & a_{11,12} &= -a_{11,11}, & a_{12,11} &= \frac{\kappa R_s T_3 \mu_3}{z_{b3} S_3}, & a_{12,12} &= -a_{12,11}, \\
a_{13,4} &= \frac{-\kappa p_{04} h_4}{z_{a4}}, & a_{13,5} &= \frac{-\kappa p_{04} l_2 h_4}{z_{a4}}, & a_{13,6} &= \frac{-\kappa p_{04} l_4 h_4}{z_{a4}}, \\
a_{13,13} &= \frac{-\kappa R_s T_4 \mu_4}{z_{a4} S_4}, & a_{13,14} &= -a_{13,13}, & a_{14,13} &= \frac{\kappa R_s T_4 \mu_4}{z_{b4} S_4}, & a_{14,14} &= -a_{14,13}, \\
b_{71} &= \frac{\kappa R_s T_1}{z_{a1} S_1}, & b_{92} &= \frac{\kappa R_s T_2}{z_{a2} S_2}, & b_{11,3} &= \frac{\kappa R_s T_3}{z_{a3} S_3}, & b_{13,4} &= \frac{\kappa R_s T_4}{z_{a4} S_4}
\end{aligned}$$

系4の空気ばねへの流入出する流量について考える．Fig. 2.30の空圧回路に着目する．この場合，各空気ばね#1～#4に流れる流量 $u_1 \sim u_4$ が存在する．そして，流量 $u_1 \sim u_4$ の値はそれぞれon-off弁#1～#6の開閉状態の組み合わせ，#7～#12の開閉状態の組み合わせ，#13～#18の開閉状態の組み合わせ，#19～#24の開閉状態の組み合わせを変えることで多段的な値，つまり離散値入力となる．流量 $u_1$ の値とon-off弁#1～#6の開閉状態の組み合わせの関係をTable 2.15，流量 $u_2$ の値とon-off弁#7～#12の開閉状態の組み合わせの関係をTable 2.16，流量 $u_3$ の値とon-off弁#13～#18の開閉状態の組み合わせの関係をTable 2.17，流量 $u_4$ の値とon-off弁#19～#24の開閉状態の組み合わせの関係をTable 2.18に示す．ここで，流量の値は $G_{2+} = 5.14 \times 10^{-4}[\text{kg/s}]$ ， $G_{1+} = 1.93 \times 10^{-4}[\text{kg/s}]$ ， $G_{1-} = -2.57 \times 10^{-4}[\text{kg/s}]$ ， $G_{2-} = -3.64 \times 10^{-4}[\text{kg/s}]$ となる．そして，次式に従ってon-off弁を駆動することで，4入力4出力の関数である量子化器 $\Phi([\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4]^T) = [\phi(\sigma_1), \phi(\sigma_2), \phi(\sigma_3), \phi(\sigma_4)]^T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ がシステムに内在することになる．

$$\phi(\sigma_i) = \begin{cases} G_{2+} & , \text{if } \sigma_{2+} \leq \sigma_i \\ G_{1+} & , \text{if } \sigma_{1+} \leq \sigma_i \leq \sigma_{2+} \\ G_{1-} & , \text{if } \sigma_{2-} \leq \sigma_i \leq \sigma_{1-} \quad (i \in \{1, 2, 3, 4\}) \\ G_{2-} & , \text{if } \sigma_i \leq \sigma_{2-} \\ 0 & , \text{others} \end{cases} \quad (2.30)$$

ここで $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4]^T$ は $\Phi$ への入力であり， $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は5値の出力値を有する量子化器である(Fig. 2.32)．なお， $\sigma_{2+}$ ， $\sigma_{1+}$ ， $\sigma_{1-}$ ， $\sigma_{2-}$ は量子化器への入力値に対して，どの出力値を割り当てるかを決定づける設計パラメータである．このパラメータに関しては制御系設計時に設計する．以上より，量子化器まで含めた制御モデルはFig. 2.33となる．ここで， $G_c$ は(2.29)式で表される制御対象とする．

Table 2.13 Plant parameter values of system 4 (part1)

Displacement of isolation table	$z$	[m]
Roll angle of isolation table	$\theta_1$	[rad]
Pich angle of isolation table	$\theta_2$	[rad]
#1 air spring pressure deviation	$p_{a1}$	[Pa]
#1 buffer tank pressure deviation	$p_{b1}$	[Pa]
#2 air spring pressure deviation	$p_{a2}$	[Pa]
#2 buffer tank pressure deviation	$p_{b2}$	[Pa]
#3 air spring pressure deviation	$p_{a3}$	[Pa]
#3 buffer tank pressure deviation	$p_{b3}$	[Pa]
#4 air spring pressure deviation	$p_{a4}$	[Pa]
#4 buffer tank pressure deviation	$p_{b4}$	[Pa]
#1 control input (mass flow rate)	$u_1$	[kg/s]
#2 control input (mass flow rate)	$u_2$	[kg/s]
#3 control input (mass flow rate)	$u_3$	[kg/s]
#4 control input (mass flow rate)	$u_4$	[kg/s]
#1 primary pressure	$p_{01}$	0.035 [MPa]
#2 primary pressure	$p_{02}$	0.035 [MPa]
#3 primary pressure	$p_{03}$	0.035 [MPa]
#4 primary pressure	$p_{04}$	0.035 [MPa]
Mass of table	$M$	13.6 [kg]
Roll direction Inertia of table	$J_1$	$2.63 \times 10^{-1}$ [kg·m <sup>2</sup> ]
Pich direction Inertia of table	$J_2$	$1.81 \times 10^{-1}$ [kg·m <sup>2</sup> ]
Distance	$l_1$	$1.94 \times 10^{-1}$ [m]
Distance	$l_2$	$1.94 \times 10^{-1}$ [m]
Distance	$l_3$	$1.50 \times 10^{-1}$ [m]
Distance	$l_4$	$1.50 \times 10^{-1}$ [m]
Distance	$l_b$	$1.33 \times 10^{-1}$ [m]
#1 spring constant	$k_1$	$2.34 \times 10^3$ [N/m]
#2 spring constant	$k_2$	$2.34 \times 10^3$ [N/m]
#3 spring constant	$k_3$	$2.34 \times 10^3$ [N/m]
#4 spring constant	$k_4$	$2.34 \times 10^3$ [N/m]
#1 damping coefficient	$c_1$	6.39 [Ns/m]
#2 damping coefficient	$c_2$	6.39 [Ns/m]
#3 damping coefficient	$c_3$	6.39 [Ns/m]
#4 damping coefficient	$c_4$	6.39 [Ns/m]
#1 contact area of air spring	$S_1$	$7.07 \times 10^{-4}$ [m <sup>2</sup> ]
#2 contact area of air spring	$S_2$	$7.07 \times 10^{-4}$ [m <sup>2</sup> ]
#3 contact area of air spring	$S_3$	$7.07 \times 10^{-4}$ [m <sup>2</sup> ]
#4 contact area of air spring	$S_4$	$7.07 \times 10^{-4}$ [m <sup>2</sup> ]

Table 2.14 Plant parameter values of system 4 (part2)

Gas constant	$R_s$	287[J/(kg·K)]
Ratio of specific heat	$\kappa$	1.4 [-]
Gas temperature in #1 spring	$T_1$	293 [K]
Gas temperature in #2 spring	$T_2$	293 [K]
Gas temperature in #3 spring	$T_3$	293 [K]
Gas temperature in #4 spring	$T_4$	293 [K]
#1 valve coefficient	$\mu_1$	$5.86 \times 10^{-8}$ [kg/(s·Pa)]
#2 valve coefficient	$\mu_2$	$5.86 \times 10^{-8}$ [kg/(s·Pa)]
#3 valve coefficient	$\mu_3$	$5.86 \times 10^{-8}$ [kg/(s·Pa)]
#4 valve coefficient	$\mu_4$	$5.86 \times 10^{-8}$ [kg/(s·Pa)]
Time-delay of mass flow rate	$L$	10 [ms]
#1 equiv. buffer tank height	$z_{b1}$	0.365 [m]
#1 equiv. air spring height	$z_{a1}$	0.050 [m]
#2 equiv. buffer tank height	$z_{b2}$	0.365 [m]
#2 equiv. air spring height	$z_{a2}$	0.050 [m]
#3 equiv. buffer tank height	$z_{b3}$	0.365 [m]
#3 equiv. air spring height	$z_{a3}$	0.050 [m]
#4 equiv. buffer tank height	$z_{b4}$	0.365 [m]
#4 equiv. air spring height	$z_{a4}$	0.050 [m]
#1 volume conversion coefficient	$h_1$	2 [-]
#2 volume conversion coefficient	$h_2$	2 [-]
#3 volume conversion coefficient	$h_3$	2 [-]
#4 volume conversion coefficient	$h_4$	2 [-]

Table 2.15: Relationship between  $u_1$  and driving pattern of the solenoid valve #1 ~ #6 for system 4

	Val. #1	Val. #2	Val. #3	Val. #4	Val. #5	Val. #6	Control input $u_1$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

Table 2.16: Relationship between  $u_2$  and driving pattern of solenoid valve #7 ~ #12 for system 4

	Val. #7	Val. #8	Val. #9	Val. #10	Val. #11	Val. #12	Control input $u_2$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

Table 2.17: Relationship between  $u_3$  and driving pattern of solenoid valve #13 ~ #18 for system 4

	Val. #13	Val. #14	Val. #15	Val. #16	Val. #17	Val. #18	Control input $u_3$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On: Valve is open. -: Valve is closed.

Table 2.18: Relationship between  $u_4$  and driving pattern of solenoid valve #19 ~ #24 for system 4

	Val. #19	Val. #20	Val. #21	Val. #22	Val. #23	Val. #24	Control input $u_4$
Inflow	On	On	-	-	-	-	$G_{2+}$
	On	-	-	-	-	-	$G_{1+}$
Outflow	-	-	On	On	-	-	$G_{1-}$
	-	-	On	On	On	On	$G_{2-}$
	-	-	-	-	-	-	0

On:Valve is opend. -:Valve is closed.

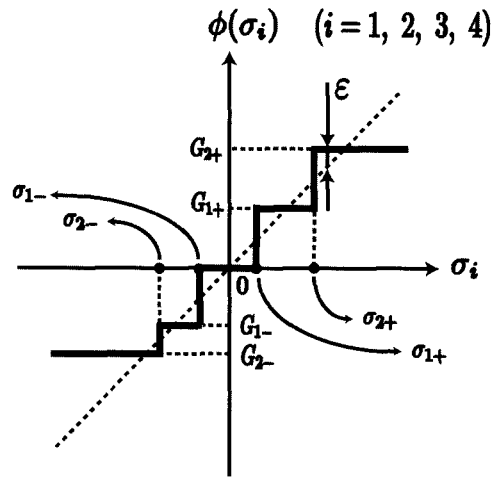


Fig. 2.32 Quantizer of 5 values

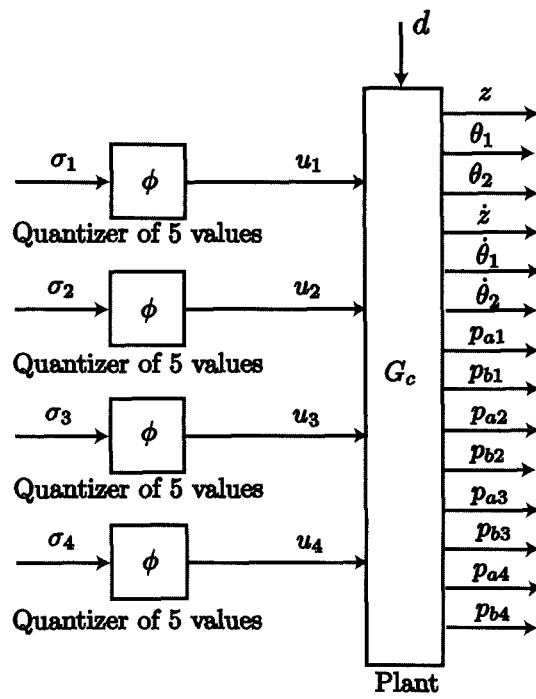


Fig. 2.33 system 5



## 第3章 FBMに基づく改良手法

### 3.1 はじめに

非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)の確立を目指し, FBMを非線形量子化器を含むシステムに適用することによって生じる振動励起問題を解決する手法としてFBMに加え不感帯と動的補償を併用する手法を構築する. まず, FBMについて特徴を述べ, 非線形量子化器を含むシステムである空圧式除振台に適用した場合に, 応答が劣化することを示す. そして, FBMに加えて不感帯を併用した手法(以降「FBMに基づく改良手法1」と記す)と FBMに加えて, 不感帯および動的補償器を併用した手法(以降「FBMに基づく改良手法2」と記す)を提案する. そして, 提案手法を系1(1軸制御系・3値量子化)(§2参照)に応用し数値シミュレーションおよび実機実験によりその効果を検証する.

### 3.2 フィードバック変調器(FBM)

文献8)のフィードバック変調器(feedback-modulator:FBM)について説明する. 対象システムは Fig. 3.1のように表現される. 図中の  $S/H$  はサンプリング時間  $h$  のサンプラとゼロ次ホールドを表現しており, アクチュエータの出力値の切り替え時間間隔に関する制約を与えている. その入出力を  $u_s \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma \in \mathbb{R}$  とする.  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  は連続値信号を離散値信号に変換する量子化器であり, アクチュエータの出力値の大きさに関する制約を与えている.  $G_c$  は次式の1入力1出力の連続

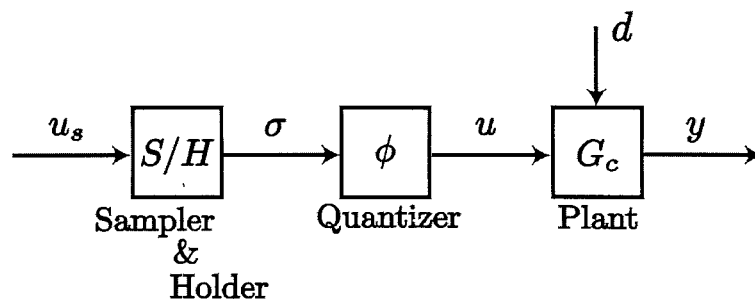


Fig. 3.1 System including sampler, holder, and quantizer

時間系の制御対象とする.

$$G_c: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) + \hat{b}d(t) \\ y(t) = cx(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

ここで,  $x \in \mathbb{R}^{(n \times 1)}$ ,  $u \in \mathbb{R}$ ,  $d \in \mathbb{R}$ はそれぞれ, 状態変数, 入力, 外乱であり,  $A \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$ ,  $b \in \mathbb{R}^{(n \times 1)}$ ,  $\hat{b} \in \mathbb{R}^{(n \times 1)}$ ,  $c \in \mathbb{R}^{(1 \times n)}$ は係数行列である. このアクチュエータの出力値の大きさと切り替え時間の制約を有する Fig. 3.1 の対象システムに対し, FBMを適用した制御システムは Fig. 3.2 のようになる.  $Q_c(s)$ は FBM の設計パラメータであり, その入出力を  $u_Q$ ,  $u_0$  とする.  $Q_c(s)$ はプロパーで安定な有理関数とする. FBMの入出力は  $u_f$ ,  $u$  である.  $N(s) := 1 - Q_c(s)$ と定義すると, 次の定理によって FBM の BIBO 安定性が保証されている<sup>8)</sup>.

**【定理 3.1】**

FBM のパラメータ  $N(s)$  を

$$N_\tau(s) = \left( \frac{\tau s}{\tau s + 1} \right)^2 \quad (3.2)$$

と定めれば,  $h < \tau$  を満たすとき FBM は BIBO 安定となる. □

FBM の設計パラメータ  $Q_c(s)$  は定理 3.1 の  $N_r(s)$  を用いて  $N_r(s) = 1 - Q_c(s)$  の関係を満たすように設計する. つまり, FBM の設計パラメータは (3.2) 式の  $\tau$  となる.

ここで, Fig. 3.2 の  $Q_c(s)$  の役割について説明する. まず, S/H および量子化による誤差  $u_Q$  を外乱とし,  $u_s$  の信号に外乱  $u_Q$  が印加され, 信号  $u$  が生成されると考える. すると, Fig. 3.2 は Fig. 3.3 となる. FBM の出力  $u$  をその入力  $u_f$  及び外乱  $u_Q$  で表すと,  $u = u_f + (1 - Q_c(s))u_Q$  の関係が成り立つ. ここで,  $N_r(s) = 1 - Q_c(s)$

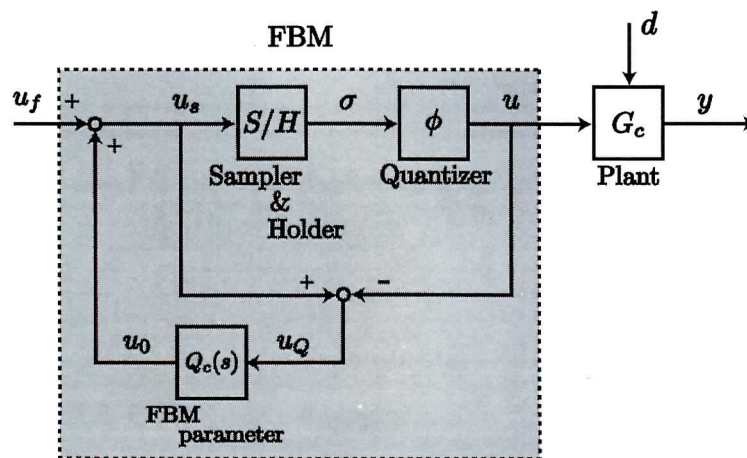


Fig. 3.2 Block diagram of FBM

なので、 $u = u_f + N_r(s)u_Q$ となる。  $N_r(s)$ は低周波数帯域でゲインが小さくなる特性を有している。つまり、 $Q_c(s)$ は $(1 - Q_c(s))$ が低周波数帯域でゲインが小さくなるように設計されていることになる。これにより  $Q_c(s)$ は外乱  $u_Q$ の影響が低周波数帯域において  $u$ に現れないようにする効果を有している。

以降で提案する FBMに基づく改良手法2では離散時間系で動的補償器を付加するため、FBMの特性についてパルス伝達関数を用いて考察しておく。 Fig. 3.2において、 $u_f$ から  $u$ までの開ループ伝達関数を考える。問題を具体化するために、系1 (1軸制御系・3値量子化)に内在している3値の量子化器  $\phi$ (Fig. 2.17参照、ただし、パラメータは $\sigma_{2+} = G_{2+}/2, \sigma_{2-} = G_{2-}/2$ と設計したもの)を例にとって説明する。 $u_f$ から  $u_s$ までのパルス伝達関数  $K_1[z]$ は  $\phi$ の特性を比例ゲイン  $\phi_k$ と仮定した場合、次式となる。

$$K_1[z] = \frac{1}{1 - Q_d[z](1 - \phi_k)} \tag{3.3}$$

$Q_d[z]$ は  $Q_c(s)$ をサンプリング時間  $h$ でゼロ次ホールドを用いて離散化したものとする。ここで入力周波数  $\omega = 0$ ,  $\phi(\sigma) = 0$ の場合を考える。これはFBMへの入力  $u$ が一定かつ微小な値であるため量子化器  $\phi$ により線形入力  $u$ が0に量子化されてしまう場合を想定している。すると  $Q_d[e^{j0}] = 1$ ,  $\phi_k = 0$ となり、 $|K_1[e^{j0}]| \rightarrow \infty$ となる。そのため、 $u_f$ が一定かつ微小な値だとしても  $u_s$ は増大し、 $u$ はいずれ  $G_{2+}$ もしくは  $G_{2-}$ の値となる。つまり、FBMは低周波入力に対してゲインが増大する積分型の特性を有しており、量子化誤差を補償する効果をもつ。

FBMを非線形量子化器を含む空圧式除振台に適用した場合、応答が劣化する場合があることを線形量子化器を含む空圧式除振台と比較することで示す。また、線形量子化器を含む空圧式除振台は実機では容易に構築できないため、数値シミュレーションを用いる。なお、モデルとしては系1を用いても良いが、線形量子化器と非線形量子化器の純粋な比較をするのには不向きである。それは、系1は非

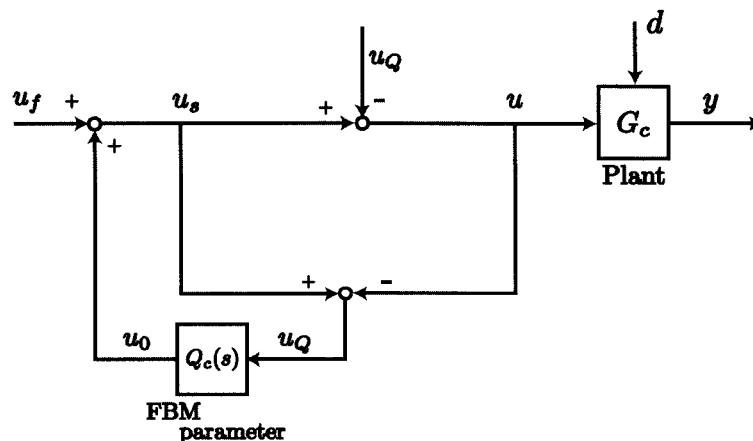


Fig. 3.3 Block diagram of FBM

線形量子化器に加えむだ時間要素を含む複雑な系だからである．そこで，ここでは，空気ばね内に流入出する流量を入力とし，台の変位を出力とした空圧式除振台の簡易モデル  $G_c$  (以降の (3.4) 式参照) を用いることにする．

[例題 3.1]

Fig. 3.4 の状態フィードバック系を考える．制御対象  $G_c$ ，フィードバックゲイン  $F$ ，量子化器  $\phi$ ，FBM の設計パラメータ  $\tau$  は次のものを用いるものとする．サンプリング時間  $h$  は  $h = 0.005$  とする．

$$G_c: \begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3.435 \times 10^2 & -5.643 & 2.079 \times 10^{-4} \\ 0 & -1.225 \times 10^6 & 0 \end{bmatrix} x(t) \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.301 \times 10^8 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.353 \times 10^{-2} \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \\ y(t) = [1 \ 0 \ 0] x(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

$$F = [1.865 \times 10^{-9} \quad 9.554 \times 10^{-2} \quad 4.902 \times 10^{-7}] \quad (3.5)$$

$$\phi(\sigma) = \begin{cases} 3.643 \times 10^{-4} & , \text{if } (\sigma \geq 3.643 \times 10^{-4}/2) \\ -3.643 \times 10^{-4} & , \text{if } (\sigma \leq -3.643 \times 10^{-4}/2) \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\tau = 0.5 \quad (3.7)$$

状態変数  $x$  は変位，速度，空気ばね内の圧力である．なお，量子化器  $\phi$  は線形量子化器を想定している．インパルス外乱に対するシミュレーション結果を Fig. 3.5 に示す．Fig. 3.5 において，上から 1 段目の図が変位を，2 段目の図が制御入力を表している．また，以下の非線形量子化器  $\phi$  を用いた場合の結果を Fig. 3.6 に示す．

$$\phi(\sigma) = \begin{cases} 5.1424 \times 10^{-4} & , \text{if } (\sigma \geq 5.1424 \times 10^{-4}/2) \\ -3.643 \times 10^{-4} & , \text{if } (\sigma \leq -3.643 \times 10^{-4}/2) \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.8)$$

線形量子化器を用いた場合 (Fig. 3.5) に比べ非線形量子化器を用いた場合 (Fig. 3.6) は 2.3 s 付近，3.5 s 付近に入力が印加され，変位にゆらぎが生じており，応答が劣化していることが分かる．この現象は以下のように考えられる．まず，状態フィードバックを用いたレギュレータシステムの入力の前段に量子化器が存在すると，量子化器に含まれる不感帯の範囲では入力を印加することができず，定常偏差が生じてしまう．これは量子化器が含まれる本システムの本質的な問題である．そして，残りうる定常偏差の幅はフィードバックゲインと量子化器の設計パラメータに起因する．また，空圧式除振台の場合，空気ばねに流入した空気の量と空気ば

ねから流出した空気の量が等しくなければ変位を元の状態に戻すことはできない. そして, 流入出する空気の量の最小分解能は量子化器の出力値にサンプリング時間を乗じたものとなる. 線形量子化器であれば, この流入出時の空気の量の最小分解能は等しいが, 非線形量子化器では等しくないため, 入力時系列の和が0になりづらく, 定常偏差がさらに残りやすい. そして, この定常偏差をなくすようにFBMが機能するため, 振動を励起してしまう. この現象については §3.3 で詳しく説明する.

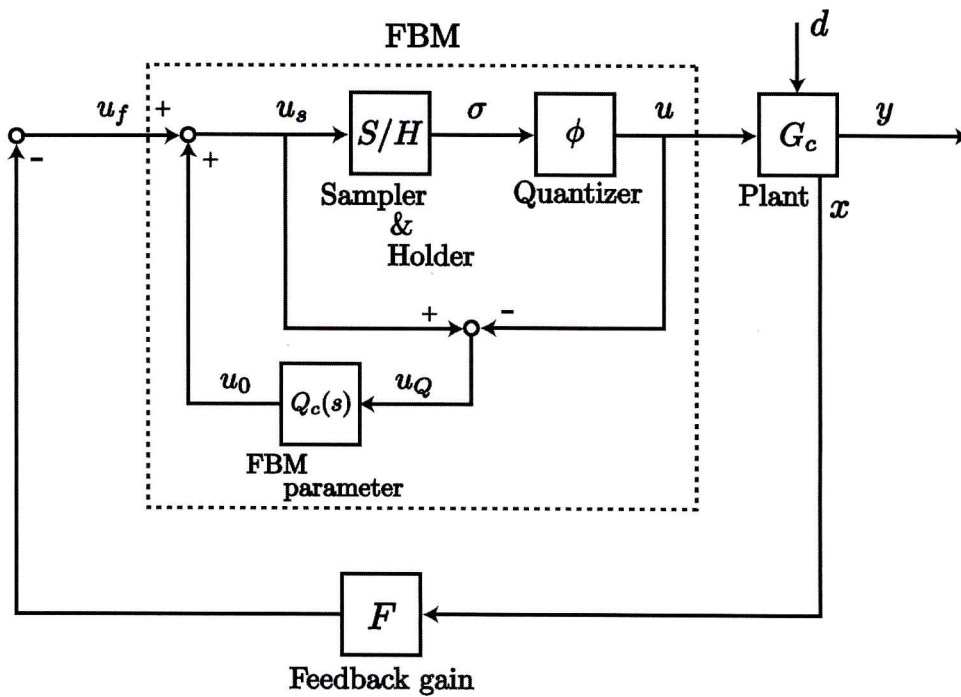


Fig. 3.4 Block diagram of example

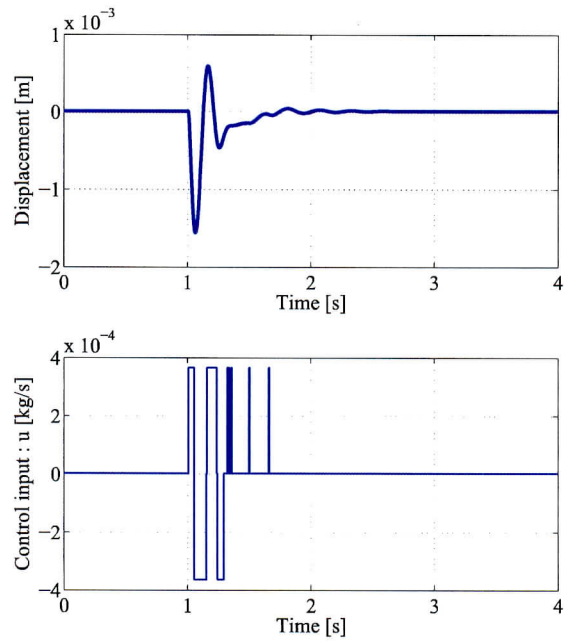


Fig. 3.5 Simulation results for example using linear quantizer

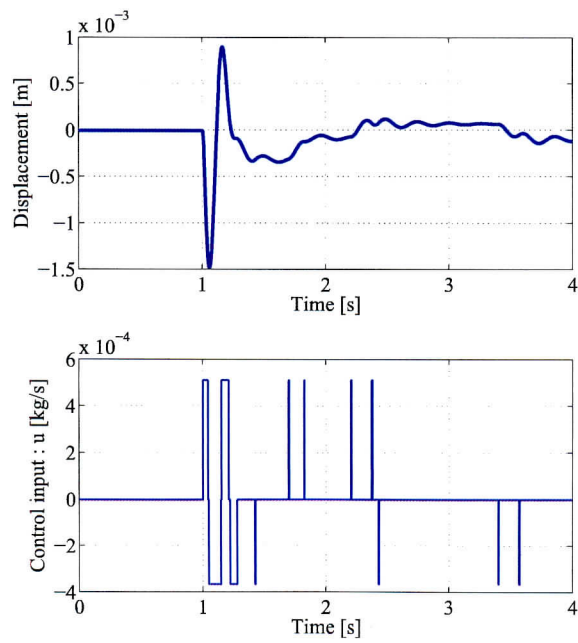


Fig. 3.6 Simulation results for example using non-linear quantizer

### 3.3 FBMに基づく改良手法1

例題で示したように、非線形量子化器を含むシステムにFBMをそのまま適用した場合、応答が振動的になる場合がある。この問題を解決するためにFBMに基づく改良手法1を提案する。まず、振動的になる原因として、以下の二つが考えられる。

**原因1** 非線形な量子化器を用いることにより、微小な定常偏差が残りやすい。そして、FBMの積分型の特性によってこの偏差を溜めてしまい、一定時間経過後に制御対象にインパルス状の入力が加わってしまう。

**原因2**  $u_f$ が $G_{2+}$ や $G_{2-}$ より大きさが極端に大きい値であった場合に、 $u_f$ とFBMの出力 $u$ との誤差が大きくなってしまい、極端に大きな値がFBM内でフィードバックされる。

原因1が最も重要な原因と考えられるため詳しく説明する。Fig. 3.2において、 $u_f$ が一定かつ微小信号の場合、この微小信号は量子化器 $\phi$ によって0に量子化され、 $Q_c(s)$ には微小信号が入力される。このとき、 $u=0$ の出力の後、前節で述べたようにFBMが積分型の特性をもつことから、一定時間経過後に制御対象に $u=G_{2+}$ もしくは $u=G_{2-}$ のインパルス状の入力が加わり、その結果として応答が振動的になる。そこで、原因1を解消するためにFig. 3.7のように、FBMの前に次式の不感帯関数 $\Delta$ を追加する。

$$\Delta: u_2 = \begin{cases} 0 & , \text{if } |u_1| < \delta \\ u_1 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.9)$$

ここで、 $u_1$ 、 $u_2$ は不感帯関数 $\Delta$ の入出力であり、 $\delta$ は不感帯の幅を表す。これによって量子化器 $\phi$ により0に量子化されるような微小な値がFBMに入力されることを防止できる。また、 $\phi$ により0に量子化されるような微小な値は $G_{2-}/2 \sim G_{2+}/2$ の値であることから、 $\delta > \max(|G_{2+}/2|, |G_{2-}/2|)$ となるように $\delta$ を選定する必要がある。なお、FBM内の量子化器 $\phi$ にも不感帯要素は含まれるが、その機能は $\Delta$ とは根本的に異なる。前節で述べたように、FBMは操作量の不感帯を打ち消し、量子化誤差を補償するように働く。その結果、不感帯内の微小信号であっても、FBMによって誤差が蓄積され、補償される。一方、新しく追加した $\Delta$ は、不感帯内の微小信号に不感とするために導入したものである。よって $\Delta$ をFBMの外側に追加することに意味がある。

一方、原因2を解消するためにFig. 3.7のように、FBMの前に次式の飽和関数 $\Gamma$ を追加する。

$$\Gamma: u_f = \begin{cases} G_{2+} & , \text{if } u_2 \geq G_{2+} \\ G_{2-} & , \text{if } u_2 \leq G_{2-} \\ u_2 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.10)$$

ここで,  $u_2$ ,  $u_f$  は飽和関数  $\Gamma$  の入出力である. なお, 飽和値  $G_{2+}$ ,  $G_{2-}$  は制御対象における操作量の上下限值に対応させるため一意に定まる.  $\Gamma$  の追加によって予め FBM への入力  $u_f$  に飽和制限を加え,  $u_f$  と  $u$  の誤差が大きくなるのを防止できる. この手法によって振動を励起してしまいう問題を回避できると期待できる.

先の例題に対し FBM に基づく改良手法1を適用した結果を Fig. 3.8 に示す. なお, 量子化器としては (3.8) 式で定義した非線形量子化器を用いている. 不感帯関数の設計パラメータ  $\delta$  は  $\delta = 5.1424 \times 10^{-4}/2$  とした. 変位をみると振動的な応答が改善されているのが分かる. しかしながら, 変位に定常偏差が残っている. これは, 先に述べたように, 量子化器が含まれる本システムの本質的な問題である. しかも, 不感帯関数を追加したことにより, その偏差は大きくなる傾向があった.

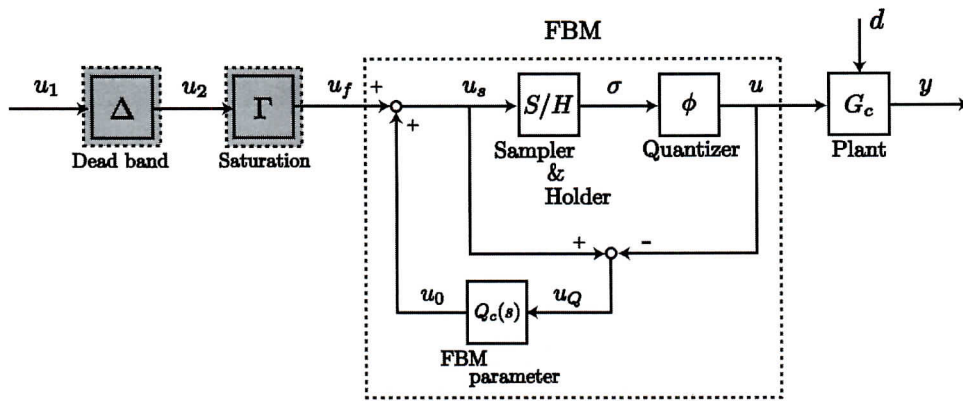


Fig. 3.7 Block diagram of the method #1 based on FBM

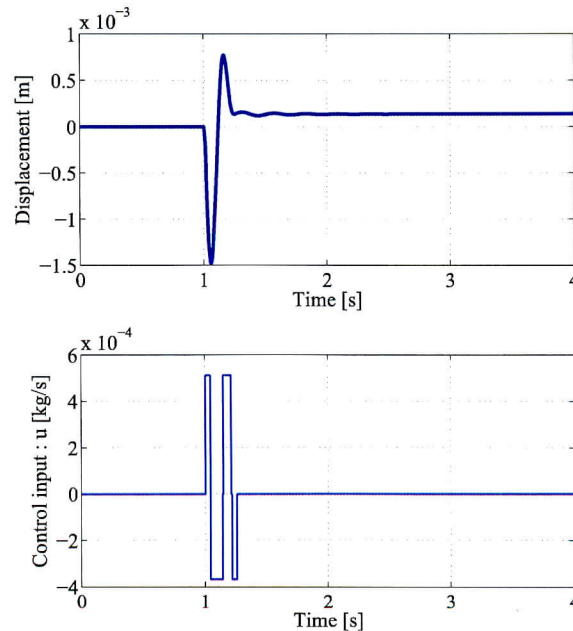


Fig. 3.8 Simulation results for example using the method #1 based on FBM



### 3.4 FBMに基づく改良手法2

FBMに基づく改良手法1を適用することで振動励起問題を解決することができた。しかしながら、量子化器を含む本システムの本質的な問題である定常偏差問題は未解決のままであった。しかも、不感帯関数を追加することにより、その偏差は大きくなる傾向があった。これは不感帯関数 $\Delta$ の追加により微小信号が除去されてしまうからである。そこで、出力偏差を小さくするために不感帯関数 $\Delta$ に不感帯補償器 $H$ を追加し、不感帯関数 $\Delta$ で除かれた情報をフィードバックする。これにより、定常偏差の値に影響を及ぼすことができると期待される。FBMに基づく改良手法2のブロック線図はFig. 3.9となる。ここで、不感帯関数 $\Delta$ と飽和関数 $\Gamma$ についてはFBMに基づく改良手法1と同様である。このとき、不感帯補償器 $H$ は次の離散時間伝達関数式で表される。

$$H: u_\alpha = \alpha \frac{1}{z} \xi, \quad \xi = u_1 - u_2 \quad (3.11)$$

ただし、 $\alpha$ は設計パラメータ、不感帯関数の前後の信号を $u_1, u_2$ とし、その差分を $\xi$ とする。なお、サンプリング時間はFBMと同様とした。

次にパラメータ $\alpha$ の意味及び設計条件について述べる。まず、 $u_c$ から $u_2$ までの開ループ系を考えたとき、入力 $u_c$ から $u_1$ までのパルス伝達関数を $K_2[z]$ とすると、 $|u_1| < \delta$ となる場合には $K_2[z] = z/(z - \alpha)$ と表せる。この場合、安定条件より、 $|\alpha| < 1$ であることが必要である。 $\alpha$ を変化させたとき、 $K_2[z]$ のゲイン特性はFig. 3.10となる。図より明らかなように、 $\alpha$ を大きくすると、より低周波数の信号が大きくなり、 $\alpha = 1$ のとき積分特性を示す。よって、 $\alpha$ を調整することで、 $\Delta$ によって除去された信号のうち、低周波数成分のみをフィードバック補償する効果をもつ。また、 $\alpha = 0$ の場合にはFBMに基づく改良手法1と等価となる。一方、 $\alpha = 1$ の場合には $|K_2[e^{j0}]| \rightarrow \infty$ となることから積分型となりFBMにおける $Q_d[z]$ と同等の補償効果をもつ。FBMでは $Q_d[z]$ のゲインを調整するパラメータが存在しないため、積分型の特性を調整することができなかった。一方、FBMに基づく改良手法2では $\alpha$ を設計パラメータとして $0 < \alpha < 1$ の範囲で設定することにより、不感帯関数 $\Delta$ によって除去される信号を適度に補償することができる。すなわち、FBMに基づく改良手法2はFBMとFBMに基づく改良手法1の中間特性をもつ方法であり、パラメータ $\alpha$ が両者の重み付けをする役割を果たしている。

先の例題に対しFBMに基づく改良手法2を適用した結果をFig. 3.11に示す。不感帯関数補償器の設計パラメータ $\alpha$ は $\alpha = 0.99$ とした。変位をみると定常偏差が小さく、良好な応答を示している。

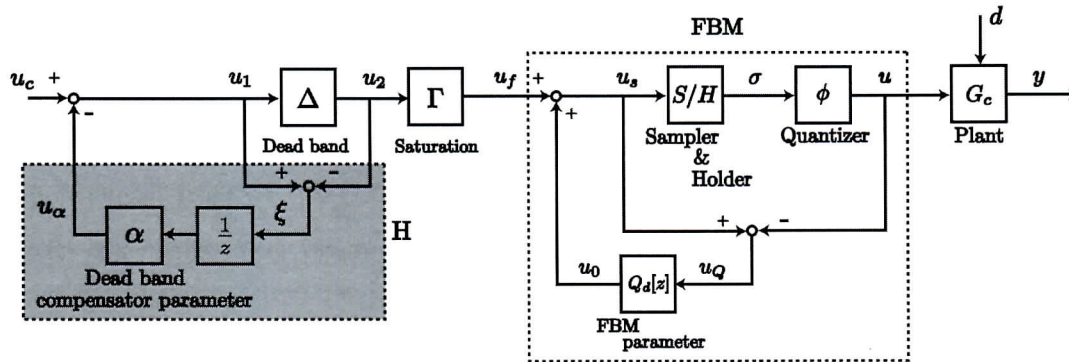


Fig. 3.9 Block diagram of the method #2 based on FBM

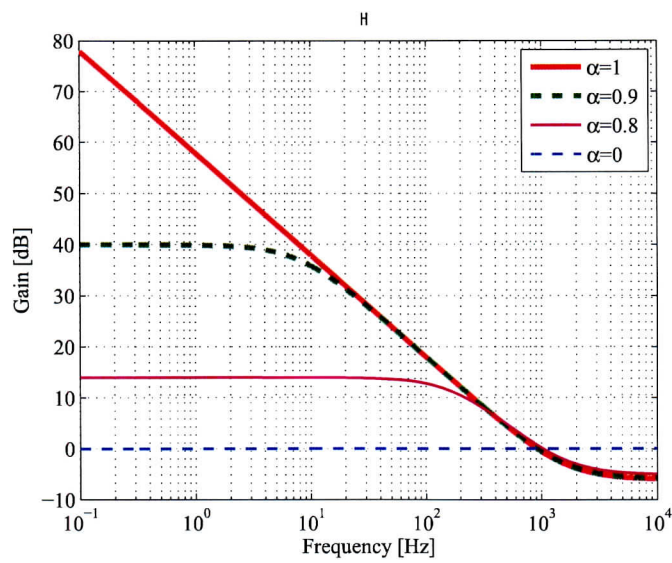


Fig. 3.10 Gain diagram of \$K\_2[z]\$

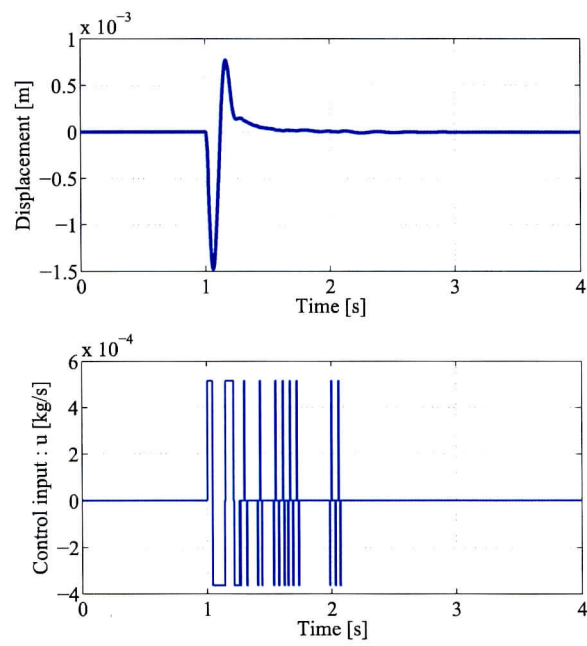


Fig. 3.11 Simulation results for example using the method #2 based on FBM

## 3.5 系1 (1軸制御系・3値量子化) に対する制御系設計

### 3.5.1 概要

系1 (1軸制御系・3値量子化)を用いて, 提案したFBMに基づく改良手法1, 2の効果を検証する. on-off弁を用いた空圧式除振台において高速応答を得るためには, 非線形量子化器に加えて, むだ時間を考慮する必要がある. そこで, まず, 入力むだ時間に対する補償を行い, 次に, 提案手法を用いて非線形量子化補償を行う.

