

信州大学審査学位論文

3 形ウォームを用いた EPS 用斜め食い違い軸 ウォームギヤの最適設計法の研究

2012 年 9 月

伊藤 隆

信州大学審査学位論文

3 形ウォームを用いた EPS 用斜め食い違い軸
ウォームギヤの最適設計法の研究

Study on an Optimum Design Method for
a Type-3 Worm-Gear Composed of
Non-Intersected and Inclined Axes for EPS

2 0 1 2 年 9 月

伊 藤 隆

目 次

記号の説明

第1章 緒 論	1
1.1 自動車用パワーステアリングの現状と課題	1
1.2 ウォームギヤ減速機	7
1.3 EPS 用ウォームギヤへの要求仕様	8
1.4 ウォームギヤの歯形と歯当たり解析に関する従来の研究とその問題点	9
1.4.1 JIS 3 形 (ZK) ウォームに関する研究	9
1.4.2 JIS 3 形 (ZK) 以外のウォームに関する研究	10
1.4.3 EPS 用ウォームギヤに関する研究	10
1.5 ウォームギヤのかみあい接触解析に関する従来の研究例とその問題点	10
1.5.1 金属製ウォームギヤに関する研究	10
1.5.2 樹脂製ウォームギヤに関する研究	11
1.6 ウォームギヤの歯形最適設計法に関する従来の研究とその問題点	11
1.7 本研究の目的	12
1.8 本論文の構成と概要	14
第2章 3 形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析	19
2.1 緒 言	19
2.2 3 形ウォームの基礎式	20
2.3 ホブ取付け角を傾斜させて加工した場合のホイール歯面の基礎式	24
2.4 ウォーム歯面とホイール歯面の歯当たり解析法	29
2.5 ホブ諸元の決定と歯当たり解析	35
2.6 ホブおよび、ウォーム、ホイールの試作	38
2.7 歯当たり試験による理論解析の検証	40
2.8 結 言	41
第3章 EPS 用樹脂製ウォームホイールのかみあい接触解析	43
3.1 緒 言	43
3.2 歯形理論に基づいた樹脂製ウォームホイールの接触解析	44
3.2.1 解析手順	44
3.2.2 有限要素 (メッシュ) 分割	46

3.2.3	境界条件	47
3.2.4	接触条件の設定	48
3.2.5	解析結果例	48
3.3	かみあい接触実験と接触解析の検証	49
3.3.1	実験装置	49
3.3.2	ホイールの変形と歯当たりの計測	52
3.3.3	実験条件	52
3.4	実験結果と解析結果との比較検証	54
3.4.1	歯当たり結果	54
3.4.2	歯形の変形結果	55
3.5	結 言	58
第4章	品質工学を適用した EPS 用ウォームギヤの組立許容差要因の実験的解析	59
4.1	緒 言	59
4.2	EPS 用ウォームギヤの基本機能	60
4.3	ウォームギヤの基本機能に影響を及ぼす要因	62
4.4	ウォームギヤの基本機能のばらつきと感度	64
4.5	ウォームギヤの基本機能を計測するための実験装置	65
4.6	実験計画	67
4.7	ウォームギヤの理想機能	68
4.8	標準 SN 比による要因効果の分析	70
4.9	要因効果図による結果と考察	76
4.10	結 言	80
第5章	使用環境を考慮した歯形諸元の最適設計法	81
5.1	緒 言	81
5.2	歯当たり解析に基づいたウォームギヤの最適設計法	82
5.2.1	組立許容差要因実験の解析モデル	82
5.2.2	ウォームギヤの組立許容差モデル	84
5.2.3	樹脂ホイールの膨潤変形モデル	85
5.2.4	ウォームギヤ性能の特性値としての出力トルクモデル	87
5.2.5	組立許容差要因実験との比較検証	90
5.3	ウォームギヤの最適設計と試作評価	93
5.3.1	基準歯形	93
5.3.2	最適歯形設計	94

5.3.3	試作評価結果.....	97
5.3.4	弾性かみあい接触による最適歯形の確認.....	100
5.4	結 言.....	101
第6章	結 論.....	103
6.1	まとめ.....	103
6.2	今後の展望.....	106
参 考 文 献	109
本論文に関する発表論文	113
付 録	115
1.	ウォーム歯面圧力角 α の計算 (2.7) 式の導出.....	115
2.	ホイール歯面ヤコビアン の計算 (2.12) 式の導出.....	120
謝 辞	137

記号の説明

a	: ウォーム砥石工具とウォームとの軸間距離
c_h	: ウォームホブとホイールとの軸間距離 ($c_h = r_{ch} + R_c$)
c_w	: ウォームとホイールとの軸間距離 ($c_w = r_{cw} + R_c$)
l_h	: ウォームホブのリード
l_w	: ウォームのリード
n_h	: ウォームホブの条数
n_w	: ウォームの条数
P_c	: ホイールの円ピッチ
P_h	: ウォームホブのピッチ
P_w	: ウォームのピッチ
r_{ch}	: ウォームホブのピッチ円半径
r_{cw}	: ウォームのピッチ円半径
R_c	: ホイールのピッチ円半径
u	: 歯数比 ($u = Z/n$)
W_h	: ウォームホブ砥石工具のピッチ円半径における刃幅
W_w	: ウォーム砥石工具のピッチ円半径における刃幅
Z	: ホイール歯数
α_{ah}	: ウォームホブの圧力角
α_{aw}	: ウォームの圧力角
α_{ch}	: ウォームホブ砥石工具の圧力角
α_{cw}	: ウォーム砥石工具の圧力角
α_0	: ホイールの圧力角

β_{ch}	: ウォームホブのリード角
β_{cw}	: ウォームのリード角
γ_c	: ホイールのねじれ角
Γ_h	: ウォームホブの取付け角 ($\Gamma_h = \gamma_c - \beta_{ch}$)
Γ_w	: ウォームの取付け角 ($\Gamma_w = \gamma_c - \beta_{cw}$)
δ	: 仮想ホイールと加工ホイールとの歯面すき間
Θ	: ウォーム砥石工具面上の任意点を表す XZ 平面からの偏角
ρ_{ch}	: ウォームホブ砥石工具のピッチ円半径
ρ_{cw}	: ウォーム砥石工具のピッチ円半径
ψ	: ウォームおよびウォームホブの任意回転角度
$o-xyz$: ウォームおよびウォームホブの固着座標系
$o-x_0y_0z_0$: ウォームおよびウォームホブの静止座標系
$O-XYZ$: ウォーム砥石工具の固着座標系
$O-\xi\eta\zeta$: ホイールの固着座標系
$O-\xi_0\eta_0\zeta_0$: ホイールの静止座標系

第1章 緒 論

1.1 自動車用パワーステアリングの現状と課題

今日、商用車を含む自動車の操舵機構には運転者の操舵力を補助する補助操舵装置、いわゆるパワーステアリング（Power Steering）を有するのが一般的である（図 1.1）。現在、実用に供されているパワーステアリングにはその動力源の違いにより大別して、①油圧パワーステアリング（HPS：Hydraulic Power Steering）と、②電動パワーステアリング（EPS：Electric Power Steering）とに分類される。図 1.2、図 1.3 にそれぞれの外観を示す。また一部には、油圧と電動を融合させた、電動油圧パワーステアリング（EHPS：Electric Hydraulic Power Steering）も存在する。

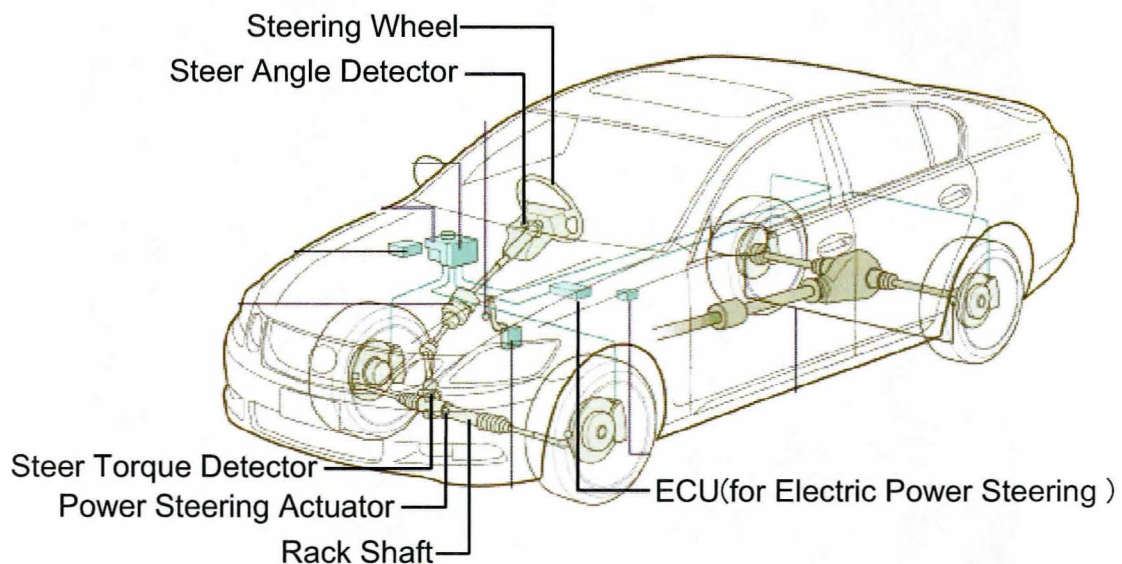


図 1.1 ステアリング機構および EPS 概略

図 1.4 に示すように HPS では、その動力源に油圧ポンプを用い、そこから得られる高圧の作動油の動力を利用してステアリングラックを駆動することにより、運転者の操舵力を補助する機構となっている。この場合、油圧ポンプの駆動には自動車のエンジン動力がプーリなどを介して利用される。

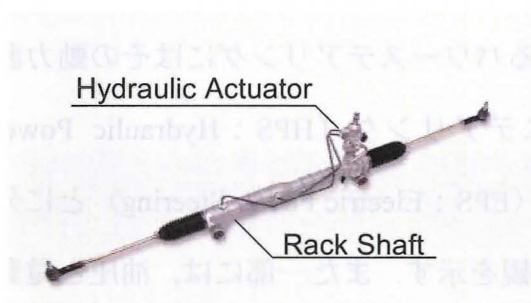


図 1.2 油圧パワーステアリング

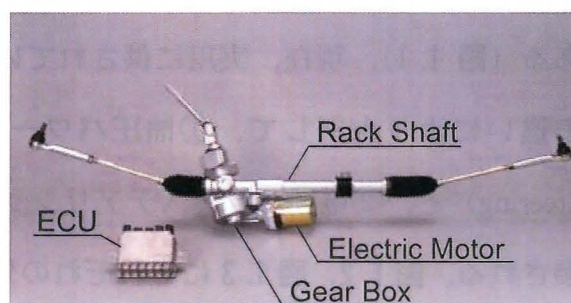


図 1.3 電動パワーステアリング

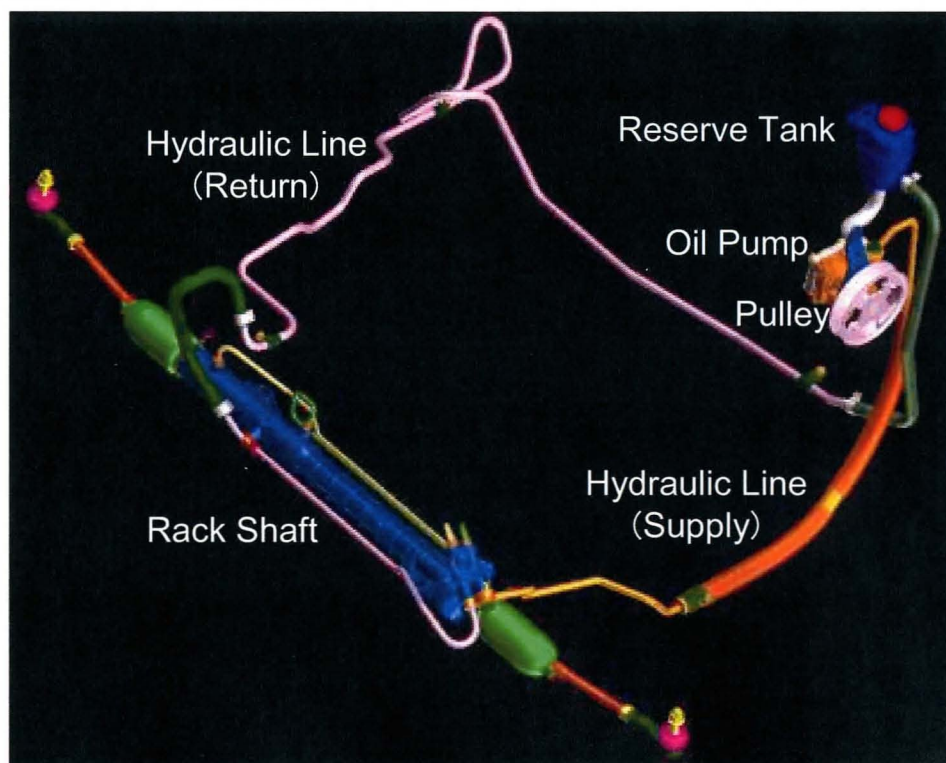


図 1.4 HPS 構成図

HPS は市場での使用実績も豊富で、高い信頼性を有している。また油圧の特徴である高いエネルギー密度を活かして、システム全体をコンパクト化することが可能である。さらに操舵感に比較的優れることや、作動油の剛性による過大入力に対するフェールセーフ性の高さなどが利点として挙げられる。一方で、動力伝達媒体に作動油を用いることによる、油漏れ、操舵感のチューニングや制御性において、比較的高度な技術が要求されるといった点は短所となる。

こうした状況ではあるが、近年では環境問題意識の高まりに応じて自動車の低燃費化も追求され、HPS についてもエネルギー効率の向上が要求される。最も基本的な HPS では、エンジン出力を動力源とする油圧ポンプは、補助動力を必要としない状況も含め常に作動油に高圧を発生させているため、全体としてのエネルギー効率には改善の余地がある。このため油圧ポンプの流量制御を行うなどして効率向上に対応した製品も実用化されている。

一方、図 1.5 に示す EPS では、動力源に油圧ポンプに代えて電動モータを使用することから、必要な補助動力に応じたモータ出力を制御することが比較的容易に行うことができる。このため EPS は、一般的に HPS と比較してエネルギー効率が高く、省燃費化に適しているとされている。条件にもよるが、一部試算によれば HPS と比較してエネルギーが約 1/20 に低減可能であり、車両としては最大で 3%程度の燃費低減効果があるとされている⁽¹⁾⁽²⁾。加えて、その制御性の容易さにより、様々な機能を付加価値として得ることができる。例えば、以下に挙げるような機能が実用化され、また今後の実用化が期待されている。

- ・アクティブ操舵 : 各種センサからの車両挙動情報を基に、自動でステアリングを操舵する。
- ・アクティブリターン : 操舵後のハンドル戻しを能動的に行う。
- ・アクティブ制振 : 路面からの振動を検知し、振動を収束させる。

- ・レーンキープ :路面上の白線を認識し、車線を自動で維持し続ける.
- ・パーキングアシスト :駐車場の白線を認識し、自動で車庫入れをする.

上記以外にも、自動車を取り巻く環境変化に応じて、多様な機能発展性が考えられる。また環境影響の視点からは、油を使用しないことも有利な点として挙げられる。

上述のように、現在の自動車用パワーステアリングでは EPS が主流となりつつあり、軽自動車から中型車さらには大型車までの全ての領域で市場が拡大している。

図 1.6 に現在、市場で展開される EPS の基本形式の分類を示す。EPS はアシスト方式の違いにより、三つの形式に大別できる。一つ目は、軽自動車および小型車を対象とした、すなわちラック推力の比較的小さいコラムアシストタイプである（排気量：0.6～1.5L クラス）。二つ目は、小型～中型車を対象としたピニオンアシストタイプであり（排気量：1.0～2.0L）、そしてより上位の車種には、三つ目のラックアシストタイプが存在する（排気量：2.0L～）。

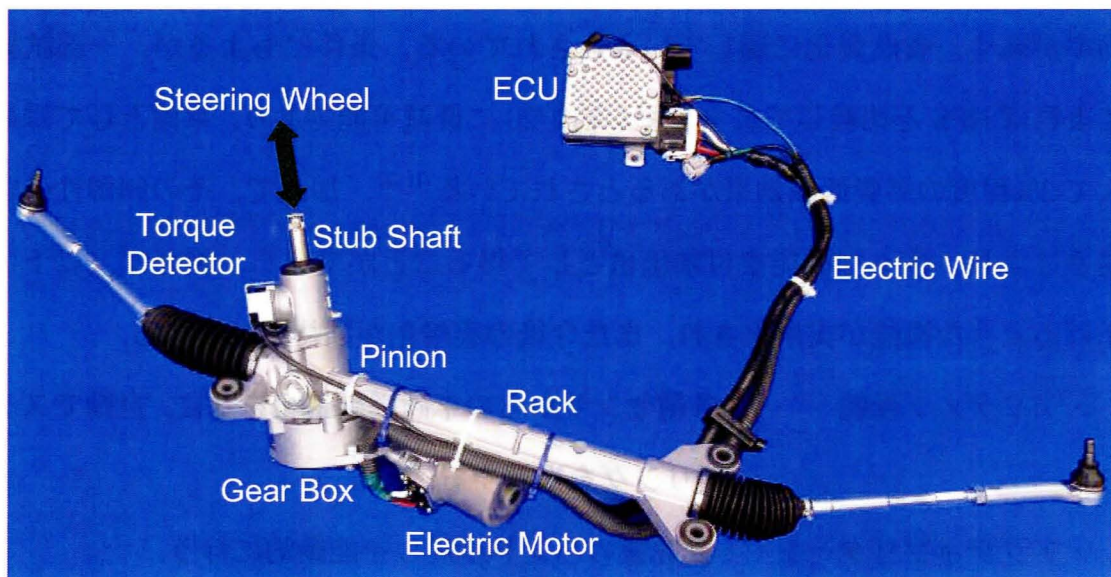


図 1.5 EPS 構成図

代表的な例として、ピニオンアシストタイプ EPS の内部構造図を図 1.7 に示す。この場合、運転者からのステアリング操作力はスタブシャフトに入力される。スタブシャフトは、ピニオンギヤとウォームホイール（以下、ホイールと表す）が一体になっており、ステアリング操作力はピニオンからラックシャフトへと伝達され、タイヤの転舵力となる。このときタイヤと路面との摩擦力などの反力が発生し、これに相応した補助動力を電動モータからウォームを介してホイールへと出力することにより、運転者のステアリング操作力を軽減する。