### 3.5.2 入力むだ時間補償と圧カマイナーフィードバック

むだ時間補償については, これまでに多くの手法が提案されている<sup>34)~43)</sup>. ここでは, モデル誤差に対するロバスト性が高い特徴を有するGaoらによって提案された入力むだ時間を含むシステムの安定性を保証した状態フィードバック制御<sup>40)</sup>を用いる. この手法によって得られたゲインを用いることでむだ時間を補償する. また, 制御設計用のモデルとしては, 系1 (1軸制御系・3値量子化)の(2.6)式( $d=0$ とした式)を用いることもできるが, 扱いを容易にするために, 圧力フィードバック制御をマイナーフィードバックとして施し, その後の系を制御設計用モデルとして用いゲインを導出する. この制御設計用モデルを得るためには, まず, 量子化器の設計パラメータ $\sigma_{2+}, \sigma_{2-}$ を設計する必要がある. ここでは量子化誤差が小さくなるように,  $\sigma_{2+} = G_{2+}/2, \sigma_{2-} = G_{2-}/2$ と設計する. その結果, 系1に含まれる量子化器 $\phi$ はType Bの量子化器となる (Fig. 3.12).

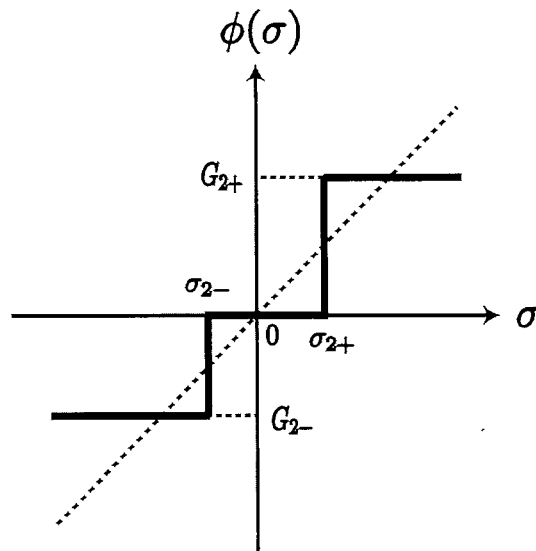


Fig. 3.12 Quantizer of 3values Type B

まず、圧力フィードバック制御をマイナードバックとして施した制御系は Fig. 3.13となる。図中の  $u_e$  は目標空気ばね内圧  $p_r$  と空気ばね内圧  $p_a$  との誤差圧力信号である。また、 $p_1$  は圧力マイナードバックの比例ゲインである。 $\phi$  および  $G_c$  は系1の制御モデルである。比例ゲイン  $p_1$  は実機実験を通して決定した。ステップ目標値に対する応答を Fig. 3.14 に示す。目標圧力  $p_r$  は1~3sまでが5kPaであり、その他の時間は0kPaである。なおゲイン  $p_1$  を過大な値にすると  $p_r$  を5kPaに上げた場合の直後 (Fig. 3.14の1~2s) に流量  $u$  がチャタリングを起こす傾向が強く、反対に小さい値だと目標圧力と圧力に大きな偏差が生じてしまう。そこで  $p_1$  の値は Fig. 3.14の1~2sに流量  $u$  がチャタリングを起こさず、定常圧力偏差も大きくならないように実機実験を通して決定した。その結果、 $p_1 = 4.90180 \times 10^{-7}$  とした。なお、Fig. 3.14では、2.5s~3s および 3.5s~5sの定常状態において1000Pa程度の偏差が残っているが、後述する  $z$  および  $\dot{z}$  のフィードバック制御により偏差が補償されるため、悪影響は残らない。

以降では、圧力マイナードバック制御を施した系を制御対象と考え、操作量を指令流量  $u$  に代えて指令圧力  $p_r$  とする。その場合、制御対象は、(2.2)式の2次系に加え、圧力フィードバック系の特性によって表される。この系をむだ時間を伴う2次系で近似する。そこで、圧力フィードバック制御後のシステムに対し、インパルス状の外乱入力を与えた実機実験を行い、等価ばね定数  $k_a$ 、等価粘性定数  $c_a$  を同定した。以上の手順で同定した  $k_a$ 、 $c_a$  の各パラメータ値を Table 3.1 に示す。このとき、状態変数を  $x_a(t) = [z, \dot{z}]^T$ 、制御入力を  $u_a = p_r$  とすると、制御対象モデルは次式で表せる。

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + b_a u_a(t - L) \quad (3.12)$$

ただし、

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_a/M & -c_a/M \end{bmatrix}, \quad b_a = \begin{bmatrix} 0 \\ S/M \end{bmatrix}$$

である。ここで、(3.12)式の系は可制御となっている。以降では、(3.12)式を制御設計用モデルとして用いる。

次に、むだ時間を考慮したフィードバックゲイン  $F$  を導出する。本稿では Gao らが提案した以下の定理を用いる<sup>40)</sup>。

### 【定理 3.2】

入力むだ時間を有するシステム (3.12) 式に対して、 $u_a(t) = -F x_a(t)$  の状態フィードバック則を考える。このとき、次のLMIを満足する行列  $Y$  と正定対称行列  $X, Q_1, Q_2, \bar{Q}$  が存在するならば、システムは大域的漸近安定となり、かつ  $J < J^*$  を満たす。ただし、 $Q, R, N$  は任意の正定対称行列である。

$$\begin{bmatrix} U & LX A_a^T & LY^T b_a^T & X & Y^T & X \\ LA_a X & -LQ_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Lb_a Y & 0 & -LQ_2 & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ Y & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & -N^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.13)$$

$$X - (Q_1 + Q_2) > 0 \quad (3.14)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Q} & Y \\ Y^T & X \end{bmatrix} > 0 \quad (3.15)$$

ただし,  $U = A_a X + X A_a^T + b_a Y + Y^T b_a^T + L b_a \bar{Q} b_a^T$ ,  $X := P^{-1}$ ,  $Y := -F P^{-1} = -F X$  である. また, 評価関数  $J$  と上界関数  $J^*$  は次式で表される.

$$J = \int_0^\infty x_a^T(t) Q x_a(t) + u_a^T(t) R u_a(t) dt \quad (3.16)$$

$$J^* = x_a^T(0) P x_a(0) + \int_{-L}^0 x_a^T(\theta) N x_a(\theta) d\theta \quad (3.17)$$

ここで  $x_a(0)$  は状態変数の初期値である. □

定理 3.2 を用いた設計手順としては, まず評価関数  $J$ , 上界関数  $J^*$  の設計パラメータ  $Q, R, N$  を決定し, 次に (3.13)~(3.15) 式の LMI を解き,  $X, Y, Q_1, Q_2, \bar{Q}$  を求める. 最後に  $F = -Y X^{-1}$  とすれば  $F$  が得られる. 求められた  $F$  を用いた制御系は Fig. 3.15 となる. なお, 得られたゲインは  $F = [3.8040 \times 10^3 \quad 1.9499 \times 10^5]$  となった.

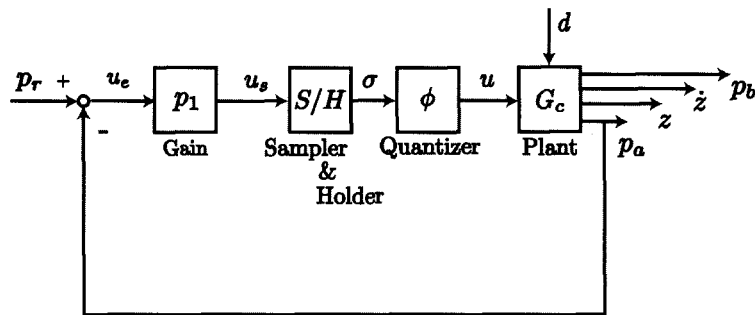


Fig. 3.13 Block diagram of pressure feedback

Table 3.1 Parameter values for Eq.(3.12)

Spring constant	$k_a$	$9.14 \times 10^3$ [N/m]
Damping coefficient	$c_a$	77.8 [Ns/m]

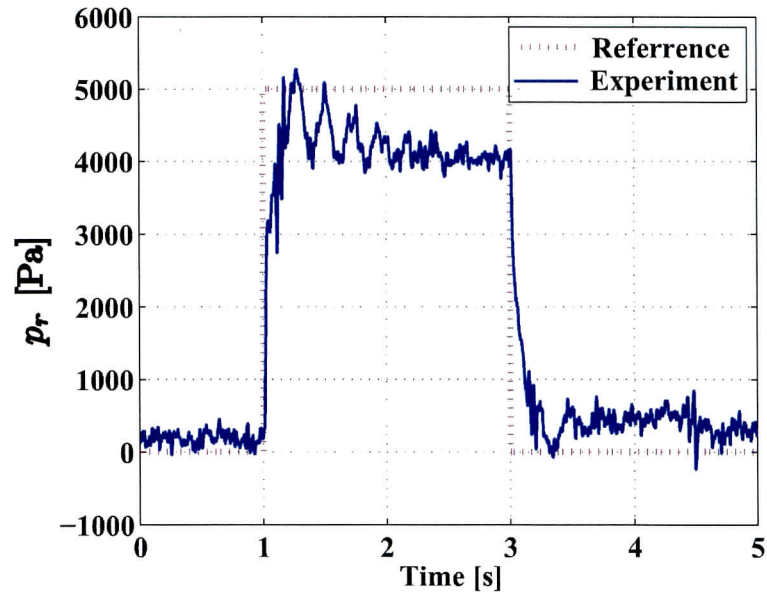


Fig. 3.14 Time response of pressure

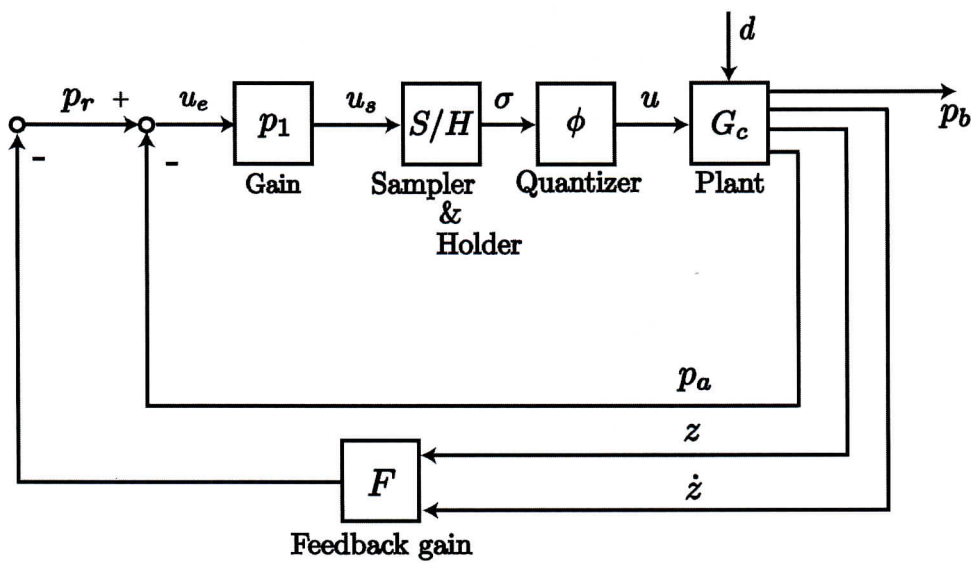


Fig. 3.15 Block diagram of the pneumatic isolation table control system



### 3.5.3 非線形量子化操作補償

Fig. 3.15 に対し FBM を適用した制御系は Fig. 3.16 となる。  $S/H$  のサンプラ及びゼロ次ホールドのサンプリング時間はアクチュエータである on-off 弁の動作速度を考慮し 2 ms とした。 FBM の設計用パラメータである定理 3.1 の  $\tau$  は  $\tau = 0.5$  とした。 これは、実機実験で用いたサンプリング時間 0.2 ms より大きい値で、圧力サーボ実験を通して定常時に入力にチャタリングを起こさない程度の小さな値として選んだ。 なお、  $Q_d[z]$  は入力にゼロ次ホールドを利用して  $Q_o(s)$  をサンプリング時間 0.2 ms で離散化することで導出した。

Fig. 3.15 に対し FBM に基づく改良手法 1 を適用した制御系は Fig. 3.17 となる。 不感帯のパラメータである不感帯の幅  $\delta$  は  $\delta > \max(|G_{2+}/2|, |G_{2-}/2|)$  を満たし、圧力センサのノイズに反応しないように実験によりもとめ、その結果、  $\delta = 3.9 \times 10^{-4}$  とした。

Fig. 3.15 に対し FBM に基づく改良手法 2 を適用した制御系は Fig. 3.18 となる。 不感帯補償器  $H$  のパラメータ  $\alpha$  は、  $\alpha = 0.3$  とした。 これは、実験結果を見ながら、位置偏差とチャタリングのトレードオフをとるように、  $0 < \alpha < 1$  の範囲での一次元探索により定めた。

以下に設計条件をまとめておく。 Case1~Case3 について設計を行った。 各 Case は Table 3.2 にまとめる。

**Case1** 量子化操作については FBM で補償する。 制御系は Fig. 3.16 である。 パラメータの値は  $p_1 = 4.90180 \times 10^{-7}$ ,  $F = [3.8040 \times 10^3 \quad 1.9499 \times 10^5]$   $\tau = 0.5$  とした。

**Case2** 量子化操作については FBM に基づく改良手法 1 で補償する。 制御系は Fig. 3.17 である。 不感帯の幅は  $\delta = 3.9 \times 10^{-4}$  とした。 他のパラメータ  $p_1$ ,  $F$ ,  $\tau$  は Case1 と同様である。

**Case3** 量子化操作については FBM に基づく改良手法 2 で補償する。 制御系は Fig. 3.18 である。 不感帯補償器  $H$  のパラメータ  $\alpha$  は、  $\alpha = 0.3$  とした。 他のパラメータ  $p_1$ ,  $F$ ,  $\tau$ ,  $\delta$  は Case2 と同様である。

Table 3.2 Cases of Simulations and experiments

	on-off action	parameters
Case1	FBM method	$p_1, F, \tau$
Case2	Proposed method 1	$p_1, F, \tau, \delta$
Case3	Proposed method 2	$p_1, F, \tau, \delta, \alpha$

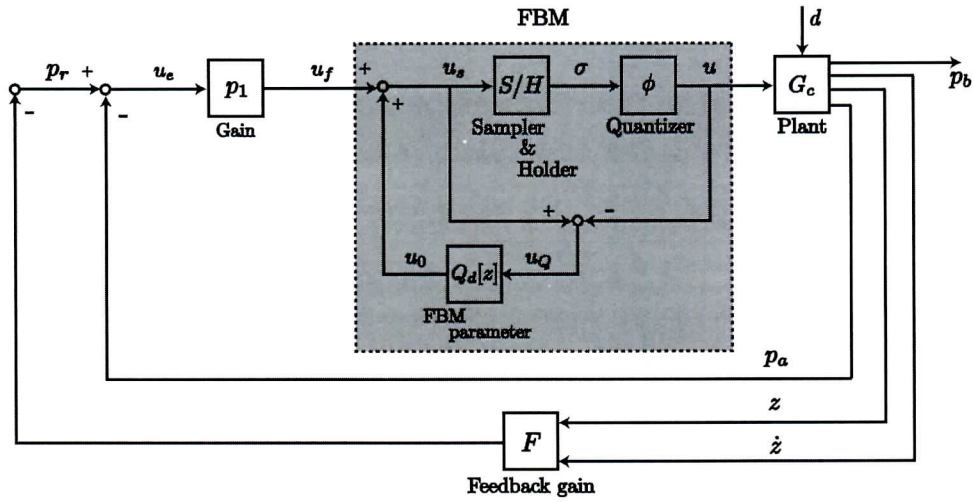


Fig. 3.16 Block diagram of the pneumatic isolation table using the FBM

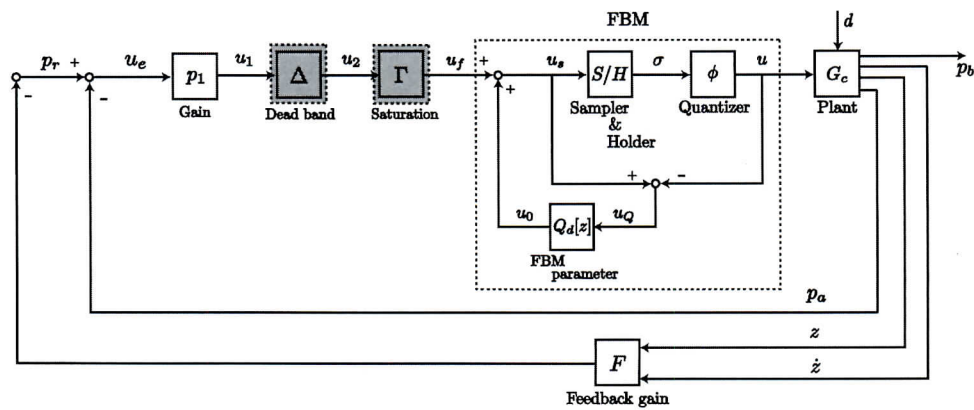


Fig. 3.17: Block diagram of the pneumatic isolation table using the method #1 based on FBM

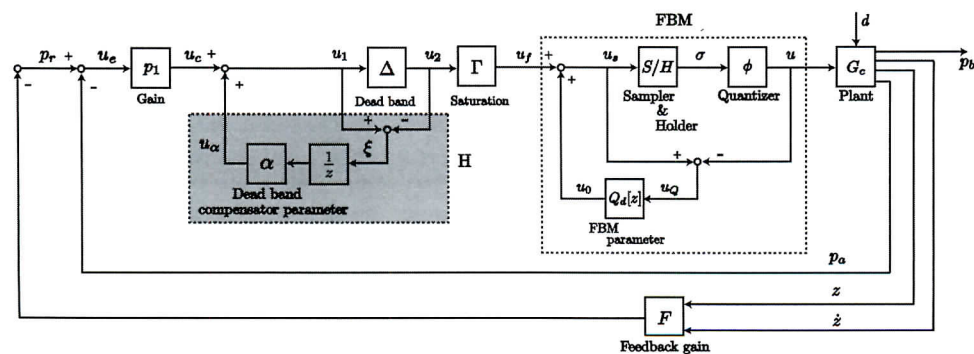


Fig. 3.18: Block diagram of the pneumatic isolation table using the method #2 based on FBM

### 3.6 数値シミュレーション結果

系1 (1軸制御系・3値量子化)を制御対象とし、サンプリング時間0.2 msとしたデジタル系の数値シミュレーションを実行した。また、圧力センサノイズは考慮していない。インパルス外乱に対する変位 $z$ の時間応答を確認する。インパルス状の外乱は1 s経過後に加える。なお、これは台の上方向30 cmの位置から野球ボール(200 g)を自由落下させたことに相当する。

数値シミュレーションを通して非線形量子化操作補償の効果を主として検証する。特にFBMに基づく改良手法1に関してはFBMの積分型の特性による応答劣化を防止できるかに注目し、FBMに基づく改良手法2に関しては定常偏差を小さくすることができるかを観点として検証する。数値シミュレーション結果をFigs. 3.19~3.23に示す。Figs. 3.19~3.21はそれぞれ、Case1~Case3の応答に対応しており、1段目は変位 $z$ を、2段目は制御入力 $u$ を示している。Fig. 3.22はCase3において、設計パラメータ $\alpha$ を再調整した場合の応答を示している。これは後ほど詳しく説明する。Fig. 3.23はCase1とCase3によって得られた変位 $z$ を重ね書きした図である。Fig. 3.19の $z$ によれば、Case1ではFBMにより非線形量子化操作を補償しているが、FBMの積分型の特性によって、2.5s付近で操作量 $u$ が加わることにより変位のゆらぎが発生している。これに対し、FBMに基づく改良手法1を用いた場合、Fig. 3.20の $z$ に示すように、Case1で見られた変位のゆらぎを防止することができている。ただし、不感帯内の位置偏差には反応できないため偏差が残っている。一方、Fig. 3.21の $z$ に示すように、FBMに基づく改良手法2を用いた場合、FBMに基づく改良手法1と比較して大きな応答改善はみられなかった。この原因は、数値シミュレーションにおいて圧力ノイズを考慮していないことに起因していると考えられる。設計パラメータ $\alpha$ は位置偏差とチャタリングのトレードオフをとるよう実機実験により調整しており、チャタリングの原因の一つである圧力ノイズは設計パラメータ $\alpha$ の決定に大きく影響している。そこで、再度、数値シミュレーションにおいて、位置偏差とチャタリングのトレードオフをとるよう設計パラメータ $\alpha$ を決定した。その結果、 $\alpha = 0.99$ と決定した。このときの応答をFig. 3.22に示す。Fig. 3.22の $z$ に示すように、 $\alpha = 0.99$ とした場合には応答は大幅に改善されており、大きな偏差もなく理想的な応答となった。以上より、FBMに基づく改良手法2で非線形量子化操作を考慮することが外乱抑制に非常に効果的であることが検証できた。また、設計パラメータ $\alpha$ を調整することで、不感帯関数によって除去される信号を適度に補償することができることが分かった。

次にCase1(FBM)とCase3(FBMに基づく改良手法2)の応答の比較をおこなった。Fig. 3.23はCase1とCase3の変位を示している。1s付近の第一振幅や1.2s付近の第二振幅に着目すると、Case1,3共に同等な振動抑制性能を有していることが分かる。しかし、2s付近以降に着目すると、Case3では原点近傍に収束しているが、Case1では原点をまたぐようにして変位がゆらいでおり、収束していないことが分かる。以上より、FBMに基づく改良手法2がFBMと比較して有効であるこ

とが確認できる.

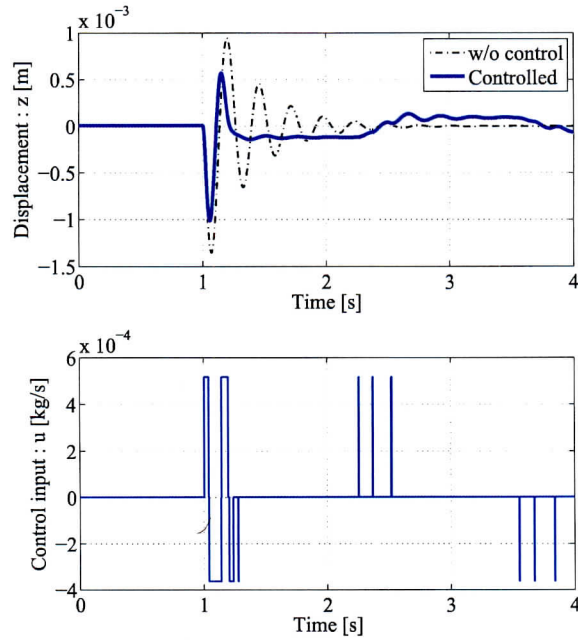


Fig. 3.19 Simulation results for Case 1

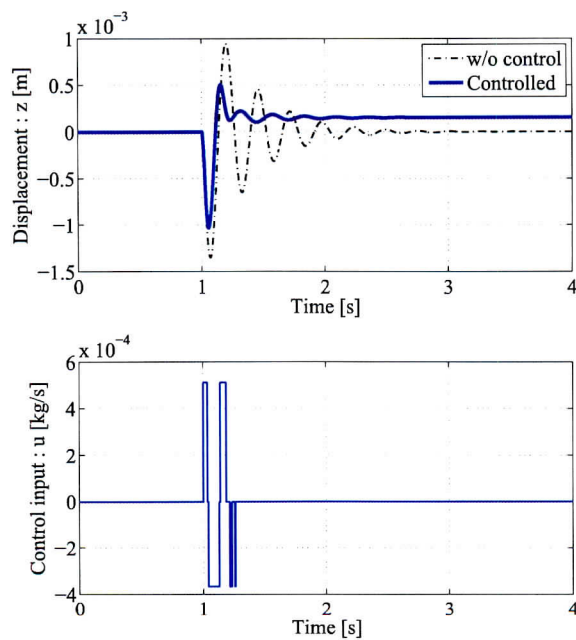


Fig. 3.20 Simulation results for Case 2 (Proposed method #1)

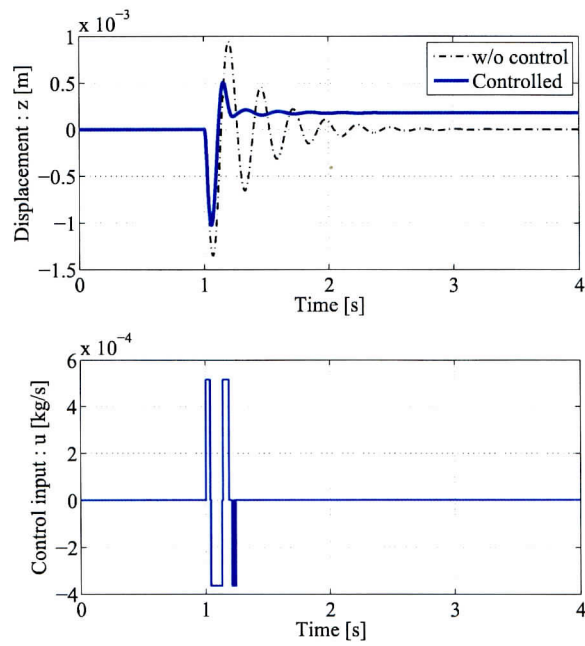


Fig. 3.21 Simulation results for Case 3 (Proposed method #2 ,  $\alpha = 0.3$ )

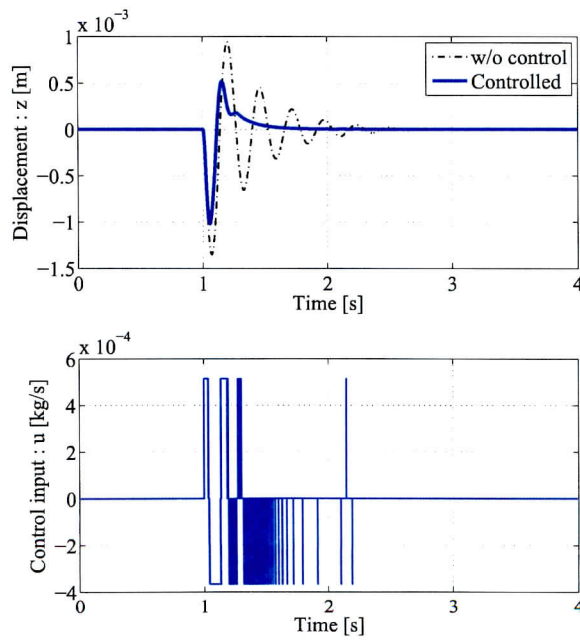


Fig. 3.22 Simulation results for Case 3 (Proposed method #2 ,  $\alpha = 0.99$ )

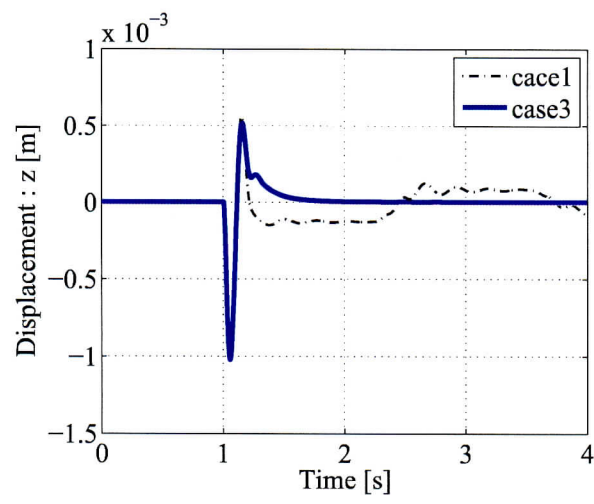


Fig. 3.23 Simulation comparison between Case1 and Case3

### 3.7 実験結果

系1 (1軸制御系・3値量子化)を制御対象とし、実機実験を行った。制御器は数値シミュレーションで使用したものと同様であり、サンプリング時間は0.2msとした。ただし、外乱は除振台の上方向高さ30cmの位置からB級軟式野球ボール(質量200g)を自由落下させることにより印加した。外乱は実験開始1s経過後に加えた。

実験結果をFigs. 3.24~3.27に示す。Figs. 3.24~3.26はそれぞれ、Case1~Case3の応答に対応しており、1段目は変位 $z$ を、2段目は制御入力 $u$ を示している。Fig. 3.27はCase1とCase3によって得られた変位 $z$ を重ね書きした図である。Fig. 3.24に示すように、Case1ではFBMにより非線形量子化操作補償をしているため外乱を与えた直後の1~2.1sでは偏差を小さくする方向に操作量 $u$ が働いている。しかし、FBMの積分型の特性や圧力ノイズによって、0.1s, 2.2s, および3.2s付近で操作量 $u$ が加わってしまい、シミュレーションと同様に変位がゆらぐと共に微小振動が発生してしまっている。一方、Fig. 3.25の $z$ に示すように、Case2ではFBMに基づく改良手法1により非線形量子化操作補償しているためCase1で見られた変位のゆらぎを防止できている。これはシミュレーション結果と同様である。ただし、不感帯内の位置偏差には反応できないため若干の偏差が残っている。これに対し、Fig. 3.26に示すように、Case3では、FBMに基づく改良手法2に基づき、不感帯補償器を追加することにより、応答は大幅に改善されており、大きな偏差もなく微小振動も発生しない理想的な応答となった。なおインパルス外乱を与えてから制御なしの場合の最大振幅の $\pm 10\%$ に振幅が収まる時間を整定時間とすると、制御なしの場合では1.09sであるのに対し、Case3では0.24sとなっており、4分の1に短縮できている(なお、Case1では変位 $z$ が上記の範囲に整定しなかったため、制御なしの場合と比較した)。以上より、FBMに基づく改良手法2で非線形量子化操作を補償することが外乱抑制に非常に効果的であると検証できた。

次にCase1(FBM)とCase3(FBMに基づく改良手法2)の応答の比較をおこなった。Fig. 3.27はCase1とCase3の変位を示している。1s付近の第一振幅や1.4s付近の第二振幅に着目すると、Case1,3共に同等な振動抑制性能を有していることが分かる。これは数値シミュレーション結果と同様の結果である。しかし、2s付近以降に着目すると、Case3では原点近傍に収束しているが、Case1では2.3s付近、3.1s付近で変位が一度減少しており、収束していないことが分かる。また、Case1では外乱を与える前から振動が発生しているが、これは、圧力センサノイズに敏感に反応しているためである。以上より、FBMに基づく改良手法2がFBMと比較して有効であることが確認できる。

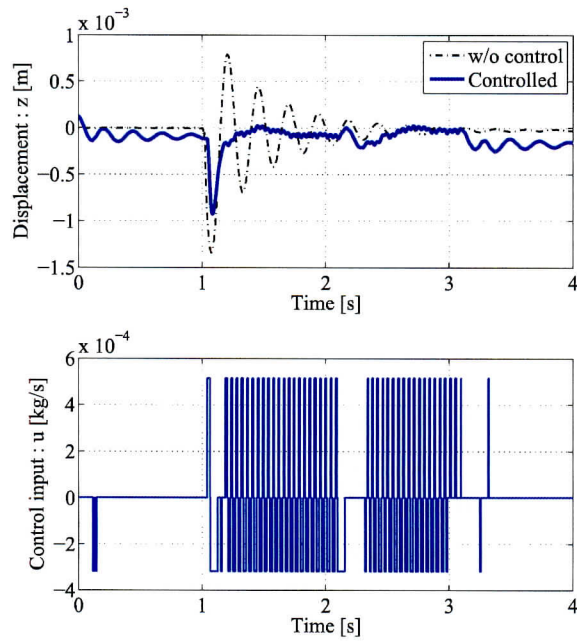


Fig. 3.24 Experimental results for Case 1

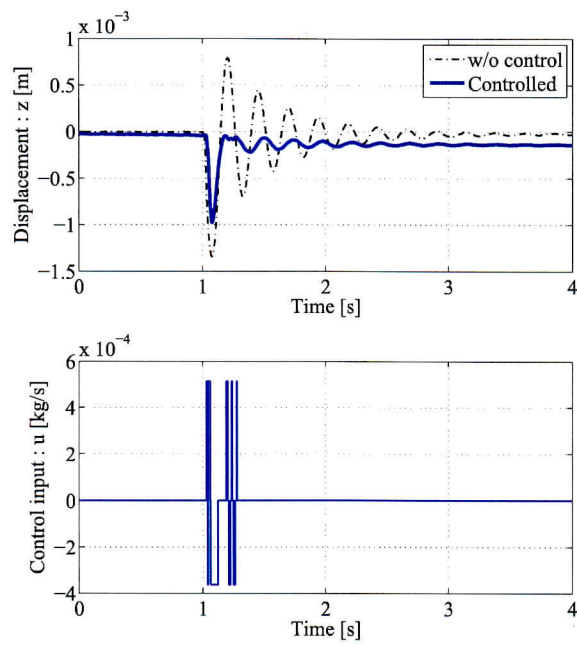


Fig. 3.25 Experimental results for Case 2 (Proposed method #1)



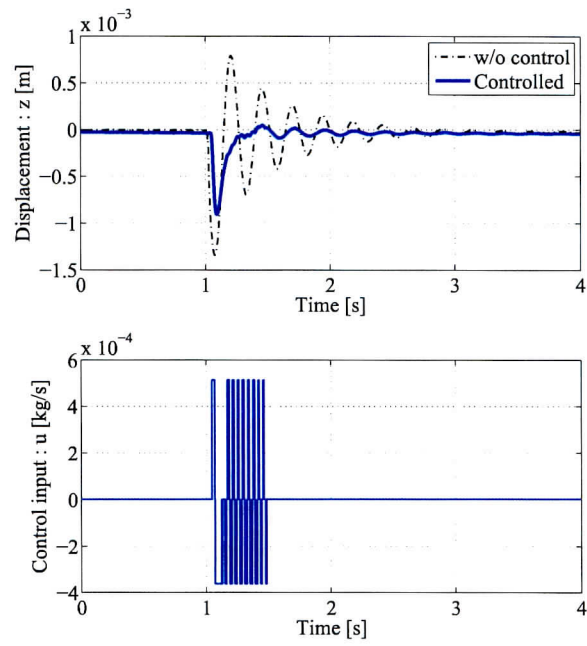


Fig. 3.26 Experimental results for Case 3 (Proposed method #2 ,  $\alpha=0.3$ )

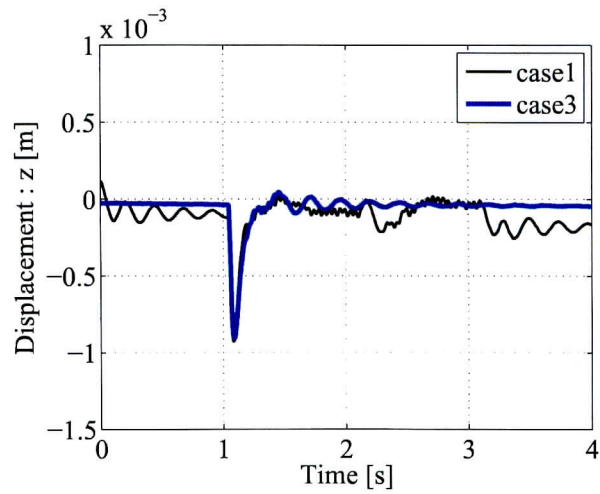


Fig. 3.27 Experimental comparison between Case1 and Case3

### 3.8 まとめ

第3章ではFBMを適用することによって生じる振動励起問題を解決する手法としてFBMに加え不感帯と動的補償を併用する低次の補償器を用いた手法を構築した。まず、FBMを非線形量子化器を含むシステムの一例である空圧式除振台に適用すると、テーブルの振動を励起させてしまう振動励起問題を明らかにした。この原因は以下に起因している。まず、状態フィードバックを用いたレギュレータシステムの入力の前段に量子化器が存在すると、量子化器に含まれる不感帯の範囲では入力を印加することができず、定常偏差が生じてしまう。これは量子化器が含まれる本システムの本質的な問題である。さらに、非線形量子化器を用いた場合には入力時系列の和が0になりにくいことによって微小な定常偏差がさらに残りやすくなってしまう。その偏差にFBMの積分特性が反応してしまうことで振動が励起されてしまう。そこで、この問題を解決する手法として、FBMに加えて不感帯関数と飽和関数を併用したFBMに基づく改良手法1を提案した。その結果、上記振動励起問題を解決することができた。しかしながら、量子化器を含む本システムの本質的な問題である定常偏差問題は未解決のままであった。しかも、不感帯関数を追加することにより、その偏差は大きくなる傾向があった。そこで、この定常偏差問題を解決する手法として、さらに、動的補償器を併用したFBMに基づく改良手法2を提案した。この手法は設計パラメータ $\alpha$ を調整することで、不感帯関数によって除去される信号を適度に補償することができるため非常に実用的である。そして、この手法によって $\alpha$ を調整することで振動励起問題のみならず、定常偏差問題も解決できる可能性を示した。これにより、非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)が構築できた。

## 第4章 リアプノフ関数に基づく切替手法

### 4.1 はじめに

非線形量子化器を含むシステムに対する外乱抑制性能を向上させる効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)の構築を目指す. 外乱に対しては状態フィードバックの考えに基づいて補償し, 閉ループ系の有界性保証に関してはリアプノフの安定定理を利用した手法を提案する. まず, 提案手法の概要を説明する. そして制御対象と量子化器を定義し, リアプノフ関数に基づく切替手法について述べる. さらに, この手法を用いることにより, システムの有界性に関する定理を示す. この手法において, 複数の状態フィードバックゲインの選択が性能に大きく影響するため, 次に, 複数ゲインの決定方法として, LMIによるゲイン決定手法を提案する. そして, 提案手法を系2(1軸制御系・5値量子化)(§2参照)に応用し数値シミュレーションおよび実機実験によりその効果を検証する.

### 4.2 提案手法の概要

Fig. 4.1に示す状態フィードバック制御に基づく方法を提案する. 図中の $\phi$ ,  $G$ ,  $\Psi$ は量子化器, 制御対象, 切替関数を表す. また,  $F_1 \sim F_m$ はそれぞれフィードバックゲインを表している.  $\phi$ の入力を $\sigma$ ,  $G$ の状態変数を $x$ とする.  $\Psi$ は $-F_1x$ ,  $-F_2x$ ,  $\dots$ ,  $-F_mx$ ,  $0$ のうちいずれかの信号を $\sigma$ として選択する. 提案手法では, Fig. 4.1に示すように複数のフィードバックゲインを用意しておき, 量子化器によって生じる量子化誤差まで考慮したリアプノフ関数(システムのエネルギーに相当する)をリアルタイムで予測計算し, 最もリアプノフ関数を減少させるであろうフィードバック入力を $\Psi$ は選択し, 入力を印加する. そして, 適切なフィードバックゲインの組み合わせを用意することで, 量子化誤差の影響にかかわらず, このリアプノフ関数を減少させる入力を多くの状況で生成させる.

リアプノフ関数の時間応答を用いて提案手法の特徴である, フィードバックゲインの切替え方について概要を説明する. なお, フィードバックゲインは簡単のため $F_1$ ,  $F_2$ の2つ用いた場合で説明する. Fig. 4.2はシステムのリアプノフ関数の時間応答を示している. 現時刻を $k$ とする. このとき, フィードバックゲイン $F_1$ を用いた場合の次の時刻 $k+1$ でのリアプノフ関数 $V[k+1]$ の値を予測する. 同様に, フィードバックゲイン $F_2$ を用いた場合の次の時刻 $k+1$ でのリアプノフ関数

$V[k+1]$  の値を予測する (Fig. 4.2(a) 参照). なお, 時刻  $k+1$  でのリアプノフ関数  $V[k+1]$  は制御対象のモデルと現時刻の状態変数  $x[k]$  に基づいて計算する. そして,  $k+1$  の時刻においてより  $V$  を減少させるであろうフィードバックゲインを選択し,  $k \sim k+1$  の間の入力を決定する (Fig. 4.2(b) 参照). この操作を毎時刻繰り返している (Fig. 4.2(c) 参照). つまり, 次の時刻に最もリアプノフ関数を減少させるフィードバックゲインを毎時刻選択しつづけていることになる. なお, いずれのフィードバックゲインを選んだとしても次の時刻のリアプノフ関数を減少させることができない場合も想定される (Fig. 4.2(c) の  $k+3 \sim k+4$  の区間参照). このような場合には, 入力を印加しない選択をするものとする. ただし, 予め用意しておくフィードバックゲインの組み合わせによってはこのような状況を極力減らすことが可能であり, 適切な組み合わせのフィードバックゲインを用いることで, いかなる状態においてもリアプノフ関数が減少する入力を極力印加し続けることが可能となる.

**【注意 4.1】**

リアプノフ関数は状態空間上で定義されたスカラ関数である. これは物理システムにおけるエネルギーの概念を拡張したものである. また, リアプノフ関数は平衡点 (状態変数が原点にある) においてのみ 0 の値をとり, それ以外は常に正の値をとる. さらに, この関数の時間微分は平衡点以外で負の値をとる. 例えば, 機械振動系を考えた場合, 質点, バネ定数, 粘性定数を  $m, k, c$  とし, 質点の変位, 速

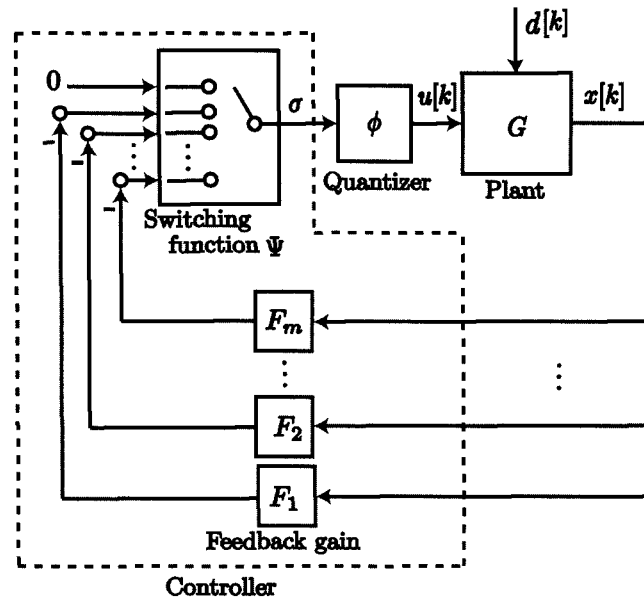


Fig. 4.1 Feedback system

度を  $x_1, x_2$  とすれば, この系の状態方程式は次式となる.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

そして, この系のエネルギーは  $V = \frac{1}{2}mx_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$  となり, これはリアプノフ関数になっている.

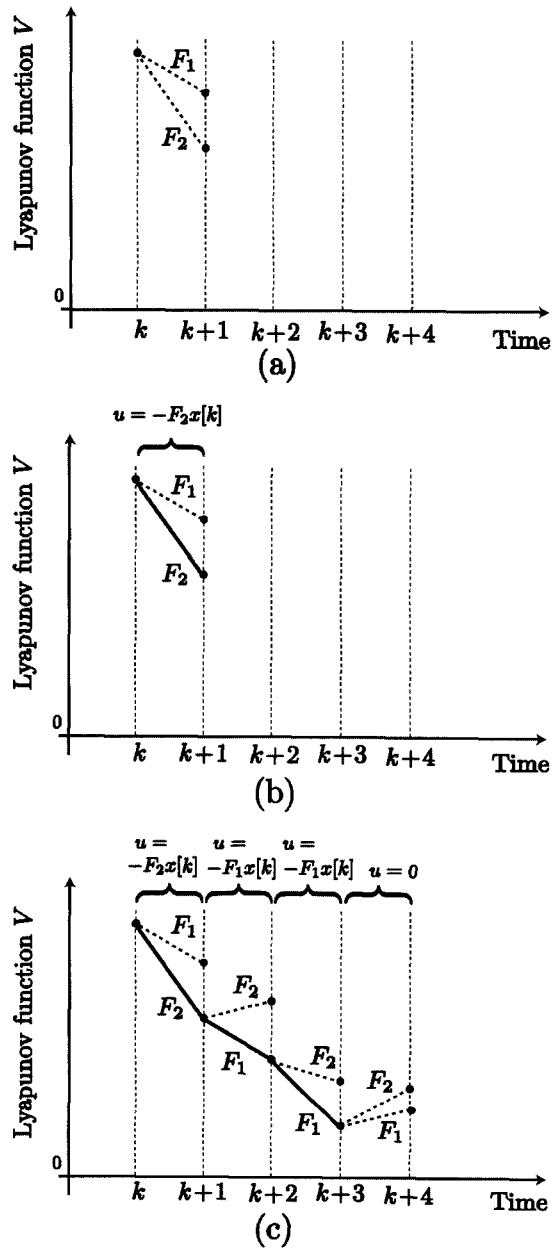


Fig. 4.2 Time response of Lyapunov function

**【注意 4.2】**

本稿では、制御対象のモデルに基づいて次の時刻のリアプノフ関数を予測するため、正確なモデルが得られていることが高い性能を得るためには重要となる。

**4.3 制御対象**

次式の1入力離散時間系  $G$  を扱う。

$$G: x[k+1] = Ax[k] + bu[k] \quad (4.1)$$

ここで、 $k \in \mathbb{N}_+$  はステップ数、 $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  は状態変数、 $u \in \mathbb{R}$  は入力である。 $(A, b)$  は可制御と仮定する。また、外乱  $d \in \mathbb{R}$  が印加されるシステムは次式となる。

$$G: x[k+1] = Ax[k] + bu[k] + \hat{b}d[k] \quad (4.2)$$

また、制御入力は Fig. 2.1 に示すような量子化器  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  により量子化されるものとし、次式の制御入力を用いる。

$$u[k] = \phi(\sigma[k]) \quad (4.3)$$

ここで、 $\sigma[k]$  は  $\phi$  への入力であり、 $\phi$  は  $\phi(0) = 0$  を満たすものとする。また、量子化誤差を次式で定義する。

$$\varepsilon[k] = \phi(\sigma[k]) - \sigma[k] \quad (4.4)$$

さらに、量子化誤差  $\varepsilon[k]$  のノルムは次式を満たすものと仮定する。

$$\|\varepsilon[k]\| \leq \bar{\varepsilon} \quad (4.5)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}$  は正のスカラ値である。

**4.4 切替制御則**

制御則として Fig. 4.1 に示す状態フィードバック制御に基づく方法について考える。Fig. 4.1 において、 $\Psi$  は切替関数を表す。 $F_j \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) はフィードバックゲインであり、線形入力  $u[k] = -F_j x[k]$  を用いたときに、(4.1) 式を安定化するように設計する。 $m$  は任意であり、後述する制御則により  $F_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) から一つのゲインが選択される。また、 $F$  を  $F = [F_1^T, F_2^T, \dots, F_m^T]^T \in \mathbb{R}^{m \times n}$  で定義すれば、Fig. 4.1 は Fig. 4.3 と表すことができる。切替関数  $\Psi: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  を次式で定義する。

$$\Psi([\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m]^T) = \begin{cases} \xi_j = -F_j x[k] & , \text{if } C_j \text{ is true} \\ & (j \in \{1, 2, \dots, m\}) \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.6)$$

ここで,  $[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m]^T = -Fx[k]$  は  $\Psi$  の入力であり,  $C_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) は後述する判別条件である. 以上より, 切替制御則は次式となる.

$$\sigma[k] = \Psi(-Fx[k]) \quad (4.7)$$

次に, 判別条件  $C_j$  を以下に示す.

[判別条件]

$$C_j : \eta_j < 0 \text{ and } \eta_{\min} = \eta_j \quad (j \in \{1, 2, \dots, m\}) \quad (4.8)$$

ただし,  $\eta_j, \eta_{\min}$  は次式で定義される.

$$\eta_j = E_1(x) + E_2(x, \varepsilon_j) + E_3(\varepsilon_j) \quad (4.9)$$

$$E_1(x) = x[k]^T \{ (A - bF_j)^T P (A - bF_j) - P \} x[k]$$

$$E_2(x, \varepsilon_j) = 2\varepsilon_j[k]^T b^T P (A - bF_j) x[k]$$

$$E_3(\varepsilon_j) = \varepsilon_j[k]^T b^T P b \varepsilon_j[k]$$

$$\eta_{\min} = \min_{j \in \{1, 2, \dots, m\}} \{ \eta_j \} \quad (4.10)$$

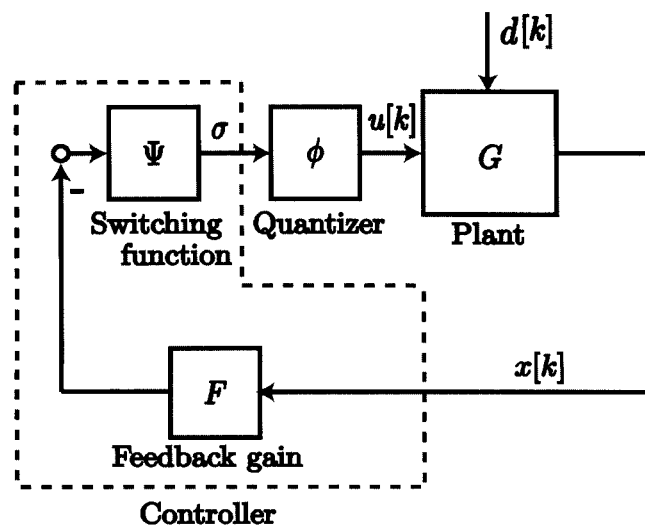


Fig. 4.3 Feedback system

$\varepsilon_j[k]$  はゲイン  $F_j$  を用いたときの量子化誤差を表し，次式で定義する．

$$\varepsilon_j[k] = \phi(-F_j x[k]) - (-F_j x[k]) \quad (4.11)$$

また， $P$  は  $F_j$ , ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) から任意の一つ選んだ  $F_a$  と任意に与えられた正定対称行列  $Q$  に対する次式の離散リ アプノフ方程式を満たす正定対称行列解である．

$$(A - bF_a)^T P (A - bF_a) - P = -Q \quad (4.12)$$

上記判別条件においては，条件  $C_j$  が真となる場合にはゲイン  $F_j$  が選択され  $\Psi(-Fx[k]) = -F_j x[k]$  となる．ただし， $\eta_{\min} = \eta_j = \eta_i$  となる場合は， $i$  あるいは  $j$  のうち，適切な一方を選択する．一方，全ての条件  $C_j$  が偽となる場合には， $\Psi(-Fx[k]) = 0$  となる．

以上より (4.1) 式に (4.3) 式，(4.7) 式を施した閉ループ系は次式となる．

$$x[k+1] = Ax[k] + b\phi(\Psi(-Fx[k])) \quad (4.13)$$

さらに，(4.8) 式において  $C_j$  が真の場合，(4.13) 式は次式となる．

$$x[k+1] = Ax[k] + b\phi(-F_j x[k]) \quad (4.14)$$

(4.11) 式を用いると (4.14) 式は次式と表される．

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Ax[k] + b\varepsilon_j[k] - bF_j x[k] \\ &= (A - bF_j)x[k] + b\varepsilon_j[k] \end{aligned} \quad (4.15)$$

次に，次式の離散リ アプノフ関数の候補を考える．

$$V[k] = x[k]^T P x[k] \quad (4.16)$$

ここで  $P$  は (4.12) 式の解行列である．(4.15) 式，(4.16) 式を用いると  $\Delta V[k]$  は次式となる．

$$\begin{aligned} \Delta V[k] &= V[k+1] - V[k] \\ &= x[k+1]^T P x[k+1] - x[k]^T P x[k] \\ &= \left\{ x[k]^T (A - bF_j)^T + \varepsilon_j[k]^T b^T \right\} P \left\{ (A - bF_j)x[k] \right. \\ &\quad \left. + b\varepsilon_j[k] \right\} - x[k]^T P x[k] \\ &= x[k]^T \left\{ (A - bF_j)^T P (A - bF_j) - P \right\} x[k] \\ &\quad + 2\varepsilon_j[k]^T b^T P (A - bF_j)x[k] + \varepsilon_j[k]^T b^T P b\varepsilon_j[k] \\ &= \eta_j[k] \end{aligned} \quad (4.17)$$



(4.17) 式は (4.9) 式の  $\eta_j$  がゲイン  $F_j$  を用いたときの  $\Delta V$  と等価であることを示している. また, (4.8) 式の判別条件から, ゲイン  $F_j$  は  $\Delta V$  を最も小さくするように選ばれているため, ゲイン  $F_j$  は最も高い収束性能をもたらすと期待できる.

このとき, (4.13) 式の閉ループ系の有界性は次のように保証される.

**【定理 4.1】**

$(A - bF_j)$ , ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) が安定行列であり, (4.12) 式の解行列  $P$  が  $A^T P A - P \geq 0$  を満たすと仮定する. このとき, (4.6) 式の切替関数  $\Psi$  と (4.8), (4.9), (4.10) 式で表される判別条件  $C_j$  を用いた制御則により, (4.13) 式の閉ループ系の状態変数  $x$  は集合  $\Omega := \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq E_x\}$  に収束する. ただし,  $E_x$  は次式で与えられる.

$$E_x := \frac{\bar{\varepsilon} \|P^{-1/2}\| \|P^{1/2} A P^{-1/2}\|}{\lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\}} \left( \|b^T P (A - bF_a) P^{-1/2}\| + \sqrt{\|b^T P (A - bF_a) P^{-1/2}\|^2 + \lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\} \|b^T P b\|} \right) \quad (4.18)$$

□

証明 付録 A.1 参照

■

**【注意 4.3】**

(4.18) 式において, 量子化誤差のノルムの上限値  $\bar{\varepsilon}$  が 0 であるならば,  $E_x$  は 0 となる. これは,  $\bar{\varepsilon} \rightarrow 0$  ならば, 提案手法により (4.13) 式の閉ループ系の平衡点の漸近安定性が保証されることを意味する. なお,  $\bar{\varepsilon} \rightarrow 0$  となる場合は, 線形システムとなる場合を意味している.

**【注意 4.4】**

定理 4.1 は (4.13) 式の閉ループ系の状態変数  $x$  に対して有界性を保証しており, 持続外乱が印加されているシステムに対して保証しているわけではないことに注意する. ただし, インパルス外乱のように有限の時間のみ外乱が加わる場合には, 十分時間が経てばそのシステムは (4.13) 式で表現できるのため, この定理が適用できる.

また, 次の定理を満たすとき (4.13) 式は漸近安定となる.

**【定理 4.2】**

$(A - bF_j)$ , ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) が安定行列であり, (4.12) 式の解行列  $P$  が  $A^T P A - P < 0$  を満たすと仮定する. このとき, (4.6) 式の切替関数  $\Psi$  と (4.8), (4.9), (4.10) 式で表される判別条件  $C_j$  を用いた制御則により, (4.13) 式の閉ループ系の原点は漸近安定となる. □

証明 付録 A.2 参照 ■

制御入力計算手順は以下のようにになる。手順を Fig. 4.4 に示す。

**Step 0** 任意の  $m$  個の  $F_j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  を各  $(A - bF_j)$  が安定行列となるように設定する。次に, 適切な  $Q > 0$  を用いて (4.12) 式を解いて  $P > 0$  を求める。

**Step 1** (4.1) 式の状態変数  $x[k]$  をリアルタイムでモニタリングする。

**Step 2** (4.11) 式に従って各量子化誤差  $\varepsilon_j[k]$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  を計算する。

**Step 3** (4.9) 式に従って各  $\eta_j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  を計算する。

**Step 4**  $\eta_{\min} = \eta_j < 0$  であれば,  $F_j$  を用いたフィードバック入力  $u[k] = \phi(-F_j x[k])$  を印加する。そうでなければ  $u[k] = 0$  とする。

**Step 5** Step 1 に戻り, 同じ手順を繰り返す。

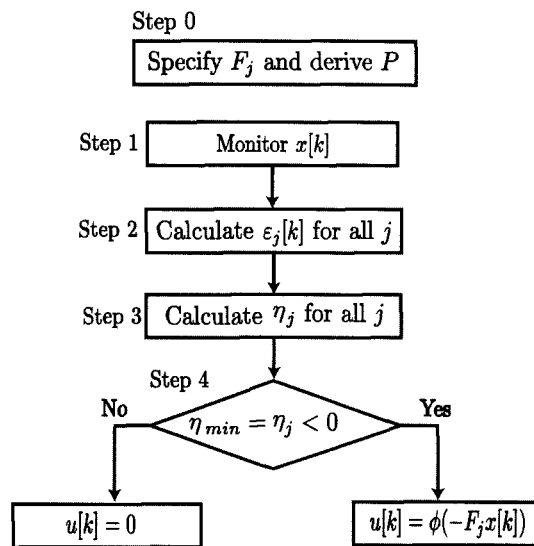


Fig. 4.4 Control input calculation flow

## 4.5 LMIに基づくゲイン決定手法

§4.4の切替制御においては、所望の性能をもたらす適切なゲイン  $F_j$  の設定が必要となる。そこで、ここでは、Type Cの量子化器の使用を前提としたゲイン  $F_j$  の決定手法を提案する。ただし、§4.4では  $m$  個のゲインを扱っていたが、ここでは  $m = 2$  と限定して  $F_1, F_2$  を適切に選ぶ手法を示す。

基本的なアイデアは  $F_1$  に加えて  $F_2$  を用いることにより、 $\eta_{\min} < 0$  となる時間を増やすことである。そのための一つの方法としては、 $\eta_1 > 0$  (あるいは  $\eta_2 > 0$ ) となる場合に  $\eta_2 < 0$  (あるいは  $\eta_1 < 0$ ) となるようにゲイン  $F_1, F_2$  を選択することである。そうすれば、たとえ  $\eta_1 > 0$  または  $\eta_2 > 0$  となる時間帯が存在しても、 $\eta_2 < 0$  または  $\eta_1 < 0$  となり、 $\eta_{\min}$  を負にすることができる。そのために、(4.9)式の右辺各項の符号に着目する。第1項  $E_1(x)$  に関しては  $(A - bF_j)$  がリアプノフ方程式を満たすようにゲイン  $F_j$  が選ばれていれば、常に負となる。一方、第3項  $E_3(\varepsilon_j)$  に関しては常に正となる。これに対し、第2項  $E_2(x, \varepsilon_j)$  に関してはゲインの値によって負となり得る。そこで、 $E_2(x, \varepsilon_j)$  の符号が  $F_1$  と  $F_2$  で反転するようにフィードバックゲインを決定する。そうすれば、第2項の影響により、 $\eta_1 > 0$  のときに  $\eta_2 < 0$  に、 $\eta_2 > 0$  のときに  $\eta_1 < 0$  となりやすくなると期待される。そこで、以下の条件を満たすようにフィードバックゲインを決定する。

(条件 A-1)  $F_1$  及び  $F_2$  のいずれを用いた場合においても  $E_1(x) < 0$  となる。

(条件 B-1)  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の符号が  $F_1$  を用いた場合と  $F_2$  を用いた場合で反転する。

(条件 A-1) は  $\varepsilon \rightarrow 0$  とした場合の線形システムの平衡点が安定となるための十分条件である。(条件 A-1) は以下の(条件 A-2)と等価となる。

(条件 A-2) 以下の  $F_1, F_2$  を変数とする LMI を満たすこと。ただし、 $P > 0$  である。

$$(A - bF_1)^T P (A - bF_1) - P < 0 \quad (4.19)$$

$$(A - bF_2)^T P (A - bF_2) - P < 0 \quad (4.20)$$

一方、Type Cの量子化器においては  $\varepsilon_1 \geq 0, \varepsilon_2 \geq 0$  が満たされているため(条件 B-1)は以下の(条件 B-2)と等価になる。

(条件 B-2) ゲイン  $F_1, F_2$  が次式を満たす。

$$b^T P (A - bF_2) = -\alpha b^T P (A - bF_1) =: r \quad (4.21)$$

ここで、 $\alpha$  は正のスカラ値である。

(4.21)式の近似解は以下の  $\gamma$  最小化問題を解くことで得ることができる。

$$\{b^T P (A - bF_2) - r\} \{b^T P (A - bF_2) - r\}^T < \gamma \quad (4.22)$$

しかし、解  $F_1, F_2$  を同時に得ることは難しい。そこで、簡易な決定手法を以下に示す。

**Step 1**  $F_1$  を最適レギュレータ等で決定し,  $F_a = F_1$  と適当な  $Q$  を用いて (4.12) 式を解くことで  $P$  を導出する.

**Step 2**  $r = -\alpha b^T P(A - bF_1)$  として  $\gamma$  を最小化する以下の LMI 最適化問題を解き  $F_2$  を導出する.

$$\min_{F_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n}} \gamma \text{ s.t. (4.20), (4.22)} \quad (4.23)$$

## 4.6 外乱応答に対する効果

外乱は未知であるので, 本手法において, 現時刻から次の時刻の1ステップ間に入る外乱に対しては考慮せずに次の時刻のリアプノフ関数を予測している. そのため, 1ステップ間の外乱に対する応答の劣化は本手法でも避けることはできない. しかし, 現時刻までの外乱に対しては高い補償効果を有している. それは, 現時刻までの外乱の影響は状態変数に集約されていると考えられ, この状態変数に基づいてリアプノフ関数を減少させる入力を生成しているためである. そして, 着目すべき重要な点は量子化操作の補償方法である. 本手法によれば, 適切なゲインの組み合わせを用いているため, 量子化誤差の影響にかかわらず, このリアプノフ関数を減少させる入力を多くの状況で生成することが可能である. この効果によって外乱応答に対して良好な応答が期待できる.

なお, 予測したリアプノフ関数は1ステップ間の外乱による影響分だけ真値とは誤差があるので, 1ステップ間に加わる外乱のリアプノフ関数に与える影響が極端に大きい場合には, 良好な応答を得るのは難しい. しかし, サンプリング時間を細かくすることでその影響を小さくする対応は可能と考えられる.

## 4.7 系2 (1軸制御系・5値量子化) に対する制御系設計

### 4.7.1 概要

系2 (1軸制御系・5値量子化) を用いて, 提案手法であるリアプノフ関数に基づく切替手法の効果を検証する. on-off 弁を用いた空圧式除振台において高速応答を得るためには, 非線形量子化操作補償に加えて, むだ時間を考慮する必要がある. そこで, まず, 入力むだ時間に対する扱い方を説明し, 次に, 提案手法を用いて制御系設計を行う.

### 4.7.2 むだ時間の考慮

入力むだ時間を有する次式の1入力離散時間系  $G_d$  を考える.

$$G_d: x_d[k+1] = A_d x_d[k] + b_d u[k - \zeta] \quad (4.24)$$

ここで,  $k \in \mathbb{N}_+$  はステップ数,  $\zeta \in \mathbb{N}_+$  はむだ時間分のステップ数,  $x_d \in \mathbb{R}^{n_1 \times 1}$  は状態変数,  $u \in \mathbb{R}$  は入力である. 入力むだ時間をサンプリング時間の整数倍と仮定すれば, むだ時間分の過去の入力も状態変数に含めた以下の拡大系  $G$  を考えることで, 入力むだ時間が陽に含まれないシステムとして扱うことが可能である.

$$G: x[k+1] = Ax[k] + bu[k] \quad (4.25)$$

ここで,  $x$ ,  $A$ ,  $b$  は次式である.

$$x[k] = [x_d[k]^T, u[k-\zeta], u[k-(\zeta-1)], \dots, u[k-1]]^T, \quad (4.26)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_d & b_d & 0_{n_1 \times (\zeta-1)} \\ 0_{\zeta \times (n_1+1)} & I_{(\zeta-1) \times (\zeta-1)} \\ & & 0_{1 \times (\zeta-1)} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0_{(n_1+\zeta-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$n_1 + \zeta = n$  とすれば, (4.25) 式は (4.1) 式と考えることができる.

設計用モデルである (4.1) 式の係数行列  $A, b$  は系 2 (1 軸制御系・5 値量子化) の (2.7) 式の係数行列  $A_c, b_c$  を, サンプリング時間 2ms で入力に 0 次ホールドを適用して離散化し, (4.27) 式に従って計算した. なお, むだ時間ステップ数は  $\zeta = 5$  となり, (4.1) 式の状態変数は次式となる.

$$x[k] = [z[k], \dot{z}[k], p_a[k], p_b[k], u[k-5], u[k-4], u[k-3], u[k-2], u[k-1]]^T \quad (4.28)$$

### 4.7.3 制御系設計結果

LMI に基づくゲイン決定手法によって得た二つのゲイン  $F_1, F_2$  を用いて切替制御則を適用した場合の有効性を検証するために以下の Case 1~Case 4 について設計をおこなった. 各 Case は Table 4.1 にまとめる. Case 間での差異はゲインの数と, そのゲインの導出方法, 量子化器の Type である. Case 1 は最適レギュレータで導出した単数ゲイン  $F_1$  を用いて切替制御則を適用した場合であり, 比較対象として用いる. また, Case 2 は二つのゲイン  $F_1, F_2$  を用いて切替制御則を適用した場合であり, ゲインの導出方法としては, LMI に基づくゲイン決定手法を用いずに,  $F_1, F_2$  共に最適レギュレータを用いている. 特に  $F_2$  に関しては,  $F_1$  を最適レギュレータで導出した際の入力に対する重みの値のみを変更し, 最適レギュレータを適用して導出している. これも比較対象として用いる. これによって得られたゲインはハイゲイン, ローゲインと呼ぶことにする. Case 3 は提案手法, すなわち LMI に基づくゲイン決定手法によって得た二つのゲイン  $F_1, F_2$  を用いて切替制御則を適用した場合である. Case 4 は Case 3 と同様のゲインを用いるが量子化器の設計パラメータが Case 3 とは異なる場合である.

**Case 1** (4.6) 式の切替関数  $\Psi$  は一つの条件  $C_1$  によって実行することとし, フィードバックゲインは  $F_1$  の一つを用いる. フィードバックゲイン  $F_1$  は以下の重

み行列  $Q_1$ ,  $R_1$  を用いた最適レギュレータによって  $(A - bF_1)$  が安定行列となるように決定した.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \text{diag}\{1 \times 10^3, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^3, \\ &\quad 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}\}, \\ R_1 &= 1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

$Q_1$  は状態変数に対する重み行列,  $R_1$  は入力に対する重み行列である.  $Q_1$  は次の考え方で定めた. 本制御対象においては, 台の速度  $z[k]$  に対する重みを大きく設定し, 空気ばね内圧  $p_a[k]$  に対する重みは小さめに設定すると, 原点への収束性が増す傾向にある. そのため,  $R_1$  は固定し, 発散しない範囲で  $z[k]$  に対する重みを大きく設定し, その後,  $p_a[k]$  に対する  $Q_1$  の重みを小さくするように微調整した.  $P$  は  $F_a = F_1$  とし,  $Q$  を  $Q = I_{9 \times 9}$  として (4.12) 式を解いて求めた. このとき,  $Q$  は対角行列であれば, 性能はほとんど変わらなかったため, もっとも単純な構造である単位行列を選んだ. その結果, 得られたゲインは以下のようにになった.

$$\begin{aligned} F_1 &= [1.03 \times 10^0, 2.81 \times 10^{-1}, 5.52 \times 10^{-7}, 2.28 \times 10^{-6}, \\ &\quad 9.09 \times 10^{-1}, 8.65 \times 10^{-1}, 8.11 \times 10^{-1}, 7.40 \times 10^{-1}, \\ &\quad 6.43 \times 10^{-1}] \end{aligned}$$

なお, 量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  は量子化誤差が小さくなるように,  $\sigma_{2+} = (G_{2+} + G_{1+})/2$ ,  $\sigma_{1+} = G_{1+}/2$ ,  $\sigma_{1-} = G_{1-}/2$ ,  $\sigma_{2-} = (G_{2-} + G_{1-})/2$  と設計した. その結果, 系2に含まれる量子化器  $\phi$  は Type B の量子化器となる (Fig. 4.5(b)).

**Case2** (4.6) 式の切替関数  $\Psi$  は二つの条件  $C_1$ ,  $C_2$  によって実行することとし, フィードバックゲインは  $F_1$  と  $F_2$  の二つを用いる. フィードバックゲイン  $F_1$  および  $P$  は Case1 と同様とする. フィードバックゲイン  $F_2$  は以下の重み行列  $Q_2$ ,  $R_2$  を用いた最適レギュレータによって  $(A - bF_2)$  が安定行列となるように決定した.

$$\begin{aligned} Q_2 &= Q_1 \\ R_2 &= 1 \times 10^{16} \end{aligned} \quad (4.30)$$

ゲイン  $F_2$  が  $F_1$  に対してローゲインになるように  $R_2$  に対して大きな重みを付けをおこなった. 値に関しては実機実験を通して, 原点への収束性が増すように, 徐々に大きくして決定した. その結果, 得られたゲイン  $F_2$  は以下のようにになった.

$$F_2 = [-1.96 \times 10^{-1}, 2.25 \times 10^{-2}, 6.23 \times 10^{-8}, 2.98 \times 10^{-7},$$

$$1.04 \times 10^{-1}, 1.02 \times 10^{-1}, 1.00 \times 10^{-1}, 9.81 \times 10^{-2}, \\ 9.52 \times 10^{-2}]$$

なお、量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  は Case 1 と同様の値に設計した。その結果、系 2 に含まれる量子化器  $\phi$  は Type B の量子化器となる (Fig. 4.5(b)).

**Case3** (4.6) 式の切替関数  $\Psi$  は二つの条件  $C_1$ ,  $C_2$  によって実行することとし、フィードバックゲインは  $F_1$  と  $F_2$  の二つを用いる。フィードバックゲイン  $F_1$  および  $P$  は Case 1 と同様とする。求めた  $F_1$  と  $P$  を用いて (4.23) 式の LMI を  $\alpha = 1$  として解くことで  $F_2$  を求めた。その結果、得られた  $F_2$  は以下のようになった。

$$F_2 = [-1.41 \times 10^0, -7.86 \times 10^{-3}, 1.49 \times 10^{-7}, 5.39 \times 10^{-7}, \\ 2.84 \times 10^{-1}, 3.69 \times 10^{-1}, 5.00 \times 10^{-1}, 7.01 \times 10^{-1}, \\ 1.01 \times 10^0]$$

なお、§4.5 のゲイン決定手法によって得られたゲインを用いて所望の応答を得るためには Type C の量子化器を用いる必要がある。そこで、量子化誤差の符号がなるべく一定になるように、量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  を  $\sigma_{2+} = G_{1+}$ ,  $\sigma_{1+} = 0$ ,  $\sigma_{1-} = G_{1-}$ ,  $\sigma_{2-} = G_{2-}$  と設計する。その結果、系 2 に含まれる量子化器  $\phi$  は Type C' の量子化器となる (Fig. 4.5(a)).

**Case4** (4.6) 式の切替関数  $\Psi$  は二つの条件  $C_1$ ,  $C_2$  によって実行することとし、フィードバックゲインは  $F_1$  と  $F_2$  の二つを用いる。フィードバックゲイン  $F_1$ ,  $F_2$  および  $P$  は Case 3 と同様とする。なお、量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  は Case 1 と同様の値に設計した。その結果、系 2 に含まれる量子化器  $\phi$  は Type B の量子化器となる (Fig. 4.5(b)).