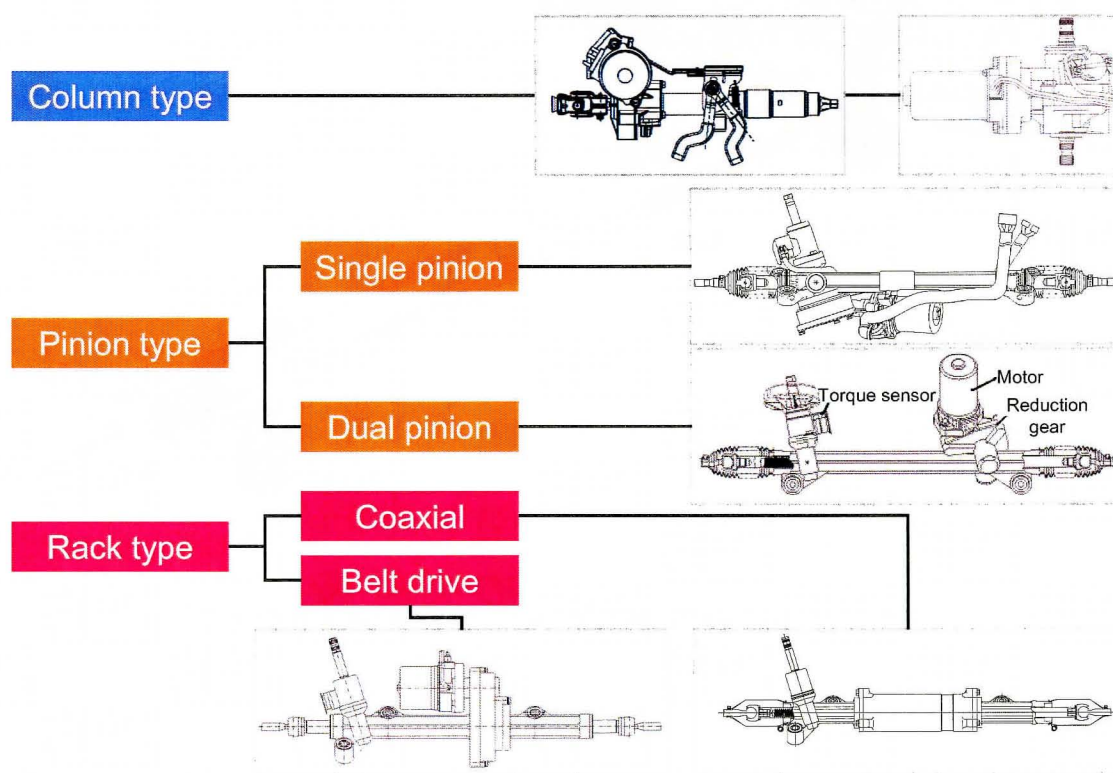


図 1.6 EPS の分類

以上、ピニオンアシストタイプ EPS を例に基本的な動作を説明したが、EPS で重要なステアリング操作力と補助動力との伝達要素には、図 1.7 に示すようなウォームギヤ減速機を用いるのが一般的である。ラック推力を直接補助するラックアシストタイプを除くコラムタイプについても、伝達要素として一般的にウォームギヤを使用する。

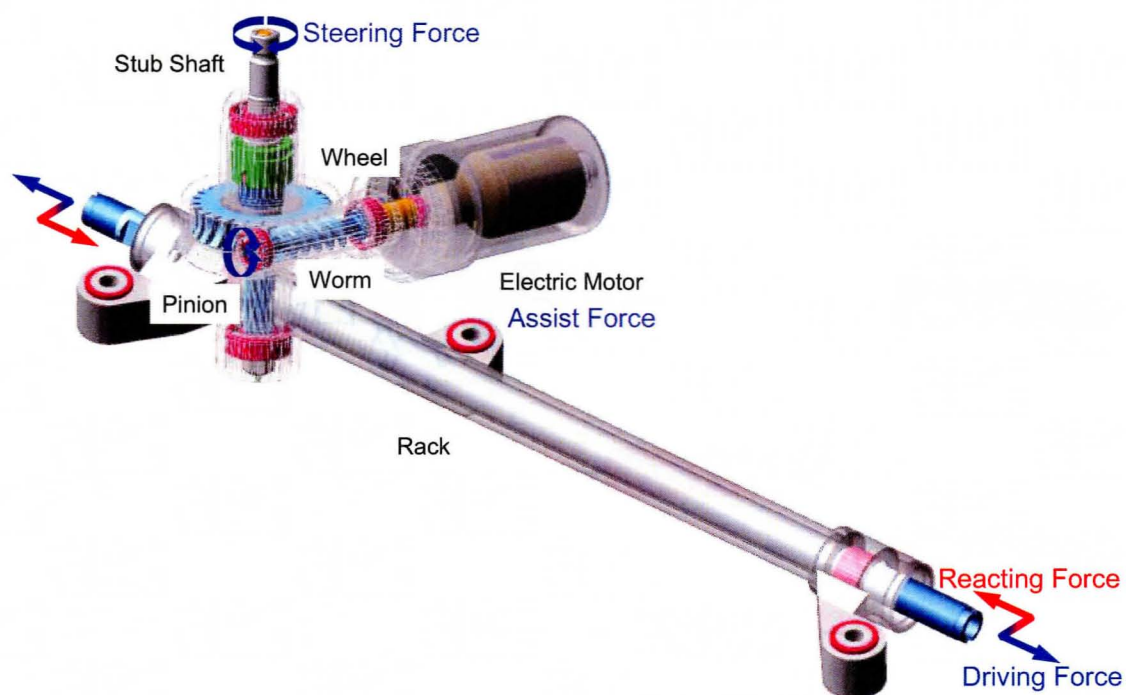


図 1.7 EPS の内部構造（ピニオンアシストタイプ）

1.2 ウォームギヤ減速機

上述したようにウォームギヤは EPS の機能要素であるが、ウォームギヤは以下のような特徴を有するために自動車機器以外にも、産業機器、OA 機器、玩具など古くより様々な分野で適用されている。最も古い応用例としては、アルキメデスの巻き上げ機 (B.C. 250) とされている。

一般にウォームギヤの特徴として、以下の点が挙げられる。

- 1 段で高減速比化が可能 (1/10～1/60)
- すべり接触による低騒音・低振動
- 伝達効率は進み角，摩擦係数に依存 (セルフロック機能の付加が可能)

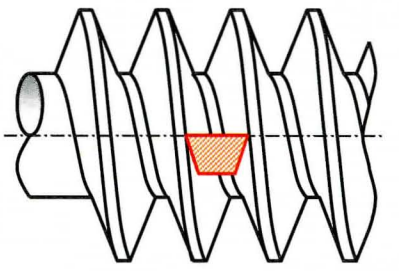
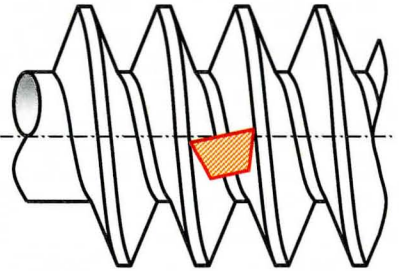
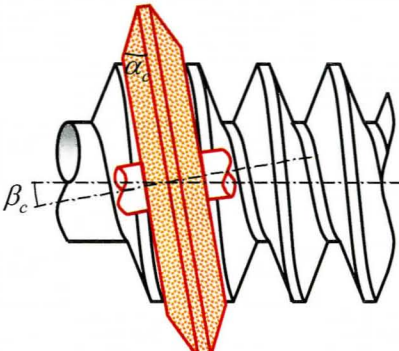
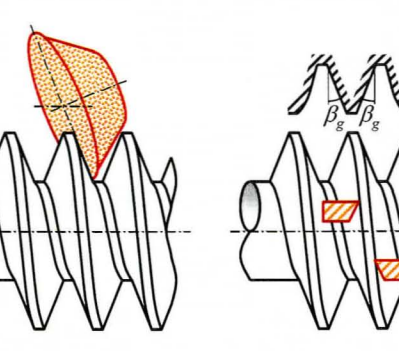
1 形 (ZA)	<ul style="list-style-type: none"> ■直線型工具を平行に取付け ■軸断面の歯面は直線 	2 形 (ZN)	<ul style="list-style-type: none"> ■直線型工具をねじれ角分傾斜 ■歯直角断面の歯面は直線
			
3 形 (ZK)	<ul style="list-style-type: none"> ■円錐型工具をねじれ角分傾斜 ■歯直角断面の歯面は曲線 	4 形 (ZI)	<ul style="list-style-type: none"> ■直線型工具を基礎円分偏心 ■歯面はインボリュート
			

図 1.8 ウォームの分類 (JIS B 1723)

また図 1.8 に示すようにウォームギヤは、ウォームの加工方法の違いによりねじ面の形状が異なり、JIS B 1723 では、1 形、2 形、3 形および 4 形の 4 つに分類される⁽³⁾。

なおこれらの分類に関しては、ドイツ工業規格 (DIN3975) でも同様の分類がなされており、その記号を括弧内に併記してある。

1.3 EPS 用ウォームギヤへの要求仕様

以上のような特徴を持ち様々な分野で活用されるウォームギヤであるが、本研究で対象としている EPS へ適用するためには、一般産業用途に比較して高次元の性能、信頼性が要求される。

さらに、EPS は自動車における重要な保安部品の一つであり、これに起因する不具合は重大な事故に結びつく危険性を内包しているとも言える。したがって、EPS の構成要素であるウォームギヤについては、例えばかみあい不良によるロック現象などは絶対に回避しなければならない。もちろん通常の使用状況での、磨耗や変形といった耐久性についても高い品質が要求される。

さらに運転者の操舵感覚についても、自動車では欠くことのできない要求品質である。このため前記したようなロック現象までには至らなくても、かみあい伝達特性によるステアリングの操作性への影響についても十分に配慮する必要がある。

そして前述したように低燃費化への対応として、伝達効率の改善も重要であることは言うまでもなく、騒音や振動のようなその他の品質特性についても同様に高い品質を求められる。

加えて、これらの品質特性を満足しつつコストの低減も同時に要求されるため、EPS 用ウォームギヤの開発・設計には基本的な歯形設計のみならず製造法

も考慮した取り組みが必要である。

しかしながら，自動車は世界のあらゆる地域で使用され，それぞれに温度や湿度などの環境条件が大きく異なる．また通常，EPS では電動モータからの補助動力はウォームに輸入されホイールへと伝達されるが，ステアリング戻し動作時には路面反力などがホイールに輸入される．すなわち EPS 用のウォームギヤは，入出力の可逆性という特殊な条件下で用いられる．こうした使用環境条件が，上述した種々の要求仕様への対応をさらに複雑にしていると言える．

1.4 ウォームギヤの歯形と歯当たり解析に関する従来の研究とその問題点

1.4.1 JIS 3 形 (ZK) ウォームに関する研究

岸らは，3 形ウォームを対象にウォームおよびホイール歯面の形状を求める精密な基礎式を導出し，さらに求められた歯面形状を用いて歯当たり状態を解析的に求める手法を導出している⁽⁴⁾．この場合，対象となるウォームギヤは，ウォーム軸とホイール軸とが相対的に直角となる一般的な構成（直交食い違い軸方式）である．しかしながら，EPS 用のウォームギヤは車両への搭載性の制約から，ウォーム軸とホイール軸とが相対的な傾きを持った構成（斜め食い違い軸方式）とする場合があり，これに対応した解析手法が必要である

一方，ホイール加工用のウォームホブの径が実際のウォームに対して大径に設定した場合について，歯当たり状態を解析的に調べた例がある^{(5)~(12)}．この場合，ウォームホブとホイールとが斜め食い違い軸の関係となるが，その歯形形状を算出するための解析手法や計算方法についての解説に乏しく，実際の設計現場で有効活用されるには至っていない．

1.4.2 JIS 3 形 (ZK) 以外のウォームに関する研究

広川らは、斜め食い違い軸ウォームギヤについて、歯形および歯当たりを理論解析し、さらには歯当たり特性と伝達効率との関係について体系的に研究している^{(13)~(16)}。しかしながら、対象とするウォームは歯形輪郭にインボリュートを基礎とする JIS 4 形である。

その他にも、同様の研究成果が散見されるが^{(17)~(19)}、いずれも本研究で対象としている 3 形以外のウォームについてである。

1.4.3 EPS 用ウォームギヤに関する研究

渡辺らは、EPS 用ウォームギヤに着目して、伝達効率やかみあい率などの性能改善を目的とした新歯形の提案を行っている^{(20)~(21)}。しかしながら、かみあい特性の解析には厳密な歯形論的な取扱いはなされていない。そのため、実際に加工された歯形精度の検証や、種々の歯形諸元への適合性に課題がある。

1.5 ウォームギヤのかみあい接触解析に関する従来の研究例とその問題点

1.5.1 金属製ウォームギヤに関する研究

Simon は、種々の円筒ウォームギヤについて負荷時のかみあい接触の解析手法について示し、接触面圧などについて論じている⁽²²⁾。しかしながら、このモデルでは歯形の変形を無視し、荷重条件はウォームとホイールとの接触点への集中荷重を同時接触線上で分配する近似的な手法を用いているため、高荷重条件での解析精度が問題となる。

また Perez らは、ウォームの条数やホイール加工用のウォームホブの取付け角をパラメータとして、かみあい時の接触面積や面圧などについて有限要素法 (FEM) により解析している⁽²³⁾。そして得られた結果により、条数および取付

け角を大きく設定した場合に接触面圧の低減や潤滑状態が改善されると予測しているが、いずれも実験との比較検証はなされておらず、推測の域を出ていない。

その他にも、須藤らによる、かみあい歯面の荷重分布解析法についての研究例^{(24)~(25)}もあるが、接触における歯のたわみ特性を実験により同定する必要があり現実的な手法ではない。

1.5.2 樹脂製ウォームギヤに関する研究

Hiltcher らは、一般的な EPS 用ウォームギヤと同様の構成である鋼製のウォームと樹脂製（ナイロン）のホイールとを組み合わせたウォームギヤを対象にして樹脂の粘弾特性に Kelvin モデルを適用し、荷重分布率などのかみあい特性と駆動トルク・速度との関係性について調べている⁽²⁶⁾。

また、Karimpour らは、平歯車を対象としているが、動的非線形 FEM による接触解析を行い既存理論との相違点を示している⁽²⁷⁾。

しかしながら、いずれも理論解析結果のみで、実験結果との比較検証はなされていない。

その他の研究として、小松らは従来の歯のたわみ式と歯元のひずみ式とを応用し樹脂歯車のたわみ解析法を提案⁽²⁸⁾しているが、たわみに影響を与えるかみあい歯面の変形を無視しているため、高荷重条件での解析精度の向上や、樹脂の粘弾特性を実験により試行錯誤的に同定している、などの課題がある。

1.6 ウォームギヤの歯形最適設計法に関する従来の研究とその問題点

Hiltcher らは、ウォームギヤの加工誤差と歯当たりとの関係を最適化すること

を目的に、ウォームホブのねじれ角、ウォーム砥石の進み角、ウォームホブとホイールとの軸間距離と歯当たり状態との関係について、各パラメータを変動させ理論解析を行っている⁽²⁹⁾。しかしながら、歯当たりとウォームギヤの性能との関係についてまでは言及しておらず、最適化の意味が曖昧である。

小林は、EPS 用のウォームギヤを対象に、製造誤差や歯のたわみ、また熱変形も考慮可能な歯当たり解析法を導出し、それによる歯形の最適化を試み試作評価により妥当性を検証している⁽³⁰⁾。しかし、最適化の評価関数がかみあい接触面積の最大化であり、製造誤差や歯形の変形などに対する影響、すなわち頑健性についての検討はなされておらず、実際の使用環境に対する考察が不足している。

Riche らは、歯面の磨耗に対するかみあい率や伝達誤差の頑健性を図るために、モンテカルロ法や Kringing 法の最適化手法を適用する有効性を示しているが⁽³¹⁾、種々の歯数や歯形に関する検討が不足しており、今後の課題としている。

また、Su らは、理論歯形と実際の歯形との偏差を評価関数とし、これを最小とするパラメータ設計が可能なかみあい式を導出している⁽³²⁾。いわゆる逆問題に対応した新しい試みであるが、歯形の計測を行う必要があり、製造現場での実用上の課題が存在する。

1.7 本研究の目的

製造メーカーは、顧客価値増大や競合他社に対する優位性の確保のために、常に製品性能および品質の向上そしてコストの低減に取り組んでいる。しかし、さらなる高品質な製品をより短期間で開発するためには、従来には無い革新的かつ実践的な設計技術が必要である。そこで、上述したようなウォームギヤに関わる従来の研究の問題点を解決するために、本研究では以下の目的を達成す

ることにより、3 形ウォームを用いた EPS 用ウォームギヤに関して未だ取り組まれていない精密な歯形論に基づいて EPS の使用環境を考慮可能な理論的最適設計法の確立を目指す。

(1) 3 形ウォームを用いた斜め食い違い軸ウォームギヤ歯形の設計法

本研究の第一の目的は、EPS の要求仕様から決定されるウォームギヤの歯形諸元から精密な歯形形状を理論的に得ること、さらに歯当たり状態についても事前に把握できることである。またこの際には、実際の製品加工を見据えてコストに影響する工具寿命などにまで配慮することが必要である。

対象とするのは一般的に高精度なウォームを得られることが知られている 3 形ウォームであり、車両への搭載性を考慮した斜め食い違い軸形式である。

すなわち、基本的な歯形諸元および加工条件を設計パラメータとする歯形および歯当たりに関する理論解析法と数値計算法とを示し、試作品を用いた歯当たり実験結果との比較により妥当性の検証を行う。

(2) 弾性を考慮した樹脂ホイールのかみあい接触解析法

本研究の第二の目的は、一般的に EPS 用ウォームギヤに用いられる樹脂製ホイール歯形の弾性変形を考慮したかみあい接触状態を理論的に把握することである。

車両には高い静粛性が求められるため、搭載される各機器、つまり EPS についても低騒音化を図る必要がある。このため EPS 用ウォームギヤは、鋼製のウォームと樹脂製のホイールとを組み合わせるのが一般的であるが、ウォームに比べて剛性の低い樹脂の弾性変形は、強度、耐久性などの観点から設計上無視することはできない。

すなわち、樹脂材料の弾性を考慮したウォームギヤのかみあい接触に関する理論解析法を示し、実験結果との比較により妥当性の検証を行う。

(3) ウォームギヤの設計パラメータと性能との相関関係の把握

本研究の第三の目的は、操舵性能や信頼性など EPS の品質特性に影響を与えるウォームギヤ性能と設計パラメータである歯形諸元および加工・組立条件との相関関係を把握することである。