#### 【注意 4.5】

(4.9) 式の  $P$  は (4.12) 式だけでなく、 $A^T P A - P < 0$  も満たすように導出すれば、定理 4.2 よりシステムの漸近安定が保証される。しかし、この場合に得られるゲインは保守的になってしまう。そのため、速い応答性を得るために、上記全ての Case において (4.12) 式のみを解くことで  $P$  を導出した。この場合、システムの有界性のみしか保証されないが、実験結果によれば、この制御対象に関しては実用上の問題はない。

#### 【注意 4.6】

Fig. 4.5(a) に示す Type C' の量子化器は、 $\sigma \leq \sigma_A$  の領域で  $\varepsilon_j \geq 0$  となり、この領域で Fig. 2.1 の Type C と同様に §4.5 の方法における前提条件を満たす。

Table 4.1 Cases of Simulations and experiments

	gains used	gain determination method	type of quantizer
Case1	$F_1$	the optimal regulator	type B
Case2	$F_1, F_2$	the optimal regulator	type B
Case3	$F_1, F_2$	the optimal regulator & LMI of §4.5	type C'
Case4	$F_1, F_2$	the optimal regulator & LMI of §4.5	type B

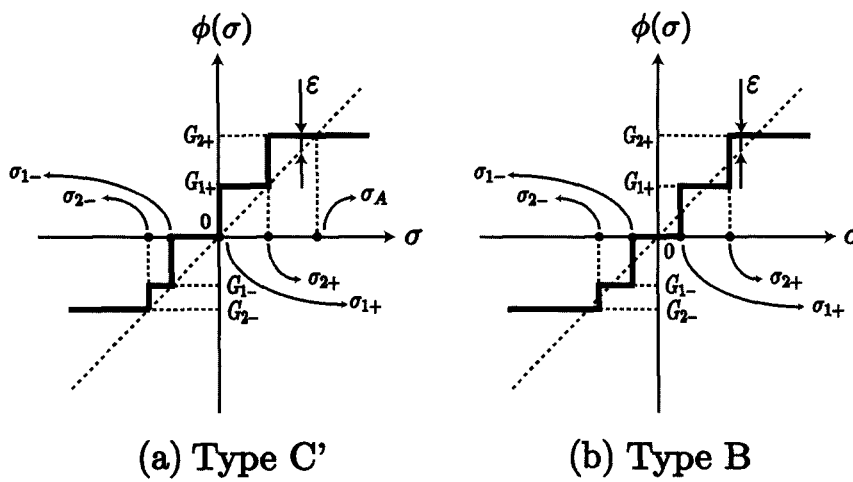


Fig. 4.5 Quantizers for system 2



## 4.8 数値シミュレーション結果

### 4.8.1 数値シミュレーション条件

系 2 (1 軸制御系・5 値量子化) の (2.6) 式をサンプリング時間 2 ms で離散化した制御対象に対して、数値シミュレーションを実行した。また、圧力センサノイズは考慮していない。インパルス状の外乱に対する変位  $z$  の時間応答を確認する。インパルス状の外乱は 1 s 経過後に加える。なお、これは台の上方向 30 cm の位置から野球ボール (質量 200 g) を自由落下させたことに相当する。

### 4.8.2 ODQ による応答

ODQ を非線形量子化器に適用することにより応答が劣化する場合があることを示す。なお、外乱応答に関しては適切な上界値パラメータを事前には知ることができないため、文献 15) の最適量子化器を使うのは得策ではない。そこで、ここでは文献 12) の最適動的量子化器を主に用いた。このとき、文献 12) の (18) 式の  $\tilde{A}_{cl}, \tilde{B}_1, \tilde{C}, B_p, C_{1P}$  をそれぞれ、 $A - bF_1, b, b^T, b, b^T$  とした最適動的量子化器を用いている。Fig. 4.6 において上から 1 段目は変位  $z$  を示し、2 段目は制御入力  $u$  を示している。Fig. 4.6 の 1 段目の応答図において、ODQ は設計した最適動的量子化器<sup>12)</sup> を Fig. 4.5(b) に示す Type B の非線形量子化器を有する系 2 (1 軸制御系・5 値量子化) に適用した場合の応答を示し、ODQ-I は ODQ で使用していた非線形量子化器を線形量子化器 (Fig. 2.1 に示す Type A の量子化器) に変えた場合に得られた応答を示している。1 段目の変位  $z$  に示すように、ODQ-I では理想的な応答を示すものの、ODQ の応答は収束応答が劣化することがわかる。これは非線形量子化器を用いていることに起因する。

### 4.8.3 リアプノフ関数に基づく切替手法による応答

数値シミュレーション結果を Figs. 4.7~4.16 に示す。Fig. 4.7, Fig. 4.8, Fig. 4.11, Fig. 4.14 はそれぞれ、Case 1, Case 2, Case 3, Case 4 の応答を示しており、1 段目は変位  $z$ 、2 段目が制御入力  $u$ 、3 段目が  $\eta_{\min}$ 、4 段目が選択されたゲインを示している。また、Fig. 4.9, Fig. 4.10 はそれぞれ、Fig. 4.7, Fig. 4.8 の  $\eta_{\min}$  と  $u$  の 1 s~1.1 s 間の値を示している。Fig. 4.12 の 1 段目、2 段目は Case 3 の応答における  $\eta_{\min}$  と量子化誤差の値を示している。なお、比較のために ODQ<sup>12)</sup> の応答も示している。Fig. 4.13 の 1 段目~3 段目は Case 3 の応答における  $\text{sgn}(\varepsilon_1\varepsilon_2)$  の値、 $E_2(x, \varepsilon_j)$  の値、選択されたゲインを示している。Fig. 4.15, Fig. 4.16 は ODQ<sup>15)</sup> の応答を示している。Fig. 4.15 では §4.8.1 で設定した外乱を与えている (外乱印加時間  $\Delta t$  とする)。一方、Fig. 4.16 では外乱印加時間を  $\Delta t/4$  とした外乱を与えている。

まず, Case 2のハイゲイン, ローゲインを用いて切替制御則を適用する有効性について検証する. Fig. 4.7の1段目の $z$ を見ると, 制御なしの場合に比べ, 素早く原点近傍に収束していることが分かる. しかしながら, 1.2 s付近の第二振幅が抑制されておらず, 必ずしも良好な応答とは言えない. これはFig. 4.9の2段目の $\eta_{\min}$ を見ると, 1.05 s~1.1 s付近で,  $\eta_{\min}$ の値が正になっており, 対応する時間帯において1段目の入力 $u$ が0になっていることに起因している. 一方, Fig. 4.8の1段目の $z$ を見ると, 第二振幅も抑制されており, 素早く原点近傍に収束していることが分かる. Fig. 4.10の2段目の $\eta_{\min}$ を見ても $\eta_{\min}$ の値は1.05 s以降も負の値をとっており, 適切に入力を選択していることが分かる. これは複数のゲインを用いることで得られる効果である. また, Fig. 4.8の4段目の選択されたゲインを見ると,  $F_1, F_2$ を頻繁に切り替えており, 切替関数が適切に機能していることが分かる. 以上より, ハイゲイン, ローゲインを用いて切替制御則を適用した場合に良好な応答が得られることが確認できた. これは, 一つのゲインを用いた場合に比べ, ハイゲイン, ローゲインを準備しておくことで, 入力を選択肢が増えたため, いずれのゲインを選んだとしても次の時刻のリアプノフ関数を減少させることができない状況 (Fig. 4.2(c)の $k+3 \sim k+4$ の区間参照) が減少し, 入力を印加し続けることができ, 良好な外乱抑制性能が得られたと考えられる. しかしながら, 入力を選択肢を増やすためには, 量子化された入力値がゲインによって異なる必要があり, ハイゲイン, ローゲインを用いることで, どの程度選択肢が増えたかは不明確である. また, 仮に選択肢が増えたとしてもリアプノフ関数を減少させることができない状況を減らすことを保証しているわけではない. しかも, 良好な応答を得るためにはゲイン $F_2$ を適切にチューニングする必要もある. そこで, 必ずしも使い勝手の良い手法とは言えない.

次に, Case 3のLMIに基づくゲイン決定手法によって得た二つのゲインを用いて切替制御則を適用する有効性について検証する. Fig. 4.11の1段目の変位 $z$ において, ODQは最適動的量子化器を Fig. 4.5(b)に示すType Bの非線形量子化器に適用した場合の応答を示している. 提案手法を用いた場合, 変位 $z$ はODQと比べると原点近傍に素早く収束していることがわかる. ODQは, 量子化器を含むシステム (以下「離散値システム」と呼ぶ) の出力が線形システムの出力に近づくように機能し, 最大量子化誤差の大きさに依存して, 線形システムにおける出力と離散値システムにおける出力の誤差の最大値が決まる特徴を有している. これは, 言い換えると, 量子化誤差が比較的大きいときには, 線形システムのような良好な応答が得られないことを意味している. これはFig. 4.12の結果からも確認できる. Fig. 4.12の2段目の量子化誤差を見ると, ODQでは1.03~1.13s付近で大きな量子化誤差が生じている. そして, Fig. 4.12の1段目のリアプノフ関数の時間差分を見ると, 対応する時間帯で正になる時間帯が多く存在していることがわかる. そのため, Fig. 4.11の1段目のODQに示すように変位の応答が劣化している. 一方, 提案手法ではFig. 4.12の1段目のリアプノフ関数の時間差分を見ると, 概ね負となっていることがわかる. そのため, Fig. 4.11の1段目の提案手法に示す

ように良好な応答が得られたと考えられる。また、§4.5のゲイン決定手法によって、適切にゲインが決定されているならば、 $E_2(x, \varepsilon_j)$ の符号は $F_1$ と $F_2$ を用いた場合とで反転し、 $E_2(x, \varepsilon_j)$ が負となるゲインが選択されると期待される。このことを確認するために、Fig. 4.13に着目する。1段目の $\text{sgn}(\varepsilon_1[k]\varepsilon_2[k])$ の値を見ると、1.05 s付近以降は概ね $\text{sgn}(\varepsilon_1[k]\varepsilon_2[k]) = 1$ であり、 $\varepsilon_1[k]$ と $\varepsilon_2[k]$ は同符号であることがわかる。つまり、この時間帯においては、§4.5の方法における前提条件を満たしていることになる。このとき、2段目の $E_2(x, \varepsilon_j)$ を見ると、同時帯において、 $E_2(x, \varepsilon_j)$ の符号は $F_1$ と $F_2$ を用いた場合とで反転していることがわかる。さらに、3段目の選択されたゲインを見ると、同時帯において、2段目の $E_2(x, \varepsilon_j)$ が負になるゲインを概ね選択しており、 $E_2(x, \varepsilon_j)$ の影響によりリアプノフ関数の時間差分を小さくしていることがわかる。よって、§4.5のゲイン決定手法によって適切にゲインが決定されていることが確認できる。この効果によって、いずれのゲインを選んだとしても次の時刻のリアプノフ関数を減少させることができない状況 (Fig. 4.2(c)の $k+3 \sim k+4$ の区間参照) が減少し、入力を印加し続けることができ、良好な外乱抑制性能が得られたと考えられる。また、Case 4の応答である Fig. 4.14の1段目の変位 $z$ をみると Case 3と同様の制振性能を得ることができている。つまり、Case 4のように Type Bの量子化器を用いて提案手法を適用した場合にも良好な結果が得られている。この場合には、 $\varepsilon_1$ と $\varepsilon_2$ の符号は必ずしも同符号とはならない。しかし、そのような状況でも提案手法は有効に働くことが確認できる。以上より、LMIに基づく複数ゲインを用いた提案手法が外乱抑制に有効であることがわかる。なお、この応答を得るのにゲインのチューニングは $F_1$ のみであり、 $F_2$ はLMIによって自動的に導出されている。よって、Case 2と比較してゲインのチューニング労力を軽減できるという点においても実用的な手法と言える。

最後に Case 3と文献15)のODQとの比較を行なう。ODQ<sup>15)</sup>は上界値パラメータを事前情報として設定しなければならない。そこで、仮に想定される外乱がわかっているとして上界値パラメータを設定する。§4.8.1で設定した外乱を想定して文献15)の上界値パラメータは $\gamma_{uv} = 2.0$ 、 $\gamma_{vw} = 1.43$ と設定した。このとき得られた変位の時間応答を Fig. 4.15に示す。Case 3と同様の性能を有していることがわかる。しかし、設定した上界値パラメータとは異なる上界値をもたらす外乱が印加される場合には、Fig. 4.16に示すように応答が容易に劣化することがわかる。Fig. 4.16では Fig. 4.15の外乱印加時間 $\Delta t$ を1/4倍に変更した外乱を与えている。一方、Case 3の提案手法では Fig. 4.15, Fig. 4.16を見ると、高い外乱抑制性能を有している。その際、外乱についての事前情報は利用していない。それにも拘らず良好な応答が得られる理由は、外乱が加わった場合に、量子化誤差まで考慮したリアプノフ関数に基づいて、リアプノフ関数を減少させる入力をリアルタイムで適切に加える構造になっているためである。

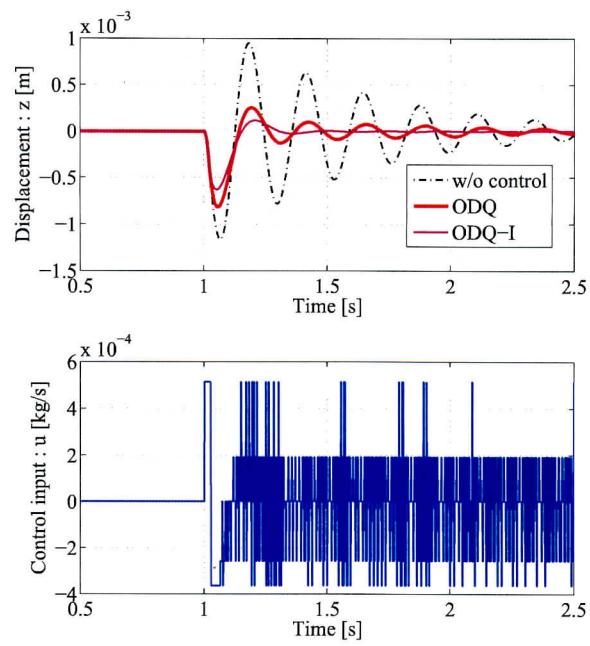


Fig. 4.6 Simulation results using ODQ<sup>12)</sup>

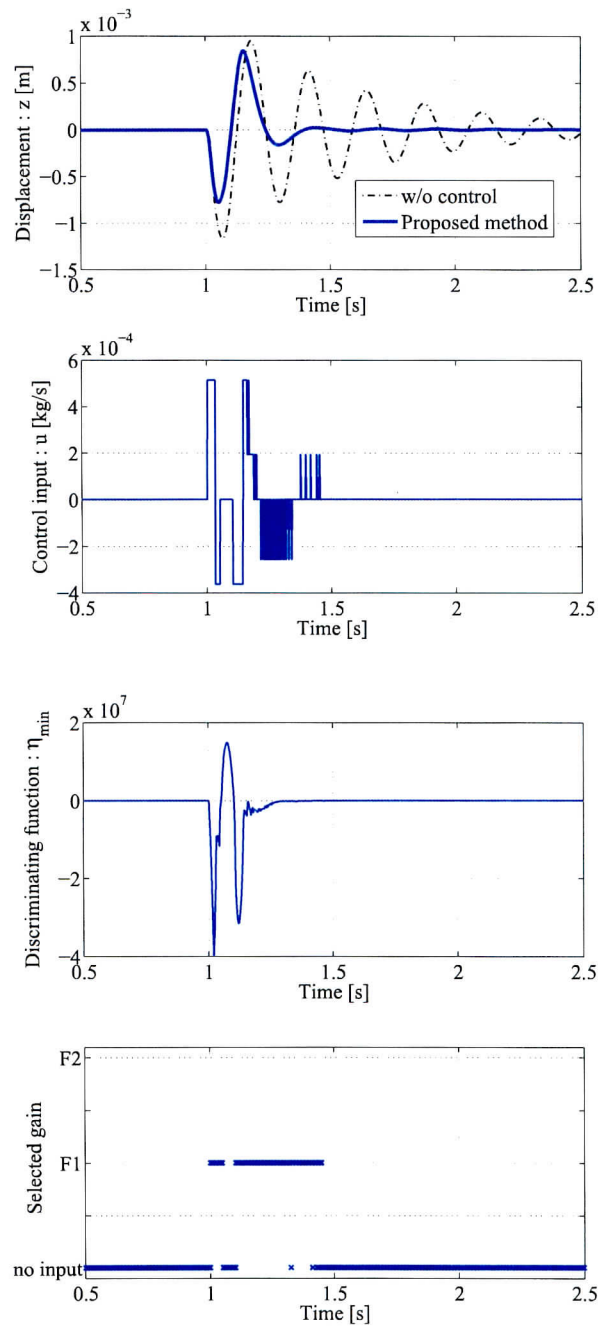


Fig. 4.7 Simulation results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 1

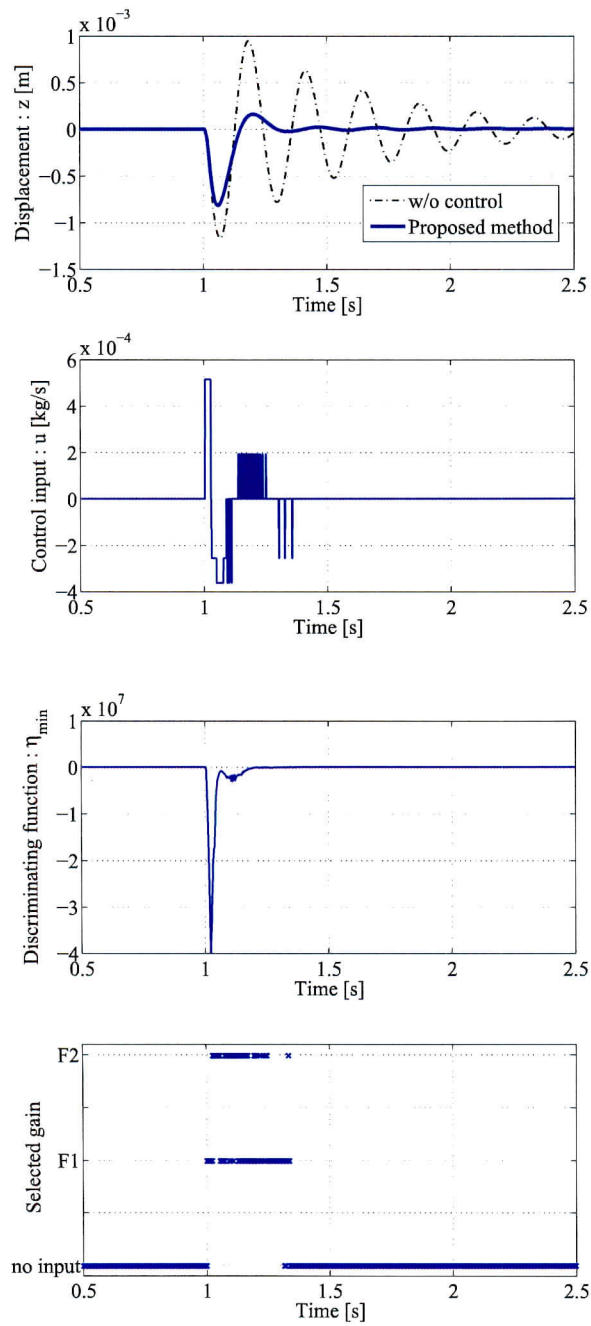


Fig. 4.8 Simulation results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 2

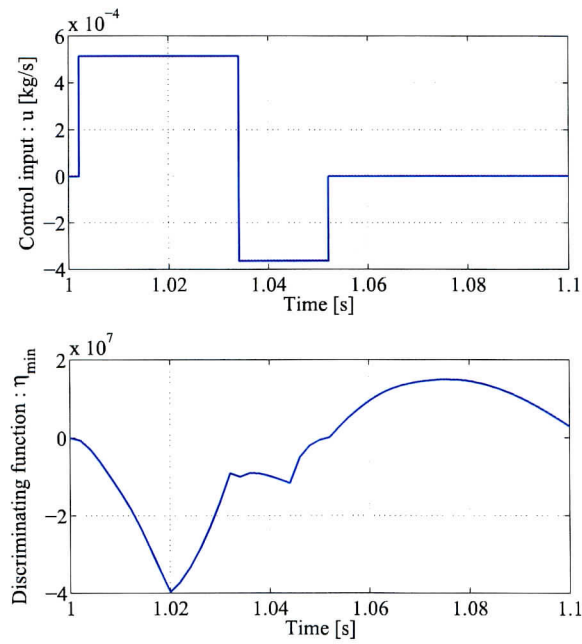


Fig. 4.9 Simulation results for  $u$  and  $\eta_{\min}$  in 1 s ~ 1.1 s in Case 1

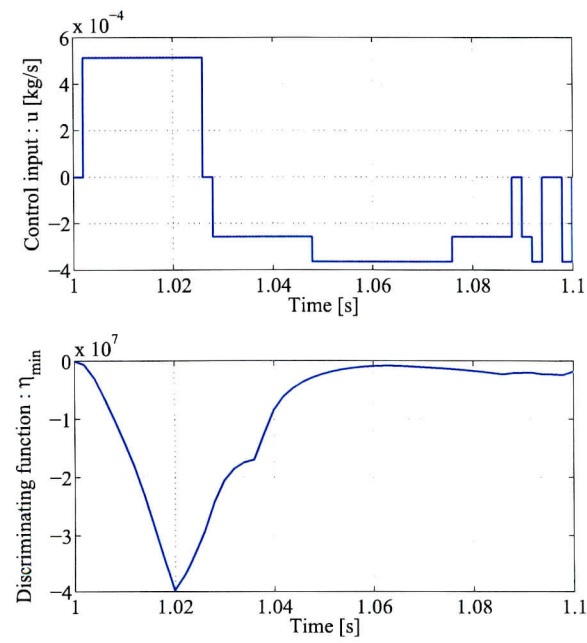


Fig. 4.10 Simulation results for  $u$  and  $\eta_{\min}$  in 1 s ~ 1.1 s in Case 2

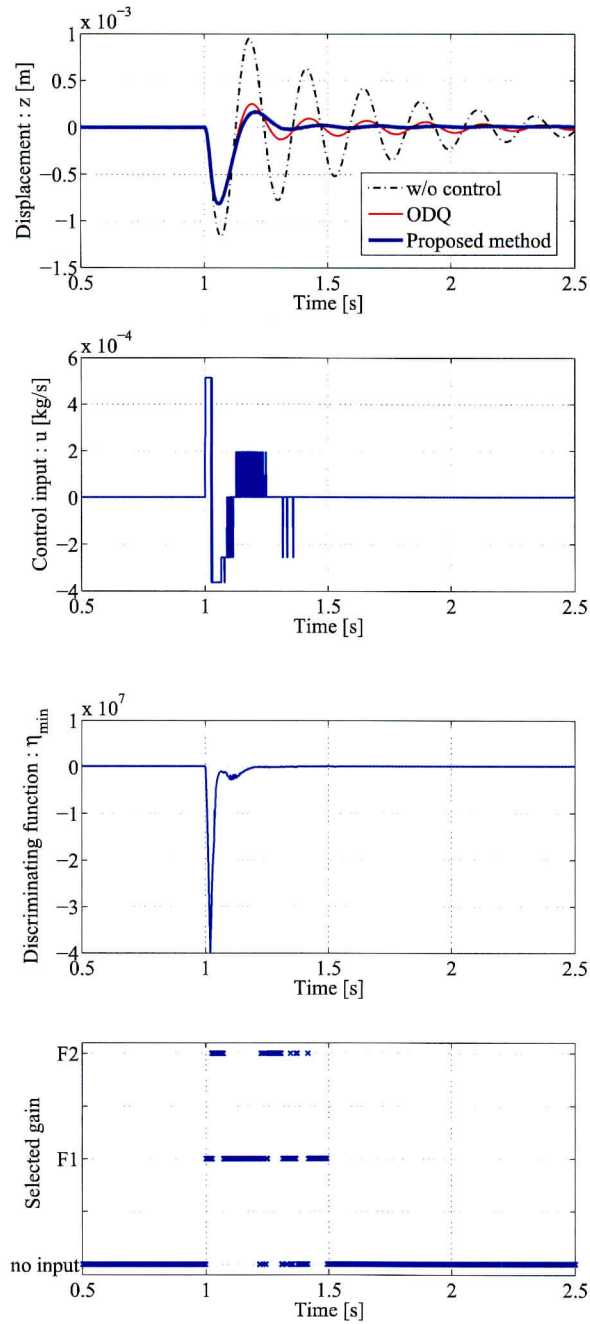


Fig. 4.11 Simulation results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 3



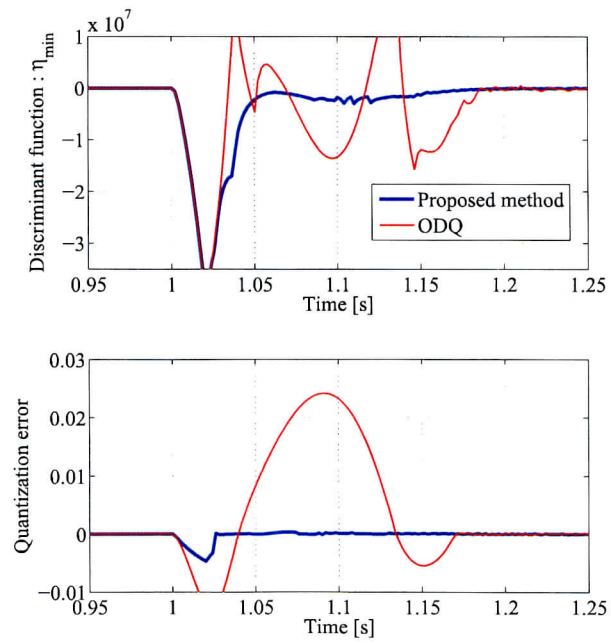


Fig. 4.12 Simulation results using ODQ<sup>12)</sup>

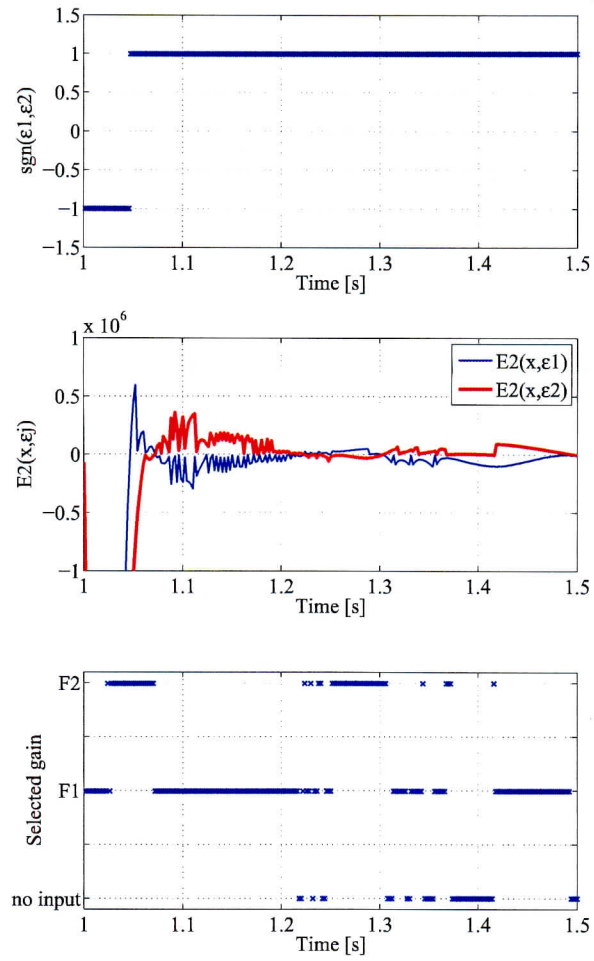


Fig. 4.13 Simulation results for  $\text{sgn}(\varepsilon_1 \varepsilon_2)$ ,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  and selected gain in Case 3

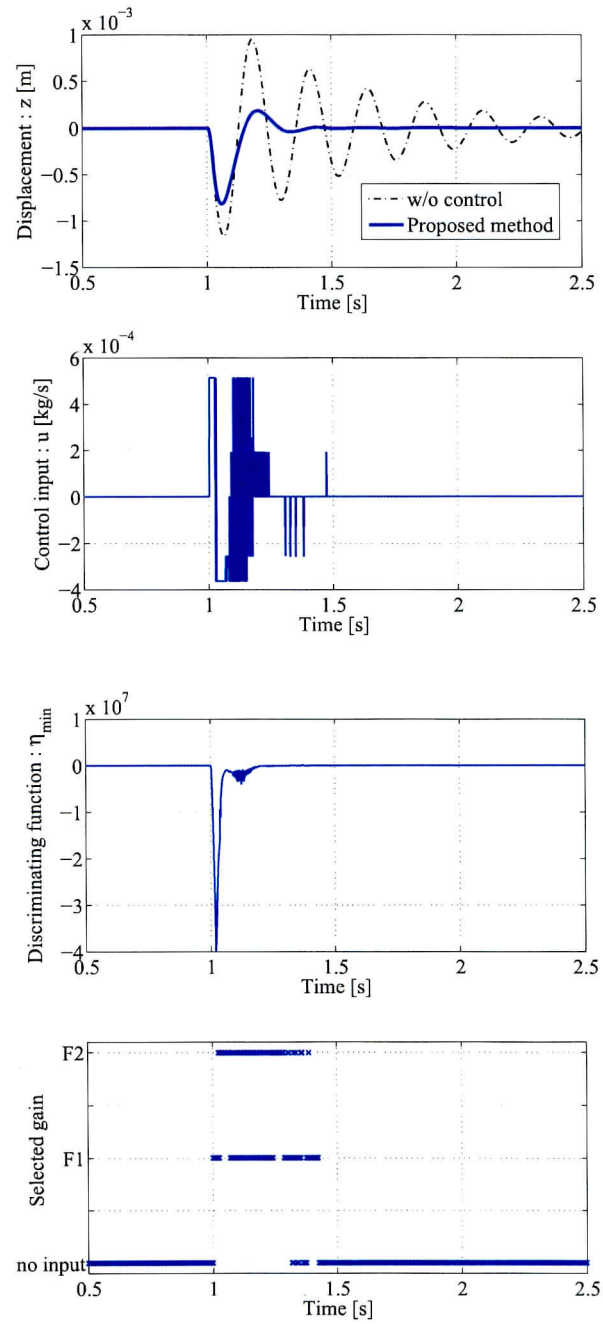


Fig. 4.14 Simulation results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 4

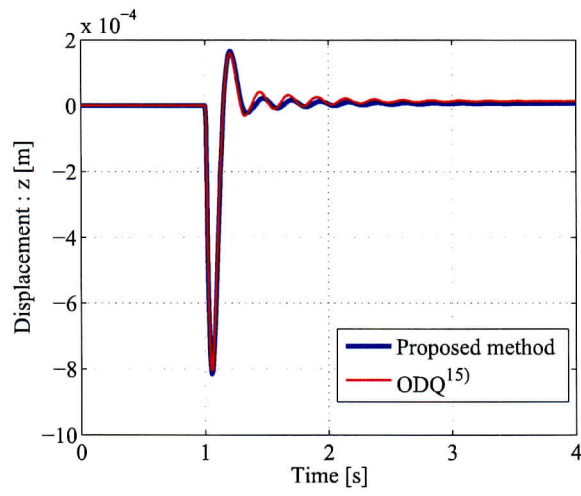


Fig. 4.15 Simulation results for  $ODQ^{15}$  (disturbance  $\Delta t$ )

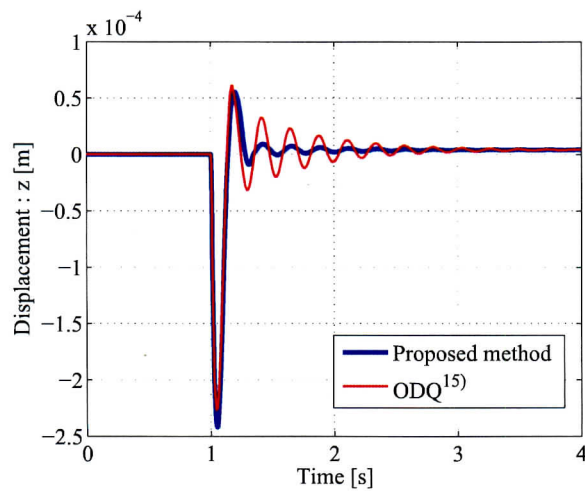


Fig. 4.16 Simulation results for  $ODQ^{15}$  (disturbance  $\Delta t/4$ )

## 4.9 実験結果

### 4.9.1 実験概要

提案手法の効果を確認するために、系2 (1軸制御系・5値量子化)を用いたインパルス外乱による実機実験結果を示す。インパルス状の外乱の影響を確認する。外乱は数値シミュレーション時に想定したものと同様である。なお、外乱は実験開始1s経過後に加えた。サンプリング時間を2msとしデジタル制御を行う。また、(4.8)式の条件 $\eta_j < 0$ では圧力信号ノイズに敏感に反応してしまい、外乱を印加する前から予期せぬ入力を加えてしまうため $\eta_j < 0$ を $\eta_j < -1.5 \times 10^5$ と修正して§4.4の提案手法を適用する。なお、 $\eta_j$ の値は $10^7$ オーダまで変動する。これは圧力 $p_a$ が $10^3$ オーダで変動し、(4.12)式の解である $P$ の要素に $10^{10}$ オーダを超える大きな値が存在することに起因している。そのため、 $-1.5 \times 10^5$ は比較的小さい値であるといえる。また、設計パラメータは数値シミュレーションに使用したものと同様である。

### 4.9.2 リアプノフ関数に基づく切替手法による応答

実験結果を Figs. 4.17~4.23 に示す。Fig. 4.17, Fig. 4.18, Fig. 4.21, Fig. 4.23 はそれぞれ, Case 1, Case 2, Case 3, Case 4 の応答を示しており, 1 段目は変位  $z$ , 2 段目が制御入力  $u$ , 3 段目が  $\eta_{\min}$ , 4 段目が選択されたゲインを示している。また, Fig. 4.19, Fig. 4.20 はそれぞれ, Fig. 4.17, Fig. 4.18 の  $\eta_{\min}$  と  $u$  の 1 s ~ 1.1 s 間の値を示している。Fig. 4.22 の 1 段目~3 段目は Case 3 の応答における  $\text{sgn}(\varepsilon_1 \varepsilon_2)$  の値,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の値, 選択されたゲインを示している。

まず, Case 2 のハイゲイン, ローゲインを用いて切替制御則を適用する有効性について検証する。Fig. 4.17 の 1 段目の  $z$  を見ると, 制御なしの場合に比べ, 素早く原点近傍に収束していることが分かる。しかしながら, 1.2 s 付近の第二振幅が抑制されておらず, 数値シミュレーション同様に必ずしも良好な応答とは言えない。これは Fig. 4.19 の 2 段目の  $\eta_{\min}$  を見ると, 1.05 s ~ 1.09 s 付近で,  $\eta_{\min}$  の値が正になっており, 対応する時間帯において 1 段目の入力  $u$  が 0 になっていることに起因している。一方, Fig. 4.18 の 1 段目の  $z$  を見ると, 第二振幅も抑制されており, 素早く原点近傍に収束していることが分かる。Fig. 4.20 の 2 段目の  $\eta_{\min}$  を見ても  $\eta_{\min}$  の値は 1.05 s 以降も負の値をとっており, 適切に入力を選択していることが分かる。これは複数のゲインを用いることで得られる効果である。また, Fig. 4.18 の 4 段目の選択されたゲインを見ると,  $F_1, F_2$  を頻繁に切り替えており, 切替関数が適切に機能していることが分かる。以上より, ハイゲイン, ローゲインを用いて切替制御則を適用した場合に良好な応答が得られることを数値シミュレーション同様確認できた。これは, 一つのゲインを用いた場合に比べ, ハイゲイン, ローゲインを準備しておくことで, 入力の実験結果が増えたため, いずれの

ゲインを選んだとしても次の時刻のリアプノフ関数を減少させることができない状況 (Fig. 4.2(c) の  $k+3 \sim k+4$  の区間参照) が減少し, 入力を印加し続けることができ, 良好な外乱抑制性能が得られたと考えられる. しかしながら, 数値シミュレーション時の考察と同様にリアプノフ関数を減少させることができない状況を減らすことを保証しているわけではなく, 必ずしも使い勝手の良い手法とは言えない.

次に, Case 3 の LMI に基づくゲイン決定手法によって得た二つのゲインを用いて切替制御則を適用する有効性について検証する. Fig. 4.21 の 1 段目の変位  $z$  において, ODQ は数値シミュレーションと同様に最適動的量子化器を Fig. 4.5(b) に示す Type B の非線形量子化器に適用した場合の応答を示している. 提案手法を用いた場合, 変位  $z$  は ODQ と比べると原点近傍に素早く収束していることがわかる. このとき, ODQ を用いた場合の応答の整定時間は 0.50 s であった. ここで, 整定時間は制御なしの場合における変位の最大振幅の  $\pm 10\%$  以内に留まるまでの時間とした. 一方, 提案手法の場合には, 整定時間は 0.26 s であり, 提案手法により高い制振性能を得ていることがわかる. §4.5 のゲイン決定手法によって, 適切にゲインが決定されているならば,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の符号は  $F_1$  と  $F_2$  を用いた場合とで反転し,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  が負となるゲインが選択されると期待される. このことを確認するために, Fig. 4.22 に着目する. 1 段目の  $\text{sgn}(\varepsilon_1[k]\varepsilon_2[k])$  の値を見ると, 1.2 s 付近以降は概ね  $\text{sgn}(\varepsilon_1[k]\varepsilon_2[k]) = 1$  であり,  $\varepsilon_1[k]$  と  $\varepsilon_2[k]$  は同符号であることがわかる. つまり, この時間帯においては, §4.5 の方法における前提条件を満たしていることになる. このとき, 2 段目の  $E_2(x, \varepsilon_j)$  を見ると, 同時帯において,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の符号は  $F_1$  と  $F_2$  を用いた場合とで反転していることがわかる. さらに, 3 段目の選択されたゲインを見ると, 同時帯において, 2 段目の  $E_2(x, \varepsilon_j)$  が負になるゲインを概ね選択しており,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の影響によりリアプノフ関数の時間差分を小さくしていることがわかる. よって, §4.5 のゲイン決定手法によって適切にゲインが決定されていることが確認できる. この効果によって, いずれのゲインを選んだとしても次の時刻のリアプノフ関数を減少させることができない状況 (Fig. 4.2(c) の  $k+3 \sim k+4$  の区間参照) が減少し, 入力を印加し続けることができ, 良好な外乱抑制性能が得られたと考えられる. 一方, 1 段目の図を見ると, 1.2 s 付近までは,  $\varepsilon_1[k]$  と  $\varepsilon_2[k]$  は同符号と異符号を頻繁に繰り返している. これは, 使用している量子化器は Type C のような完全に量子化誤差が正になる量子化器ではなく, Type C' ように  $\sigma > \sigma_A$  の入力に対しては量子化誤差が負になってしまうことに起因している. しかし, このような場合でも, 結果的には制御則は有効に機能していることがわかる. また, Case 4 の応答である Fig. 4.23 の 1 段目の変位  $z$  をみると Case 3 と同様の制振性能を得ることができている. つまり, Case 4 にのように Type B の量子化器を用いて提案手法を適用した場合にも良好な結果が得られている. この場合には,  $\varepsilon_1$  と  $\varepsilon_2$  の符号は必ずしも同符号とはならない. しかし, そのような状況でも提案手法は有効に働くことが確認できる. 以上より, LMI に基づく複数ゲインを用いた提案手法が外乱抑制に有効であることがわかる. なお, こ

の応答を得るのにゲインのチューニングは  $F_1$  のみであり,  $F_2$  は LMI によって自動的に導出されている. よって, Case 2 と比較してゲインのチューニング労力を軽減できるという点においても実用的な手法と言える. また, 定理 1 の  $E_x$  の値は  $10^{18}$  オーダとなっていたが, これは  $\lambda_{\min}\{P^{-1/2}QP^{-1/2}\}$  が  $10^{-15}$  オーダであることに大きく起因している. 一方,  $\|\tilde{x}\|$  は  $10^3$  オーダで変動していたため,  $\|\tilde{x}\| \leq E_x$  は満たされているものの, 保守的な結果となった. より保守的でない条件の導出は今後の課題である.

実機実験においても数値シミュレーションと同様に良好な応答が得られたことから, 提案手法はモデル誤差に対して, ある程度のロバスト性を有していると言える. これは, 本手法が状態フィードバック制御をベースとして用いているためと考えられる. ただし, 詳しいロバスト性能の評価は今後の課題である.

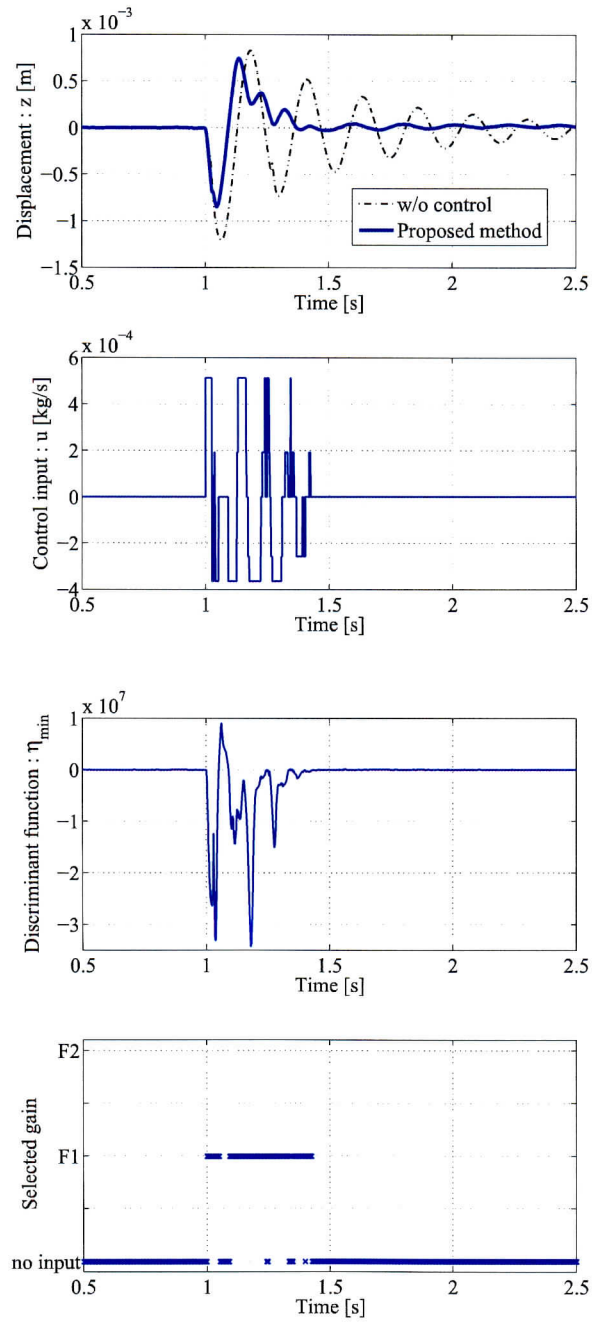


Fig. 4.17 Experimental results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 1



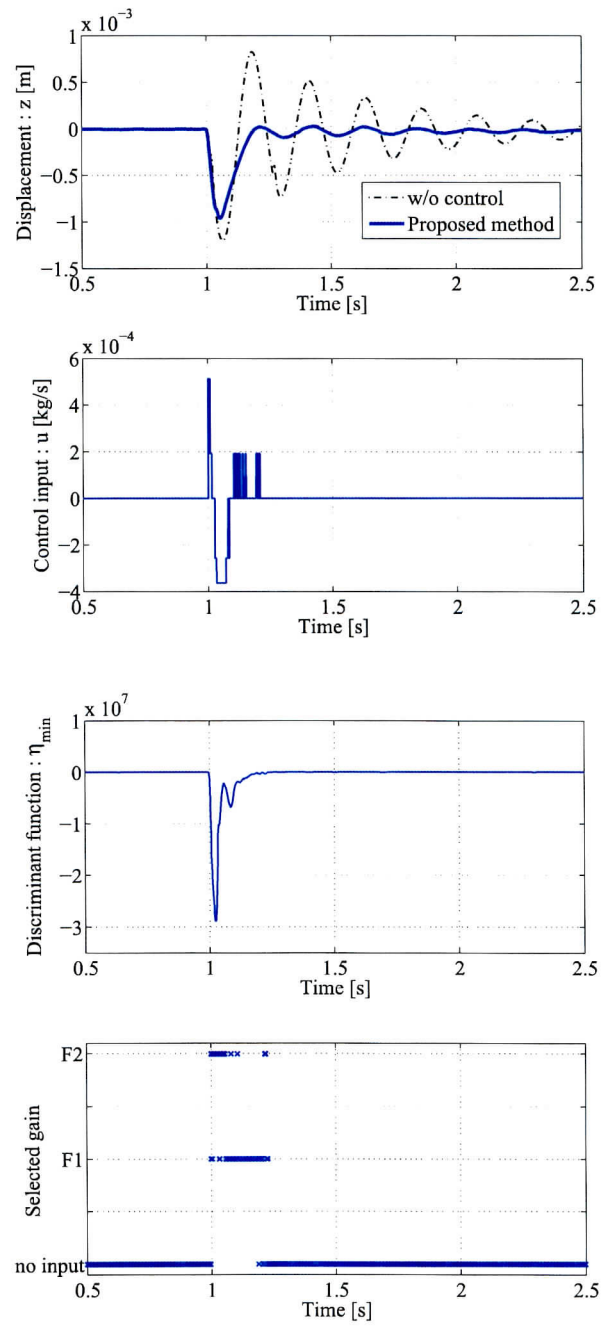


Fig. 4.18 Experimental results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 2

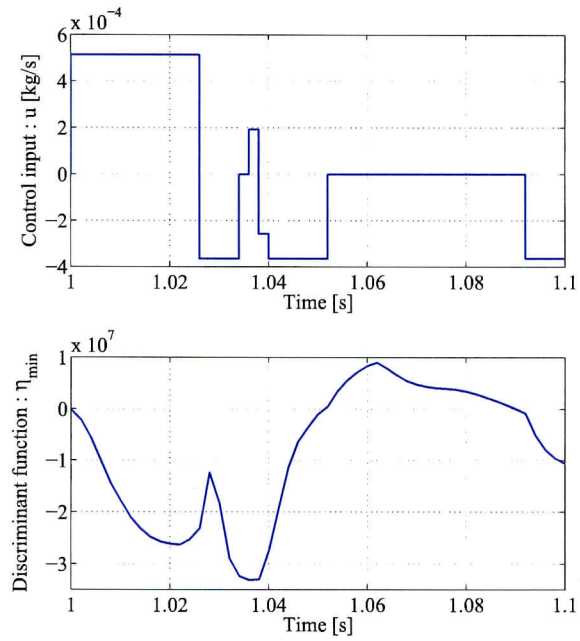


Fig. 4.19 Experimental results for  $u$  and  $\eta_{\min}$  in 1 s ~ 1.1 s in Case 1

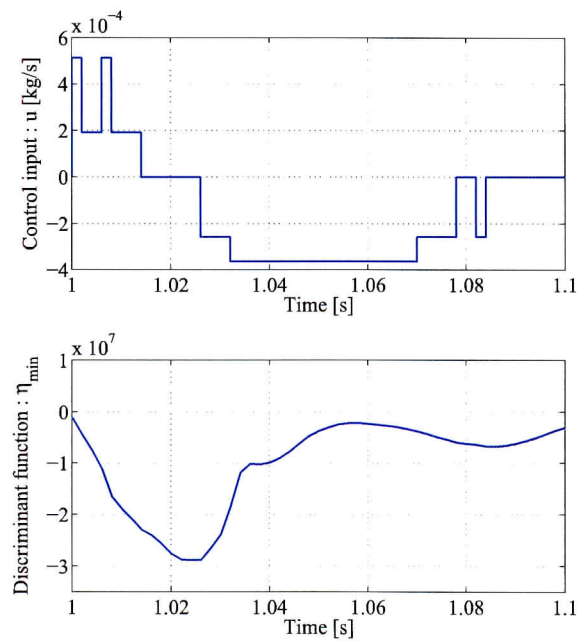


Fig. 4.20 Experimental results for  $u$  and  $\eta_{\min}$  in 1 s ~ 1.1 s in Case 2

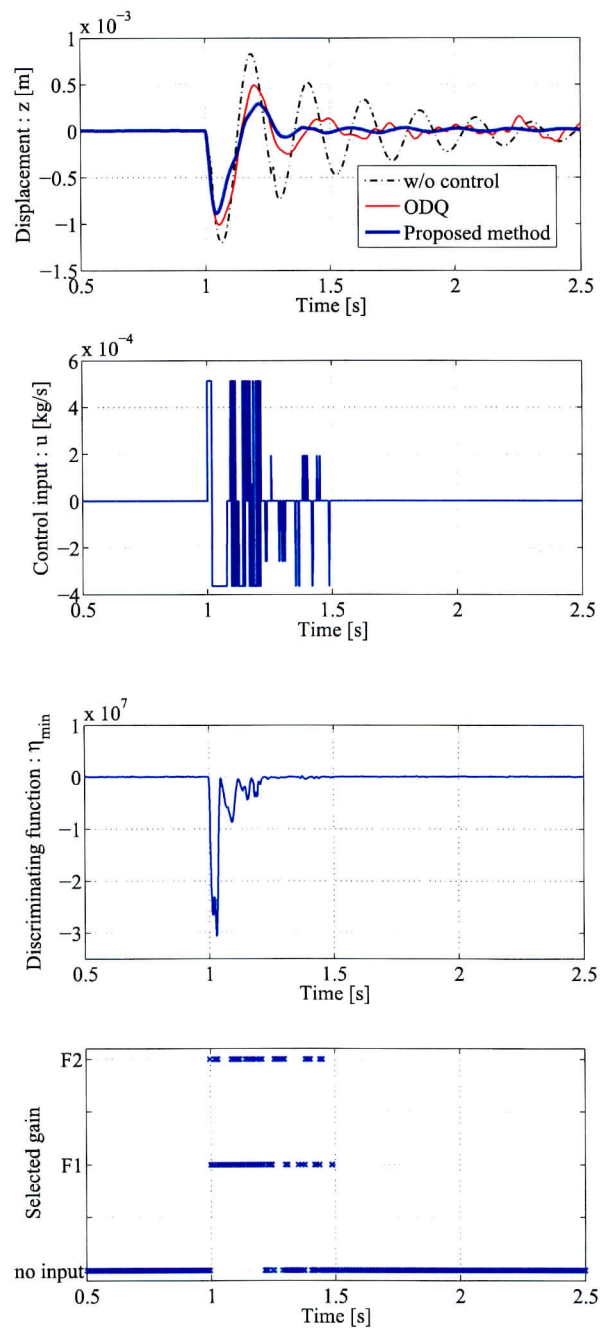


Fig. 4.21 Experimental results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 3

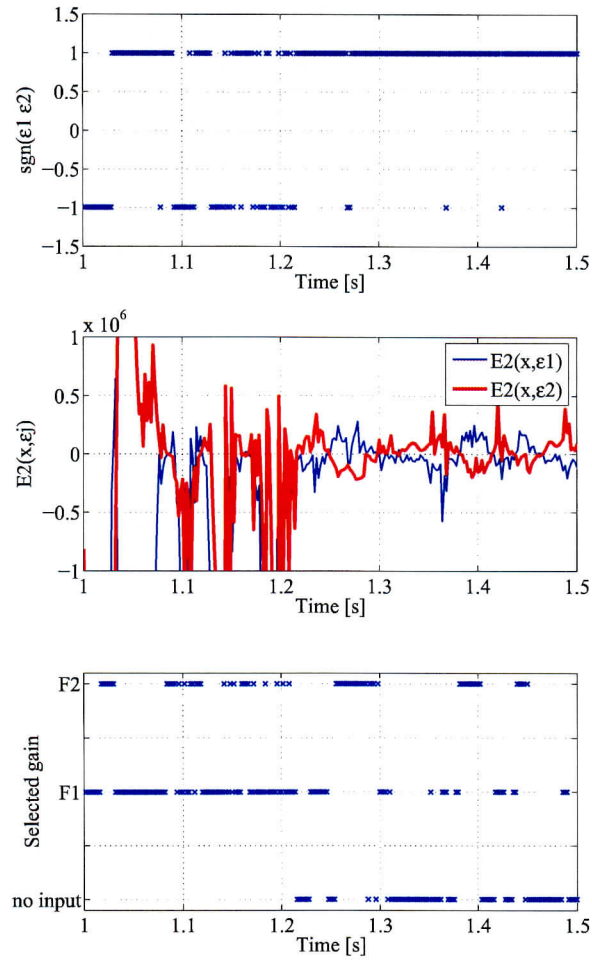


Fig. 4.22: Experimental results for  $\text{sgn}(\varepsilon_1 \varepsilon_2)$ ,  $E_2(x, \varepsilon_j)$  and selected gain for Case 3

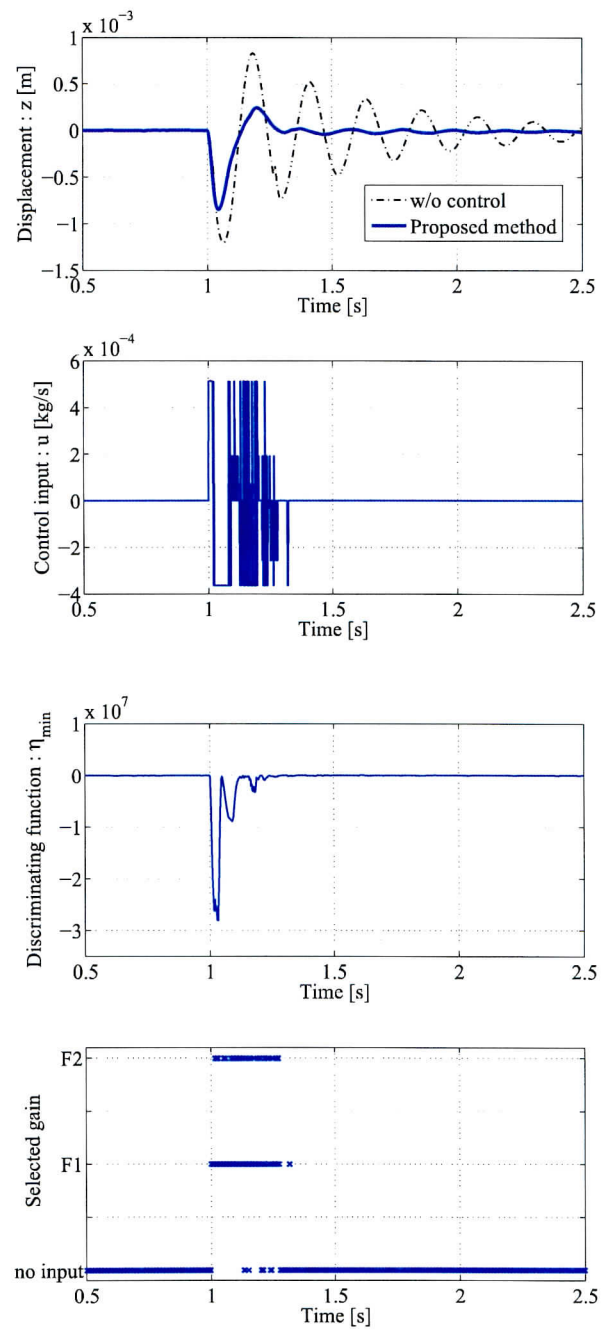


Fig. 4.23 Experimental results for  $z$ ,  $u$ ,  $\eta_{\min}$  and selected gain in Case 4

## 4.10 まとめ

第4章ではODQの外乱応答劣化問題を解決する手法として閉ループ系の有界性を保証したリアプノフ関数に基づく切替手法の構築を行った。まず、従来手法のODQ<sup>12)</sup>を非線形量子化器を含むシステムに適用した場合に、量子化誤差が大きくなる時間帯で外乱応答が劣化する場合があることを明らかにした。そして、ODQ<sup>15)</sup>を適用した場合にも、外乱応答が劣化する場合があることを明らかにした。その原因は、ODQ<sup>15)</sup>が入力に関する事前情報を設計パラメータとして要求しているが、外乱は未知であるため適切に設計パラメータを設定できない点であると考えられる。そこで、外乱応答に関して事前情報を必要としない、リアプノフ関数に基づく切替手法を提案した。この手法の特徴としては複数のゲインを用意しておき、非線形量子化器によって生じる量子化誤差まで考慮したリアプノフ関数をリアルタイムで予測計算し、最もリアプノフ関数を減少させるであろうゲインを選択し、入力を印加する点である。そして、いかなる状況においてもリアプノフ関数ができる限り減少する入力が存在するようなゲインの組み合わせを用意しておくことで、外乱応答に対しても良好な応答を期待できる。このゲイン決定手法についても併せて提案した。さらに、この手法によりシステムの有界性が保証されることを示した。そして、提案手法の有効性を数値シミュレーション及び実機実験により検証した。これにより、非線形量子化器を含むシステムに対する外乱抑制性能を向上させる効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)が構築できた。なお、定理4.1の有界値に関して、保守的でない条件の導出や切替制御則を用いた場合の制御対象のパラメータ変動に対するロバスト性の評価に関しては今後の課題である。

## 第5章 多入力系への拡張

### 5.1 はじめに

ここでは、§4.4のリアプノフ関数に基づく切替手法を多入力系へ拡張する。そして、提案手法を系3(2軸制御系・5値量子化)、系4(3軸制御系・5値量子化)(§2参照)に応用し数値シミュレーションおよび実機実験によりその効果を検証する。

### 5.2 制御対象

次式の多入力離散時間系  $G$  を扱う。

$$G: x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \quad (5.1)$$

ここで、 $k \in \mathbb{N}_+$  はステップ数、 $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  は状態変数、 $u \in \mathbb{R}^{l \times 1}$  は入力である。 $(A, B)$  は可制御と仮定する。また、外乱  $d \in \mathbb{R}$  が印加されるシステムは次式となる。

$$G: x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] + \hat{b}d[k] \quad (5.2)$$

制御入力  $u$  は量子化器  $\Phi: \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^l$  により連続値信号から離散値信号に変換されるものとし、次式の制御入力を用いる。

$$\begin{aligned} u[k] &= \Phi(\sigma[k]) \\ &= \Phi([\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_l]^T) \\ &= [\phi(\sigma_1), \phi(\sigma_2), \dots, \phi(\sigma_l)]^T \end{aligned} \quad (5.3)$$

ここで、 $\sigma[k]$  は  $\Phi$  への入力であり、 $\phi(0) = 0$  を満たすものとする。また、量子化誤差を次式で定義する。

$$\begin{aligned} \varepsilon[k] &= \Phi(\sigma[k]) - \sigma[k] \\ &= [\phi - \sigma_1, \phi - \sigma_2, \dots, \phi - \sigma_l]^T \\ &= [\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}, \dots, \varepsilon^{(l)}]^T \end{aligned} \quad (5.4)$$

さらに、量子化誤差  $\varepsilon[k]$  のノルムは次式を満たすものと仮定する。

$$\|\varepsilon[k]\| \leq \bar{\varepsilon} \quad (5.5)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}$  は正のスカラー値である。

### 5.3 切替制御則

§4.4の制御則を多入力系に拡張する. 制御システムのブロック線図を Fig. 5.1 に示す. Fig. 5.1において,  $F$ はフィードバックゲイン,  $\Psi$ は切替関数を表す.  $F$ は  $F = [F_1^T, F_2^T, \dots, F_m^T]^T \in \mathbb{R}^{lm \times n}$  で定義し, 各  $F_j \in \mathbb{R}^{l \times n}$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) は線形入力  $u[k] = -F_j x[k]$  を用いたときに, (5.1) 式を安定化するように設計する.  $m$  は任意であり, 後述する制御則により  $F_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) から一つのゲインが選択される. 切替関数  $\Psi: \mathbb{R}^{lm} \rightarrow \mathbb{R}^l$  は次式で定義する.

$$\Psi([\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_m^T]^T) = \begin{cases} \xi_j = -F_j x[k] & , \text{if } C_j \text{ is true} \\ & (j \in \{1, 2, \dots, m\}) \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.6)$$

ここで,  $[\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_m^T]^T = -Fx[k]$  は  $\Psi$  の入力であり,  $C_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) は後述する判別条件である. 以上より, 切替制御則は次式となる.

$$\sigma[k] = \Psi(-Fx[k]) \quad (5.7)$$

次に, 判別条件  $C_j$  を以下に示す.

[判別条件]

$$C_j: \eta_j < 0 \text{ and } \eta_{\min} = \eta_j \quad (j \in \{1, 2, \dots, m\}) \quad (5.8)$$

ただし,  $\eta_j, \eta_{\min}$  は次式で定義する.

$$\eta_j = E_1(x) + E_2(x, \varepsilon_j) + E_3(\varepsilon_j) \quad (5.9)$$

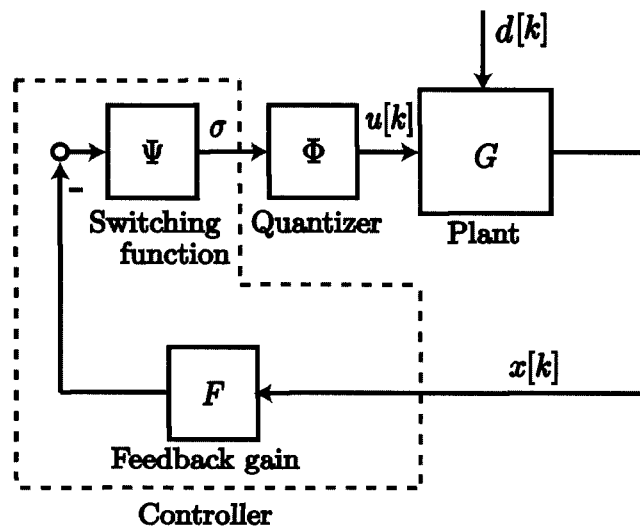


Fig. 5.1 Feedback system



$$\begin{aligned}
E_1(x) &= x[k]^T \{(A - BF_j)^T P(A - BF_j) - P\} x[k] \\
E_2(x, \varepsilon_j) &= 2\varepsilon_j[k]^T B^T P(A - BF_j)x[k] \\
E_3(\varepsilon_j) &= \varepsilon_j[k]^T B^T P B \varepsilon_j[k] \\
\eta_{\min} &= \min_{j \in \{1, 2, \dots, m\}} \{\eta_j\}
\end{aligned} \tag{5.10}$$

$\varepsilon_j[k]$  はゲイン  $F_j$  を用いたときの量子化誤差を表し，次式で定義する．

$$\begin{aligned}
\varepsilon_j[k] &= \Phi(-F_j x[k]) - (-F_j x[k]) \\
&= [\varepsilon_j^{(1)}, \varepsilon_j^{(2)}, \dots, \varepsilon_j^{(l)}]^T
\end{aligned} \tag{5.11}$$

また， $P$  は  $F_j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  から任意に一つ選んだ  $F_a$  と任意に与えられた正定対称行列  $Q$  に対する次式の離散リ アプノフ 方程式を満たす正定対称行列解である．

$$(A - BF_a)^T P(A - BF_a) - P = -Q \tag{5.12}$$

上記判別条件においては，条件  $C_j$  が真となる場合にはゲイン  $F_j$  が選択され  $\Psi(-Fx[k]) = -F_j x[k]$  となる．ただし， $\eta_{\min} = \eta_j = \eta_i$  となる場合は， $i$  あるいは  $j$  のうち，適切な一方を選択する．一方，全ての条件  $C_j$  が偽となる場合には， $\Psi(-Fx[k]) = 0$  となる．

以上より (5.1) 式に (5.3) 式，(5.7) 式を施した閉ループ系は次式となる．

$$x[k+1] = Ax[k] + B\Phi(\Psi(-Fx[k])) \tag{5.13}$$

このとき，(5.13) 式の閉ループ系の有界性は次のように保証される．

### 【定理 5.1】

$(A - BF_j)$ , ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) が安定行列であり，(5.12) 式の解行列  $P$  が  $A^T P A - P \geq 0$  を満たすと仮定する．このとき，(5.6) 式の切替関数  $\Psi$  と (5.8), (5.9), (5.10) 式で表される判別条件  $C_j$  を用いた制御則により，(5.13) 式の閉ループ系の状態変数  $x$  は集合  $\Omega := \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq E_x\}$  に収束する．ただし， $E_x$  は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}
E_x := & \frac{\bar{\varepsilon} \|P^{-1/2}\| \|P^{1/2} A P^{-1/2}\|}{\lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\}} \left( \|B^T P(A - BF_a) P^{-1/2}\| \right. \\
& \left. + \sqrt{\|B^T P(A - BF_a) P^{-1/2}\|^2 + \lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\} \|B^T P B\|} \right)
\end{aligned} \tag{5.14}$$

□

**証明** (省略) 付録 A.1 と同様の手順によって証明できる. ■

また，次の定理を満たすとき (5.13) 式は漸近安定となる．

**【定理 5.2】**

$(A - BF_j)$ ,  $(j \in \{1, 2, \dots, m\})$  が安定行列であり, (5.12) 式の解行列  $P$  が  $A^T P A - P < 0$  を満たすと仮定する. このとき, (5.6) 式の切替関数  $\Psi$  と (5.8), (5.9), (5.10) 式で表される判別条件  $C_j$  を用いた制御則により, (5.13) 式の閉ループ系の原点は漸近安定となる.  $\square$

**証明** (省略) 付録 A.2 と同様の手順によって証明できる.  $\blacksquare$

## 5.4 LMI に基づくゲイン決定手法

§4.5 の LMI に基づくゲイン決定手法は多入力系の場合にも適用することが可能である. ただし, (条件 B-1) は Type C の量子化器を用いただけでは, (条件 B-2) と等価にならない点に留意する.  $B^T P(A - BF_1)x[k]$  の各要素が全て同符号の場合には, Type C の量子化器の使用を前提としているので,  $\varepsilon_1^{(1)} \geq 0$ ,  $\varepsilon_1^{(2)} \geq 0$ ,  $\varepsilon_2^{(1)} \geq 0$ ,  $\varepsilon_2^{(2)} \geq 0$  が満たされ, (条件 B-1) は (条件 B-2) と等価になる. 一方,  $B^T P(A - BF_1)x[k]$  の要素に異符号のものが含まれる場合には, (条件 B-1) が (条件 B-2) と等価となるための十分条件は  $\varepsilon_1 = \beta \varepsilon_2$  である. ここで,  $\beta$  は正のスカラ値である. ただし,  $B^T P(A - BF_1)x[k]$  の要素の比は  $x[k]$  によって大きく変動するのに対し,  $\varepsilon_1$  や  $\varepsilon_2$  の要素の比の変動は量子化誤差の上界値の制約により, 比較的小さいと考えられる. そのため,  $\varepsilon_1 \neq \beta \varepsilon_2$  だとしても, 多くの状況で (条件 B-1) は満たされると期待される.

## 5.5 系 3 (2 軸制御系・5 値量子化) への応用

### 5.5.1 制御系設計

系 3 (2 軸制御系・5 値量子化) を用いて, 提案手法である §5.3 の多入力系に拡張したり アプノフ関数に基づく切替手法の効果を検証する. on-off 弁を用いた空圧式除振台において高速応答を得るためには, 非線形量子化操作補償に加えて, むだ時間を考慮する必要がある. そこで, まず, 入力むだ時間に対する扱い方を説明し, 次に, 提案手法を用いて制御系設計を行う.

入力むだ時間を有する次式の多入力離散時間系  $G_d$  を考える.

$$G_d: x_d[k+1] = A_d x_d[k] + B_d u[k - \zeta] \quad (5.15)$$

ここで,  $k \in \mathbb{N}_+$  はステップ数,  $\zeta \in \mathbb{N}_+$  はむだ時間分のステップ数,  $x_d \in \mathbb{R}^{n_1 \times 1}$  は状態変数,  $u \in \mathbb{R}^{l \times 1}$  は入力である. 入力むだ時間をサンプリング時間の整数倍と仮定すれば, むだ時間分の過去の入力も状態変数に含めた以下の拡大系  $G$  を考えることで, 入力むだ時間が陽に含まれないシステムとして扱うことが可能である.

$$G: x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \quad (5.16)$$

ここで,  $x$ ,  $A$ ,  $B$  は次式である.

$$\begin{aligned} x[k] = & [x_d[k]^T, u_1[k - \zeta], u_2[k - \zeta], \dots, u_l[k - \zeta], \\ & u_1[k - \zeta - 1], u_2[k - \zeta - 1], \dots, u_l[k - \zeta - 1], \\ & \dots, u_1[k - 1], u_2[k - 1] \dots, u_l[k - 1]]^T, \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_d & B_d & 0_{n_1 \times l(\zeta-1)} \\ 0_{l\zeta \times (n_1+l)} & I_{l(\zeta-1) \times l(\zeta-1)} & \\ & & 0_{l \times l(\zeta-1)} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{(n_1+l\zeta-l) \times l} \\ I_{l \times l} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$n_1 + l\zeta = n$  とすれば, (5.16) 式は (5.1) 式と考えることができる.

設計用モデルとして用いる (5.1) 式の係数行列  $A, B$  は系 3 の (2.16) 式の係数行列  $A_c, B_c$  を, サンプリング時間 2ms で入力に 0 次ホールドを適用して離散化し, (5.18) 式に従って計算した. なお, むだ時間ステップ数は  $\zeta = 5$  となり, (5.1) 式の状態変数は次式となる.

$$\begin{aligned} x[k] = & [z[k], \theta_1[k], \dot{z}[k], \dot{\theta}_1[k], p_{al}[k], p_{bl}[k], p_{ar}[k], p_{br}[k], \\ & u_1[k - 5], u_2[k - 5], u_1[k - 4], u_2[k - 4], u_1[k - 3], \\ & u_2[k - 3], u_1[k - 2], u_2[k - 2], u_1[k - 1], u_2[k - 1]]^T \end{aligned} \quad (5.19)$$

以下に制御系設計結果を示す. (5.6) 式の切替関数  $\Psi$  は二つの条件  $C_1, C_2$  によって実行することとし, フィードバックゲインは  $F_1$  と  $F_2$  の二つを用いる. フィードバックゲイン  $F_1$  は以下の重み行列  $Q_1, R_1$  を用いた最適レギュレータによって  $(A - BF_1)$  が安定行列となるように決定した.

$$\begin{aligned} Q_1 = & \text{diag}\{1 \times 10^0, 1 \times 10^0, 1 \times 10^{10}, 3 \times 10^8, \\ & 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, \\ & 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10} \\ & 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}\}, \\ R_1 = & \text{diag}\{1 \times 10^{-9}, 1 \times 10^{-9}\} \end{aligned} \quad (5.20)$$

$P$  は  $F_a = F_1$  とし,  $Q$  を  $Q = I_{18 \times 18}$  として (5.12) 式を解いて求めた. 求めた  $F_1$  と  $P$  を用いて (4.23) 式の LMI を  $\alpha = 1$  として解くことで  $F_2$  を求めた. なお, §4.5 のゲイン決定手法によって得られたゲインを用いて所望の応答を得るためには Type C の量子化器を用いる必要がある. そこで, 量子化誤差の符号がなるべく一定になるように, 量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}, \sigma_{1+}, \sigma_{1-}, \sigma_{2-}$  を  $\sigma_{2+} = G_{1+}, \sigma_{1+} = 0, \sigma_{1-} = G_{1-}, \sigma_{2-} = G_{2-}$  と設計する. その結果, 系 3 に含まれる量子化器  $\phi$  は Type C' の量子化器となる (Fig. 5.2).

**【注意 5.1】**

Fig. 5.2 に示す Type C' の量子化器は,  $\sigma \leq \sigma_A$  の領域で  $\varepsilon_j \geq 0$  となり, この領域で Fig. 2.1 の Type C と同様に §4.5 の方法における前提条件を満たす.

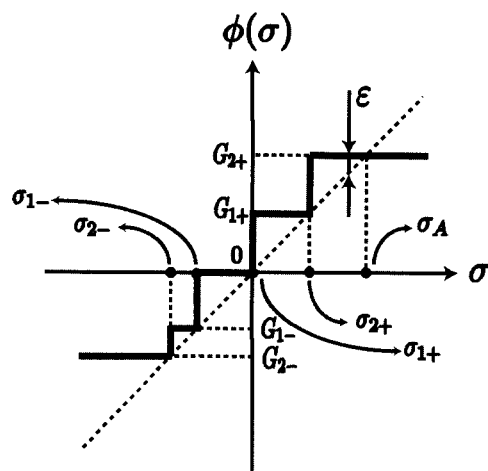


Fig. 5.2 Quantizer of 5values Type C'

### 5.5.2 数値シミュレーション結果

系3 (2軸制御系・5値量子化)の(2.16)式をサンプリング時間2msで離散化した制御対象に対して、数値シミュレーションを実行した。また、圧力センサノイズは考慮していない。インパルス状の外乱に対する変位 $z$ 、ロール角 $\theta_1$ の時間応答を確認する。インパルス状の外乱は1s経過後に加える。なお、これは台の左側空気ばね上方向30cmの位置から野球ボール(質量200g)を自由落下させたことに相当する。

数値シミュレーション結果をFigs. 5.3~5.5に示す。Fig. 5.3の1段目~4段目はそれぞれ、変位 $z$ 、ロール角 $\theta_1$ 、制御入力 $u_1, u_2$ を示している。また、Fig. 5.4の1段目、2段目はそれぞれ、 $\eta_{\min}$ 、選択されたゲインを示している。Fig. 5.5の1段目、2段目はそれぞれ、1s~1.1s間における $E_2(x, \varepsilon_j)$ の値、選択されたゲインを示している。Fig. 5.3の1段目と2段目の $z$ と $\theta_1$ を見ると、提案手法により素早く原点近傍に収束していることが分かる。これは、Fig. 5.4の1段目を見ると、入力に変化のある1.0~1.2s時に $\eta_{\min}$ は負の値をとっており、対応する時間帯に適切な入力を選択されているためである。Fig. 5.4の2段目を見ると、頻繁にゲインが切り替わっており、適切に切替関数が機能していることが分かる。また、Fig. 5.5の1段目の $E_2(x, \varepsilon_j)$ を見ると1.1s付近以降は $E_2(x, \varepsilon_j)$ の符号は $F_1$ と $F_2$ を用いた場合とで概ね反転していることが分かる。さらに、2段目の選択されたゲインを見ると、1段目の $E_2(x, \varepsilon_j)$ が負になるゲインを概ね選択しており、 $E_2(x, \varepsilon_j)$ の影響によりリアプノフ関数の時間差分を小さくしていることが分かる。以上より、多入力系に拡張したことで、変位 $z$ のみならず、ロール角 $\theta_1$ に対しても高い外乱抑制性能を得ることができた。

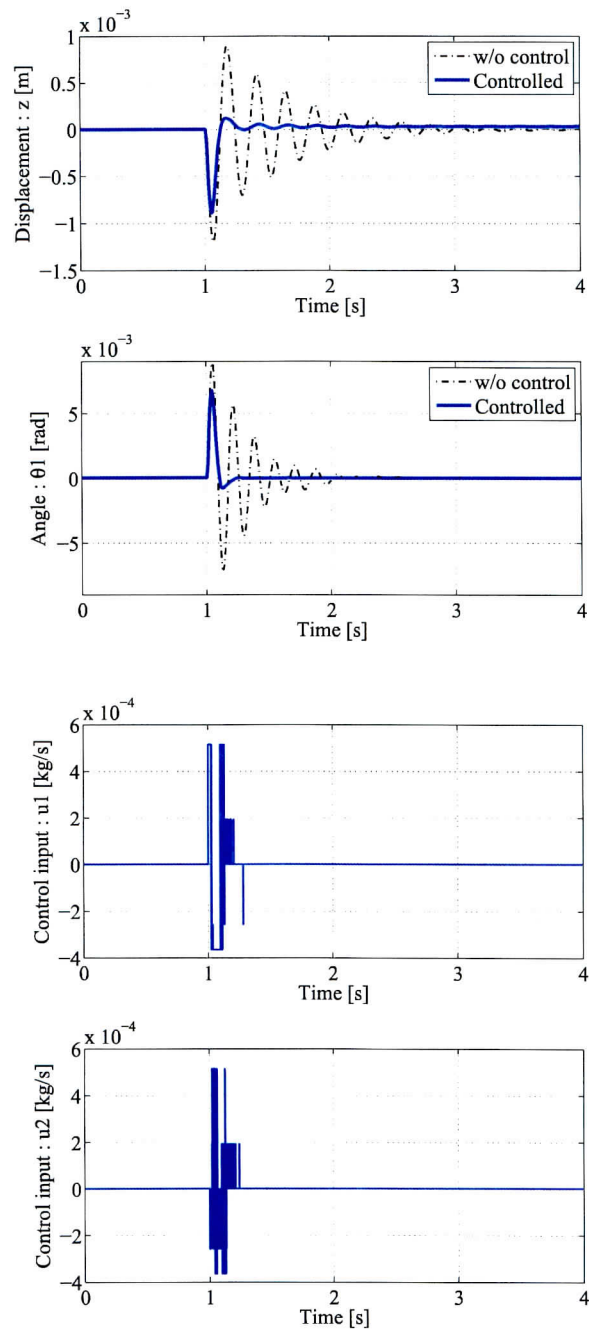


Fig. 5.3: Simulation results for the state variable and the control inputs of system 3

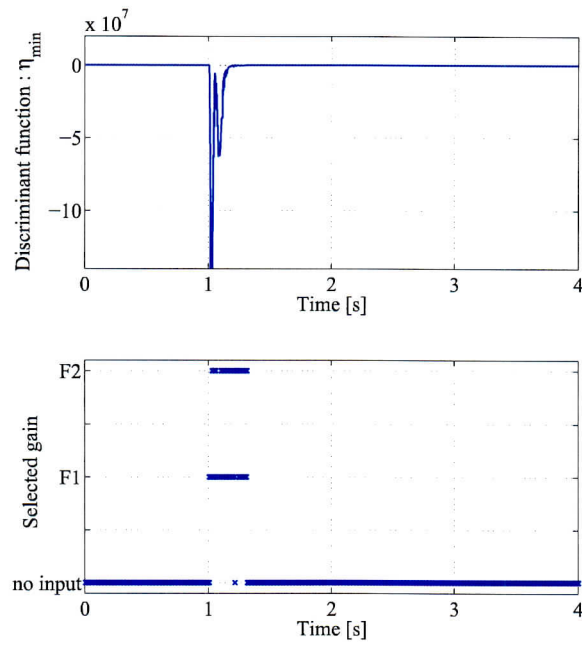


Fig. 5.4 Simulation results for  $\eta_{\min}$  and selected gain of system 3

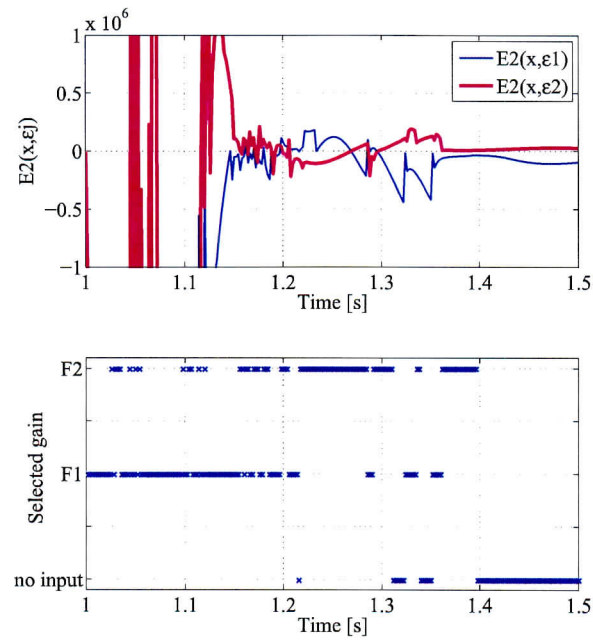


Fig. 5.5 Simulation results for  $E_2(x, \epsilon_j)$  and selected gain of system 3