本研究で目指す最適設計法とは、開発の初期段階において実際の EPS の使用環境を考慮した最適なウォームギヤの諸元を決定することであるが、理論的に解析可能な歯当たり結果とウォームギヤ性能との関係が不明確な状態では、最適な条件を決定することは不可能である。

すなわち、EPS の使用環境の一つであり品質特性への影響度の大きい湿度変化を加味した場合について、ウォームギヤ性能と設計パラメータの一つである組立許容差との相関関係について実験的に明らかにする。

(4) 使用環境を考慮した理論解析モデルの構築と最適化手法の適用

本研究の第四の目的は、歯形諸元および加工条件などのウォームギヤの設計パラメータとかみあい特性との関係について理論的に予測することである。

開発の初期段階においてウォームギヤの最適設計を行うために試作と実験とに頼ることは、時間的にもまたコスト的にも現実的ではない。

すなわち、使用環境下でのウォームギヤの設計パラメータとかみあい特性との関係を解析的に把握し、最適歯形を設計する手法について理論解析法と最適化手法との内容を示す。さらに任意に設定した基準歯形に対する最適化設計を試み、試作評価により効果の確認と最適設計法の妥当性についても示す。

1.8 本論文の構成と概要

以上で述べた EPS 用ウォームギヤの最適設計法の確立を研究目的として、本論文の各章では以下の研究成果について述べる。

第2章「3形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析」では、JISB1723に規定される3形ウォームを用いた斜め食い違い軸ウォームギヤを対象に、ウォームとホイールとの歯形および歯当たり理論解析法について示している。本解析法は、第5章で導出するウォームギヤの歯形最適設計法の基礎技術をなす。

また実際の製造現場での課題を考慮して、組み合わされる実際のウォームよりも大径のウォームホブを用いてホイールを切削した場合のかみあい条件を明らかにして、切削加工されるホイール歯形の理論解析法を導出し、試作品を用いた実験結果により理論の妥当性を検証している。

第3章「EPS用樹脂製ウォームホイールのかみあい接触解析」では、EPS用ウォームギヤの特徴である樹脂製ホイールのかみあい接触に関して、樹脂の弾性変形を考慮した解析法について述べている。

EPSに用いられるウォームギヤは騒音低減などの観点からホイールに樹脂材料を適用することが一般的である。金属材料と比較して剛性の低い樹脂材料では、特に高負荷時での変形による干渉などが操舵性能に悪影響を及ぼす恐れがある。しかしながら、第1章で導出した歯当たり理論解析法は、ウォームとホイールとは剛体として取り扱っており、また一歯かみあいでの条件で解析を行っている。そこで、最終的に最適歯形諸元を決定する際の判断手段となる樹脂材料の弾性変形を考慮したかみあい接触解析法を構築し、実験によりその妥当性を確認している。

第4章「品質工学を適用したEPS用ウォームギヤの組立許容差要因の実験的解析」では、ウォームギヤの最適設計法を構築するための前提として、ウォームギヤの設計パラメータとかみあい特性との相関関係を把握することを目的と

して、最適化手法の一つである品質工学を適用して実験的に解析した結果を述べている。

ウォームギヤの設計パラメータである組立許容差として、「軸間距離」、「ウォーム軸の傾き」、「かみあい高さ」の 3 種類を取り上げた。ウォームギヤ性能の測定には、ウォームギヤの回転駆動力に重力を利用した簡便で信頼性の高い実験装置を構築した。そして、ウォームギヤの性能に影響を及ぼす使用環境条件として樹脂ホイール歯形の膨潤を設定し、湿度変化に対する各設計パラメータの要因効果を明らかにしている。

第 5 章「使用環境を考慮した歯形諸元の最適設計法」では、第 1 章で導出した歯形および歯当たりの理論解析法を基礎として、品質工学で評価技術として用いられるタグチメソッドを適用した理論的な歯形諸元の最適設計法について述べている。

まず第 4 章で述べたウォームギヤ性能と組立許容差との要因分析について解析的に再現し、実験結果との比較により解析モデルの妥当性を確認した。ここでは、ウォームギヤのかみあい摩擦特性を入力トルクに対する出力トルクの計算結果で代用可能なことを示した。

つぎに基準となる任意の歯形を設定し、かみあい特性に支配的な因子である歯形諸元を設計パラメータとして、樹脂ホイール歯形の膨潤変形に対するウォームギヤ性能の最適化を試み、試作品による評価を実施した。歯形は、基準条件および最適条件のほかに性能の劣る参照条件の三種類を試作した。

試作評価の結果より、基準条件および参照条件と比較して最適条件での性能が向上することを確認している。このことから、本理論最適歯形設計法の有効性を確認するとともに、最適歯形設計法が構築されている。

第6章「結論」では，本論文のまとめと今後の課題とを総括して述べる．

はじめに，本論文のまとめとして，研究の目的と方法およびその成果について総括している．また，本研究における今後の展望として，構築したウォームギヤの最適設計法を核として，EPS システム全体での理論性能予測法および設計法を確立する必要性と方向性について述べている．

第2章 3形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析

2.1 緒言

第1章で詳述したように、ウォームギヤは高減速比を得ることが容易で低速運転に適していることや、かみあい時の振動・騒音が小さいなどの利点を有するため、近年では一般産業機器のみならず、自動車のEPS用変速機への適用が拡大している。EPSでは運転者によるハンドルの操舵力に応じて電動モータの出力を変速機を介して補助動力として伝達しており、ウォームギヤは重要な機能部品の一つである。EPSには、このような入出力が可逆である特殊な環境下において、高効率や高信頼性に加え、高次元な操舵性能を実現することが要求されるため、高精度なウォームギヤが必要となる。また搭載性の制約から、ウォーム軸とホイール軸とが相対的に直角となる一般的な構成（直角食い違い軸）とは異なり、ウォーム軸を傾斜させた配置（斜め食い違い軸）とする要求も強い。さらにコスト面の配慮から、実際の製品加工においては工具寿命などを考慮した設計として、ホイール切削用ウォームホブの寸法を実際のウォームに比べて大径に設定するなどの工夫も必要となる。

そこで本章では、一般的に高精度なウォームを得られることが知られている3形ウォームを対象に、EPSに用いることを目的とした高性能な斜め食い違い軸ウォームギヤの実用的な精密設計製作法を示す。またここで導出する歯形設計法を基礎として、第5章では歯形の理論最適設計法を構築する。

まず理論展開の手順として、軸断面に直線母線を有する円錐形の回転工具（砥石面）で研削加工される3形ウォームと、ウォームと同寸法のウォームホブの取付け角を傾斜させて加工した場合のホイールの歯面形状とを求める理論解析法を示す。つぎに、大径のウォームホブを用い、ウォームの取付け角とホブのそれとが異なる場合について、ウォームとホイールとがかみあう条件式を明らかにし、ホブの設計諸元を決定す

る理論解析法を示すとともに、ウォームとホイールとの歯当たり解析法についても示す。最後に、試作ウォームギヤの歯形形状測定結果および歯当たり試験の結果などにより、本理論の妥当性を検証する。

2.2 3形ウォームの基礎式

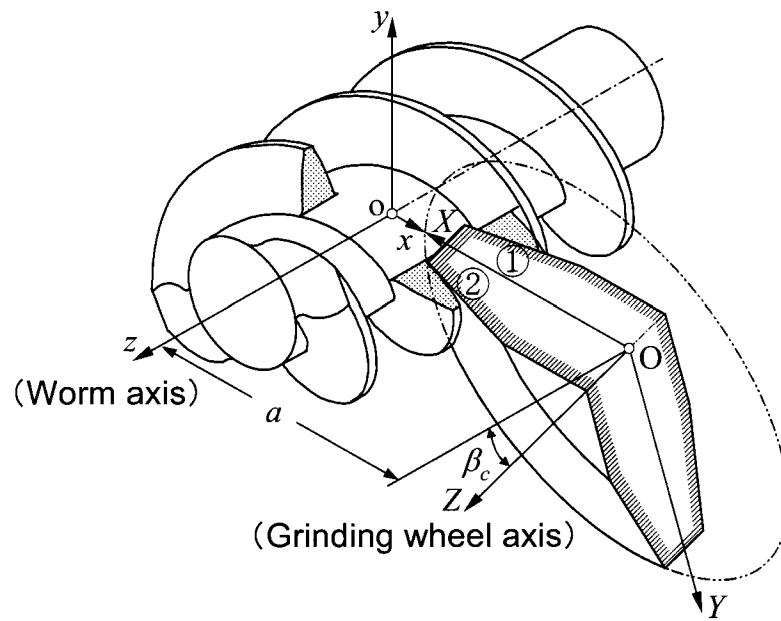
いま図 2.1 (a) に示すように、 z 軸をウォーム軸とし、 x 軸がウォームねじみぞの中央を通る座標系 $o-xyz$ を考え、ウォームの座標系とする。

つぎに、 x 軸上で $x=a$ なる点を原点とし、 x 軸と方向が逆な X 軸を持ち、 Z 軸（工具軸）が z 軸に対してウォームのピッチ円における進み角 β_c だけ傾いた、工具の座標系 $O-XYZ$ を考える。この座標系 $O-XYZ$ において、図 2.1 (b) に示すように軸断面で直線母線を有する円錐形の回転工具面（砥石面）を次式で表す。ただし、 X 軸に対して負側の工具面を面①、正側の工具面を面②とし、複号は面①②の順とする。

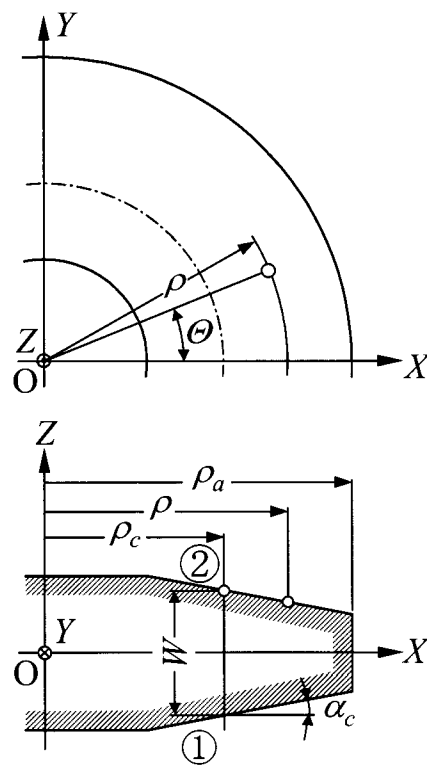
$$\left. \begin{aligned} X &= \rho \cos \Theta \\ Y &= \rho \sin \Theta \\ Z &= \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

ここで、 α_c は工具の圧力角、 ρ_c は工具のピッチ円半径、 ρ は工具の任意半径、 W は工具のピッチ円における刃幅、 Θ は工具面上の任意点を表す XZ 平面からの偏角を示す。

この工具面をウォーム軸周りに回転角 λ 、リード l ($=nP=2\pi r_c \tan \beta_c$) で右ねじ運動させると 3 形ウォームの歯面（ねじ面）が包絡され、次式で表される。これは 3 形ウォームホブの基礎ねじ面でもある。ただし、 n はウォームねじの条数、 P はウォームのピッチ、 r_c はウォームのピッチ円半径を表す。



(a) ウォーム座標



(b) ウォーム座標

図 2.1 ウォームおよびウォーム砥石工具の座標系

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c \\ &\quad + (\lambda + \theta) r_c \tan \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

ここで、 r はウォームの任意半径、 θ はウォーム歯面を表すための xz 平面からの偏角を表す。これらの変数の関係式としてそれぞれ次式がなり立つ。

$$\begin{aligned} r = r(\rho, \Theta) &= \left\{ (a - \rho \cos \Theta)^2 + [\rho \sin \Theta \cos \beta_c \right. \\ &\quad \left. \mp \{(W/2) - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c\} \sin \beta_c]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \rho = \rho(\Theta) &= \left(\frac{W}{2} \cot \alpha_c + \rho_c \right) \sin^2 \alpha_c + (a - r_c) \cos^2 \alpha_c \\ &\quad \times \sec \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \sin \alpha_c \cos \alpha_c \tan \Theta \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \lambda = \lambda(\rho, \Theta) &= \tan^{-1} \left\{ [\rho \sin \Theta \cos \beta_c \mp \{(W/2) - (\rho - \rho_c) \right. \\ &\quad \left. \times \tan \alpha\} \sin \beta_c] / (a - \rho \cos \Theta) \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\tan \beta_c = \frac{l}{2\pi r_c} = \frac{nP}{2\pi r_c} \quad (2.6)$$

また、ウォームの軸断面輪郭上の任意半径 r における圧力角 α は、次式で表される。[†]

[†] 具体的導出過程は、付録 1 を参照。

$$\begin{aligned}
\mp \tan \alpha = & \left[r \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c \right. \\
& + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} \{ (\sin \Theta \sin \beta_c \mp \tan \alpha_c \\
& \times \cos \beta_c) A - r_c \tan \beta_c (\tan \lambda \cos \Theta + \sin \Theta \\
& \times \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \cos^2 \lambda \} + r \rho \{ A \cos \Theta \\
& \times \sin \beta_c + r_c \tan \beta_c \cos \Theta \cos^2 \lambda (\tan \lambda \tan \Theta \\
& - \cos \beta_c) \} \} / \{ \{ A \cos \Theta - B (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \\
& \times \sin \beta_c) \} \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c \\
& + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} - A \rho \sin \Theta - B \rho \cos \Theta \cos \beta_c \} \cdot A)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} A &= (a - \rho \cos \Theta) \\ B &= \rho \sin \Theta \cos \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \sin \beta_c \end{aligned} \right\} \tag{2.8}$$

以上の各理論式を用いて、3形ウォームの各諸元は次に示す計算手順(I)によって求めることができる。

[計算手順(I)]

- ① 諸元 ($r_c, l, n, \beta_c, \rho_c, \alpha_c, W$) を与える。
- ② 任意の r を設定する。
- ③ Θ の初期値を設定する。
- ④ 式(2.4)により ρ を求める。
- ⑤ 式(2.3)により r' を求める。
- ⑥ ③以降の手順を二分法などにより繰返し計算し、 $r = r'$ (例えば、 $|r - r'| \leq 10^{-6} \text{ mm}$) となるように収束させる。

- ⑦ 式(2.5)より λ を求める.
- ⑧ 式(2.2)より設定した r に対するウォーム軸断面輪郭上 ($y = 0, \theta = 0$) の一点の座標 (x, z) を求める.
- ⑨ 式(2.8)より A, B を求める.
- ⑩ 式(2.7)より α を求める.
- ⑪ r の設定を変更し ③以降の手順により同様の計算を行い, ウォームの軸断面輪郭を求める.

この場合, 初期諸元として与える工具のピッチ円における刃幅 W の値は, 創成される 3 形ウォームの軸断面ピッチ線上におけるみぞ幅の要求値に合わせて, 上述の各関係式を用いて数値計算により求められる.

2.3 ホブ取付け角を傾斜させて加工した場合のホイール歯面の基礎式

いま式(2.2)で表される 3 形ウォームの歯面をホブの基礎ねじ面と考え, この歯面上に切れ刃を有する 3 形ウォームホブを考える. 次にホブ盤などを用いて, 図 2.2 に示すようにホブ軸を水平面から角度 Γ 傾けて取付けて切削されるホイールの歯面を表す式を導く. そこで図 2.2 に示すように, ホブに固着されて回転する座標系 $o-xyz$ とホブ側の静止座標系 $o-x_0y_0z_0$ を設定し, さらに x_0 軸上の $x_0 = c (= r_c + R_c)$ を原点とし x_0 軸と方向が逆な ξ_0 軸を持ち η_0 軸が z_0 軸と角 Γ をなすホイール側の静止座標系 $O-\xi_0\eta_0\zeta_0$, およびホイールに固着されて回転する座標系 $O-\xi\eta\zeta$ を考える.

ここで, R_c はホイールのピッチ円半径を表す. また, ホブの取付け角 Γ とホブ基礎ねじピッチ円半径 r_c における進み角 β_c および切削されるホイールのピッチ円半径 R_c におけるねじれ角 γ_c との関係は, いずれも右ねじれと想定し $\Gamma = \gamma_c - \beta_c$ とする.

さて、ウォームホブによるホイールの仕上げ切削（ウォームとホイールとの
かみあいの場合と同じ状態）においては、式(2.2)で表されるホブ基礎ねじ面を正
方向に角度 ψ だけ回転させると、ウォームホブ自身は z 軸方向には移動しない
ことから、これを座標系 $o-x_0y_0z_0$ で表すと次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= r \cos(\theta + \psi) \\ y_0 &= r \sin(\theta + \psi) \\ z_0 &= -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c \\ &\quad + (\lambda + \theta) r_c \tan \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

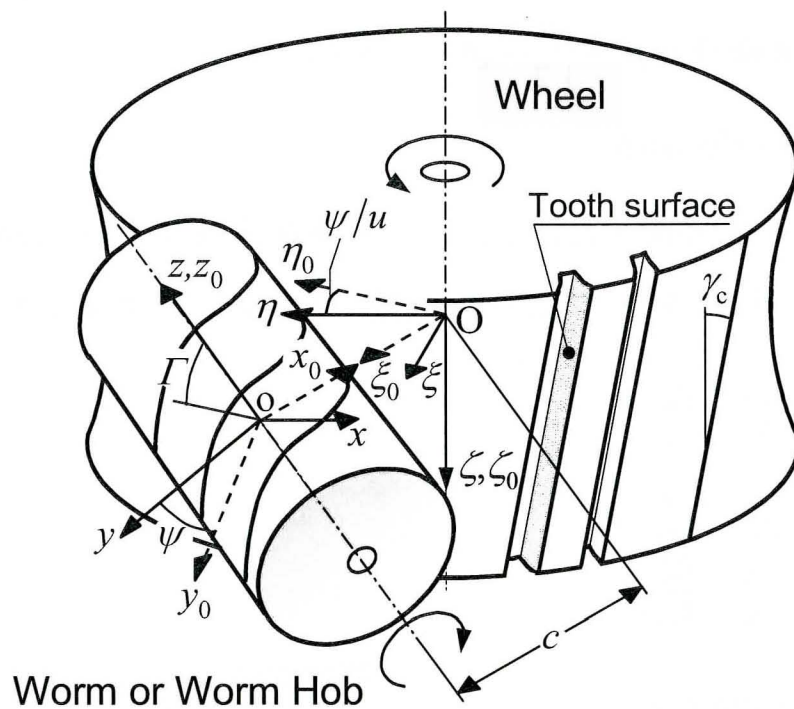


図 2.2 取付け角が傾斜したホブとホイールとの座標系

このとき，正常な歯切り加工がなり立つためには，ホイールは図 2.2 に示すように負方向に ψ/u だけ回転する．ここで u はホイールの歯数 Z とホブ基礎ねじの条数 n との歯数比 ($u=Z/n$) である．そこで，式(2.9)で表されるホブ基礎ねじ面をホイール側の静止座標系 $O-\xi_0\eta_0\zeta_0$ で表し，さらにホイールに固着されて回転する座標系 $O-\xi\eta\zeta$ で表すと，次式で表されるねじ面群を得る．

$$\left. \begin{aligned} \xi &= C \cos \frac{\psi}{u} - \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \sin \frac{\psi}{u} \\ \eta &= C \sin \frac{\psi}{u} - \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \cos \frac{\psi}{u} \\ \zeta &= r \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma - D \sin \Gamma \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

ここで，

$$\left. \begin{aligned} C &= c - r \cos(\theta + \psi) = r_c + R_c - r \cos(\theta + \psi) \\ D &= -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c \\ &\quad + (\lambda + \theta) r_c \tan \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

このねじ面群の包絡面としてホイールの歯面が創成される．包絡面の条件式は式(2.10)に対して次のヤコビアンを計算して求めることができる．

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial r} & \frac{\partial \eta}{\partial r} & \frac{\partial \zeta}{\partial r} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \theta} & \frac{\partial \eta}{\partial \theta} & \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \psi} & \frac{\partial \eta}{\partial \psi} & \frac{\partial \zeta}{\partial \psi} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

これより次式を得る．^{††}

^{††} 具体的導出過程は，付録 2 を参照．

$$\begin{aligned}
& r\{r_c - r \cos(\theta + \psi)\} + c \cdot r \tan \beta_c \tan \Gamma \\
& + \{D - c \cot(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \\
& \pm \{D + c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) = 0
\end{aligned} \tag{2.13}$$

ここで、 $\theta + \psi = \gamma$ とおくと、式(2.10)(2.11)は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned}
\xi &= C \cos \frac{\psi}{u} - \{r \sin \gamma \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \sin \frac{\psi}{u} \\
\eta &= C \sin \frac{\psi}{u} - \{r \sin \gamma \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \cos \frac{\psi}{u} \\
\zeta &= r \sin \gamma \cos \Gamma - D \sin \Gamma
\end{aligned} \right\} \tag{2.14}$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned}
C &= c - r \cos \gamma \\
D &= -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c \\
&\quad + (\lambda + \gamma - \psi) r_c \tan \beta_c
\end{aligned} \right\} \tag{2.15}$$

また、式(2.13)(2.15)より次式を得る。

$$\begin{aligned}
\psi &= \frac{1}{r_c \tan \beta_c} \left[E + F \tan \Gamma - \rho \sin \Theta \sin \beta_c \right. \\
&\quad \left. \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c \right] + (\lambda + \gamma)
\end{aligned} \tag{2.16}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
E &= \frac{r(r_c - r \cos \gamma)}{r_c \tan \beta_c \sin \gamma \pm r \tan \alpha \cos \gamma} \\
F &= \frac{c\{(r - r_c \cos \gamma) \tan \beta_c \pm r \tan \alpha \sin \gamma\}}{r_c \tan \beta_c \sin \gamma \pm r \tan \alpha \cos \gamma}
\end{aligned} \right\} \tag{2.17}$$

また、式(2.13)(2.15)より次式を得る.

$$r = \frac{G + \sqrt{G^2 + 4H}}{2} = r(\rho, \Theta, \lambda, \psi, \gamma) \quad (2.18)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} G &= r_c \sec \gamma \pm D \tan \alpha + c(\tan \beta_c \sec \gamma \pm \tan \alpha \tan \gamma) \tan \Gamma \\ H &= (D \tan \gamma - c \tan \Gamma) r_c \tan \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

これらの式は、ウォームの歯面とホイールの歯面との同時接触線を定めるための条件式でもある.

そこで、包絡されたホイール歯面上の任意点の半径を R で表し、 $\xi\eta$ 平面からの偏角を τ で表すと、ホイール歯面は式(2.10)を用いて次式で表すことができる.

$$\left. \begin{aligned} \xi &= R \cos \tau \\ \eta &= R \sin \tau \\ \zeta &= r \sin \gamma \cos \Gamma - D \sin \Gamma \\ &= r \sin \gamma \cos \Gamma + (E + F \tan \Gamma) \sin \Gamma \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

ここで,

$$\begin{aligned} R^2 &= \xi^2 + \eta^2 \\ &= C^2 + (D \cos \Gamma + r \sin \gamma \sin \Gamma)^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \tan \tau &= \frac{\eta}{\xi} \\ &= \frac{C \sin \frac{\psi}{u} + (D \cos \Gamma + r \sin \gamma \sin \Gamma) \cos \frac{\psi}{u}}{C \cos \frac{\psi}{u} - (D \cos \Gamma + r \sin \gamma \sin \Gamma) \sin \frac{\psi}{u}} \end{aligned} \quad (2.22)$$

以上の各理論式を用いて、任意の ζ 平面におけるホイールの軸直角断面輪郭は次に示す計算手順(Ⅱ)によって求めることができる。

[計算手順(Ⅱ)]

- ① 諸元 ($r_c, P, n, \beta_c, \rho_c, \alpha_c, W, c, u$) を与える。
- ② 軸直角断面輪郭を求める任意平面 ζ を設定する。
- ③ ホイール歯面の任意の R を設定する。
- ④ r の初期値を設定する。
- ⑤ 計算手順 (Ⅰ)より $\theta, \rho, \lambda, \alpha$ を求める。
- ⑥ γ の値を変数として式(2.20)により ζ' を求め、 $\zeta = \zeta'$ (例えば、 $|\zeta - \zeta'| \leq 10^{-6} \text{ mm}$)となるように、二分法などの繰返し計算により収束させ γ を定める。
- ⑦ 式(2.16)により ψ を求める。
- ⑧ 式(2.15)により C, D を求める。
- ⑨ 式(2.21)により R' を求める。
- ⑩ ④以降の手順を二分法などにより繰返し計算し、 $R = R'$ (例えば、 $|R - R'| \leq 10^{-6} \text{ mm}$)となるように収束させる。
- ⑪ 式(2.22)により τ を求める。
- ⑫ 式(2.20)により ξ, η を求める。
- ⑬ R の設定を変更して④以降の手順を繰り返して、 ζ 平面におけるホイールの軸直角断面輪郭を得る。

2.4 ウォーム歯面とホイール歯面の歯当たり解析法

一般にウォームギヤでは、ホイールを切削したホブの基礎ねじ面と同じ諸元

のウォームを用意しホイールと組み合わせる。この場合、理論通りに誤差なく製作し組立てられたウォームとホイールとの歯面は一本の 3 次元的曲線（同時接触線）で接触する。この同時接触線はウォームの回転につれて形状を変化させつつ両歯面上を移動することとなり、その軌跡はウォームとホイールとが全面歯当たりをなしたような形状となる。

一方、本研究で対象としているウォームギヤは、使用空間の制約などから斜め食い違い軸であるとともに、ウォームを比較的小径に設定する。このため、ウォームと同じ諸元のホブを用いてホイールを切削する場合、切削速度の不足、ホブの強度や寿命の不足など種々の不具合が生じる。そこで現実には用いられるホブは、これらの不具合を補うためにウォームに比べて大径であり、またホブの製作誤差の影響を抑えるため条数を少なく設定することが多い。したがって、用意されるホブの基礎ねじ面の進み角はウォーム歯面のそれよりも小さな値となり、ホイール切削時のホブ取付け角はウォームの取付け角とは異なることになる。そこで、このように実際に加工されたホイールがウォームとかみあうための条件を考察する。

表 2.1 に、ウォームの研削用砥石およびウォーム、ホイールについての諸元と記号を示す。そしてここからは、ウォームに関する諸元には添字 w を、ホブに関する諸元には添字 h を付して識別する。したがってホイールに関しても、ウォーム歯面と理論的に正しくかみ合う（現実には存在しない）仮想のホイールの諸元に添字 w を、またホブにより実際に切削される加工ホイールの諸元には添字 h を付する。

いま図 2.3 に示すように、ホブ基礎ねじ面の軸断面輪郭を進み角の方向（ホイールのねじれ角 γ_c の方向）に投影したはずラックを考え、これをホイールの歯幅方向中央断面で切断して得られるラック輪郭のピッチ線における圧力角と

表 2.1 ウォームギヤ諸元と記号

	Parameter	Worm	Hob
Grind- ing Wheel	Pitch circle radius	ρ_{cw}	ρ_{ch}
	Pressure angle	α_{cw}	α_{ch}
	Cutter width	W_w	W_h
Worm	Pitch circle radius	r_{cw}	r_{ch}
	Pitch	P_w	P_h
	Number of thread	n_w	n_h
	Lead	l_w	l_h
	Lead angle	β_{cw}	β_{ch}
	Pressure angle	α_{aw}	α_{ah}
	Inclining angle	$\Gamma_w (= \gamma_c - \beta_{cw})$	$\Gamma_h (= \gamma_c - \beta_{ch})$
Wheel	Pitch circle radius	R_c	R_c
	Circular pitch	P_c	P_c
	Number of teeth	Z	Z
	Lead angle	γ_c	γ_c
	Pressure angle	α_0	α_0
	Center distance	$c_w (= r_{cw} + R_c)$	$c_h (= r_{ch} + R_c)$

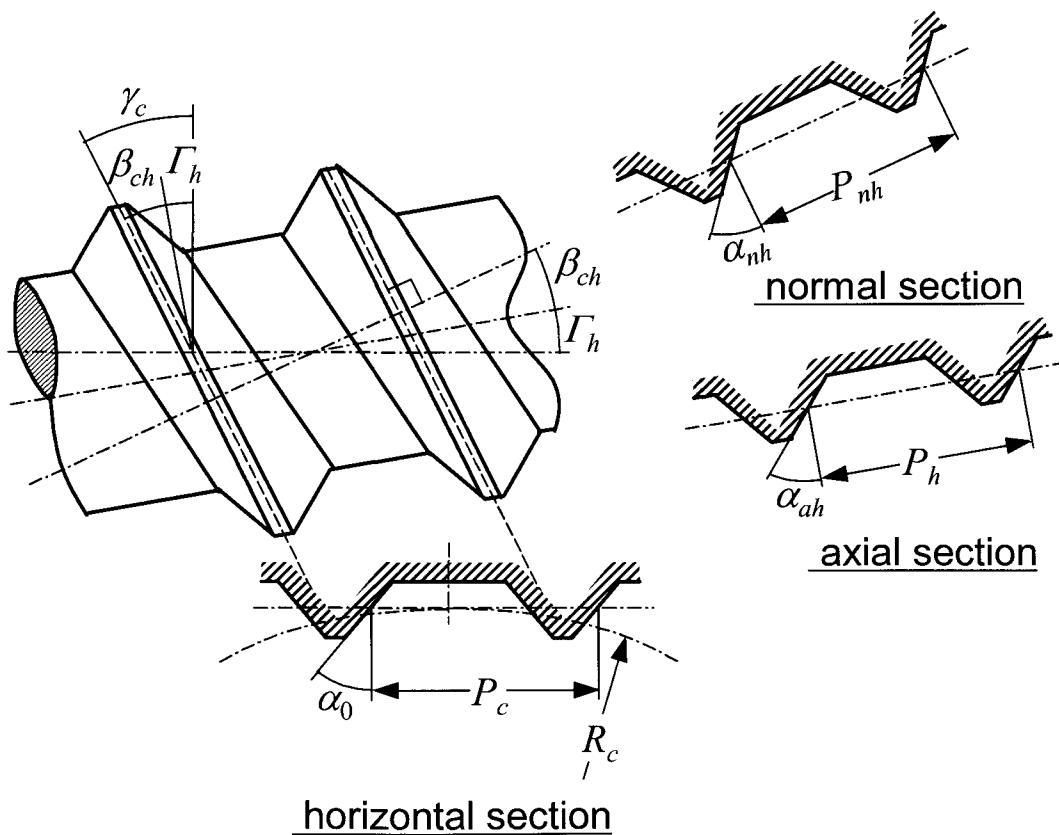


図 2.3 ホイールとホブラックの断面図

ピッチとが，加工ホイールの中央断面輪郭のピッチ円における圧力角 α_0 と円ピッチ P_c とに一致すると仮定する．この場合，同様の関係がウォームと仮想ホイールの歯面との間でも成立していれば，仮想ホイールの中央断面輪郭のピッチ円における圧力角と円ピッチは，加工ホイールのそれらと一致することになる．

そこで圧力角の関係式として，それぞれ次式を得る．

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tan \alpha_{ah} \cos \beta_{ch}}{\cos(\beta_{ch} + \Gamma_h)} &= \frac{\tan \alpha_{ah} \cos \beta_{ch}}{\cos \gamma_c} = \tan \alpha_0 \\ \frac{\tan \alpha_{aw} \cos \beta_{cw}}{\cos(\beta_{cw} + \Gamma_w)} &= \frac{\tan \alpha_{aw} \cos \beta_{cw}}{\cos \gamma_c} = \tan \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

これより次式を得る．

$$\tan \alpha_{ah} \cos \beta_{ch} = \tan \alpha_{aw} \cos \beta_{cw} \quad (2.24)$$

同様に，ピッチの関係式としてそれぞれ次式を得る．

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_h \cos \beta_{ch}}{\cos(\beta_{ch} + \Gamma_h)} &= \frac{P_h \cos \beta_{ch}}{\cos \gamma_c} = P_c \\ \frac{P_w \cos \beta_{cw}}{\cos(\beta_{cw} + \Gamma_w)} &= \frac{P_w \cos \beta_{cw}}{\cos \gamma_c} = P_c \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

これより次式を得る．

$$P_h \cos \beta_{ch} = P_w \cos \beta_{cw} \quad (2.26)$$

また，ウォームおよびホブの条数とピッチの関係は， $n_w P_w = 2\pi r_{cw} \tan \beta_{cw}$ ，
 $n_h P_h = 2\pi r_{ch} \tan \beta_{ch}$ であり次式を得る．

$$\sin \beta_{ch} = \frac{r_{cw} n_h}{r_{ch} n_w} \sin \beta_{cw} \quad (2.27)$$

これらの理論式を用いて、ウォームとホイールの諸元が与えられた場合にホブの諸元は次の手順によって計算することができる。

[計算手順(Ⅲ)]

- ① 諸元 ($r_{cw}, P_w, n_w, \beta_{cw}, \rho_{cw}, \alpha_{cw}, W_w, Z, R_c, P_c, \gamma_c$) を与える。
- ② 計算手順(I)より r_{cw} における α_{aw} を求める。
- ③ ホブ諸元 r_{ch}, n_h を与える。
- ④ 式(2.24)(2.26)(2.27)より $\beta_{ch}, P_h, \alpha_{ah}$ を求める。
- ⑤ 切削工具のピッチ円半径 ρ_{ch}, W_h を与える。
- ⑥ α_{ah} の初期値を設定する。
- ⑦ 計算手順(I)より $r=r_{ch}$ における α_{ah}' を求める。
- ⑧ ⑥以降の手順を二分法などにより繰返し計算し, $\alpha_{ah} = \alpha_{ah}'$ (例えば, $|\alpha_{ah} - \alpha_{ah}'| \leq 10^{-6} \text{ rad}$) となるように収束させる。

つぎに、このようにして諸元が定められたホブを用いて切削される加工ホイール歯面とウォーム歯面との歯当たりを考える。前述のように、ウォームの歯面と仮想ホイールの歯面とは一本の同時接触線で接触するので、この線に沿って加工ホイールとの歯面輪郭を比較し、両者の隙間量を求めることにより歯当たりの状態を把握することができる。ホイールの座標系 $O-\xi\eta\zeta$ で、仮想ホイールと加工ホイールの歯面および同時接触線との関係の概念を図 2.4 に示す。両ホイールを軸中心に回転させると、互いに歯面中央平面付近で接触し、そこから歯幅方向に向かって隙間 δ が生じる。

これをホイール軸方向から見ると図 2.5 に示す関係となる。仮想ホイールと加工ホイールとの歯面同士が中央平面 ($\zeta = 0$) 付近の半径 R_{w0} で接触 (隙間零) するとき、 ζ 平面内の半径 R_w での円周方向隙間 δ は次式により求められる。