### 5.5.3 実験結果

提案手法の効果を確認するために、系3 (2軸制御系・5値量子化)を用いたインパルス外乱による実機実験結果を示す。インパルス状の外乱の影響を確認する。外乱は数値シミュレーション時に想定したものと同様である。なお、外乱は実験開始1s経過後に加えた。サンプリング時間を2msとしデジタル制御を行う。また、(5.8)式の条件 $\eta_j < 0$ では圧力信号ノイズに敏感に反応してしまい、外乱を印加する前から予期せぬ入力を加えてしまうため $\eta_j < 0$ を $\eta_j < -1.5 \times 10^5$ と修正して§5.3の提案手法を適用する。

実験結果を Figs. 5.6~5.8 に示す。Fig. 5.6 の1段目~4段目はそれぞれ、変位  $z$ 、ロール角  $\theta_1$ 、制御入力  $u_1, u_2$  を示している。また、Fig. 5.7 の1段目、2段目はそれぞれ、 $\eta_{\min}$ 、選択されたゲインを示している。Fig. 5.8 の1段目、2段目はそれぞれ、1s~1.1s間における  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の値、選択されたゲインを示している。Fig. 5.6 の1段目と2段目の  $z$  と  $\theta_1$  を見ると、数値シミュレーション結果と同様に、素早く原点近傍に収束していることが分かる。これは、Fig. 5.7 の1段目を見ると、入力に変化のある1.0~1.5s時に  $\eta_{\min}$  は負の値をとっており、対応する時間帯に適切な入力を選択されているためである。また、Fig. 5.8 の1段目の  $E_2(x, \varepsilon_j)$  を見ると1.2s付近以降は  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の符号は  $F_1$  と  $F_2$  を用いた場合とで概ね反転していることが分かる。さらに、2段目の選択されたゲインを見ると、1段目の  $E_2(x, \varepsilon_j)$  が負になるゲインを概ね選択しており、 $E_2(x, \varepsilon_j)$  の影響によりリアプノフ関数の時間差分を小さくしていることが分かる。以上より、多入力系に拡張したことで、変位  $z$  のみならず、ロール角  $\theta_1$  に対しても高い外乱抑制性能をもたらすことが実機実験によっても確認できた。

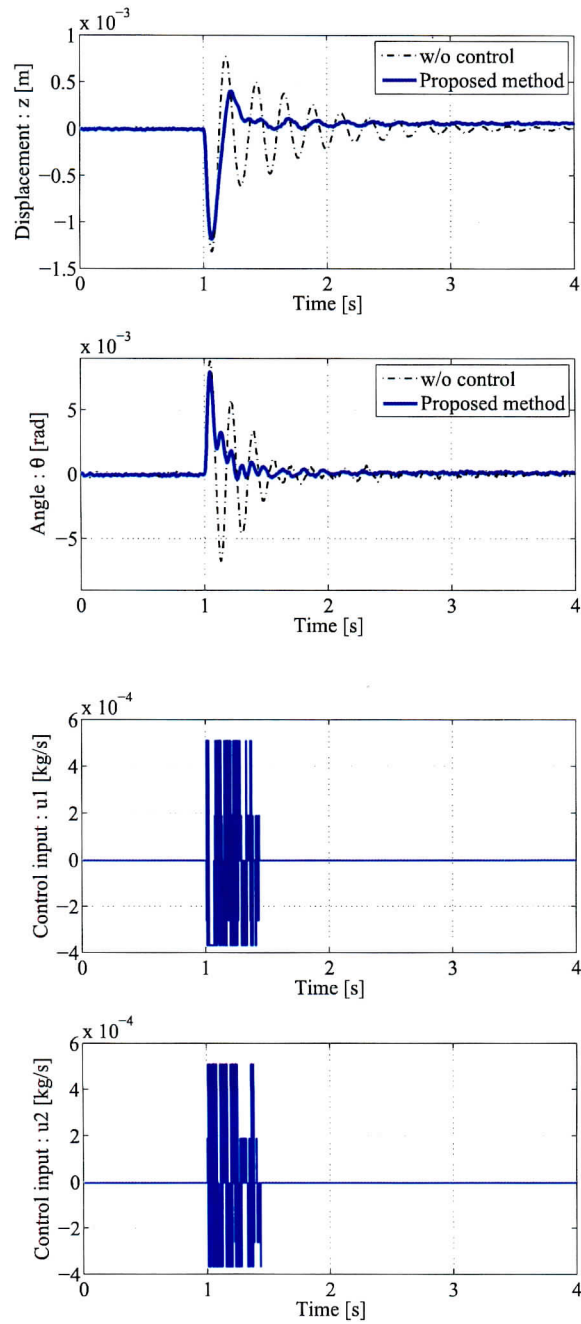


Fig. 5.6: Experimental results for the state variable and the control inputs of system 3



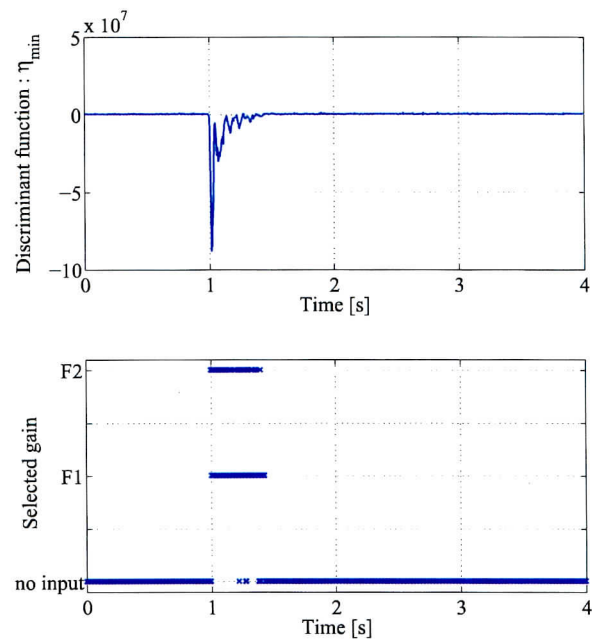


Fig. 5.7 Experimental results for  $\eta_{\min}$  and Selected gain of system 3

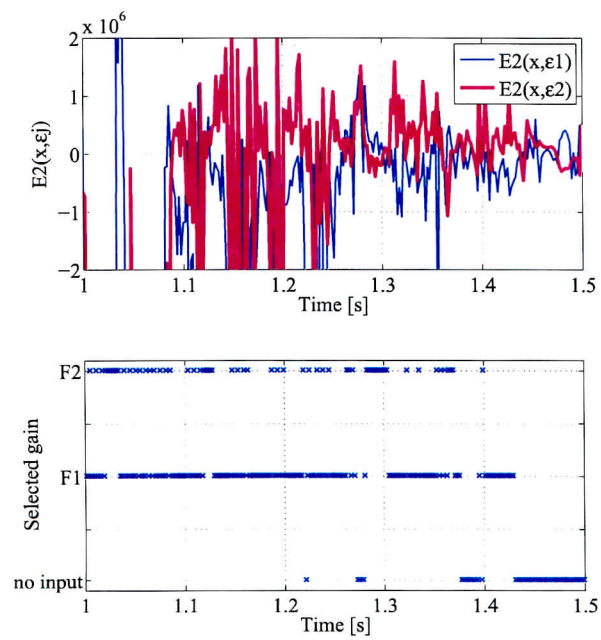


Fig. 5.8 Experimental results for  $E_2(x, \varepsilon_j)$  and selected gain of system 3

## 5.6 系4 (3軸制御系・5値量子化)への応用

### 5.6.1 制御系設計

系4 (3軸制御系・5値量子化)を用いて, 提案手法である §5.3 の多入力系に拡張したリアプノフ関数に基づく切替手法の効果を検証する. §5.5.1と同様に, まず, 入力むだ時間を陽に含まない系に変形し, 次に, 提案手法を用いて制御系設計を行う.

設計用モデルとして用いる (5.1) 式の係数行列  $A, B$  は系4の (2.29) 式の係数行列  $A_c, B_c$  を, サンプルング時間 2ms で入力に 0 次ホールドを適用して離散化し, (5.18) 式に従って計算した. なお, むだ時間ステップ数は  $\zeta = 5$  となり, (5.1) 式の状態変数は次式となる.

$$\begin{aligned}
 x[k] = & [z[k], \theta_1[k], \theta_2[k], \dot{z}[k], \dot{\theta}_1[k], \dot{\theta}_2[k], \\
 & p_{a1}[k], p_{b1}[k], p_{a2}[k], p_{b2}[k], p_{a3}[k], p_{b3}[k], p_{a4}[k], p_{b4}[k], \\
 & u_1[k-5], u_2[k-5], u_3[k-5], u_4[k-5], \\
 & u_1[k-4], u_2[k-4], u_3[k-4], u_4[k-4], \\
 & u_1[k-3], u_2[k-3], u_3[k-3], u_4[k-3], \\
 & u_1[k-2], u_2[k-2], u_3[k-2], u_4[k-2], \\
 & u_1[k-1], u_2[k-1], u_3[k-1], u_4[k-1]]^T
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

以下に制御系設計結果を示す. (5.6) 式の切替関数  $\Psi$  は二つの条件  $C_1, C_2$  によって実行することとし, フィードバックゲインは  $F_1$  と  $F_2$  の二つを用いる. フィードバックゲイン  $F_1$  は以下の重み行列  $Q_1, R_1$  を用いた最適レギュレータによって  $(A - BF_1)$  が安定行列となるように決定した.

$$\begin{aligned}
 Q_1 = & \text{diag}\{1 \times 10^{15}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{12}, 3 \times 10^0, \\
 & 1 \times 10^0, 1 \times 10^0, 1 \times 10^0, 1 \times 10^0; 1 \times 10^0, \\
 & 1 \times 10^0, 1 \times 10^0, 1 \times 10^0, 1 \times 10^0, \\
 & 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, \\
 & 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, \\
 & 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, \\
 & 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}\}, \\
 R_1 = & \text{diag}\{1 \times 10^{-10}, 1 \times 10^{-10}, 1 \times 10^{-10}, 1 \times 10^{-10}\}
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

$P$  は  $F_a = F_1$  とし,  $Q$  を  $Q = I_{34 \times 34}$  として (5.12) 式を解いて求めた. 求めた  $F_1$  と  $P$  を用いて (4.23) 式の LMI を  $\alpha = 1$  として解くことで  $F_2$  を求めた. なお, §4.5 のゲイン決定手法によって得られたゲインを用いて所望の応答を得るためには Type C の量子化器を用いる必要がある. そこで, 量子化誤差の符号がなるべく

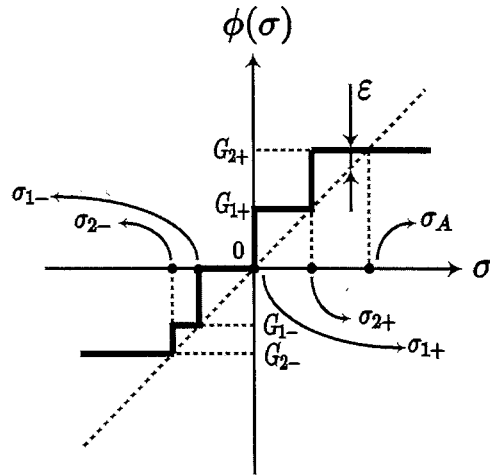


Fig. 5.9 Quantizer of 5 values Type C'

一定になるように、量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}$ ,  $\sigma_{1+}$ ,  $\sigma_{1-}$ ,  $\sigma_{2-}$  を  $\sigma_{2+} = G_{1+}$ ,  $\sigma_{1+} = 0$ ,  $\sigma_{1-} = G_{1-}$ ,  $\sigma_{2-} = G_{2-}$  と設計する. その結果, 系4に含まれる量子化器  $\phi$  は Type C' の量子化器となる (Fig. 5.9). また, 実機実験では計算量が多く, プログラムを実行することができなかつたため以降では数値シミュレーションの結果のみを示す.

**【注意 5.2】**

Fig. 5.9 に示す Type C' の量子化器は,  $\sigma \leq \sigma_A$  の領域で  $\epsilon_j \geq 0$  となり, この領域で Fig. 2.1 の Type C と同様に §4.5 の方法における前提条件を満たす.

**5.6.2 数値シミュレーション結果**

系4 (3軸制御系・5値量子化) の (2.29) 式をサンプリング時間 2 ms で離散化した制御対象に対して, 数値シミュレーションを実行した. また, 圧力センサノイズは考慮していない. インパルス状の外乱に対する変位  $z$ , ロール角  $\theta_1$ , ピッチ角  $\theta_2$  の時間応答を確認する. インパルス状の外乱は 1 s 経過後に加える. なお, これは台の左側手前空気ばね上方向 30 cm の位置から野球ボール (質量 200 g) を自由落下させたことに相当する.

数値シミュレーション結果を Figs. 5.10~5.13 に示す. Fig. 5.10 の 1 段目~3 段目はそれぞれ, 変位  $z$ , ロール角  $\theta_1$ , ピッチ角  $\theta_2$  を示している. また, Fig. 5.11 の 1 段目~4 段目はこのときの, 制御入力  $u_1, u_2, u_3, u_4$  を示している. また, Fig. 5.12 の 1 段目, 2 段目はそれぞれ,  $\eta_{\min}$ , 選択されたゲインを示している. Fig. 5.13 の 1 段目, 2 段目はそれぞれ, 1 s~1.1 s 間における  $E_2(x, \epsilon_j)$  の値, 選択されたゲインを示している. Fig. 5.10 の 1 段目~3 段目の  $z, \theta_1, \theta_2$  を見ると, 提案手法により素早く原点近傍に収束していることが分かる. これは, Fig. 5.12 の 1 段目を見る

と，入力に変化のある 1.0~1.2 s 時に  $\eta_{\min}$  は負の値をとっており，対応する時間帯に適切な入力を選択されているためである．Fig. 5.12 の 2 段目を見ると，頻繁にゲインが切り替わっており，適切に切替関数が機能していることが分かる．また，Fig. 5.13 の 1 段目の  $E_2(x, \varepsilon_j)$  を見ると 1.1 s 付近以降は  $E_2(x, \varepsilon_j)$  の符号は  $F_1$  と  $F_2$  を用いた場合とで概ね反転していることが分かる．さらに，2 段目の選択されたゲインを見ると，1 段目の  $E_2(x, \varepsilon_j)$  が負になるゲインを概ね選択しており， $E_2(x, \varepsilon_j)$  の影響によりリアプノフ関数の時間差分を小さくしていることが分かる．多入力系に拡張したことで，変位  $z$  のみならず，ロール角  $\theta_1$ ，ピッチ角  $\theta_2$  に対しても高い外乱抑制性能を得ることができた．

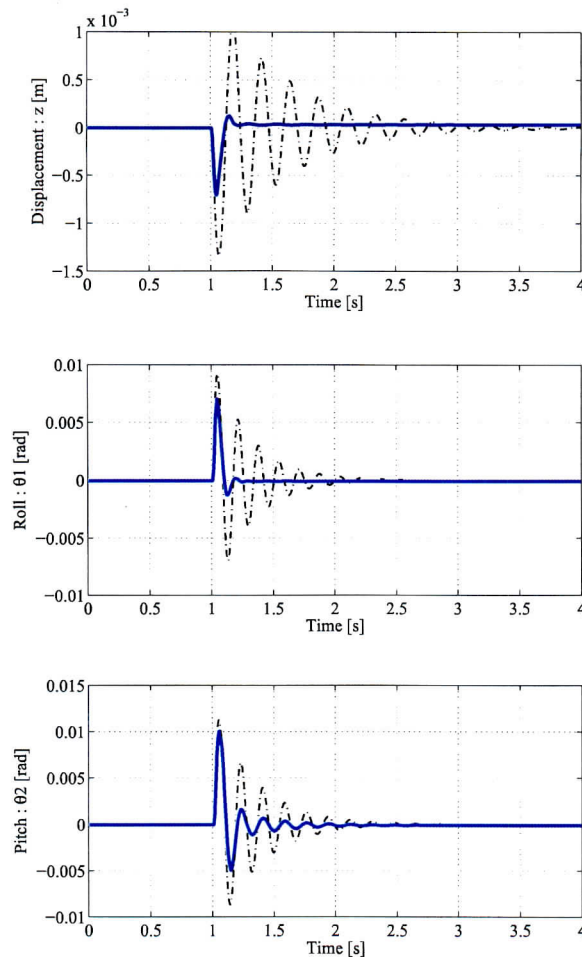


Fig. 5.10 Simulation results for the state variable of system 4

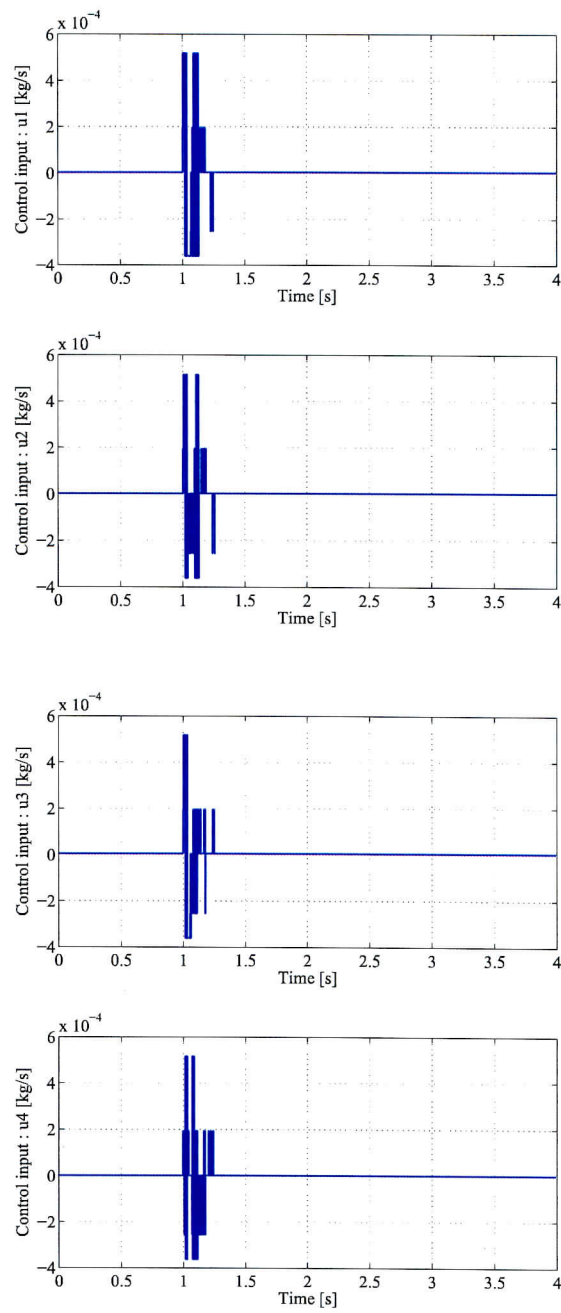


Fig. 5.11 Simulation results for the control inputs of system 4

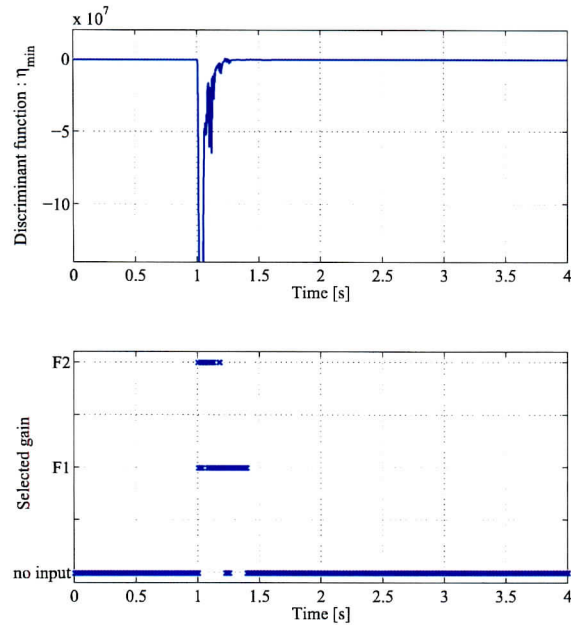


Fig. 5.12 Simulation results for  $\eta_{\min}$  and selected gain of system 4

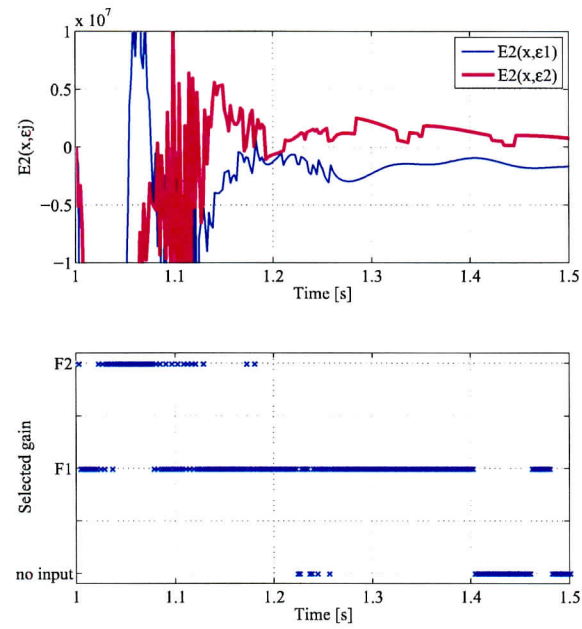


Fig. 5.13 Simulation results for  $E_2(x, \varepsilon_j)$  and selected gain of system 4

## 5.7 まとめ

第5章では§4.4のリアップノフ関数に基づく切替手法の多入力系への拡張を行った。まず、拡張した手法 (§5.3 参照) を多入力系の一例である系3 (2軸制御系・5値量子化) に応用し、数値シミュレーションおよび実機実験によりその有効性を確認した。次に、拡張した手法 (§5.3 参照) を多入力系の一例である系4 (3軸制御系・5値量子化) に応用し、数値シミュレーションによりその有効性を確認した。これにより、§4.4のリアップノフ関数に基づく切替手法の適用範囲を拡張できたと言える。ただし、系4に応用した場合のように、制御対象の次数が高次となる場合には計算量が多く、実機での実装が困難であった。この点は今後の課題である。

## 第6章 サーボ系への拡張

### 6.1 はじめに

ここでは、§4.4のリアプノフ関数に基づく切替手法をサーボ系へ拡張する。まず、制御対象と量子化器について定義し、その後、量子化器を含むシステムに一般的な1型サーボ系を施したシステムについて説明する。そして、上記システムに対し、切替手法を適用することで、サーボ系への拡張を行う。その際、§4.4の有界性に関する定理4.1を拡張した定理6.1を示す。しかしながら、このシステムは非線形量子化器の一例である空圧式除振台に適用した場合には、テーブルの振動を励起させてしまう問題を有していた。そこで、上記システムに対し、不感帯関数を付加したシステムを構築し、上記問題を解決する。その際、有界性に関する定理6.2を示す。そして、提案手法を系2(1軸制御系・5値量子化)に応用し、数値シミュレーションおよび実機実験によりその効果を検証する。

### 6.2 制御対象

次式の1入力1出力の離散時間系  $G$  を扱う。

$$\begin{aligned} G: \quad x[k+1] &= Ax[k] + bu[k] \\ y[k] &= cx[k] \end{aligned} \quad (6.1)$$

ここで、 $k \in \mathbb{N}_+$  はステップ数、 $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  は状態変数、 $u \in \mathbb{R}$  は入力、 $y \in \mathbb{R}$  は出力である。(A, b) は可制御と仮定する。また、外乱  $d \in \mathbb{R}$  が印加されるシステムは次式となる。

$$\begin{aligned} G: \quad x[k+1] &= Ax[k] + bu[k] + \hat{b}d[k] \\ y[k] &= cx[k] \end{aligned} \quad (6.2)$$

制御入力は量子化器  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  により連続値信号から離散値信号に変換されるものとし、次式の制御入力を用いる。

$$u[k] = \phi(\sigma[k]) \quad (6.3)$$

ここで、 $\sigma[k]$  は  $\phi$  への入力であり、 $\phi$  は  $\phi(0) = 0$  を満たすものとする。また、量子化誤差を次式で定義する。

$$\varepsilon[k] = \phi(\sigma[k]) - \sigma[k] \quad (6.4)$$



さらに、量子化誤差  $\varepsilon[k]$  のノルムは次式を満たすものと仮定する。

$$\|\varepsilon[k]\| \leq \bar{\varepsilon} \tag{6.5}$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}$  は正のスカラ値である。

### 6.3 サーボ系

量子化器を含むシステムに一般的な1型サーボ系を施したシステム Fig. 6.1 について説明する。Fig. 6.1 において、 $g \in \mathbb{R}$ ,  $h \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  はフィードバックゲイン、 $w[k]$  は積分器からの出力である。目標出力  $y_r[k] = 0$  と制御対象の出力  $y[k]$  との偏差を  $e[k] = y_r[k] - y[k]$  とおくと、制御則は次式となる。

$$\sigma[k] = -hx[k] + gw[k] \tag{6.6}$$

$$w[k+1] = w[k] + e[k] \tag{6.7}$$

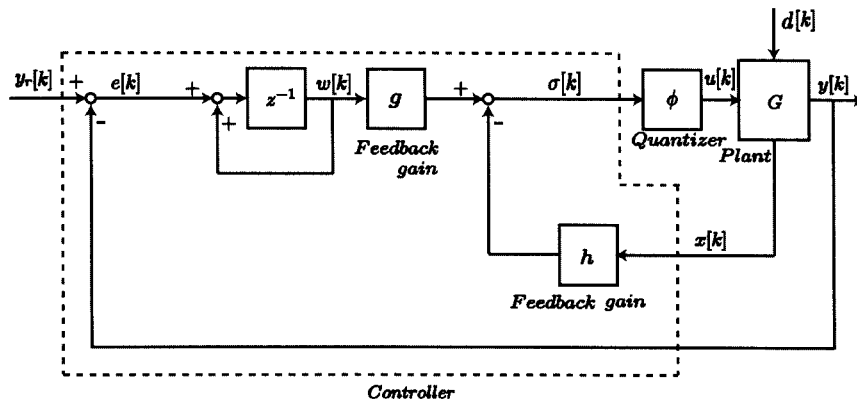


Fig. 6.1 Servo system

## 6.4 切替制御則の適用

Fig. 6.1のシステムに対して, §4.4の切替制御則を適用する. 切替手法を適用したシステムはFig. 6.2に示すようにFig. 6.1においてゲイン  $g, h$  を  $\bar{g} = [g_1, g_2, \dots, g_m]^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ,  $\bar{h} = [h_1^T, h_2^T, \dots, h_m^T]^T \in \mathbb{R}^{m \times n}$  に置き換え, 量子化器の前に切替関数  $\Psi$  を追加したシステムとなる.  $\Psi$  の入出力信号は  $\gamma[k], \sigma[k]$  である. Fig. 6.2において, 状態変数を  $\bar{x}[k] = [x[k]^T, w[k]^T]^T$  とすれば, 状態方程式は次式で表せる.

$$\bar{x}[k+1] = \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1 u[k], \quad (6.8)$$

$$\bar{x}[k] = [x[k]^T, w[k]^T]^T, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0^{n \times 1} \\ -c & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{b}_1 = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

各ゲイン  $F_j = [h_j, -g_j] \in \mathbb{R}^{1 \times (n+1)}$  は線形入力  $u[k] = -F_j \bar{x}[k]$  を用いたときに, (6.8) 式を安定化するように設計する.  $m$  は任意であり, 後述する制御則により  $F_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) から1つのゲインが選択される. 切替関数  $\Psi: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  は次式で定義する.

$$\Psi(\gamma[k]) = \begin{cases} \xi_j = -F_j \bar{x}[k] & , \text{if } C_j \text{ is true} \\ & (j \in \{1, 2, \dots, m\}) \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.9)$$

ここで,  $\gamma[k] = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m]^T = -F \bar{x}[k]$  は  $\Psi$  の入力であり,  $C_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) は後述する判別条件である.  $F$  は  $F = [F_1^T, F_2^T, \dots, F_m^T]^T \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$  で定義する. 以上より, 切替制御則は次式となる.

$$\sigma[k] = \Psi(-F \bar{x}[k]) \quad (6.10)$$

次に, 判別条件  $C_j$  を以下に示す.

[判別条件]

$$C_j: \eta_j < 0 \text{ and } \eta_{\min} = \eta_j, (j \in \{1, 2, \dots, m\}) \quad (6.11)$$

ただし,  $\eta_j, \eta_{\min}$  は次式で定義する.

$$\begin{aligned} \eta_j &= \bar{x}[k]^T \{ (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j)^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) - P \} \bar{x}[k] \\ &\quad + 2\varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] \\ &\quad + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\eta_{\min} = \min_{j \in \{1, 2, \dots, m\}} \{ \eta_j \} \quad (6.13)$$

$\varepsilon_j[k]$  はゲイン  $F_j$  を用いたときの量子化誤差を表し, 次式で定義する.

$$\varepsilon_j[k] = \phi(-F_j \bar{x}[k]) - (-F_j \bar{x}[k]) \quad (6.14)$$

また,  $P$  は  $F_j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  から任意に一つ選んだ  $F_a$  と任意に与えられた正定対称行列  $Q$  に対する次式の離散リ アプノフ方程式を満たす正定対称行列解である.

$$(\bar{A} - \bar{b}_1 F_a)^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) - P = -Q \quad (6.15)$$

上記判別条件においては, 条件  $C_j$  が真となる場合にはゲイン  $F_j$  が選択され  $\Psi(-Fx[k]) = -F_j x[k]$  となる. ただし,  $\eta_{\min} = \eta_j = \eta_i$  となる場合は,  $i$  あるいは  $j$  のうち, 適切な一方を選択する. 一方, 全ての条件  $C_j$  が偽となる場合には,  $\Psi(-Fx[k]) = 0$  となる.

以上より (6.8) 式に (6.3) 式, (6.10) 式を施した閉ループ系は次式となる.

$$\bar{x}[k+1] = \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1 \phi(\Psi(-F\bar{x}[k])) \quad (6.16)$$

さらに, (6.11) 式において  $C_j$  が真の場合, (6.16) 式は次式となる.

$$\bar{x}[k+1] = \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1 \phi(-F_j \bar{x}[k]) \quad (6.17)$$

(6.14) 式を用いると (6.17) 式は次式と表される.

$$\begin{aligned} \bar{x}[k+1] &= \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] - \bar{b}_1 F_j \bar{x}[k] \\ &= (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] + \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] \end{aligned} \quad (6.18)$$

次に, 次式の離散リ アプノフ関数の候補を考える.

$$V[k] = \bar{x}[k]^T P \bar{x}[k] \quad (6.19)$$

ここで  $P$  は (6.15) 式の解行列である. (6.18) 式, (6.19) 式を用いると  $\Delta V[k]$  は次式となる.

$$\begin{aligned} \Delta V[k] &= V[k+1] - V[k] \\ &= \bar{x}[k+1]^T P \bar{x}[k+1] - \bar{x}[k]^T P \bar{x}[k] \\ &= \{ \bar{x}[k]^T (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j)^T + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T \} P \{ (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] + \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] \} \\ &\quad - \bar{x}[k]^T P \bar{x}[k] \\ &= \bar{x}[k]^T \{ (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j)^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) - P \} \bar{x}[k] \\ &\quad + 2\varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] \\ &= \eta_j[k] \end{aligned} \quad (6.20)$$

(6.20) 式は (6.12) 式の  $\eta_j$  がゲイン  $F_j$  を用いたときの  $\Delta V$  と等価であることを示している. また, (6.11) 式の判別条件から, ゲイン  $F_j$  は  $\Delta V$  を最も小さくするように選ばれているため, 選ばれたゲイン  $F_j$  は最も高い収束性能をもたらすと期待できる.

このとき, (6.16) 式の閉ループ系の有界性は次のように保証される.

**【定理 6.1】**

$(\bar{A} - \bar{b}F_j)$ ,  $(j \in \{1, 2, \dots, m\})$  が安定行列であり, (6.15) 式の解行列  $P$  が  $\bar{A}^T P \bar{A} - P \geq 0$  を満たすと仮定する. このとき, (6.9) 式の切替関数  $\Psi$  と (6.11), (6.12), (6.13) 式で表される判別条件  $C_j$  を用いた制御則により, (6.16) 式の閉ループ系の状態変数  $\bar{x}$  は集合  $\Omega := \{\bar{x} \in \mathbb{R}^n : \|\bar{x}\| \leq E_x\}$  に収束する. ただし,  $E_x$  は次式で与えられる.

$$E_x := \frac{\bar{\varepsilon} \|P^{-1/2}\| \|P^{1/2} \bar{A} P^{-1/2}\|}{\lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\}} \left( \|\bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2}\| + \sqrt{\|\bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2}\|^2 + \lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\} \|\bar{b}_1^T P \bar{b}_1\|} \right) \quad (6.21)$$

□

**証明** (省略) 付録 A と同様の手順によって証明できる. ■

**【注意 6.1】**

$\bar{A}^T P \bar{A} - P < 0$  を仮定すれば (6.16) 式の漸近安定性まで保証できるとも考えられる. しかし, 積分器を含んでいるため  $\bar{A}$  は安定行列とはならない. そのため,  $\bar{A}^T P \bar{A} - P < 0$  を満たす  $P > 0$  は存在せず, 漸近安定性は保証されない.

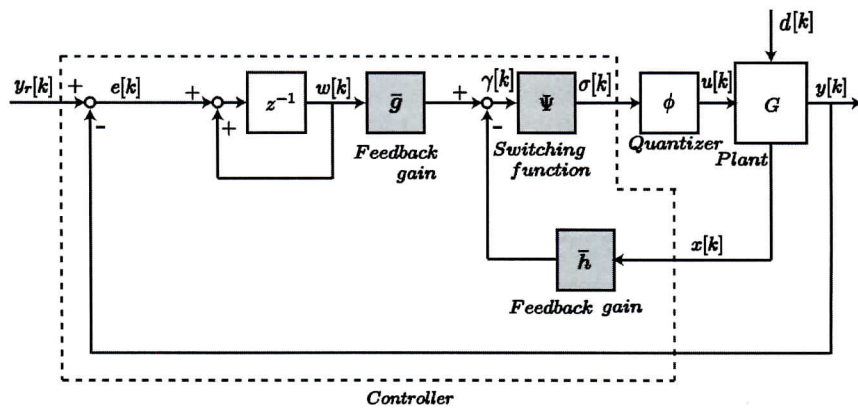


Fig. 6.2 Servo system using switching control law

## 6.5 不感帯関数の付加

Fig. 6.2の制御系を非線形量子化器の一例である空圧式除振台に適用すると、テーブルの振動を励起させてしまう問題が生じてしまう。これは、非線形量子化器によって生じる微小な定常偏差信号をサーボ系に含まれる積分器によって蓄積させてしまうことに起因している。そこで、微小な定常偏差信号に対してのみ積分器を機能させないようにするために、不感帯関数 $\Delta$ を積分器の前に付加したFig. 6.3のシステムを考える。不感帯関数 $\Delta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は次式で定義する。

$$\Delta(e[k]) = \begin{cases} e[k] & , \text{if } |e[k]| > \delta \\ 0 & , \text{if } |e[k]| \leq \delta \end{cases} \quad (6.22)$$

ここで、 $\delta$ は正のスカラー値である。さらに、不感帯関数の入出力誤差 $\varepsilon_\Delta[k]$ を次式で定義する。

$$\begin{aligned} \varepsilon_\Delta[k] &= \Delta(e[k]) - e[k] \\ &= \begin{cases} 0 & , \text{if } |e[k]| > \delta \\ -e[k] & , \text{if } |e[k]| \leq \delta \end{cases} \end{aligned} \quad (6.23)$$

$\Delta$ を付加することによって(6.7)式に対応する式は次式となる。

$$w[k+1] = w[k] + \Delta(e[k]) \quad (6.24)$$

その結果、(6.16)式に対応する閉ループシステムは次式となる。

$$\bar{x}[k+1] = \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1\phi(\Psi(-F\bar{x}[k])) + \bar{b}_2\varepsilon_\Delta[k] \quad (6.25)$$

$$\bar{b}_2 = \begin{bmatrix} 0^{n \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

このシステムに対し、有界性を保証するために、(6.12)式を次式と置き換える。

$$\begin{aligned} \eta_j &= \bar{x}[k]^T \{ (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j)^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) - P \} \bar{x}[k] + 2\varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] \\ &\quad + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] + 2\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] \\ &\quad + 2\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] + \varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_2 \varepsilon_\Delta[k] \end{aligned} \quad (6.26)$$

このとき、(6.25)式の閉ループ系の有界性は次のように保証される。

### 【定理 6.2】

$(\bar{A} - \bar{b}_1 F_j)$ , ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) が安定行列であり、(6.15)式の解行列 $P$ が $\bar{A}^T P \bar{A} - P \geq 0$ を満たすと仮定する。このとき、(6.9)式の切替関数 $\Psi$ と(6.11),(6.26),(6.13)式で表される判別条件 $C_j$ を用いた制御則により、(6.25)式の閉ループ系の状態変

数  $\bar{x}$  は集合  $\bar{\Omega} := \{\bar{x} \in \mathbb{R}^n : \|\bar{x}\| \leq \bar{E}_x\}$  に収束する。ただし、 $\bar{E}_x$  は次式で与えられる。

$$\bar{E}_x := \|p^{-1/2}\| \left( \frac{\|P^{1/2} \bar{A} p^{-1/2}\| (\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2 \alpha_0})}{\alpha_2} + \|P^{1/2} \bar{b}_2\| \delta \right) \quad (6.27)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \hat{\varepsilon}^2 \|\bar{b}_1 P \bar{b}_1\| + 2\hat{\varepsilon} \delta \|\bar{b}_2^T P \bar{b}_1\| + \delta^2 \|\bar{b}_2^T P \bar{b}_2\| \\ \alpha_1 &= \hat{\varepsilon} \|\bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2}\| + \delta \|\bar{b}_2^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2}\| \\ \alpha_2 &= \lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\} \end{aligned}$$

である。

□

証明 付録 A.3 参照

■

**【注意 6.2】**

状態変数のノルムの上限値  $\bar{E}_x$  は不感帯関数の設計パラメータ  $\delta$  に依存していることに留意する。さらに、 $\delta$  を 0 とすると、 $\bar{E}_x = E_x$  となるため、定理 6.2 は定理 6.1 と等価になる。

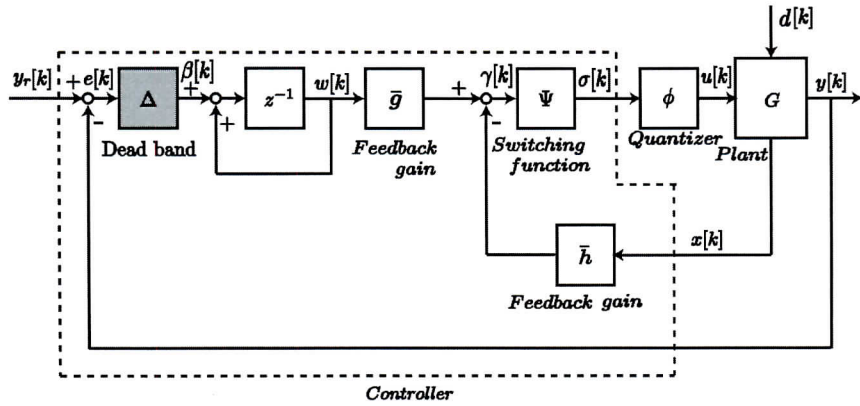


Fig. 6.3 Servo system using modified switching control law

## 6.6 系2 (1軸制御系・5値量子化) に対する制御系設計

### 6.6.1 概要

系2 (1軸制御系・5値量子化) を用いて, 提案手法である §6.5 のサーボ系に拡張したリアプノフ関数に基づく切替手法の効果を検証する. on-off 弁を用いた空圧式除振台において高速応答を得るためには, 非線形量子化操作補償に加えて, むだ時間を考慮する必要がある. そこで, まず, 入力むだ時間に対する扱い方を説明し, 次に, 提案手法を用いて制御系設計を行う.