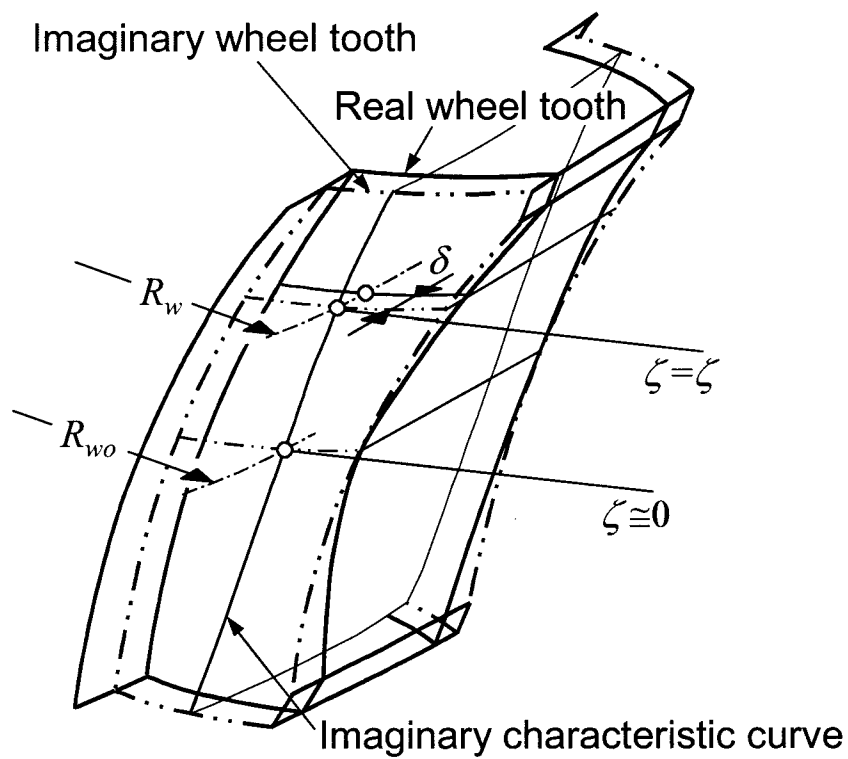


図 2.4 仮想ホイールと加工ホイールとの関係

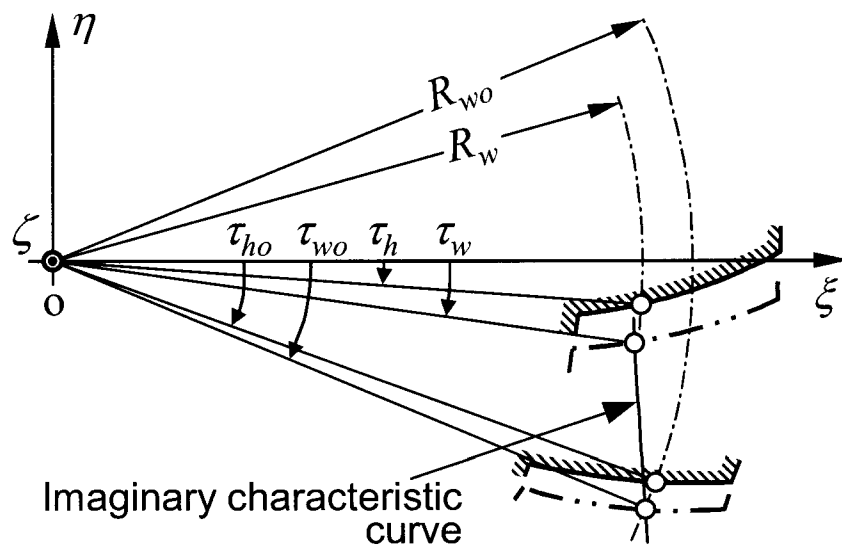


図 2.5 同時接触線上における仮想ホイールと加工ホイールとの関係

ただし、 τ_{w0} 、 τ_{h0} は仮想および加工ホイールの半径 R_{w0} における偏角を表し、同様に τ_w 、 τ_h は半径 R_w における偏角を示す。

$$\delta = R_w \{(\tau_h - \tau_{h0}) - (\tau_w - \tau_{w0})\} \quad (2.28)$$

2.5 ホブ諸元の決定と歯当たり解析

上述した解析理論により、ウォームギヤとホブとの設計を行った。この場合、車両への搭載の都合によりウォームの条数 ($n_w=2$) とホイールの歯数および大きさを定め、両者の取付け角を $\Gamma_w = -21 \text{ deg.}$ と固定した。そこで、ウォームを研削する砥石の圧力角を $\alpha_{cw} = 12 \sim 20 \text{ deg.}$ の間で種々の値に変化させ、さらにホブの外径をウォームよりかなり大きな値となる $\phi 50, 60, 100 \text{ mm}$ と設定し（したがってホブの歯数 $n_h=1$ と設定）、これらの種々の組み合わせについて上述の計算手順により各諸元を定め、さらに歯当たり解析を行った。

これらの結果から、図 2.6 に示すようにホイールの歯幅中央付近で良好な歯当たりを得ることが期待できる諸元を設計値と定め、結果を表 2.2 に示す。また、同じホブを用いて直角食い違い軸 ($\Gamma_w=0 \text{ deg.}$) に設定した場合についても表 2.2 に示してあり、この場合の歯当たりの様子を図 2.7 に示す。

図 2.6、図 2.7 とともに同時接触線上における等隙間量 ($20, 30, 40 \mu\text{m}$) の分布を示している。また、ハッチングされた領域は $0 \sim 20 \mu\text{m}$ の等隙間量の範囲を示しており、現実のウォームとホイールとのかみあいにおいて歯面の弾性変形量などが $20 \mu\text{m}$ 程度であった場合、その歯当たり状況は図示の範囲と同様な傾向となることを意味する。

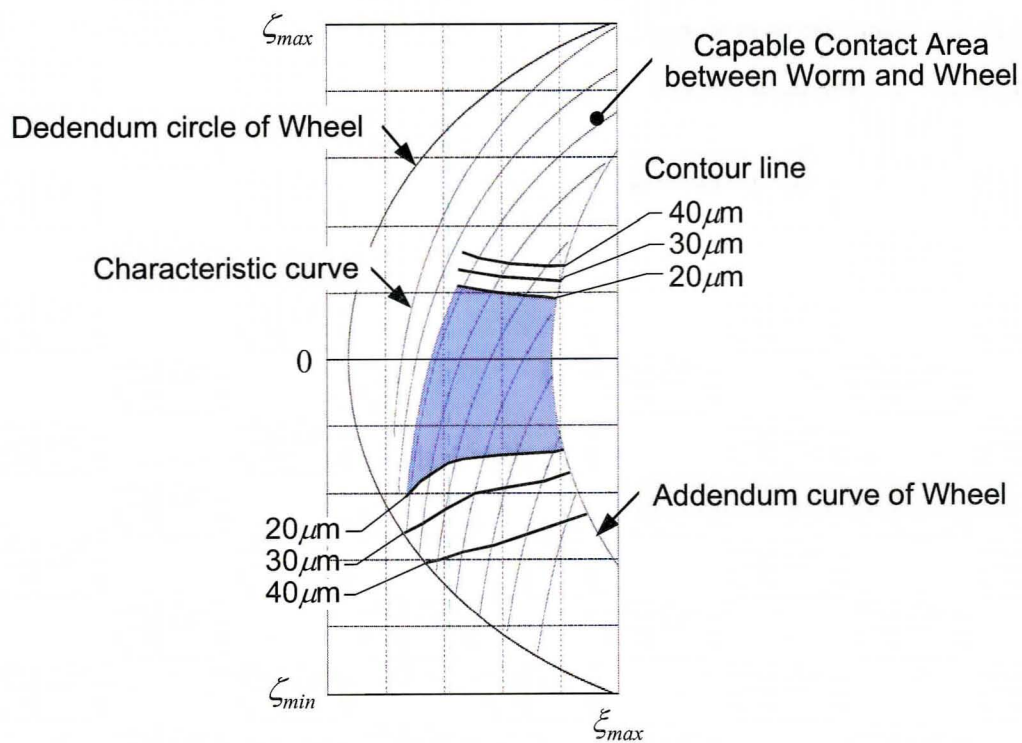


図 2.6 歯当たり解析結果 ($\Gamma_w = -21^\circ$ deg.)

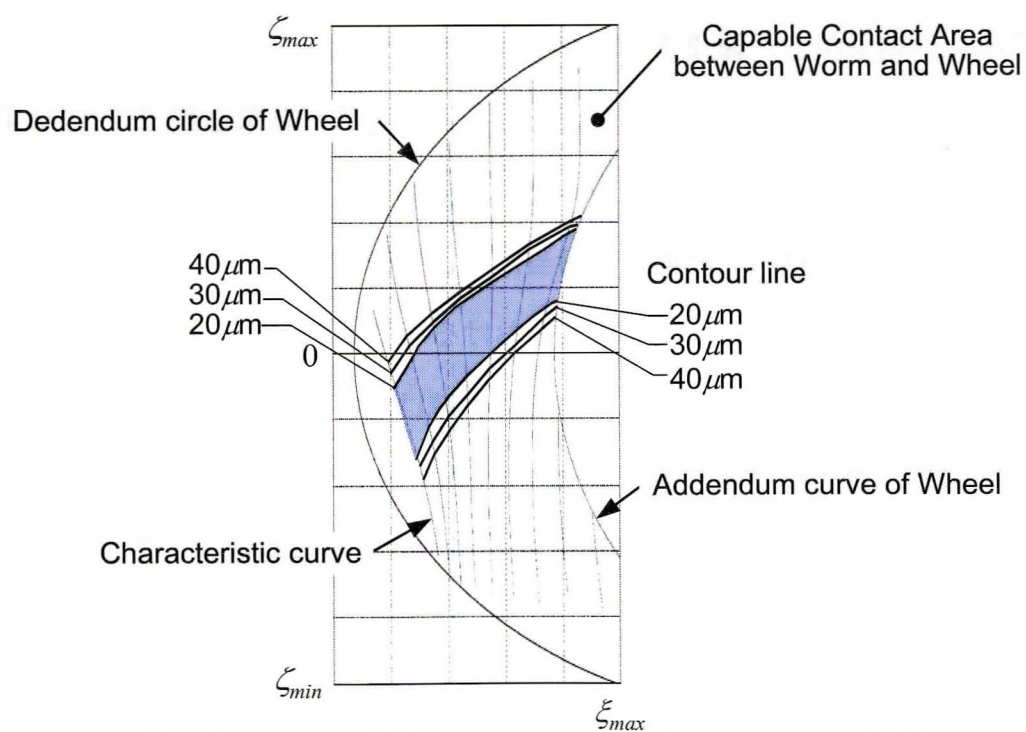


図 2.7 歯当たり解析結果 ($\Gamma_w = 0^\circ$ deg.)

表 2.2 試作ウォームギヤの諸元

	Items	Unit	Data	
			Inclined	Orthogonal
Grinding Wheel	Pitch circle radius	mm	174.600	←
	Pressure angle	deg.	15 .000	←
	Cutter width	mm	6.686	←
Worm	Pitch circle diameter	mm	17.000	←
	Pressure angle	deg.	15.765	←
	Number of thread	—	2	←
	Lead angle	deg.	19.948	←
	Inclining angle	deg.	-21.000	0.000
	Material	—	S45C	
Wheel	Pitch circle diameter	mm	98.616	95.638
	Number of teeth	—	34	31
	Pressure angle	deg.	14.842	15.748
	Helix angle	deg.	-1.052	19.948
	Material	—	S25C + MC901	
Hob	Pitch circle diameter	mm	54.360	←
	Pitch	mm	9.123	←
	Pressure angle	deg.	14.883	←
	Number of thread	—	1	←
	Lead angle	deg.	3.058	←
	Inclining angle	deg.	-4.110	16.890

2.6 ホブおよび、ウォーム、ホイールの試作

表 2.2 に示す設計諸元のホブおよびウォームを試作し，このホブを用いてホイールを切削し，さらにそれぞれの歯形（刃形）の測定を行い理論値との比較を行った．

図 2.8 はホブの軸断面刃形を [KLINGELNBERG 製，P-65 型] により測定し，理論値との誤差を求めた結果を示す．図 2.8 より，刃形誤差は左右刃形とも±3 μm 以下と読み取れ，実際の生産加工のためには満足な精度のホブが得られていることが分かる．

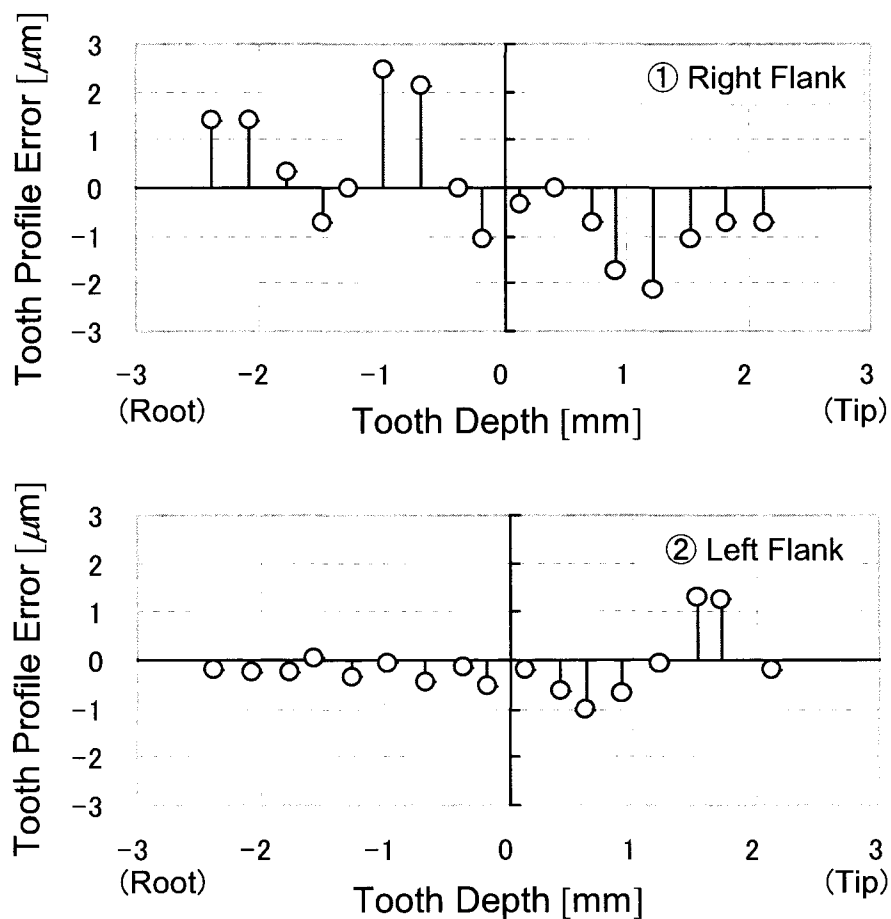


図 2.8 試作ホブの刃形状誤差

つぎに、ウォームの軸断面輪郭とホイールの歯幅中央平面における軸直角断面輪郭とを、形状測定機〔株ミットヨ製，SV-C3000 型〕により精密測定した。図 2.9 (a) にウォームの場合を，同 (b) に ①右切れ刃で切削されたホイール歯形の場合について，それぞれ理論値との比較を示す。図中において実線で示す理論値に対する実測値のプロットは，各測定点における誤差量を歯形法線方向に 20 倍の尺度で拡大表示してある。

ウォームおよびホイールとも切削歯形の形状誤差は $\pm 7\mu\text{m}$ 以下と読み取れ，加工誤差などを考慮した場合，理論形状と良好な一致が得られていると考えられる。

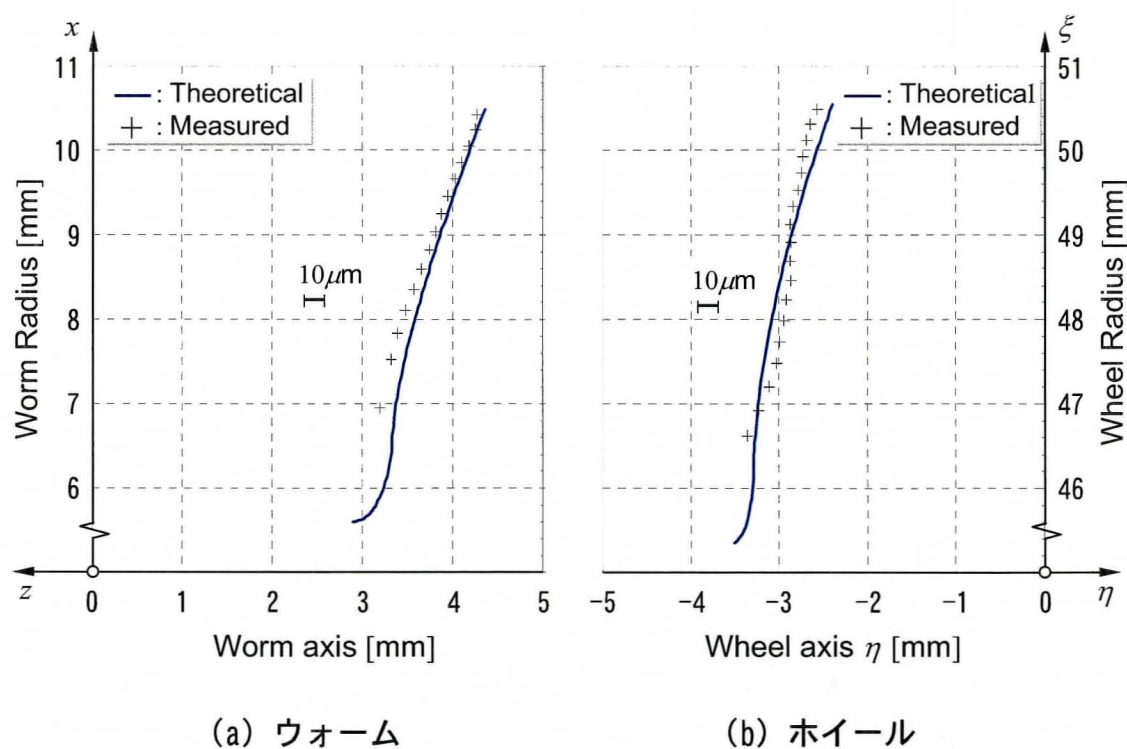


図 2.9 歯形状誤差

2.7 歯当たり試験による理論解析の検証

導いた解析理論の妥当性を検証するため，試作したウォームおよびホイールを用いて，両者の歯当たり試験を行った．試験では図 2.10 に示す歯当たり試験機〔株東京テクニカル製，TF-40 型〕を用いた．ウォーム歯面上には約 $20\mu\text{m}$ 程度の厚さにペーストを塗布し，そのペーストをホイール歯面上に転写することにより歯当たり状態を確認した．

ホイール歯面上の歯当たり結果を，図 2.11 (a) に斜め食い違い軸 $\Gamma_w = -21\text{ deg.}$ の場合を，同図 (b) に直角食い違い軸 $\Gamma_w = 0\text{ deg.}$ の場合を示す．図 2.6，図 2.7 と図 2.11 との比較により，斜め食い違い軸の場合および直角食い違い軸の場合とも歯当たりの状況は数値解析結果と良く一致していることが見て取れ，本研究における解析理論と数値解析法の妥当性が示された．

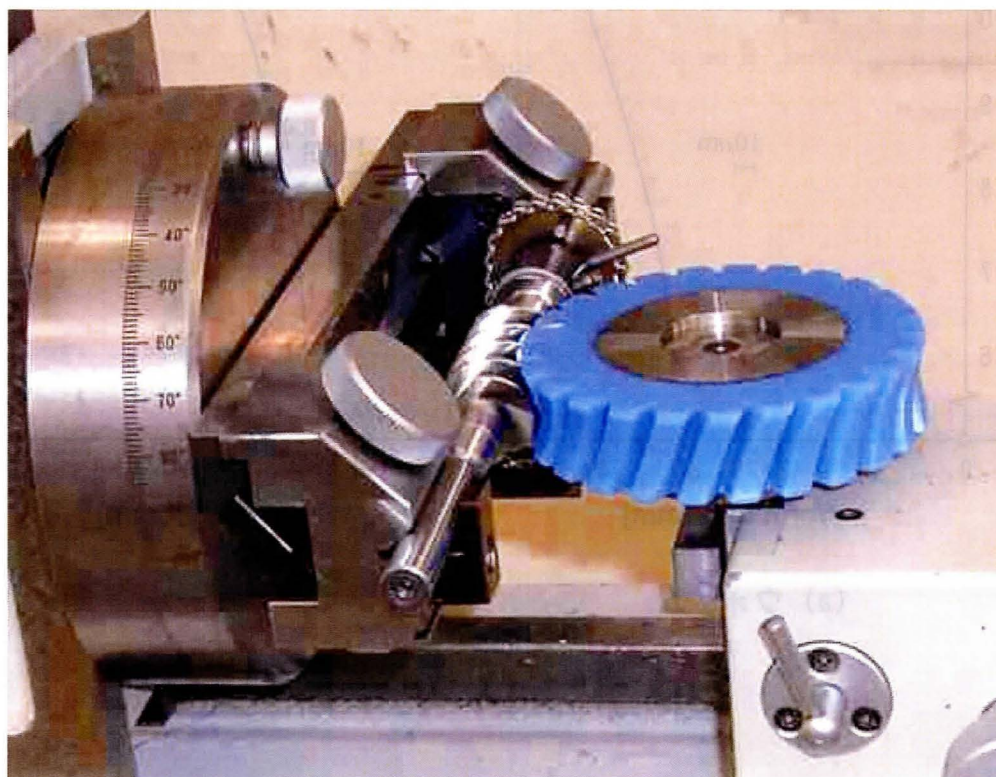


図 2.10 歯当たり試験機

2.8 結 言

3 形ウォームを採用した斜め食い違い軸ウォームギヤについて、実用的な設計製作法の確立を目的として理論解析の手法を示し、さらにウォームギヤの試作・歯当たり試験を行った結果、以下の結論を得た。

- (1) 斜め食い違い軸方式について、歯形形状およびかみあい状態が表現可能であり、設計現場の技術者が有効利用できる理論解析法を導出した。
- (2) 導出した理論解析法を用いることで、仕様に沿ったウォームギヤおよびホブの設計が可能となり、高精度な製品の製作が期待できる。
- (3) 試作ウォームギヤを用いた歯形形状測定および歯当たり試験の結果は、理論解析結果と良好に一致しており、本理論解析法の妥当性が示された。

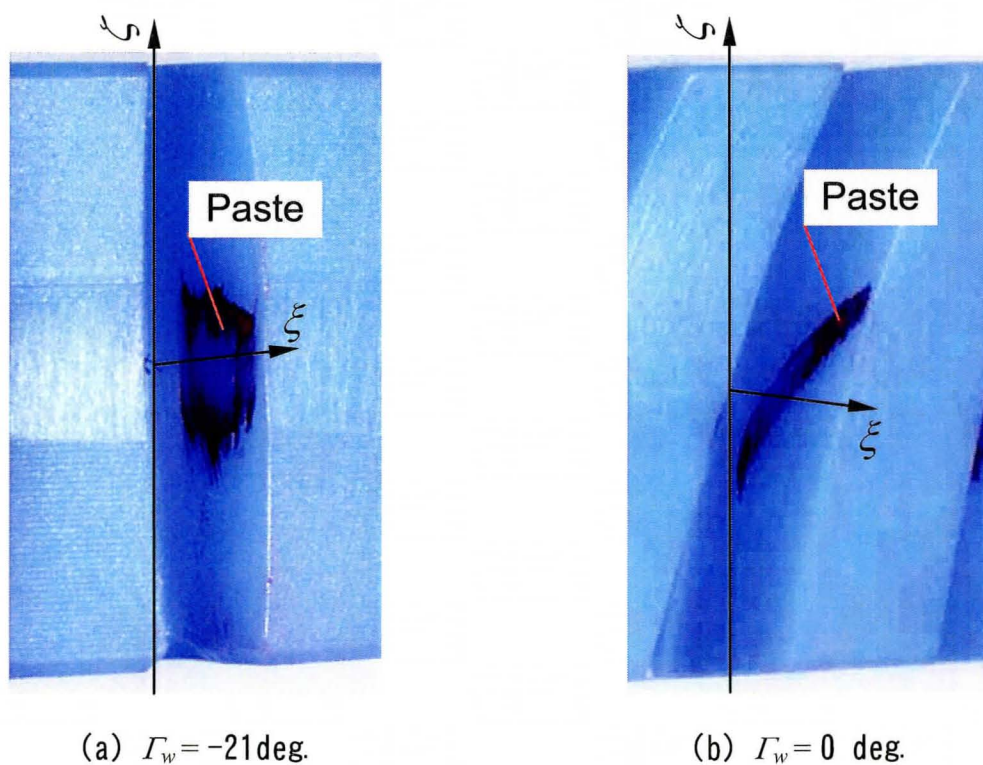


図 2.11 歯当たり試験結果

第3章 EPS用樹脂製ウォームホイールのかみあい接触解析

3.1 緒言

第2章で3形ウォームに関する理論歯形および歯当たり解析法を示した。これにより、第1章で詳しく述べたように、本解析法を用いることによりEPSに用いられる高精度なウォームギヤについて精密な歯形形状を理論的に求めることができるようになり、さらに歯当たりの状態についても予測することが可能となった。ただし本解析法ではウォームギヤは剛体モデルとして適用しており、歯当たり状態、すなわち接触範囲などは剛体接触によるすき間量の分布に基づいて予測している。しかしながら、EPSに用いられるウォームギヤは騒音低減などの観点からホイール歯形に樹脂材料を適用することが一般的である。金属材料と比較して剛性の低い樹脂材料では、特に高負荷時での変形によるかみあい干渉あるいは、接触状態の著しい変化などが発生し、これらがEPSの性能に悪影響を及ぼす恐れがある。このため、樹脂ホイールの弾性変形による影響を把握しながら、第1章で導出した理論解析法に基づいた歯形を設計することが必要である。

そこで本章では、樹脂材料の弾性を考慮したウォームギヤのかみあい接触に関して静的な荷重条件での理論解析法について示す。接触解析には三次元の有限要素法（FEM）を使用し、歯形理論解析法により求めた精密なウォームギヤの歯形モデルを適用した。

まず、三次元歯形モデルの作成および境界条件の設定手順を示す。つぎに、妥当性検証のために実施した実験について構成や手順について示したのちに、解析結果と実験結果との比較により妥当性を検証をする。

3.2 歯形理論に基づいた樹脂製ウォームホイールの接触解析

3.2.1 解析手順

図 3.1 に解析手順の概要を示す。解析に使用するウォームギヤのモデルは第 1 章で導出した歯形理論解析法により厳密に計算される。かみあい接触面をなす歯面形状はウォームおよびホイールそれぞれの三次元座標系における座標点として算出されるため、この座標点を用いて三次元のソリッドモデルを作成する。作成したモデルは、ウォームとホイールとを設計諸元にしながら組み合わせ、材料物性値や荷重条件、また拘束条件などの境界条件を設定し、接触解析を行う。解析が実行されると、接触面圧や変形量などの結果が出力される。歯形形状を算出する工程以外は、商用の汎用 CAD (DS SolidWorks Corp., SolidWorks®) および FEM 解析ソフト (ANSYS Inc., ANSYS workbench®) を使用した。

使用する CAD ソフトの機能に依存して本研究で行った三次元モデル作成手順を以下に示す。

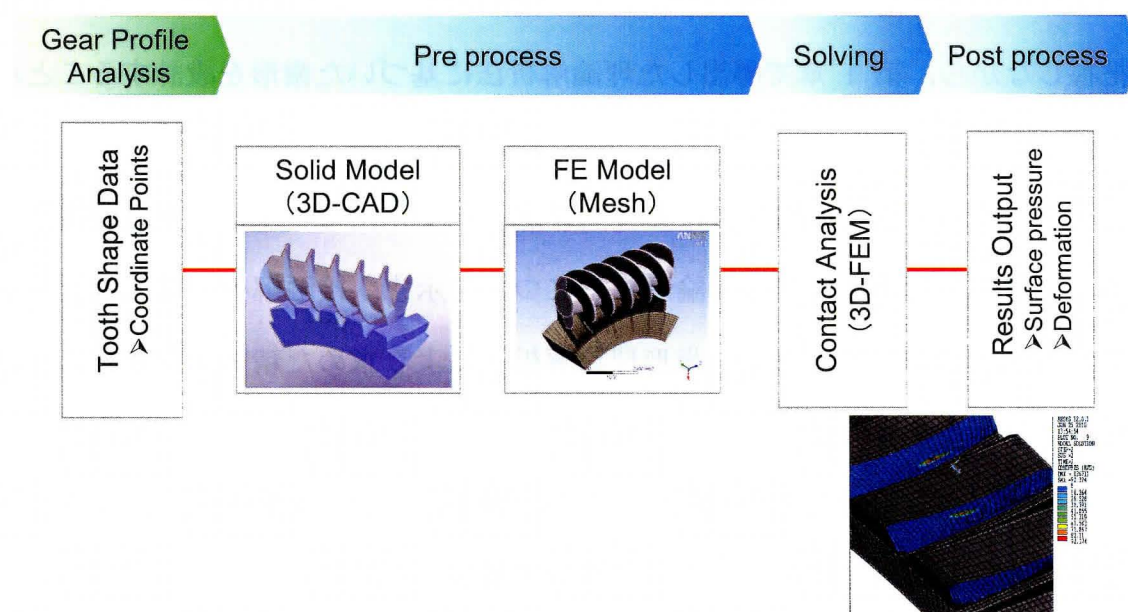


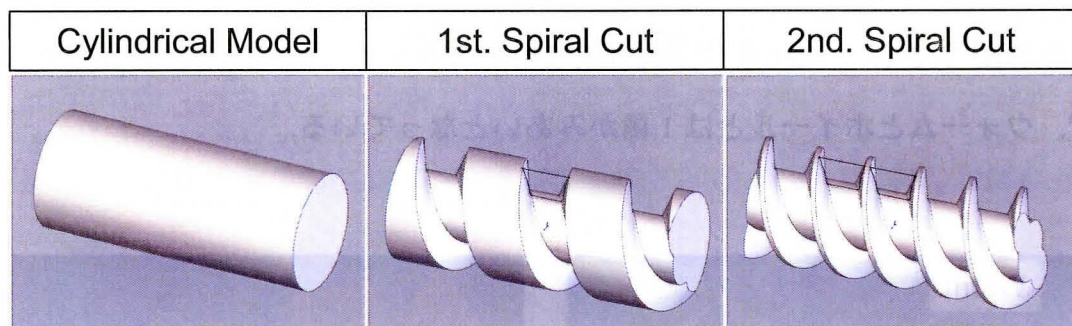
図 3.1 弾性を考慮した接触解析の手順

【ウォーム 図 3. 2 (a)】

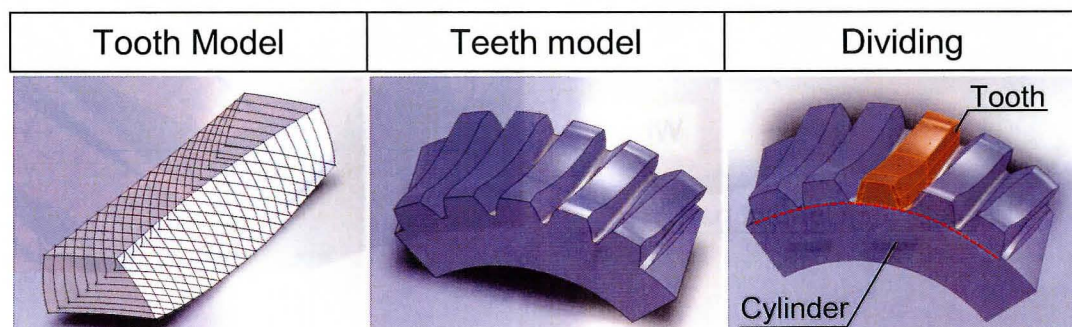
- ① ウォーム歯先径の円筒を作成する.
- ② 理論解析により求めた軸断面歯形の溝形状を, らせん状に切り取る.
- ③ 多条ウォームの場合は, ②の作業を繰り返す (本例では, 2 条).

【ホイール 図 3. 2 (b)】

- ① 理論解析により求めた歯幅断面ごとの歯形輪郭に歯面を形成し, 1 歯分の三次元モデルを作成する.
- ② この三次元モデルを, ホイール基礎円周上に等間隔に配置する. この時, かみあい率を考慮し十分な歯数分をモデル化する (本例では, 5 歯分).
- ③ 基礎円筒部と歯部とを分割することにより, 個別のメッシュの設定を可能とし, 接触部のメッシュ品質を向上させる.



(a) ウォーム



(b) ホイール

図 3. 2 ウォームギヤの 3D モデルの作成方法

3.2.2 有限要素（メッシュ）分割

図 3.3 に示すように，作成したウォームとホイールの三次元モデルに解析用のメッシュ分割を行った．メッシュ分割には，FEM 解析ソフトの持つ自動メッシュ分割機能とメッシュサイズや形状を任意に設定可能な手動による分割方法があるが，解析精度の確保と計算時間の効率化を考慮してそれらを適切に選択する必要がある．本研究では剛性の比較的低い樹脂製ホイールの接触変形について解析を行うことが目的であるため，ホイールのメッシュ分割に工夫をした．図 3.3 (b) の拡大図に示すように，解析モデルの作成時に歯部と基礎円筒部とに分割設定されたホイールのかみあい歯部には，解析精度が高く計算時間も比較的短い四角形要素を適用し，メッシュ分割のサイズも 0.2mm と細かく設定した．そして，歯部の変形に影響が少ない基礎円筒部やウォームとかみあわない歯部については，自動メッシュ分割機能を利用した．

なお図 3.3 は，後述する検証実験に用いたウォームギヤをモデル化したもので，ウォームとホイールとは 1 歯かみあいとなっている．

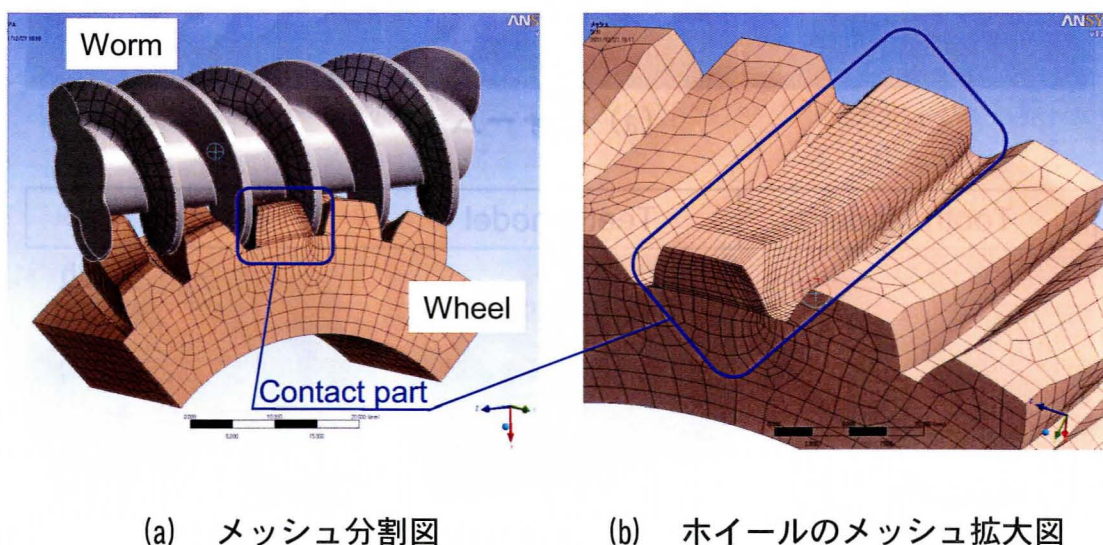


図 3.3 要素（メッシュ）分割

3. 2. 3 境界条件

拘束条件は図 3. 4 に示すように、ホイールの 3 箇所境界面をそれぞれ「摩擦なし支持」、円筒部は回転固定するために「固定支持」とした。またウォームは、軸方向並進以外の 5 自由度を拘束し、荷重条件としてウォーム軸方向推力を付加した。

接触条件については摩擦ありの接触とし、摩擦係数を 0.1、接触判定手法に拡大ラグランジェ法を適用した。

EPS 用ウォームギヤに一般的に用いられる材料組み合わせは、ウォーム：S45C、ホイール：MC ナイロン（S25C などの芯金部と組み合わせる）であるが、解析に使用する物性値は剛性比の違いからウォームを剛体要素、ホイールを線形弾性体要素（弾性係数 $E=2.4\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.4$ ）とした。また、ナイロンの弾性特性は水分吸収によって低下するが、本研究では、水分吸水率 2%における弾性係数を適用した。

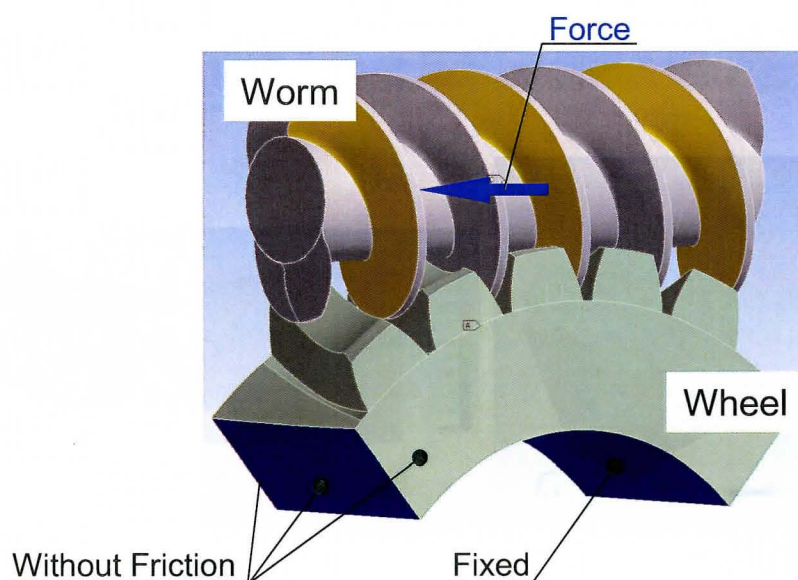


図 3. 4 境界条件

3.2.4 接触条件の設定

解析の安定化と時間の短縮化とを図るために接触条件を適切に設定した。まず、初期状態から接触歯面間の隙間を除去するために、計算の1ステップ目でウォーム軸方向に0.1mm程度の強制変位を与えて接触状態を安定させる。つぎに、2ステップ目でウォームに荷重条件である軸方向推力を負荷し、1ステップ目に与えた強制変位を除去する。これ以降は、荷重と弾性反力とのバランスに基づく計算が実行される。