### 6.6.2 むだ時間の考慮

入力むだ時間を有する次式の1入力1出力の離散時間系  $G_d$  を考える.

$$\begin{aligned} G_d: \quad x_d[k+1] &= A_d x_d[k] + b_d u[k-\zeta] \\ y_d[k] &= c_d x[k] \end{aligned} \quad (6.28)$$

ここで,  $k \in \mathbb{N}_+$  はステップ数,  $\zeta \in \mathbb{N}_+$  はむだ時間分のステップ数,  $x_d \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  は状態変数,  $u \in \mathbb{R}$  は入力,  $y_d \in \mathbb{R}$  は出力である. 入力むだ時間をサンプリング時間の整数倍と仮定すれば, むだ時間分の過去の入力も状態変数に含めた以下の拡大系  $G$  を考えることで, 入力むだ時間が陽に含まれないシステムとして扱うことが可能である.

$$\begin{aligned} G: \quad x[k+1] &= Ax[k] + bu[k] \\ y[k] &= cx[k] \end{aligned} \quad (6.29)$$

ここで,  $x, A, b, c$  は次式である.

$$\begin{aligned} x[k] &= [x_d[k]^T, u[k-\zeta], u[k-\zeta-1], \dots, u[k-1]]^T, \\ A &= \begin{bmatrix} A_d & b_d & 0_{n_1 \times (\zeta-1)} \\ 0_{\zeta \times (n_1+1)} & I_{(\zeta-1) \times (\zeta-1)} & 0_{1 \times (\zeta-1)} \end{bmatrix}, \quad b = [0_{(n_1+\zeta-1) \times 1} 1]^T, \quad c = [c_d \quad 0_{1 \times \zeta}] \end{aligned} \quad (6.30)$$

$n_1 + \zeta = n$  とすれば, (6.29) 式は (6.1) 式と考えることができる.

設計用モデルである (6.1) 式の係数行列  $A, b$  は系2 (1軸制御系・5値量子化) の (2.7) 式の係数行列  $A_c, b_c$  を, サンプリング時間 2ms で入力に0次ホールドを適用して離散化し, (6.30) 式に従って計算した. なお,  $c = [1, 0, 0, 0]^T$  とし, むだ時間ステップ数は  $\zeta = 5$  とした. さらに, (6.8) 式を用いることで, 状態変数は次式となる.

$$\begin{aligned} \bar{x}[k] &= [z[k], \dot{z}[k], p_a[k], p_b[k], u[k-5], u[k-4], \\ &\quad u[k-3], u[k-2], u[k-1], w[k]]^T, \end{aligned} \quad (6.31)$$

### 6.6.3 制御系設計結果

§6.5 で提案したリアプノフ関数に基づく切替手法を用いて制御系を設計する。(6.9) 式の切替関数  $\Psi$  は二つの条件  $C_1, C_2$  によって実行することとし, フィードバックゲインは  $F_1$  と  $F_2$  の二つを用いる. フィードバックゲイン  $F_1$  は以下の重み行列  $Q_1, R_1$  を用いた最適レギュレータによって  $(\bar{A} - \bar{b}_1 F_1)$  が安定行列となるように決定した.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \text{diag}\{1 \times 10^0, 8 \times 10^{10}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^0, 1 \times 10^{10}, \\ &\quad 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 1 \times 10^{10}, 9 \times 10^9\} \\ R_1 &= 1 \times 10^{-1}. \end{aligned} \tag{6.32}$$

$P$  は  $F_a = F_1$  とし,  $Q$  を  $Q = I_{10 \times 10}$  として (6.15) 式を解いて求めた. 求まった  $F_1$  と  $P$  を用いて §4.5 で提案した (4.23) 式の LMI を  $\alpha = 1$  として解くことで  $F_2$  を求めた. なお, §4.5 のゲイン決定手法によって得られたゲインを用いて所望の応答を得るためには Type C の量子化器を用いる必要がある. そこで, 量子化誤差の符号がなるべく一定になるように, 量子化器の設計パラメータ  $\sigma_{2+}, \sigma_{1+}, \sigma_{1-}, \sigma_{2-}$  を  $\sigma_{2+} = G_{1+}, \sigma_{1+} = 0, \sigma_{1-} = G_{1-}, \sigma_{2-} = G_{2-}$  と設計する. その結果, 系 2 (1 軸制御系・5 値量子化) に含まれる量子化器  $\phi$  は Type C' の量子化器となる (Fig. 6.4). また, 不感帯関数の設計パラメータ  $\delta$  は  $\delta = 2 \times 10^{-6}$  とした.  $\delta$  は小さく設定するほど, 定常偏差を小さくする傾向にあるが, 同時に, 微小偏差信号に対する積分器の機能を無くす効果が弱まってしまう. そこで, このトレードオフを考慮して決定した. なお, 実機実験では  $\delta = 2 \times 10^{-6}$  だと圧力センサノイズに敏感に反応してしまうため圧力センサノイズに反応しない範囲でインパルス外乱応答に対する変位の定常偏差が小さくなるように  $\delta = 1 \times 10^{-5}$  と決定した.

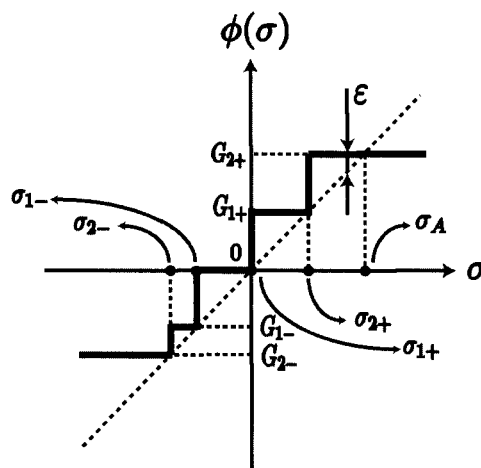


Fig. 6.4 Quantizer of 5values Type C'



**【注意 6.3】**

Fig. 6.4に示すType C'の量子化器は、 $\sigma \leq \sigma_A$ の領域で $\varepsilon_j \geq 0$ となり、この領域でFig. 2.1のType Cと同様に§4.5の方法における前提条件を満たす。

## 6.7 数値シミュレーション結果

### 6.7.1 数値シミュレーション条件

系2(1軸制御系・5値量子化)の(2.6)式をサンプリング時間2msで離散化した制御対象に対して、数値シミュレーションを実行した。また、圧力センサノイズは考慮していない。インパルス外乱、ステップ外乱に対する変位 $z$ の時間応答をそれぞれ確認する。インパルス状の外乱、ステップ外乱はそれぞれ1s経過後に加える。インパルス状の外乱は台の上方向30cmの位置から野球ボール(質量200g)を自由落下させたことに相当する。一方、ステップ外乱は400gの重りを台に載せたことに相当する。

### 6.7.2 提案手法による応答

インパルス外乱に対する時間応答をFig. 6.5に、ステップ外乱に対する時間応答をFig. 6.6に示す。それぞれ、1段目は変位 $z$ 、2段目は制御入力 $u$ を示している。Fig. 6.5の変位 $z$ を見ると、インパルス外乱印加直後、素早く原点近傍に収束していることが分かる。また、定常偏差を3~4sの変位データのうち、原点からの距離が最大のもので定義すると、定常偏差は $1.22 \mu\text{m}$ であり、不感帯関数の設計パラメータ $\delta = 2 \times 10^{-6}$ 以内に収まっていることが分かる。これによって、一定時間経過後にインパルス状の入力を印加してしまう問題が解決できていると言える。また、レギュレータを用いた場合と比較すると、§4.8.3のFig. 4.11の変位の定常偏差は $3.55 \mu\text{m}$ であることから、サーボ系に拡張することで、定常偏差を小さくする効果を有していることが分かる。

Fig. 6.6の変位 $z$ を見ると、ステップ外乱印加直後、素早く原点近傍に収束していることが分かる。これはサーボ系に拡張することで実現できる効果である。ただし、Fig. 6.6の制御入力 $u$ を見ると、チャタリングが生じているのが分かる。これはゲインを複数用いて切り替えていることに起因している。この問題の解決は今後の課題である。

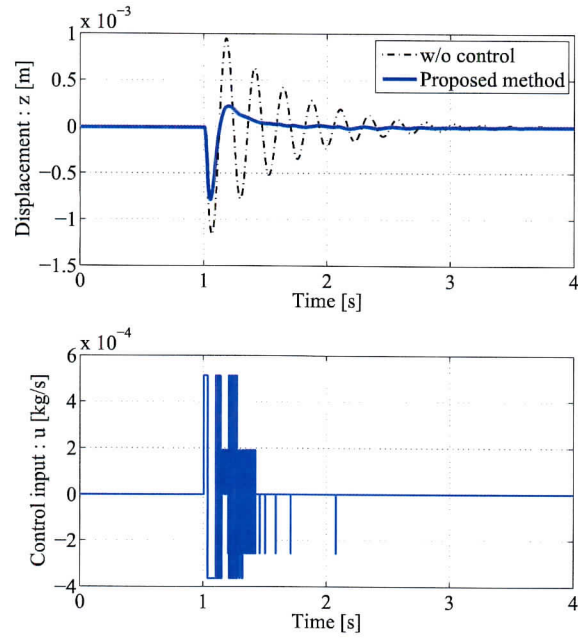


Fig. 6.5 Simulation results (Impulse response)

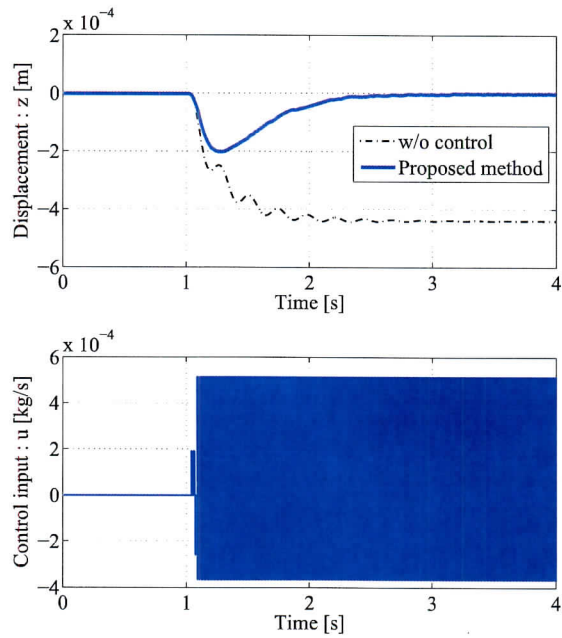


Fig. 6.6 Simulation results (Step response)

## 6.8 実験結果

### 6.8.1 実験概要

提案手法の効果を確認するために、系2 (1軸制御系・5値量子化)を用いたインパルス外乱およびステップ外乱による実機実験結果を示す。外乱は数値シミュレーション時に想定したものと同様である。なお、外乱は実験開始1s経過後に加えた。サンプリング時間を2msとしデジタル制御を行う。また、(6.11)式の条件 $\eta_j < 0$ では圧力信号ノイズに敏感に反応してしまい、外乱を印加する前から予期せぬ入力を加えてしまうため $\eta_j < 0$ を $\eta_j < -1.5 \times 10^5$ と修正して§6.5の提案手法を適用する。

### 6.8.2 提案手法による応答

インパルス外乱に対する時間応答を Fig. 6.7 に、ステップ外乱に対する時間応答を Fig. 6.8 に示す。それぞれ、1段目は変位 $z$ 、2段目は制御入力 $u$ を示している。Fig. 6.7の変位 $z$ を見ると、数値シミュレーションと同様に、インパルス外乱印加直後、素早く原点近傍に収束していることが分かる。定常偏差は $8.8 \mu\text{m}$ であり、不感帯関数の設計パラメータ $\delta = 1 \times 10^{-5}$ 以内に収まっていることが分かる。これによって、一定時間経過後にインパルス状の入力を印加してしまう問題が解決できていると言える。また、§4.9.2の Fig. 4.21の変位の定常偏差は $10.8 \mu\text{m}$ であることから、サーボ系に拡張することで、わずかではあるが、定常偏差を小さくする効果を有していることが実機実験によっても分かった。

Fig. 6.8の変位 $z$ を見ると、ステップ外乱印加直後、素早く原点近傍に収束していることが分かる。しかしながら、Fig. 6.8の制御入力 $u$ を見ると、チャタリングが生じているのが分かる。このチャタリングに起因して、微小な振動が励起されてしまっている。これはゲインを複数用いて切り替えていることに起因している。この問題の解決は今後の課題である。

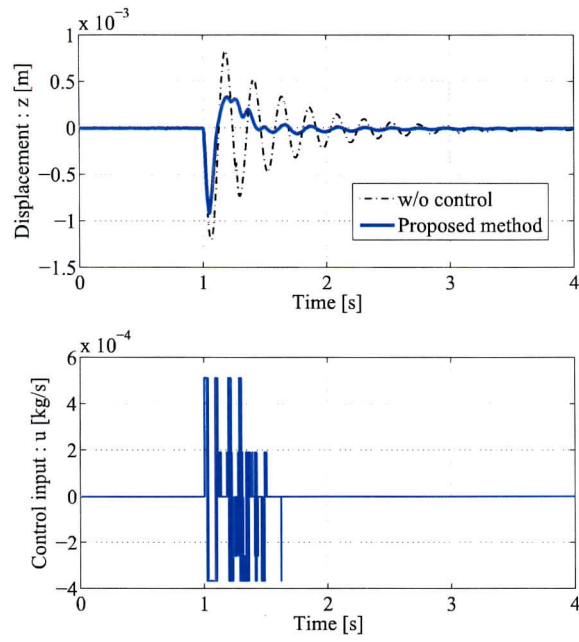


Fig. 6.7 Experimental results (Impulse response)

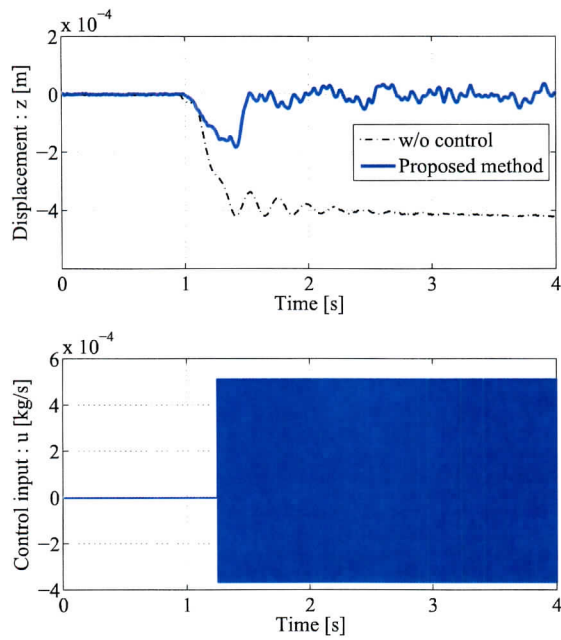


Fig. 6.8 Experimental results (Step response)

## 6.9 まとめ

第6章では §4.4 のリアプノフ関数に基づく切替手法のサーボ系への拡張を行った。量子化器を含むシステムに一般的な1型サーボ系を施したシステムに対し、切替手法を適用することで、サーボ系への拡張を行なった。その際、§4.4の有界性に関する定理4.1を拡張した定理6.1を示した。しかしながら、上記システムは非線形量子化器の一例である空圧式除振台に適用した場合には、テーブルの振動を励起させてしまう問題を有していた。そこで、上記システムに対し、不感帯関数を付加したシステムを構築し、上記問題を解決した。その際、有界性に関する定理6.2を示した。この定理によれば、システムの状態変数の有界値は付加した不感帯関数の不感帯幅 $\delta$ に依存し、しかも不感帯幅 $\delta$ を0とすることで、この定理は定理6.1と等価になること示した。そして、提案手法を空圧式除振台に応用し、数値シミュレーションおよび実機実験により提案手法の効果を検証した。その結果、レギュレータと比較して、定常偏差を小さくする効果を有し、ステップ外乱に対しても偏差を補償する効果があることを確認した。これによって、§4.4のリアプノフ関数に基づく切替手法の適用範囲が拡大した。なお、ステップ外乱に対する入力のチャタリング問題の解決は今後の課題である。

## 第7章 非線形量子化器の設計手法

### 7.1 はじめに

§3～§6 は量子化器の形を固定し，制御則に焦点を当てて制御性能の向上を目指していた．しかしながら，制御性能は量子化器の形にも依存する．そこで，ここでは，非線形量子化器の設計手法について述べる．まず，問題設定を行い，量子化器の設計手法として広く知られるマックスとロイドの量子化器を紹介し，その問題点を指摘する．次に，新たな量子化器の設計手法を提案する．提案手法による量子化器の設計には非凸最適化問題を解く必要があるため PSO についても述べる．そして，空圧式除振台を例にとって具体的に提案手法により量子化器を設計する．その後，数値シミュレーションと実機実験により，その量子化器の性能を評価し提案手法の有効性を示す．

### 7.2 問題設定

ここでは，Fig. 7.1 の量子化器  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  を考える． $\sigma$  は量子化器への入力

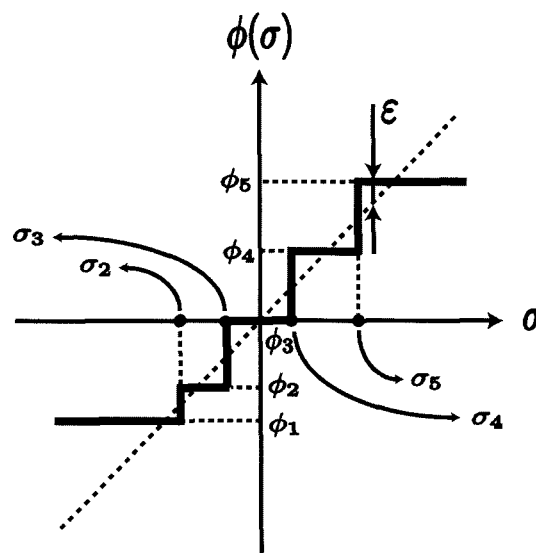


Fig. 7.1 Quantization

とし、出力値は  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$  のいずれかとなる。なお、量子化器の出力値  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$  はアクチュエータの制約によって決まるため設計の余地は無いものとする。しかしながら、この量子化器には設計の自由度が残されている。それは、線形入力  $\sigma$  に対して、どの出力値を割り当てるかを決定付けるパラメータ  $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$  である。そこで、制御性能が向上するようにこの量子化器のパラメータ  $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$  を設計する問題について以降考える。また、制約条件として  $\sigma_2 < 0, \sigma_3 < 0, \sigma_4 > 0, \sigma_5 > 0$  及び  $\sigma_2 < \sigma_3 < \sigma_4 < \sigma_5$  を与えておく。なお、問題を簡略化するために、第一段階として、§4.4 の Fig. 4.1 のリアプノフ関数に基づく切替手法を用いたレギュレータ問題に的を絞り、既知の外乱応答に対する制御性能の向上を目的として、性能向上を実現する量子化器のパラメータの設計手法を構築する。この際、ゲイン  $F$  と制御対象のモデル  $G$  は既に得られているものとする。

### 7.3 マックスとロイドの量子化器

量子化器の設計方法としては、マックスとロイドの手法が広く知られている<sup>16)</sup>。マックスとロイドの量子化器は以下の評価関数を最小にする設計パラメータ  $\sigma_i, \phi_i$  によって構成される

$$D = \sum_{i=1}^5 \int_{\sigma_i}^{\sigma_{i+1}} (\phi_i - \sigma)^2 p(\sigma) d\sigma \quad (7.1)$$

ここで、 $p(\sigma)$  は入力  $\sigma$  の確率密度関数である。 $\sigma_{N+1} = \infty, \sigma_1 = -\infty$  であり、 $\sigma_i$  と  $\sigma_{i+1}$  の間の  $\sigma$  は  $\phi_i$  に変換される。 $\sigma_i, \phi_i$  が  $D$  の最小値をもたらす点であるための必要条件は以下の2つである。

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = (\phi_{i-1} - \sigma_i)^2 p(\sigma_i) - (\phi_i - \sigma_i)^2 p(\sigma_i) = 0 \quad i = 2, \dots, 5 \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \phi_i} = - \int_{\sigma_i}^{\sigma_{i+1}} 2(\phi_i - \sigma) p(\sigma) d\sigma = 0 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (7.3)$$

(7.2) 式は  $p(\sigma_i) \neq 0$  を仮定すれば次のようになる。

$$\begin{aligned} (\phi_{i-1} - \sigma_i)^2 &= (\phi_i - \sigma_i)^2 \quad i = 2, \dots, 5 \\ \Rightarrow \sigma_i &= \frac{\phi_i + \phi_{i-1}}{2} \quad i = 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (7.4)$$

(7.3) 式は次のようになる。

$$\int_{\sigma_i}^{\sigma_{i+1}} (\phi_i - \sigma) p(\sigma) d\sigma = 0 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (7.5)$$

(7.5) 式はセントロイド条件と呼ばれる。適当に  $\sigma_i, \phi_i$  の初期値を定め、(7.4) 式、(7.5) 式を繰り返して計算することによりパラメータは決定される。しかしながら、本

問題設定においては  $\phi_i$  が固定されているためセントロイド条件は存在しなくなる。従って、いかなる  $\sigma$  の確率密度関数に対しても、(7.2)式のみによって設計パラメータ  $\sigma_i$  が決定されることになる。つまり、使用される制御器に適した量子化器のパラメータが設計されているとは言い難い。そこで、以降では制御器を含めた閉ループ系を考慮にいたした量子化器の設計手法を提案する。

**【注意 7.1】**

$\sigma_2 = (\phi_1 + \phi_2)/2$ ,  $\sigma_3 = \phi_2/2$ ,  $\sigma_4 = \phi_3/2$ ,  $\sigma_5 = (\phi_4 + \phi_5)/2$  とした場合はマックスとロイドの量子化器となる。

## 7.4 量子化器の設計手法

以下の最適化問題を解くことで量子化器のパラメータを決定する手法を提案する。

$$\underset{\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5}{\text{minimize}} D(\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5) \quad (7.6)$$

評価関数  $D$  を次式で定義する。

$$D(\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5) = \sum_{k=1}^N \eta_{\min}[k] \quad (7.7)$$

ここで、 $N$  は評価する時系列データの数を表し、サンプリング時間を  $h$  とすれば、評価時間は  $Nh$  となる。  $\eta_{\min}$  は §4.4 の (4.10) 式で定義されるリアプノフ関数の時間差分である。つまり評価関数  $D$  はリアプノフ関数の時間差分の総和を表しており、この評価関数を小さくする量子化器を用いれば、システムのリアプノフ関数が小さくなるため、収束性能が高まると期待できる。なお、この評価関数は量子化器のパラメータ  $\sigma_2 \sim \sigma_5$  の値と評価時間を決定し、既知のインパルス外乱を印加することを想定した離散時間系の数値シミュレーションにより計算することが可能である。このように評価関数を定めることで、制御器を含めた閉ループ系を考慮した量子化器の設計が可能となる。

(7.6) 式の問題をどのように解くかが問題となる。なお、(7.7) 式の評価関数は非凸関数である。そこで、非凸最適化問題の強力な解法として知られる生物群最適化 (PSO) を用いて最適化を行う。特に、局所最適解に陥りづらい特性をもつ分散型 PSO<sup>44)</sup> をここでは用いる。そのアルゴリズムは以下の通りである。

**[Algorithm 1 Distributed PSO]**

1. Initialize  $\mathbf{x}_0^{(1)}, \mathbf{x}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{n_p-1}^{(1)}$
2.  $[\mathbf{v}_0^{(1)}, \mathbf{v}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{v}_{n_p-1}^{(1)}] \leftarrow \mathbf{0}$
3. for  $K = 1$  to  $K_{max}$  do
4. for all  $i \in \{0, 1, \dots, n_p - 1\}$  do



5.  $\mathbf{x}_{pb,i}^{(K)} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{x} \in \{\mathbf{x}_i^{(j)} | j=1, \dots, K\}} D(\mathbf{x})$
6.  $\mathbf{x}_{sb,i}^{(K)} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{x} \in \{\mathbf{x}_i^{(K)} | l=i-\frac{n_s}{2}, \dots, i+\frac{n_s}{2}\}} D(\mathbf{x})$
7.  $\mathbf{v}_i^{(K+1)} \leftarrow c_0 \mathbf{v}_i^{(K)} + c_1 \gamma_{i,1}^{(K)} (\mathbf{x}_{pb,i}^{(K)} - \mathbf{x}_i^{(K)}) + c_2 \gamma_{i,2}^{(K)} (\mathbf{x}_{sb,i}^{(K)} - \mathbf{x}_i^{(K)})$
8.  $\mathbf{x}_i^{(K+1)} \leftarrow \mathbf{x}_i^{(K)} + \mathbf{v}_i^{(K+1)}$
9. end for
10. end for
11.  $\hat{\mathbf{x}}_{opt} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{x} \in \{\mathbf{x}_{pb,l}^{(Kmax)} | l=0, \dots, n_p-1\}} D(\mathbf{x})$

ここで、 $\mathbf{x} = [\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5]^T$  であり、 $n_p$  は partical 数、 $\mathbf{x}_0^{(K)}, \mathbf{x}_1^{(K)}, \dots, \mathbf{x}_{n_p-1}^{(K)}$  は  $K$  回目の反復における partical の座標を表す。 $\{\gamma_{i,1}^{(K)}, \gamma_{i,2}^{(K)}\}$  は  $[0, 1]$  に一様分布する乱数である。  $c_0, c_1, c_2$  は粒子の収束速度に関する設計パラメータである。

## 7.5 空圧式除振台を対象とした量子化器の設計

まず、制御対象  $G$ 、フィードバックゲイン  $F$ 、量子化器の出力値、数値シミュレーション条件を設定する。制御対象  $G$  の係数  $A, b$  は §4.7.2 と同様に空圧式除振台の設計用モデルより導出したものを使用する。(4.6) 式の切替関数  $\Psi$  は一つの条件  $C_1$  によって実行することとし、フィードバックゲインは  $F_1$  の一つを用いる。フィードバックゲイン  $F_1$  は以下の重み行列  $Q_1, R_1$  を用いた最適レギュレータによって  $(A - bF_1)$  が安定行列となるように決定した。

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \text{diag}\{1 \times 10^8, 8 \times 10^{12}, 1 \times 10^3, 1 \times 10^3, \\
 &\quad 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}, 1 \times 10^{13}\}, \\
 R_1 &= 1
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

$P$  は  $F_a = F_1$  とし、 $Q$  を  $Q = I_{9 \times 9}$  として (4.12) 式を解いて求めた。量子化器の出力値は  $\phi_1 = G_{2-}, \phi_2 = G_{1-}, \phi_3 = G_{1+}, \phi_4 = G_{2+}$  とした。数値シミュレーション条件としては、§4.8.1 と同様とし、評価時間は  $1\text{s} \sim 1.5\text{s}$  とした ( $N = 250$ )。

次に、PSO による探索パラメータについて設定する。 $n_p = 20, n_s = 10, c_0 = 0.3, c_1 = 0.5, c_2 = 0.5$  とした。初期値  $\mathbf{x}_0^{(0)} \sim \mathbf{x}_{19}^{(0)}$  は以下のアルゴリズムによって配置した。

### [Algorithm]

1. for  $i = 1$  to 19 do
2.  $[s_1, s_2, s_3, s_4]^T \leftarrow \text{sort}(|\gamma_1|, |\gamma_2|, |\gamma_3|, |\gamma_4|)$
3.  $\mathbf{x}_i^{(0)} \leftarrow [s_4, s_2, -s_1, -s_3]^T$
4. end for

ここで,  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  は平均値0, 標準偏差10の乱数であり,  $\text{sort}(\cdot)$  は小さい順に並び代える関数である. このアルゴリズムは  $\sigma_2 < 0, \sigma_3 < 0, \sigma_4 > 0, \sigma_5 > 0$  及び  $\sigma_2 < \sigma_3 < \sigma_4 < \sigma_5$  を満たすように工夫している.

以上の条件のもと, PSOで探索したところ更新回数60回で particles は Fig. 7.2に示すようにほぼ一点に収束した. そのため, 更新回数60回後における [Algorithm 1 Distributed PSO] の11行目の計算によって得られる  $\hat{\mathbf{x}}_{opt}$  を最適値とした. その値は

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{opt} &= [\sigma_2^{opt}, \sigma_3^{opt}, \sigma_4^{opt}, \sigma_5^{opt}]^T \\ &= [6.807 \times 10^{-4}, 7.667 \times 10^{-5}, -3.675 \times 10^{-5}, -2.273 \times 10^{-4}]^T\end{aligned}$$

となった. この量子化器を Fig. 7.3に示す. Fig. 7.4のマックスとロイドの量子化器とは全く異なる量子化器が得られていることに留意する.

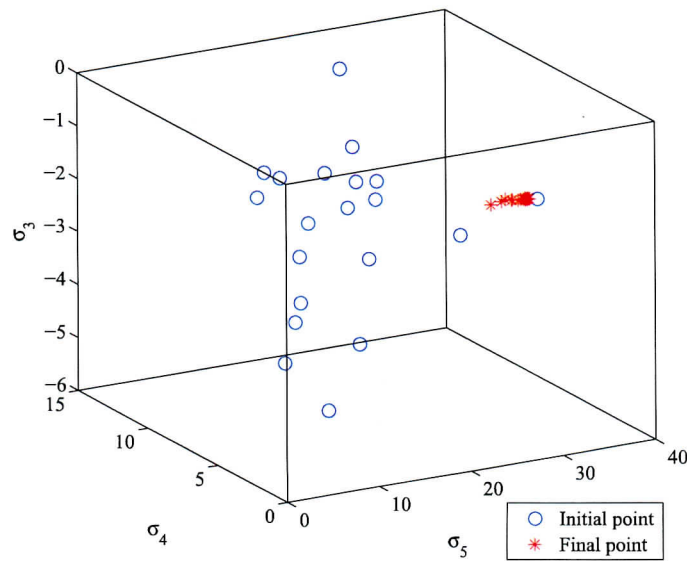


Fig. 7.2 Position of particles

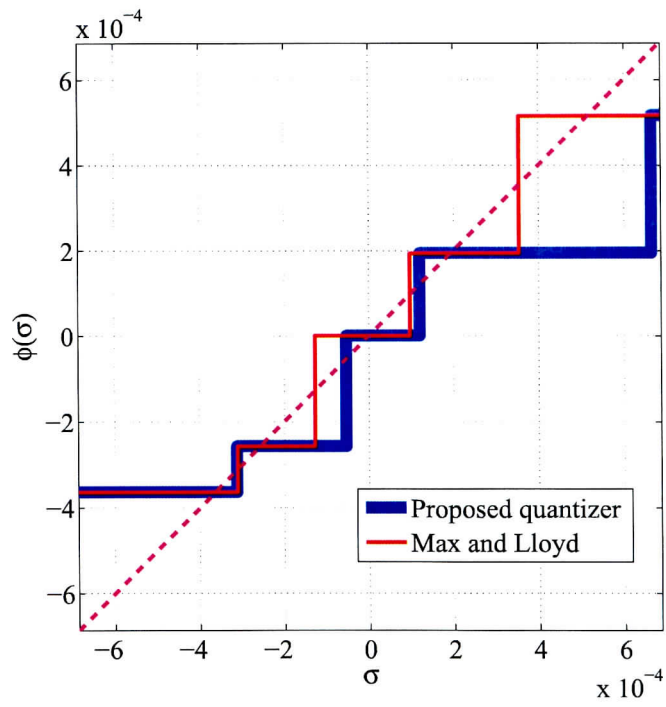


Fig. 7.3 Quantizer using proposed method

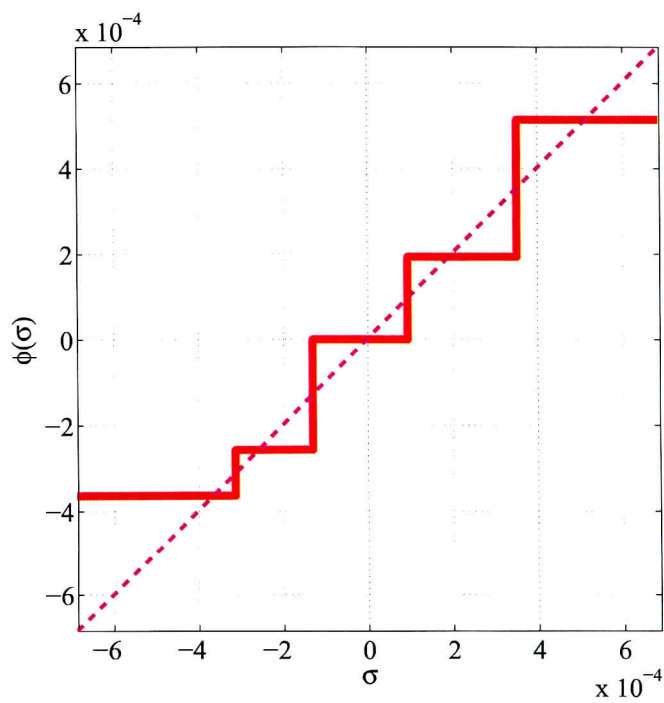


Fig. 7.4 Quantizer using Max and Lloyd method

## 7.6 数値シミュレーション結果

提案手法によって得られた量子化器が高い収束性能を有しているかを検証するために §4.8.1 と同様の条件で数値シミュレーションを行った。その結果を Fig. 7.5 に示す。マックスとロイドの量子化器を用いた場合と比較して、素早く収束していることが分かる。§3.7 で定義した整定時間 (制御なしの場合の最大振幅の  $\pm 10\%$  に振幅が収まる時間を整定時間) で評価すると、マックスとロイドの量子化器を用いた場合も提案した量子化器を用いた場合も  $0.34\text{ s}$  と差異がでなかった。そこで、より厳密に評価するために  $2\text{ s}$  以降の振幅 (最大振幅-最小振幅) を残留振幅と定義し、収束性能を評価することにする。マックスとロイドの量子化器を用いた場合の残留振幅は  $53.6\ \mu\text{m}$  であるのに対し、提案した量子化器を用いた場合の残留振幅は  $33.5\ \mu\text{m}$  であり、収束性能が向上していると言える。これによって、提案した量子化器がマックスとロイドの量子化器と比較して高い収束性能をもたらすことが分かった。これは、制御器を含めた閉ループ系を考慮して量子化器のパラメータが設計されているためと考えられる。

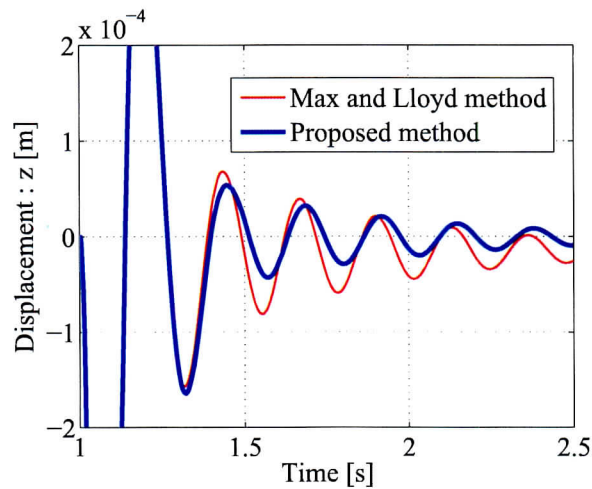


Fig. 7.5 Simulation results

## 7.7 実験結果

実機実験においても、提案手法によって得られた量子化器が高い収束性能を有しているかを検証するために §4.9.1 と同様の条件で実験を行った。その結果を Fig. 7.6 に示す。数値シミュレーションと同様にマックスとロイドの量子化器を用いた場合と比較して、素早く収束していることが分かる。マックスとロイドの量子化器を用いた場合の残留振幅は  $32.4 \mu\text{m}$  であるのに対し、提案した量子化器を用いた場合の残留振幅は  $21.6 \mu\text{m}$  であり、収束性能が向上していると言える。この実験結果からも、提案した量子化器がマックスとロイドの量子化器と比較して高い収束性能をもたらすことが分かった。これは、制御器を含めた閉ループ系を考慮して量子化器のパラメータが設計されているためと考えられる。

本手法では既知の外乱を与えた際の状態変数の時系列データをもとに最適化問題を解いているので、異なる外乱が加わる場合は状態変数の時系列データが異なるため、その解も大きく異なると考えられる。そのため外乱に対するロバスト性は低いと考えられる。ただし、応用分野である、工場の生産ラインで用いられる空圧式除振台におけるワーク搭載時の振動抑制問題に対しては、ワークを特定できるため既知の外乱を前提条件とした本提案手法も十分利用できると考えられる。