3.2.5 解析結果例

以上のような条件を設定し解析を実行すると、図3.5に示すような解析結果が得られる。図3.5(a)には、ホイールの変形を示しており、この結果から変形形態や接触歯面および歯元の変形量などを求めることができる。また同図(b)には、ホイール歯面上における面圧分布を二次元で表示している。

これらの解析結果と次項以降で述べる実験結果との比較を行うことにより、本解析法の妥当性の検証を行った。

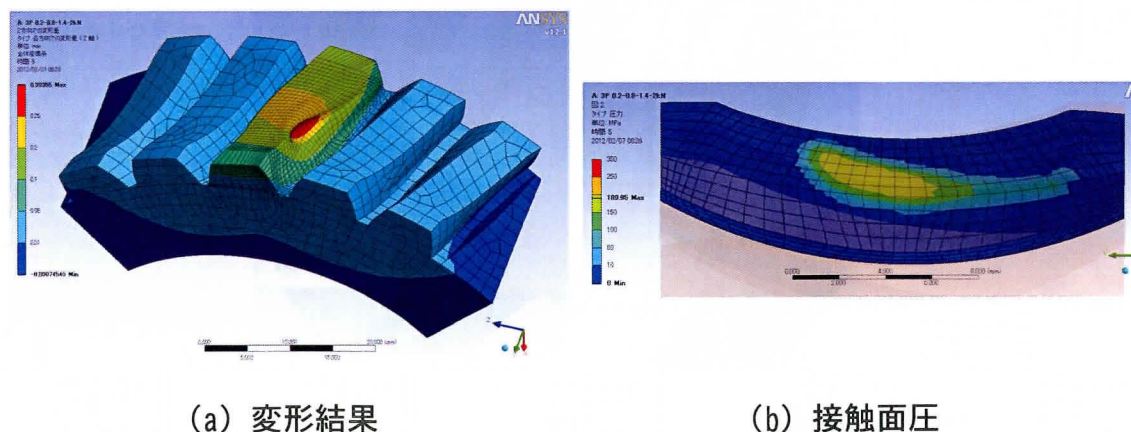


図 3.5 かみあい接触解析例

3.3 かみあい接触実験と接触解析の検証

3.3.1 実験装置

静荷重条件での解析結果との比較を行うため、図 3.6 に示すような実験装置を構築した。同様に、図 3.7 には外観写真を示す。また以下に説明する構成機器の一覧を表 3.1 に示す。

ホイールは、摩擦締結が可能な ETP ブッシュによりサポートシャフトに回転固定した。ウォームとのかみあい角度の設定には、ホイールと ETP ブッシュおよびサポートシャフトとのそれぞれの合わせ面に設けた位置決め穴とピンとにより設定し再現性を確保した。

ウォームは、軸の両端を支持台により支持し、一方の端部にはキーによってウォーム回転を拘束することにより、軸方向並進の 1 自由度となるようにし、軸方向推力を付加してホイールとのかみあい接触状態を再現した。

荷重条件である軸推力は、ウォームと同一軸線上に設置した手動ジャッキによってウォーム軸端を押圧することにより付加した。使用したジャッキは、送り量が 1/3mm/回転であり、設定荷重は、 $\pm 0.02\text{kN}$ の調整が可能である。ジャッキによりウォームに付加される推力は、ウォーム軸とジャッキの軸端部との間に設置した荷重計により計測した。

付加荷重に応じた樹脂ホイール歯形の変形によるウォームの軸方向変位は、ジャッキ押圧端と反対側に設置された非接触の変位センサにより計測した。次項で詳述するが、かみあい荷重によりホイール歯形には、歯元の変形にともなう歯のたおれと接触歯面のたわみとの二種類の変形が発生する。しかし、ウォームの軸方向変位は、これらの変形量の合算として計測されるため、ホイール側にも同様の非接触変位センサを設置することにより、歯元の変形量を計測し歯面の変形（たわみ）量との分離抽出を行った。

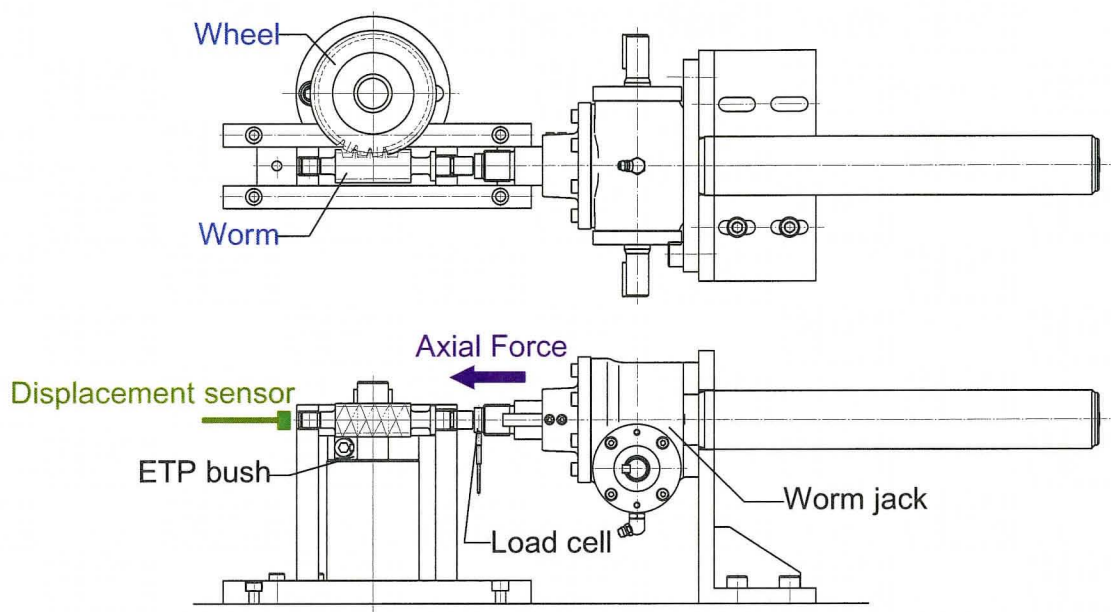


図 3. 6 かみあい接触実験装置

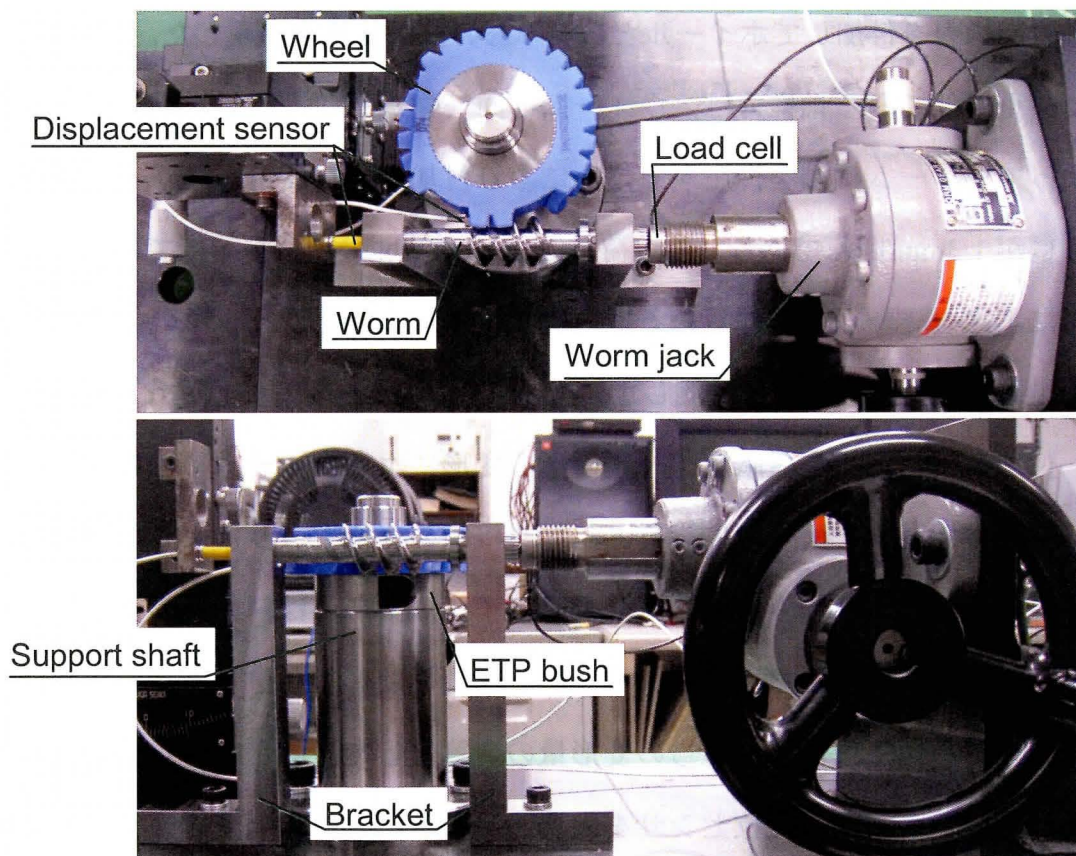


図 3. 7 実験装置外観

表 3.2 には供試品に用いたウォームギヤの諸元を示す。ウォームの歯形は JIS 3 形で直交食い違い軸である。使用している材料は、ウォームは S45C、ホイールは芯金に S25C を用いた MC ナイロンである。接触解析法の妥当性検証を目的とした本実験では、複数歯のかみあいなどの影響を排除して計測精度を向上させるために、かみあい歯対前後のホイールの歯を除去し、1 歯だけかみあうようにした。

表 3.1 かみあい実験装置構成機器

Equipment	Maker	Model
ETP bush	三木プーリ	ETP-T-20
Worm Jack	大阪ジャッキ	WJ01L50U
Displacement sensor (Eddy current type)	KAMAN	KD2300-.5SU (M)
Load cell	共和電業	LMB-A-2KN
Strain amplifier	NEC	AS2102

表 3.2 供試ウォームギヤ諸元

Item	Unit	Worm	Wheel
Module	—	3.085	←
Lead	mm	19.384	←
Lead angle	deg.	19.948	←
Center distance	mm	47.064	
Number of Teeth	—	2	25
Pitch circle diameter	mm	17.000	77.128
Outer diameter	mm	21.640	85.013
Skew	—	Right	—
Material	—	S45C	MC901+S25C

3.3.2 ホイールの変形と歯当たりの計測

前述したホイールの歯形の変形を正確に計測するため、図 3.8 に示すようにウォームとかみあい接触するホイールの歯に隣接する歯に変位センサを設置して歯元の変形量（歯のたおれ量）を計測した。歯幅方向の設置位置は歯幅中央断面とし、また渦電流式非接触変位センサの測定感度を確保するために、接触歯面の反対側にアルミ（A5056）のターゲット板を設置した。

これより計測される歯元の変形量とウォームの軸方向変位量との関係からホイール歯面の変形量を算出した。図 3.8 に示すように、歯元の変形計測用のセンサはかみあい中心から+4.8 deg. (0.084 rad.) の位置に設置されており、歯面の変形量 λ_{cs} は次式で求められる。

$$\lambda_{cs} = \lambda_{zw} - \lambda_{cr} \cdot \cos(\theta + 0.084) \quad (3.1)$$

ここで、

λ_{zw} ：ウォーム軸方向変位量， λ_{cr} ：歯元の変形量， θ ：かみあい角度

とする。

歯当たり状態の計測には、接触面圧に応じて変色する感圧紙（富士フィルム製、プレシート）を使用した。計測方法は、ホイール歯面形状に切り出した感圧紙をウォームとホイールとのかみあい歯面に挿入し、軸推力を付加した状態で 2 分間保持した後、変色した感圧紙の様子をマイクロ스코ープ（KEYENCE,VHX-1000）により撮影観察した。

3.3.3 実験条件

実験条件は、ウォーム軸方向推力が最大 2.0kN まで付加し、ウォームとホイールとのかみあい角度についてはホイールの 1 ピッチ回転角度（14.4deg.）を 5

等分の水準に設定した。

かみあい角度の方向は、図 3.8 に示すようにホイール歯幅中央断面においてホイールの歯厚中心線とウォーム軸とが直交関係にある状態をかみあい中心(0deg.)とし、この状態からホイールの回転角度を ± 3.6 , ± 7.2 deg.とする5水準をかみあい角度と設定した(−:近寄り, +:遠退き)。

実験の手順は、はじめに初期状態を安定させるために、微小な軸推力(0.02kN)を付加し、5分程の度安定する状態を確認する。その後、軸推力を段階的に0.2~2.0kNまでを0.6kN刻みで付加して変位量を計測した。この際、樹脂材料の粘弾特性に配慮し応力緩和の影響を除去するために、各軸推力は5分間の状態保持によって安定的に設定した。

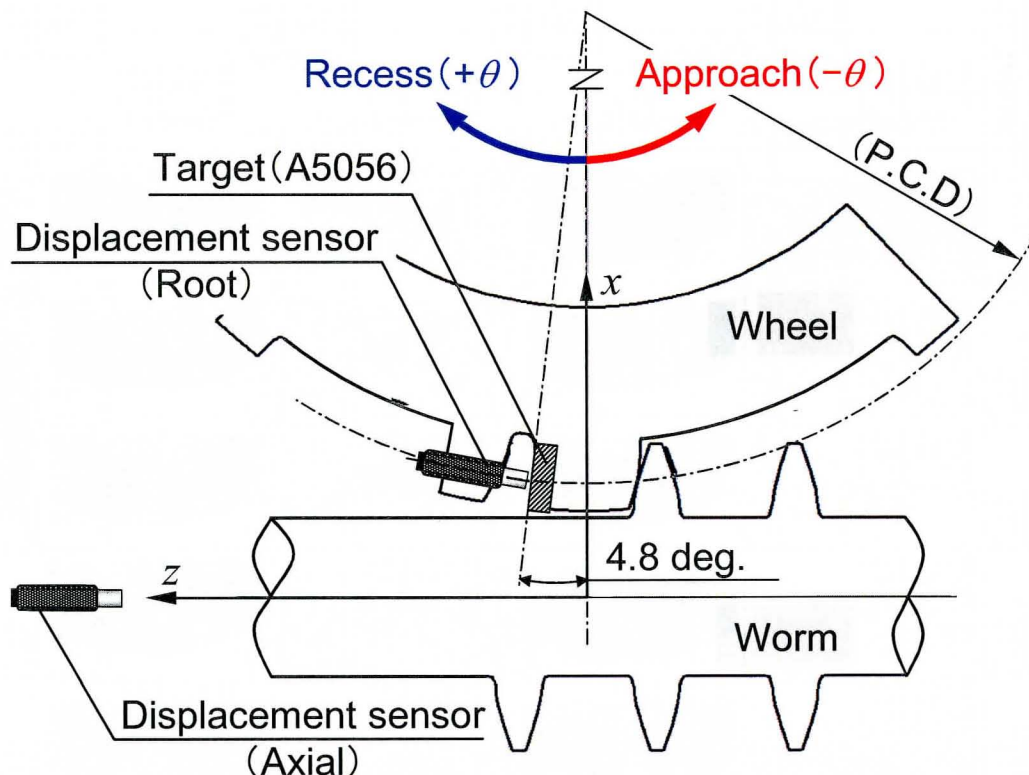


図 3.8 ホイール歯形の変形量計測および座標系

3.4 実験結果と解析結果との比較検証

3.4.1 歯当たり結果

歯当たり状態の実験結果と解析結果との比較を図 3.9 に示す。結果はホイール歯面を二次元的に表現したものである。実験結果はかみあい接触により赤色に変色した感圧紙を示し、解析結果は図 3.5 (b) と同様に接触面圧を示している。

軸推力すなわちかみあい荷重の増加に伴い、歯当たり形状は歯幅方向へと拡大しており、楕円形に近似した形状となっている。またかみあい接触位置は、かみあい角度を近寄りから遠退きへと変化させると、歯丈方向には歯先から歯元へ、歯幅方向には中心へと移動している。

以上の結果は実験と解析とに同様に見てとれ、両者の定性的な関係に良好な一致が得られた。

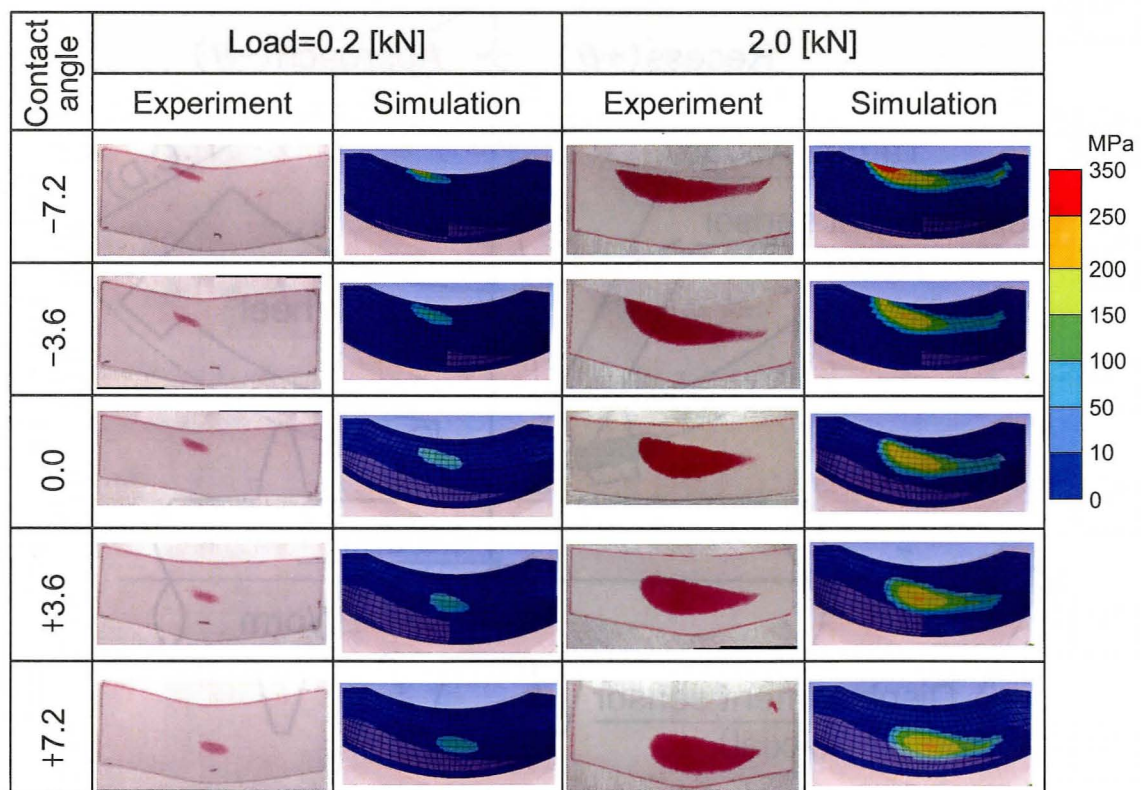


図 3.9 歯当たり結果比較

3. 4. 2 歯形の変形結果

ホイールの歯元および歯面の変形量について、実験結果と解析結果との比較を図 3. 10 に示す。

歯元および歯面の変形量ともに、かみあい荷重の変化に対する傾向と変形量とは、実験と解析とで良好に一致し、かみあい角度を変化させた場合の結果についても同様に良好な一致が得られた。また供試品のウォームギヤの場合では、ホイールの歯面の変形量が歯元の変形量に対して 2 倍程度大きいことも分かる。