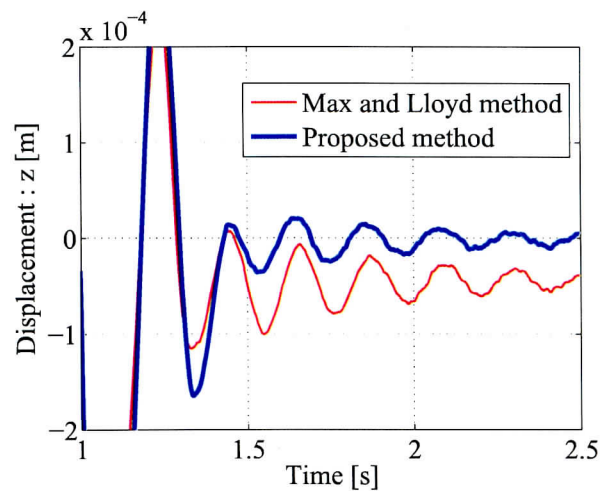


Fig. 7.6 Experimental results

## 7.8 まとめ

第7章では制御器を含めた閉ループ系を考慮に入れることで制御則に適した非線形量子化器の設計方法を提案した。そして、空圧式除振台を例にとって具体的に量子化器の設計を行った。その結果、提案手法によって得られる量子化器はマックスとロイドの量子化器とは全く異なる形となることを示した。そして、提案手法によって得られた量子化器が高い収束性能を有していることを数値シミュレーションおよび実機実験によって示した。制御則に適した量子化器を用いることで、より高い性能を引き出すことができると言える。なお、設計時に用いた既知外乱とは異なる外乱に対するロバスト性能の評価は今後の課題である。

## 第8章 結論

本研究では、非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)、および非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)の確立を目指し、FBMとODQの問題点に注目して、主に、

1. FBMを適用することによって生じる振動励起問題を解決する手法としてFBMに加え不感帯と動的補償を併用する低次の補償器を用いた手法の構築
2. ODQの外乱応答劣化問題を解決する手法として閉ループ系の有界性を保証したリアプノフ関数に基づく切替手法の構築
3. リアプノフ関数に基づく切替手法の多入力系・サーボ系への拡張
4. リアプノフ関数に基づく切替手法を前提とした非線形量子化器の設計手法の構築

について行った。さらに、これらの手法の有効性を非線形量子化器を含むシステムの一例である空圧式除振台を用いて実機検証した。以下に、本研究で得られた結論を各章ごとに示す。

第1章では研究の背景と目的、本論文の構成について述べた。

第2章では検証用として用いる四つのシステムの概要について述べ、その後、四つのシステムについて装置構成、制御モデルについて示した。

第3章ではFBMを適用することによって生じる振動励起問題を解決する手法としてFBMに加え不感帯と動的補償を併用する低次の補償器を用いた手法を構築した。まず、FBMを非線形量子化器を含むシステムの一例である空圧式除振台に適用すると、テーブルの振動を励起させてしまう振動励起問題を明らかにした。この原因は以下に起因している。まず、状態フィードバックを用いたレギュレータシステムの入力の前段に量子化器が存在すると、量子化器に含まれる不感帯の範囲では入力を印加することができず、定常偏差が生じてしまう。これは量子化器が含まれる本システムの本質的な問題である。さらに、非線形量子化器を用いた場合には入力時系列の和が0になりにくいことによって微小な定常偏差がさらに残りやすくなってしまう。その偏差にFBMの積分特性が反応してしまうことで振動が励起されてしまう。そこで、この問題を解決する手法として、FBMに加えて不感帯関数と飽和関数を併用したFBMに基づく改良手法1を提案した。その結果、上記振動励起問題を解決することができた。しかしながら、量子化器を含む本システムの本質的な問題である定常偏差問題は未解決のままであった。しかも、不

感帯関数を追加することにより、その偏差は大きくなる傾向があった。そこで、この定常偏差問題を解決する手法として、さらに、動的補償器を併用したFBMに基づく改良手法2を提案した。この手法は設計パラメータ $\alpha$ を調整することで、不感帯関数によって除去される信号を適度に補償することができるため非常に実用的である。そして、この手法によって $\alpha$ を調整することで振動励起問題のみならず、定常偏差問題も解決できる可能性を示した。これにより、非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)が構築できた。

第4章ではODQの外乱応答劣化問題を解決する手法として閉ループ系の有界性を保証したリアプノフ関数に基づく切替手法の構築を行った。まず、従来手法のODQ<sup>12)</sup>を非線形量子化器を含むシステムに適用した場合に、量子化誤差が大きくなる時間帯で外乱応答が劣化する場合があることを明らかにした。そして、ODQ<sup>15)</sup>を適用した場合にも、外乱応答が劣化する場合があることを明らかにした。その原因は、ODQ<sup>15)</sup>が入力に関する事前情報を設計パラメータとして要求しているが、外乱は未知であるため適切に設計パラメータを設定できない点であると考えられる。そこで、外乱応答に関して事前情報を必要としない、リアプノフ関数に基づく切替手法を提案した。この手法の特徴としては複数のゲインを用意しておき、非線形量子化器によって生じる量子化誤差まで考慮したリアプノフ関数をリアルタイムで予測計算し、最もリアプノフ関数を減少させるであろうゲインを選択し、入力を印加する点である。そして、いかなる状況においてもリアプノフ関数ができる限り減少する入力が存在するようなゲインの組み合わせを用意しておくことで、外乱応答に対しても良好な応答を期待できる。このゲイン決定手法についても併せて提案した。さらに、この手法によりシステムの有界性が保証されることを示した。そして、提案手法の有効性を数値シミュレーション及び実機実験により検証した。これにより、非線形量子化器を含むシステムに対する外乱抑制性能を向上させる効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)が構築できた。

第5章では§4.4のリアプノフ関数に基づく切替手法の多入力系への拡張を行った。まず、拡張した手法(§5.3参照)を多入力系の一例である系3(2軸制御系・5値量子化)に応用し、数値シミュレーションおよび実機実験によりその有効性を確認した。次に、拡張した手法(§5.3参照)を多入力系の一例である系4(3軸制御系・5値量子化)に応用し、数値シミュレーションによりその有効性を確認した。これにより、§4.4のリアプノフ関数に基づく切替手法の適用範囲を拡張できたと言える。ただし、系4に応用した場合のように、制御対象の次数が高次となる場合には計算量が多く、実機での実装が困難であった。この点は今後の課題である。

第6章では§4.4のリアプノフ関数に基づく切替手法のサーボ系への拡張を行った。量子化器を含むシステムに一般的な1型サーボ系を施したシステムに対し、切替手法を適用することで、サーボ系への拡張を行なった。その際、§4.4の有界性に関する定理4.1を拡張した定理6.1を示した。しかしながら、上記システムは非



線形量子化器の一例である空圧式除振台に適用した場合には、テーブルの振動を励起させてしまう問題を有していた。そこで、上記システムに対し、不感帯関数を付加したシステムを構築し、上記問題を解決した。その際、有界性に関する定理 6.2 を示した。この定理によれば、システムの状態変数の有界値は付加した不感帯関数の不感帯幅に依存し、しかも不感帯幅を 0 とすることで、この定理は定理 6.1 と等価になること示した。そして、提案手法を空圧式除振台に応用し、数値シミュレーションおよび実機実験により提案手法の効果を検証した。その結果、レギュレータと比較して、定常偏差を小さくする効果を有し、ステップ外乱に対しても偏差を補償する効果があることを確認した。これによって、§4.4 のリアプノフ関数に基づく切替手法の適用範囲が拡張できた。

第7章では非線形量子化器の設計手法の構築を行った。制御器を含めた閉ループ系を考慮に入れることで制御則に適した量子化器の設計方法を提案した。そして、空圧式除振台を例にとり具体的に量子化器の設計を行った。その結果、提案手法によって得られる量子化器はマックスとロイドの量子化器とは全く異なる形となることを示した。そして、提案手法によって得られた量子化器が高い収束性能を有していることを数値シミュレーションおよび実機実験によって示した。制御則に適した量子化器を用いることで、より高い性能を引き出すことができると言える。

以上を要約すると、本研究では FBM と ODQ を非線形量子化器を含むシステムに適用した場合に生じるそれぞれの問題点を明らかにし、これらの問題を解決する手法として FBM に基づく改良手法、およびリアプノフ関数に基づく切替手法を提案した。さらに、制御器を含めた閉ループ系を考慮した量子化器の設計手法を提案した。そして、これらの手法を非線形量子化器を含むシステムの一例である空圧式除振台に対して適用し、それぞれの提案手法の有効性を示した。これにより、非線形量子化器を含むシステムに対して効果的で低次の補償器を用いた簡便な手法(実用的な手法)、および非線形量子化器を含むシステムに対する外乱抑制性能を向上させる効果的で閉ループ系の有界性を保証した手法(理論的な手法)が構築できた。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、信州大学工学部 機械システム工学科 千田有一教授には、懇切なご指導とご助言を賜りました。また、自由に研究ができる環境を整えていただき、学会発表の支援などを含め公私にわたり様々な面で支えていただきました。さらに、私が大学院博士課程に入学しようと決意する機会を与えて頂きました。謹んで、感謝申し上げます。

信州大学工学部 機械システム工学科 池田裕一助教には、相談相手になって頂いたり、有益なアドバイスを賜りました。深く感謝致します。

本論文の審査において、大変有益なご指導とご教示をいただいた、信州大学工学部 機械システム工学科 深田茂生教授、酒井悟准教授、東京工業大学 情報理工学研究科 井村順一教授に深甚なる感謝の意を表します。

本研究の検証実験に際し、ヘルツ株式会社殿には除振台実験装置、センサをご提供いただきました。また、代表取締役・安田悦郎様、技術部長・茶園秀一郎様にはインターンシップ時に研究に関して多くの貴重な示唆を頂きました。記して謝意を表します。

御助言や激励のお言葉をいただいた、信州大学工学部 機械システム工学科 辺見信彦准教授、吉野正人教授、荒井政大教授に厚く御礼申し上げます。

信州大学大学院総合工学系研究科博士課程専門職コースに入学するにあたり、入学金及び1年目の授業料を免除して頂きました。関係者の方々に厚く御礼申し上げます。

千田研究室 OB(除振台チーム)の中澤裕司氏には実験装置の基盤を築いて頂き、多大な御協力を頂きました。深く感謝致します。

事務補佐員 山岸彩子氏には事務手続きやプロジェクトの会議準備など大変お世話になりました。ここに厚く御礼申し上げます。

除振台チームの飯田智晴君には図の作成を手伝って頂いたり、多くのディスカッションを通して研究の発展に寄与して頂きました。深く感謝致します。

日頃の議論を通じて共に研究活動を行ってきた除振台チームの伊藤冬樹君、丸山直人君、OGの王暁静さん、OBの洪昊さん、千田研究室の諸氏にも心から感謝致します。

最後に、これまで私を支え、応援してくれた父 宏明、母 静江、姉、理恵、裕子、祖父母に心から感謝致します。

## 参考文献

- 1) 小郷, 美多: システム制御理論入門, 実教出版 (1979).
- 2) 伊藤: 自動制御概論 (上), 昭晃堂 (1983).
- 3) 富田, 浅井: PWM 型制御入力に基づく安定化制御, 計測自動制御学会論文集, **42-2**, 129/138 (2006).
- 4) 富田, 浅井徹: 3 値の PWM 型制御入力に基づく安定化, 計測自動制御学会論文集, **44-6**, 483/491 (2008).
- 5) 赤坂, 劉: Filippov の枠組みにおける On-Off 制御系の安定化, 計測自動制御学会論文集, **43-1**, 23/30 (2007).
- 6) D.Akasaka and K.Z. Liu: Nonlinear feedback control of a class of on-off control systems: an approach based on analytical solution of PDEs, *Proc.IEEE Conf. Decision and Control*, 86/91 (2007).
- 7) 赤坂, 劉: On-Off 制御に対する安定化出力フィードバック則の設計法, 計測自動制御学会論文集, **44-5**, 415/424 (2008).
- 8) 石川, 丸田, 杉江: フィードバック変調器を用いた離散値入力制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, **43-1**, 31/36 (2007).
- 9) M. Ishikawa, I. Maruta, and T. Sugie: Practical Controller Design for Discrete-valued Input Systems using Feedback Modulators, *Proc. of the European Control Conference (ECC07)*, 3269/3274 (2007).
- 10) 石川, 丸田, 杉江: フィードバック変調器を用いた離散値入力制御におけるアクチュエータ非線形性の補償, 計測自動制御学会論文集, **44-3**, 288/290 (2008).
- 11) 東, 杉江: 離散値入力型制御における最適動的量子化器, システム制御情報学会論文誌, **20-3**, 122/129 (2007).
- 12) 南, 東, 杉江: 離散値入力型フィードバック制御における最適動的量子化器, 計測自動制御学会論文集, **43-3**, 227/233 (2007).

- 13) S. Azuma, Y. Minami and T. Sugie: Optimal dynamic quantizers for feedback control with discrete-level actuators, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **133-2**, Art. 021005 (2011).
- 14) S. Azuma and T. Sugie: Synthesis of optimal dynamic quantizers for discrete-valued input control, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **53-9**, 2064/2075 (2008).
- 15) 東: 離散値入力型制御系の実践的設計法-動的量子化器を用いたアプローチ, システム/制御/情報, **55-11**, 465/472 (2011)
- 16) J. Max: Quantizing for minimum distortion, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 7/12 (1960).
- 17) 高橋, 涌井: 補助タンクを用いた除振台の高性能化, 精密工学会誌, **75-4**, 542/574 (2009).
- 18) 涌井, 富井, 高橋: 逆テーパ付き空気ばねのモデルの提案, 精密工学会誌, **74-6**, 643/644 (2008).
- 19) 甲斐, 涌井: 絶対変位センサを用いた2自由度空圧式除振装置の制御, 日本機械学会論文集 C編, **76-766**, 1489/1495 (2010).
- 20) 高橋, 涌井, 牧野内: アクチュエータの多点配置によるアクティブ除振装置の広帯域化, 日本機械学会論文集 C編, **76-763**, 550/556 (2010).
- 21) 川嶋, 加藤, 金, 新井, 只野, 香川: 圧力微分計を用いた空気ばね式除振台の外乱補償制御, 日本機械学会論文集 C編, **76-764**, 861/868 (2010).
- 22) K.Kawashima, T.Kato, K.Sawamoto, and T.Kagawa: Realization of virtual sub chamber on active controlled pneumatic isolation table with pressure differentiator, *Precision Engineering*, Vol. 31, 139/145 (2007)
- 23) T.Kato, K.Kawashima, T.Funaki, K.Tadano, and T.Kagawa: A new, high precision, quick response pressure regulator for active control of pneumatic vibration isolation tables, *Precision Engineering*, Vol. 34, 43/48 (2010)
- 24) 涌井, 多田: 圧力フィードバックと直列補償を備えた空圧系の位置決め制御, 精密工学会誌, **74-7**, 769/774 (2008).
- 25) 涌井, 山本, 高橋: 空圧位置決めの一フィードフォワード補償器の機能, 精密工学会誌, **74-11**, 1243/1244 (2008).
- 26) S.Wakui: Incline compensation control using an air-spring type active isolated apparatus, *Precision Engineering*, Vol. 27, 170/174 (2003)

- 27) 入江, 高橋, 涌井: 加速度センサノイズが空圧式除振装置の制御に与える影響, 精密工学会誌, **75-6**, 778/779 (2009).
- 28) 入江, 涌井: 相対加速度の積分信号を用いた空圧式除振装置の制御, 精密工学会誌, **74-9**, 1002/1006 (2008).
- 29) 加藤, 川嶋, 澤本, 舩木, 香川: スプール型サーボ弁と層流型高速流量計を用いた空圧式アクティブ除振台の制御, 精密工学会誌, **72-6**, 772/777 (2006).
- 30) Y.H.Shin and K.J. Kim: Performance enhancement of pneumatic vibration isolation tables in low frequency range by time delay control, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 321, 537/553 (2009)
- 31) P.H.Chang, D.K.Han, Y.H.Shin, and K.J.Kim: Effective suppression of pneumatic vibration isolators by using input-output linearization and time delay control, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, 1636/1652 (2010)
- 32) 星野, 小林, 珍田, 中西: 空気圧アクチュエータを用いた除振台のアクティブ制御, 日本機械学会論文集 C編, **73-727**, 677/684 (2007).
- 33) 相崎, 涌井: スプール形サーボバルブを備えた空圧式除振装置に対するモデル追従制御の調整法とその効果, 日本機械学会論文集 C編, **76-764**, 835/841 (2010).
- 34) 阿部, 児島: むだ時間・分布定数系の制御, コロナ社 (2007)
- 35) O.J.M. Smith: A Controller to Overcome Dead Time, *ISAJ.*, Vol. 6, 28/33 (1959)
- 36) 阿部, 延山: むだ時間システム入門1-伝達関数からのアプローチ, 計測と制御, **44-11**, 799/804 (2005)
- 37) 岡島, 梅本, 松永, 川路: むだ時間を有する2自由度IMCにおける動的量子化器の構成, 計測自動制御学会論文集, **46-3**, 149/156 (2010)
- 38) 阿部, 延山: むだ時間システム入門2-状態空間からのアプローチ, 計測と制御, **44-12**, 883/887 (2005)
- 39) 渡部: むだ時間システムの制御, 計測自動制御学会編, コロナ社 (1993)
- 40) J.Gao and B.Huang: Delay-Dependent Robust Guaranteed Cost Control of an Uncertain Linear System with State and Input Delay, *International Journal of Systems Science*, **36-1**, 19/26 (2005).

- 41) 安田, 西平: むだ時間系のロバスト安定性と制御, 計測と制御, **45-2**, 152/157 (2006)
- 42) E. Fridman and M. Dambrine: Control under quantization, saturation and delay: An LMI approach, *Automatica*, **45-10**, 2258/2264 (2009)
- 43) D.Liberzon: Quantization, Time Delays, and Nonlinear Stabilization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **51-7**, 1190/1195 (2006)
- 44) 丸太, 杉江: 分散型 Particle Swarm Optimization による区分的アファインシステムの同定, 第 39 回制御理論シンポジウム, 327/330, (2010)

## 研究業績

### 学位申請に用いる定期刊行誌掲載原著論文

- 1) 小池雅和, 千田有一, 池田裕一: 非線形量子化器を伴う空圧式除振台の制御, 計測自動制御学会論文集, **49-4**, (2013年4月号に掲載決定).
- 2) 小池雅和, 中澤裕司, 千田有一, 池田裕一, 安田悦郎: On-Off操作と入力むだ時間の補償による空圧式除振台の高速振動抑制制御, 日本機械学会論文集 C 編, **77-779**, 2613/2626 (2011).

### 学位申請に用いる国際会議発表論文 (査読付き, 発表者\*)

- 3) M.Koike\* and Y.Chida: Multivariate Control Design Considering Quantization Error and Input Time-Delay for Pneumatic Isolation Table, *Proceedings of ASME 2012 5th Annual Dynamic Systems and Control Conference joint with the JSME 2012 11th Motion and Vibration Conference (DSCC/MOVIC2012)*, CD-ROM, No.8625, 1/10 (2012).
- 4) M.Koike\* and Y.Chida: Rapid Vibration Attenuation and Height Level Compensation Control for a Pneumatic Isolation Table with Quantized Input, *Proceedings of the 2012 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, CD-ROM, 707/712 (2012).
- 5) M.Koike\* and Y.Chida: Active Control Design by Finite Input Switching for a Pneumatic Isolation Table, *Proceedings of 2012 ASME-ISPS/JSME-IIP Joint International Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment (MIPE 2012)*, CD-ROM, 385/387 (2012).
- 6) M.Koike\* and Y.Chida: Vibration Control Design Considering Quantization Error for an On-Off Control System Including Input Time-Delay, *Proceedings of SICE Annual Conference 2011*, CD-ROM, 760/765 (2011).

### 関連する主な国内会議発表 (発表者\*)

- 7) 丸山直人\*, 小池雅和, 千田有一: 入力むだ時間と on-off 操作を伴う 3 自由度系空圧式除振台の多変数制御, 計測自動制御学会中部支部シンポジウム 2012, 講演論文集, 91/92 (2012).

- 8) 飯田 智晴\*, 小池雅和, 千田 有一, 池田 裕一: サーボ系における過渡応答改善方法の提案と空圧式除振台への応答, *Dynamics and Design Conference 2012*, 講演番号 228 (2012).
- 9) 小池雅和\*, 池田裕一, 千田有一: LMIにもとづくゲイン選択による有限値入力切替制御, 第 12回計測自動制御学会制御部門大会, CD-ROM, 講演番号 P0055 (2012).
- 10) 飯田智晴\*, 小池雅和, 千田有一: 入力むだ時間と on-off 操作補償による空圧式除振台のサーボ系設計, 計測自動制御学会中部支部シンポジウム 2011, 講演論文集, 33/34 (2011).
- 11) 小池雅和\*, 千田有一: 入力むだ時間を有する On-Off 制御系に対する量子化誤差情報を考慮した多変数制御系設計と空圧式除振台への応用, 第 54回自動制御連合講演会, CD-ROM, 講演番号 1P106 (2011).
- 12) 小池雅和\*, 千田有一: 入力むだ時間を有する On-Off 制御系に対する量子化誤差情報に基づいた空圧式除振台の制御系設計, 日本機械学会 第 12回運動と振動の制御シンポジウム, 講演論文集, 67/71 (2011).
- 13) 小池雅和\*, 中澤裕司, 千田有一, 茶圓秀一郎: 空圧式除振台のモデル化と多段型 On-Off 操作量に基づくアクティブ制御, 第 11回計測自動制御学会制御部門大会, CD-ROM, 講演番号 171-1-2 (2011).
- 14) 中澤裕司\*, 小池雅和, 千田有一, 茶圓秀一郎: On-Off 操作量を有する空圧式除振台の非線形モデリング, 第 11回計測自動制御学会制御部門大会, CD-ROM, 講演番号 171-1-1 (2011).
- 15) 小池雅和\*, 中澤裕司, 千田有一, 池田裕一: 入力むだ時間と On-Off 操作補償による空圧式除振台の制御, 第 53回自動制御連合講演会, CD-ROM, 講演番号 212, 150/155 (2010).
- 16) 中澤裕司\*, 小池雅和, 千田有一, 池田裕一, 安田悦郎: 状態予測とフィードバック変調器を用いた空圧式除振台のアクティブ制御, 計測自動制御学会中部支部シンポジウム 2010, 講演論文集, 1/4 (2010).



## 付録A 有界性及び安定性の証明

### A.1 定理4.1の証明

集合  $\chi := \{z \in \mathbb{R}^n : \|z\| \leq H\}$ ,  $\bar{\chi} := \{z \in \mathbb{R}^n : \|z\| > H\}$ ,  $\chi_z := \{z \in \mathbb{R}^n : \|z\| \leq E_z\}$  を定義しておく。ここで、 $z$  は (4.12) 式の解である  $P > 0$  による座標変換  $x[k] = P^{-1/2}z[k]$  で定義される新たな状態変数である。  $H$ ,  $E_z$  は次式で定義する。

$$H := \frac{\bar{\varepsilon}}{\lambda_{\min}\{P^{-1/2}QP^{-1/2}\}} \left( \|b^T P(A - bF_a)P^{-1/2}\| + \sqrt{\|b^T P(A - bF_a)P^{-1/2}\|^2 + \lambda_{\min}\{P^{-1/2}QP^{-1/2}\}\|b^T Pb\|} \right)$$

$$E_z := \|P^{1/2}AP^{-1/2}\|H$$

なお、定理4.1の仮定である  $A^T P A - P \geq 0$  は  $\|P^{1/2}AP^{-1/2}\| \geq 1$  と等価であるため、 $E_z \geq H$  は明らかである (Fig. A.1(a) 参照)。

まず初めに、 $z[k] \in \bar{\chi}$  ならば  $\Delta V < 0$  であることを示す。座標変換  $x[k] = P^{-1/2}z[k]$  を用いると、(4.16)式は次式となる。

$$V[k] = z[k]^T z[k] \tag{A.1}$$

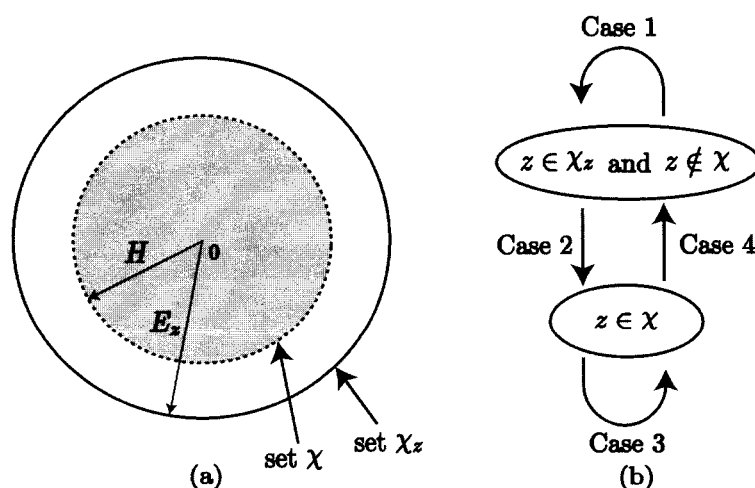


Fig. A.1 State transition

(4.15) 式と  $x[k] = P^{-1/2}z[k]$  を用いれば,  $\Delta V[k]$  は次式となる.

$$\begin{aligned}\Delta V[k] &= z[k]^T P^{-1/2} \{ (A - bF_j)^T P (A - bF_j) - P \} P^{-1/2} z[k] \\ &\quad + 2\varepsilon_j[k]^T b^T P (A - bF_j) P^{-1/2} z[k] + \varepsilon_j[k]^T b^T P b \varepsilon_j[k] \\ &= \eta_j[k]\end{aligned}\tag{A.2}$$

ここで, ゲイン  $F_a$  を用いたときの  $\Delta V[k]$  である  $\eta_a[k]$  が  $\eta_a[k] < 0$  となるための十分条件を導出する. (A.2) 式に (4.5) 式と (4.12) 式の関係を用いれば, 次式を得る.

$$\begin{aligned}\eta_a[k] &\leq -z[k]^T P^{-1/2} Q P^{-1/2} z[k] \\ &\quad + 2\|\varepsilon_a[k]^T b^T P (A - bF_a) P^{-1/2} z[k]\| + \varepsilon_a[k]^T b^T P b \varepsilon_a[k] \\ &\leq -\lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\} \|z[k]\|^2 \\ &\quad + 2\bar{\varepsilon} \|b^T P (A - bF_a) P^{-1/2}\| \|z[k]\| + \bar{\varepsilon}^2 \|b^T P b\| \\ &=: H_s[k]\end{aligned}\tag{A.3}$$

もし,  $H_s[k] < 0$  であれば,  $\eta_a[k] < 0$  が満たされる.  $H_s[k] < 0$  の不等式を解の公式を用いて  $\|z[k]\|$  について解く. その結果,  $\eta_a[k] < 0$  の十分条件として次式を得る.

$$\|z[k]\| > H\tag{A.4}$$

よって, もし,  $z[k] \in \bar{\chi}$  ならば  $\eta_a[k] < 0$  が満たされる. つまり,  $z[k] \in \bar{\chi}$  で (4.8) 式に従ってゲイン  $F_a$  が選択されれば,  $\Delta V < 0$  となる. 一方,  $z[k] \in \bar{\chi}$  において, 他のゲイン  $F_j$ , ( $j \neq a$ ) が選択される場合には, (4.8) 式の条件  $C_j$  が真であるので, 明らかに  $\eta_j[k] \leq \eta_a[k]$  が満たされている. その結果, たとえゲイン  $F_j$ , ( $j \neq a$ ) が選ばれたとしても  $\Delta V < 0$  が満たされる. 以上より,  $z[k] \in \bar{\chi}$  ならば,  $\Delta V < 0$  であり,  $\|z[k+1]\| < \|z[k]\|$  が満たされる. そのため, 初期値  $z \in \bar{\chi}$  に対して,  $z[k^*] \in \chi_z$  となるような時刻  $k = k^*$  が存在する. そこで,  $z[k^*] \in \chi_z$  となった後の  $z[k]$  の遷移について考える.  $z[k] \in \chi_z$  かつ  $z[k] \notin \chi$  のとき,  $\Delta V < 0$  が保証されているため,  $\|z[k+1]\| < \|z[k]\|$  が満たされ,  $z[k]$  は集合  $\chi_z$  の外には遷移しない. 従って, 次の二つの遷移が考えられる.

Case 1:  $z \in \chi_z$  かつ  $z \notin \chi$  の状態に再び遷移する場合

Case 2:  $z \in \chi$  の状態に遷移する場合

Case 1 の場合には, 次の状態遷移で再び Case 1 あるいは Case 2 となる. 一方, Case 2 の場合は,  $z \in \chi$  となるが, この場合には,  $\Delta V = \eta_j < 0$  が保証されないため, 入力を印加する場合 ( $u[k] = \phi(-F_j x[k])$ ) と印加しない場合 ( $u[k] = 0$ ) が起こり得る. 入力を印加する場合は  $\Delta V < 0$  が保証されているので  $\|z[k+1]\| < \|z[k]\|$  が満たされ,  $z[k+1]$  は  $z \in \chi$  の状態に再び遷移する (Case 3). 一方, 入力を印加しない場合,  $z[k+1]$  は  $z[k+1] = P^{1/2} A P^{-1/2} z[k]$  に従って振舞う. このとき,  $\|z[k+1]\| \leq \|P^{1/2} A P^{-1/2}\| \|z[k]\|$  と  $\|z[k]\| \leq H$  の関係式は明らかなので  $z[k+1]$  は次式を満たす.

$$\|z[k+1]\| \leq E_z\tag{A.5}$$

(A.5) 式より,  $z[k+1]$  は集合  $\chi$  には属さない可能性はあるものの, 少なくとも集合  $\chi_z$  に属することは明らかである. つまり,  $z[k] \in \chi$  において入力が増加されない場合, 次の二つの遷移が考えられる.

Case 3:  $z \in \chi$  の状態に再び遷移する場合

Case 4:  $z \in \chi_z$  かつ  $z \notin \chi$  の状態に遷移する場合

よって, 一度  $z[k]$  が集合  $\chi_z$  に属すると,  $z[k]$  は Case 1~Case 4 の遷移パターン (Fig. A.1(b) 参照) を遷移し,  $z$  は集合  $\chi_z$  に留まる.

以上より,  $\|x[k]\| \leq \|P^{-1/2}\| \|z[k]\|$  と  $\|z[k]\| \leq E_z$  の関係を用いれば,  $x[k]$  は集合  $\Omega$  に収束することがわかる.

## A.2 定理 4.2 の証明

もし, 条件  $C_j$  が真ならば, (4.8) 式と (4.17) 式より  $\eta_j = \Delta V < 0$ , ( $x \neq 0$ ) が満たされる. 一方, 全ての条件  $C_j$  が偽ならば, (4.13) 式のシステムは  $x[k+1] = Ax[k]$  となる. このとき,  $\Delta V = x^T[k] \{A^T P A - P\} x[k]$  となり, 定理 2 の仮定より  $A^T P A - P < 0$  が満たされているため  $\Delta V < 0$ , ( $x \neq 0$ ) となる. よって,  $\Delta V < 0$ , ( $x \neq 0$ ) が満たされ, (4.13) 式のシステムは漸近安定となる.

## A.3 定理 6.2 の証明

まず, (6.26) 式の  $\eta_j$  が閉ループシステム (6.25) 式に対し, ゲイン  $F_j$  を用いたときの  $\Delta V$  と等価であることを示す. ここで  $V$  は (6.19) 式で定義されるリアプノフ関数である. (6.11) 式において  $C_j$  が真の場合, (6.25) 式は次式となる.

$$\bar{x}[k+1] = \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1\phi(-F_j\bar{x}[k]) + \bar{b}_2\varepsilon_\Delta[k] \quad (\text{A.6})$$

(6.14) 式を用いると (A.6) 式は次式と表される.

$$\begin{aligned} \bar{x}[k+1] &= \bar{A}\bar{x}[k] + \bar{b}_1\varepsilon_j[k] - \bar{b}_1F_j\bar{x}[k] + \bar{b}_2\varepsilon_\Delta[k] \\ &= (\bar{A} - \bar{b}_1F_j)\bar{x}[k] + \bar{b}_1\varepsilon_j[k] + \bar{b}_2\varepsilon_\Delta[k] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

(A.7) 式, (6.19) 式を用いると  $\Delta V[k]$  は次式となる.

$$\begin{aligned} \Delta V[k] &= V[k+1] - V[k] \\ &= \bar{x}[k+1]^T P \bar{x}[k+1] - \bar{x}[k]^T P \bar{x}[k] \\ &= \left\{ \bar{x}[k]^T (\bar{A} - \bar{b}_1F_j)^T + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T + \varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T \right\} P \\ &\quad \left\{ (\bar{A} - \bar{b}_1F_j)\bar{x}[k] + \bar{b}_1\varepsilon_j[k] + \bar{b}_2\varepsilon_\Delta[k] \right\} \\ &= \bar{x}[k]^T \left\{ (\bar{A} - \bar{b}_1F_j)^T P (\bar{A} - \bar{b}_1F_j) - P \right\} \bar{x}[k] + 2\varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1F_j)\bar{x}[k] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] + 2\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) \bar{x}[k] \\
& + 2\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] + \varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_2 \varepsilon_\Delta[k] \\
& = \eta_j[k]
\end{aligned} \tag{A.8}$$

(A.8) 式は (6.26) 式の  $\eta_j$  がゲイン  $F_j$  を用いたときの  $\Delta V$  と等価であることを示している。

次に A.1 の証明と同様の手順により 定理 6.2 を証明する。A.1 の証明の集合の定義で用いた定数  $H, E_z$  を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}
H & := \frac{\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2 \alpha_0}}{\alpha_2} \\
E_z & := \|P^{1/2} \bar{A} P^{-1/2}\| H + \|P^{1/2} \bar{b}_2\| \delta
\end{aligned}$$

定理 6.2 の仮定である  $\bar{A}^T P \bar{A} - P \geq 0$  は  $\|P^{1/2} \bar{A} P^{-1/2}\| \geq 1$  と等価であり、 $\|P^{1/2} \bar{b}_2\| \delta > 0$  より、A.1 の証明と同様に  $E_z \geq H$  は明らかである (Fig. A.1(a) 参照)。

まず初めに、 $z[k] \in \bar{\chi}$  ならば  $\Delta V < 0$  であることを示す。座標変換  $x[k] = P^{-1/2} z[k]$  を用いると、(6.19) 式は次式となる。

$$V[k] = z[k]^T z[k] \tag{A.9}$$

(A.7) 式と  $x[k] = P^{-1/2} z[k]$  を用いれば、 $\Delta V[k]$  は次式となる。

$$\begin{aligned}
\Delta V[k] & = z[k]^T P^{-1/2} \{ (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j)^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) - P \} P^{-1/2} z[k] \\
& + 2\varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) P^{-1/2} z[k] + \varepsilon_j[k]^T \bar{b}_1^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] \\
& + 2\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_j) P^{-1/2} z[k] + 2\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_1 \varepsilon_j[k] \\
& + \varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_2 \varepsilon_\Delta[k] \\
& = \eta_j[k]
\end{aligned} \tag{A.10}$$

ここで、ゲイン  $F_a$  を用いたときの  $\Delta V[k]$  である  $\eta_a[k]$  が  $\eta_a[k] < 0$  となるための十分条件を導出する。(A.10) 式に (6.5) 式と (6.15) 式と  $\|\varepsilon_\Delta[k]\| \leq \delta$  の関係を用いれば、次式を得る。

$$\begin{aligned}
\eta_a[k] & \leq -z[k]^T P^{-1/2} Q P^{-1/2} z[k] \\
& + 2\|\varepsilon_a[k]^T \bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2} z[k]\| + \|\varepsilon_a[k]^T \bar{b}_1^T P \bar{b}_1 \varepsilon_a[k]\| \\
& + 2\|\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2} z[k]\| + 2\|\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_1 \varepsilon_a[k]\| \\
& + \|\varepsilon_\Delta[k]^T \bar{b}_2^T P \bar{b}_2 \varepsilon_\Delta[k]\| \\
& \leq -\lambda_{\min}\{P^{-1/2} Q P^{-1/2}\} \|z[k]\|^2 \\
& + 2\left\{ \bar{\varepsilon} \|\bar{b}_1^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2}\| + \delta \|\bar{b}_2^T P (\bar{A} - \bar{b}_1 F_a) P^{-1/2}\| \right\} \|z[k]\| \\
& + \left\{ \bar{\varepsilon}^2 \|\bar{b}_1^T P \bar{b}_1\| + 2\bar{\varepsilon} \delta \|\bar{b}_2^T P \bar{b}_1\| + \delta^2 \|\bar{b}_2^T P \bar{b}_2\| \right\}
\end{aligned}$$

$$=: H_s[k] \tag{A.11}$$

もし、 $H_s[k] < 0$ であれば、 $\eta_a[k] < 0$ が満たされる。 $H_s[k] < 0$ の不等式を解の公式を用いて $\|z[k]\|$ について解く。その結果、 $\eta_a[k] < 0$ の十分条件として次式を得る。

$$\|z[k]\| > H \tag{A.12}$$

よって、もし、 $z[k] \in \bar{\chi}$ ならば $\eta_a[k] < 0$ が満たされる。つまり、 $z[k] \in \bar{\chi}$ で(6.11)式に従ってゲイン $F_a$ が選択されれば、 $\Delta V < 0$ となる。一方、 $z[k] \in \bar{\chi}$ において、他のゲイン $F_j, (j \neq a)$ が選択される場合には、(6.11)式の条件 $C_j$ が真であるので、明らかに $\eta_j[k] \leq \eta_a[k]$ が満たされている。その結果、たとえゲイン $F_j, (j \neq a)$ が選ばれたとしても $\Delta V < 0$ が満たされる。以上より、 $z[k] \in \bar{\chi}$ ならば、 $\Delta V < 0$ であり、 $\|z[k+1]\| < \|z[k]\|$ が満たされる。そのため、初期値 $z \in \bar{\chi}$ に対して、 $z[k^*] \in \chi_z$ となるような時刻 $k = k^*$ が存在する。そして、A.1の証明と同様の議論により一度 $z[k]$ が集合 $\chi_z$ に属すると、 $z[k]$ はCase 1~Case 4の遷移パターン (Fig. A.1(b) 参照)を遷移し、 $z$ は集合 $\chi_z$ に留まることが示せる。以上より、 $\|x[k]\| \leq \|P^{-1/2}\| \|z[k]\|$ と $\|z[k]\| \leq E_z$ の関係を用いれば、 $x[k]$ は集合 $\bar{\Omega}$ に収束することがわかる。