つぎに、かみあい角度による歯形の変形の影響について図 3. 11 に示す。かみあい角度が (-) 側の近寄りから (+) 側の遠退きへと変化するにつれて、歯元の変形量は減少していることが実験結果より分かる。図 3. 9 で示したように、かみあい接触位置はかみあい角度が負から正へと変化すると、ホイールの歯元側へと移動する。つまり歯元に対するモーメント半径が減少するため歯元の変形量が減少すると考えられる。歯面の変形については、かみあい中心位置で極小となり、かみあい角度が変化すると変形量が増加する傾向にある。かみあい接触位置は、近寄り側ではホイール歯先、遠退き側ではホイール歯元すなわちウォーム歯先となり、ともに接触面圧は高くなる傾向にあるため変形量も増加すると考えられる。

以上の結果については、その傾向および変形量ともに実験と解析とで良好な一致が得られており、前項の歯当たり結果とも合わせて、本接触解析法の妥当性が示された。

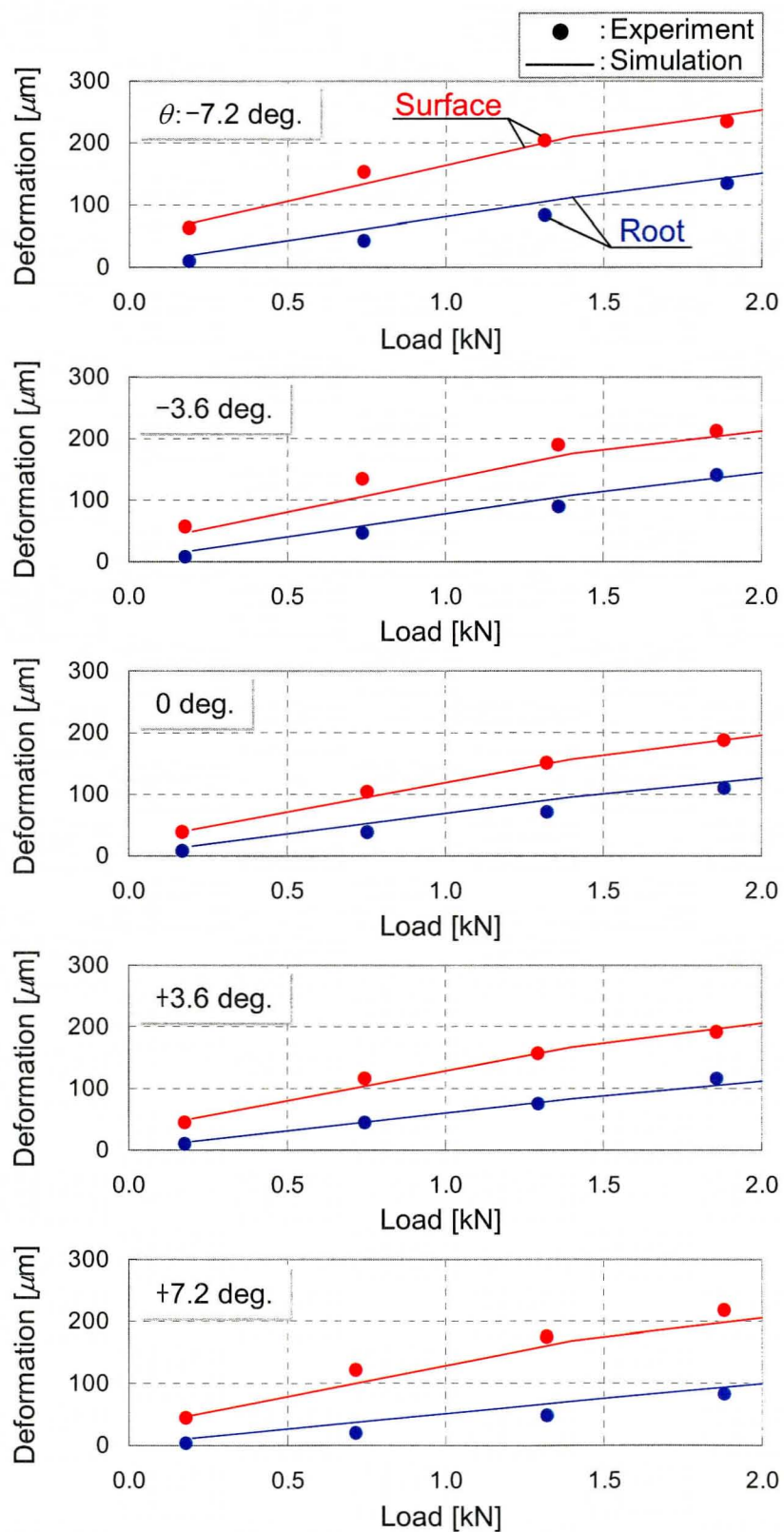
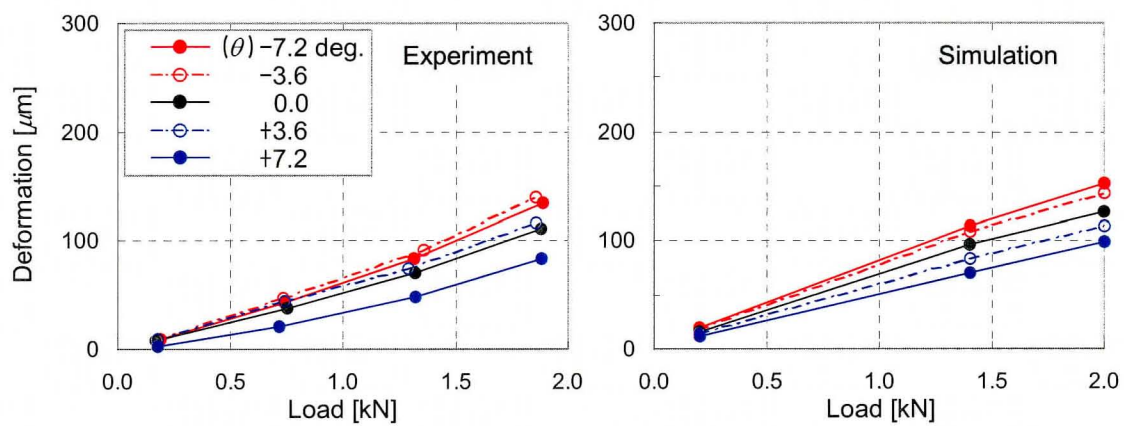
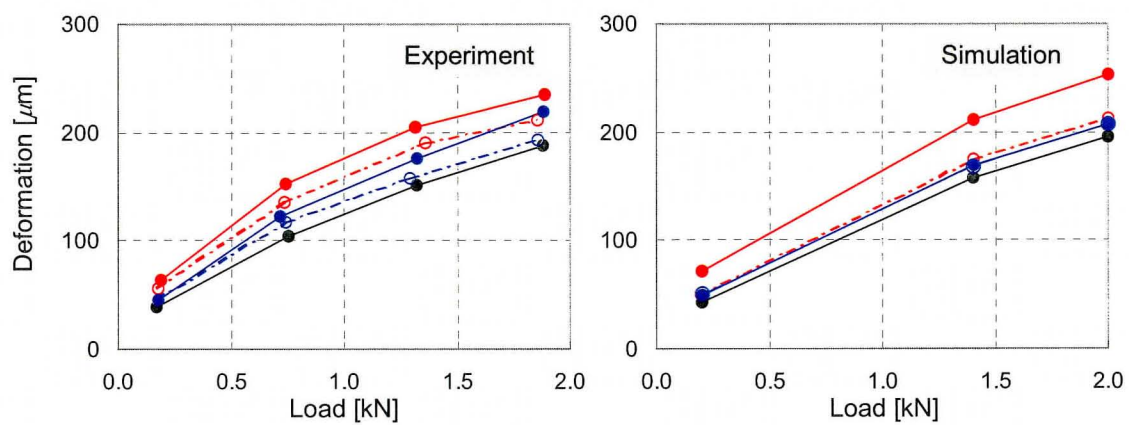


図 3.10 歯元および歯面の変形量の比較



(a) 歯元の変形



(b) 歯面の変形

図 3.11 かみあい角度による歯形の変形量の比較

3.5 結 言

EPS 用の樹脂製ホイールの弾性変形を考慮したかみあい接触解析法の構築を目的として理論解析の手法を示し，さらにかみあい検証実験を行った結果，以下の結論を得た．

- (1) 第 2 章で導出したウォームギヤの歯形理論解析法を基礎にして，汎用の有限要素解析 (FEM) ソフトを使用した三次元の弾性接触解析法を構築した．
- (2) 歯当たりと歯形の変形についての実験結果は，荷重条件やかみあい角度に対する傾向や変形量が解析結果と良好に一致し，本解析法の妥当性が示された．
- (3) 本解析法を用いることで，EPS の実際の使用における荷重条件を考慮したウォームギヤの強度やウォームとの歯先干渉などを精度良く予測することが可能となり，より実用的な最適歯形設計への活用が期待できる．

第4章 品質工学を適用した EPS 用ウォームギヤの組立許容差要因 の実験的解析

4.1 緒 言

第2章では歯形諸元から精密な理論歯形を解析的に求める手法を示し、また理論歯形を用いた歯当たり解析法についても示した。さらに第3章では、EPS 用ウォームギヤに一般的に使用される樹脂材料の弾性を考慮したかみあい接触についても妥当性のある解析法を示した。これにより、3形ウォームの歯当たりに関しては、設計段階において正確に予測することが可能となった。

しかしながら、実際に設計・製作されたウォームギヤがどのような性能を発揮するのか、さらには現実での使用条件においてその性能を十分に発揮し得るのかを予測することは現状では困難である。例えば、実際の製造工程においては種々の誤差が発生し、また EPS の搭載対象である自動車の使用環境は、使用者および地域により異なるのが常識的であり、したがってこれらの諸条件を考慮した上で、理論的に求められる歯形および歯当たりと性能との関係を明らかにしておかなければならない。

そこで本章では、実際の使用環境の一つである湿度変化を考慮しながら、ウォームギヤの設計パラメータである組立許容差と性能との関係を、実験的解析結果により明らかにする。

まず、EPS 用ウォームギヤの基本機能を定義する。つぎに、設計パラメータと使用環境を考慮したウォームギヤ性能の計測装置について示す。最後に、品質工学手法で実験結果を分析し、設計パラメータと性能との関係を定量的に把握した結果について述べる。

4.2 EPS 用ウォームギヤの基本機能

本研究で考察の対象とするウォームギヤは，EPS において動力伝達を行うための重要な機能部品であり，図 4.1 には実験で使用した EPS 用ウォームギヤを写真で示す．前述のように，一般的に EPS 用のウォームギヤでは，振動騒音特性の改善や軽量化などを目指す観点からホイールには樹脂材料を使用する．

図 4.2 は，EPS の構造図および基本的なエネルギー伝達の流れ図を示す．EPS では，運転者からの操舵力が入力であり，ピニオン軸を介してラック推力となり，タイヤ転舵力として出力される．このとき路面との摩擦力などによる反力に応じて，電動モータからの動力がウォームからピニオン軸と一体となったホイールへ補助動力として伝達される．この場合のウォームギヤは，ウォーム駆動となる正入力の状態であり，通常の使用となる．一方，ステアリング戻しの場合には，タイヤからの反力が逆入力となり，ウォームギヤはホイール駆動状態となることがある．このように EPS 用のウォームギヤでは，入出力が可逆であるという特徴を持っている．

以上のように，EPS のシステムでは「運転者の操作に対して正確で滑らかな操舵を行うこと」が基本的な要求性能となる．すなわち，入力であるハンドル操舵角または操舵力に対し，EPS はそれに見合ったタイヤ転舵角や転舵力を正確で滑らかに出力することが求められる．

品質工学（タグチメソッド）においては，この例のように対象とするシステムの「目的とする働き」を指して基本機能と呼ぶ．また基本機能にはそのシステムの入出力の関係に影響を与える要因（因子）が存在し，それらは大別して二種類の因子で表現される．

一つは，入出力の関係を設計者自らがコントロール可能なものとして，制御因子と呼ばれる．二つ目は，設計者にはコントロールが事実上不可能であり入出力の関係を

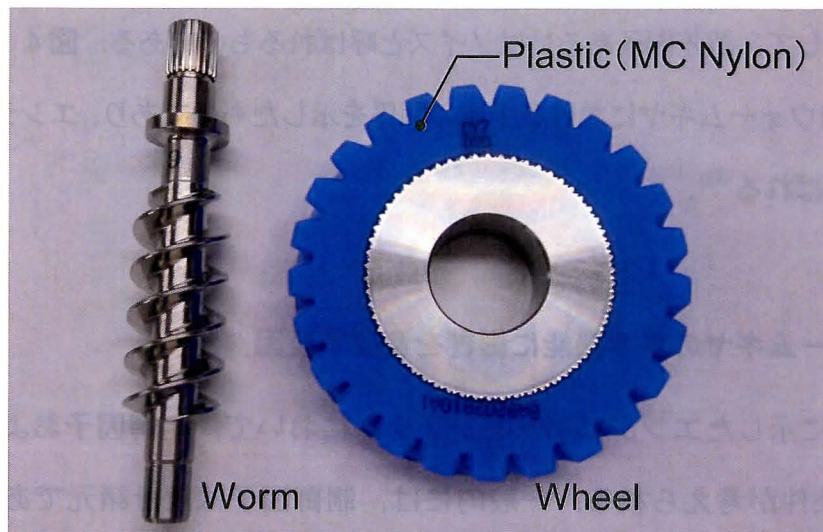


図 4.1 EPS 用ウォームギヤ

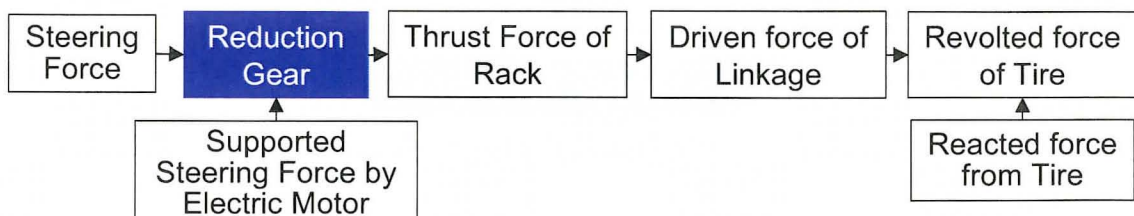
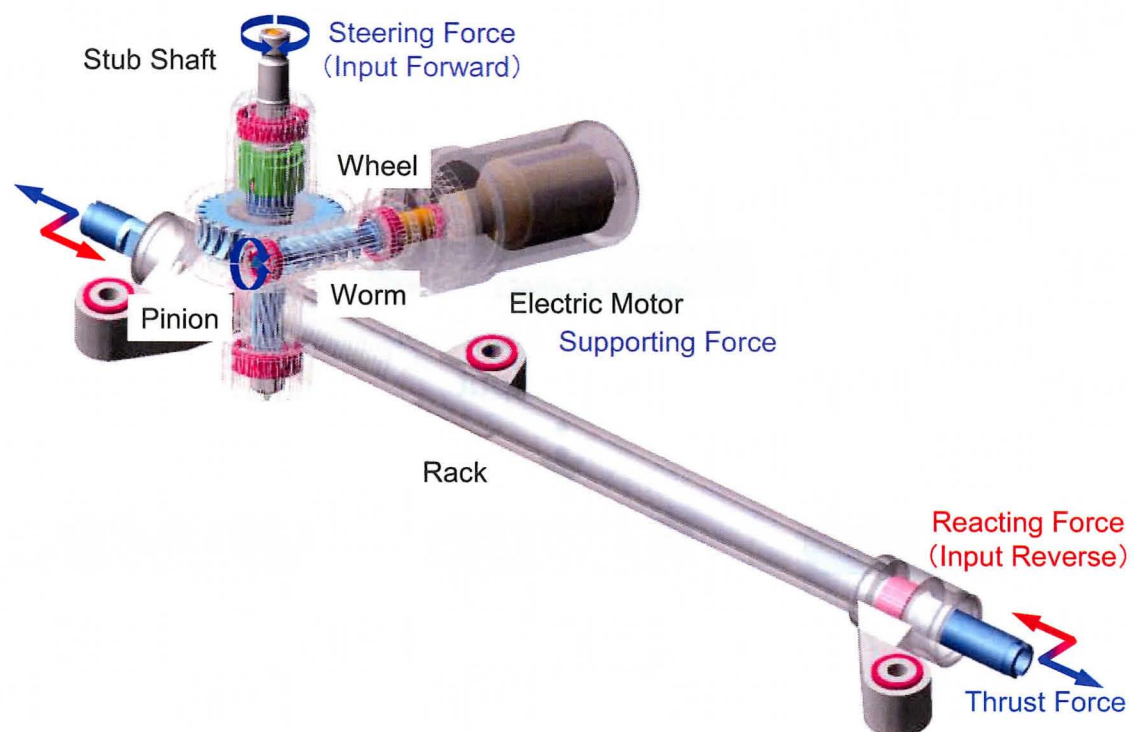


図 4.2 EPS の構造およびエネルギー伝達

乱すものとして、誤差因子あるいはノイズと呼ばれるものである。図 4.3 は、EPS および EPS 用ウォームギヤにおける上述の関係を示したものであり、エンジニアードシステムと呼ばれる⁽³³⁾。

4.3 ウォームギヤの基本機能に影響を及ぼす要因

図 4.3 に示したエンジニアードシステムにおいて、制御因子およびノイズには種々の条件が考えられる。一般的には、制御因子は設計諸元である基本寸法や許容差あるいは材料など、設計パラメータと呼ばれるものである。一方、ノイズについては、一般的に 4 つの観点から検討することが推奨されている⁽³³⁾。すなわち、①部品・材料のばらつき、②使用条件（ユーザの使い方）、③環境条件、④劣化条件の 4 項目であり、制御因子はノイズにもなり得る因子である。

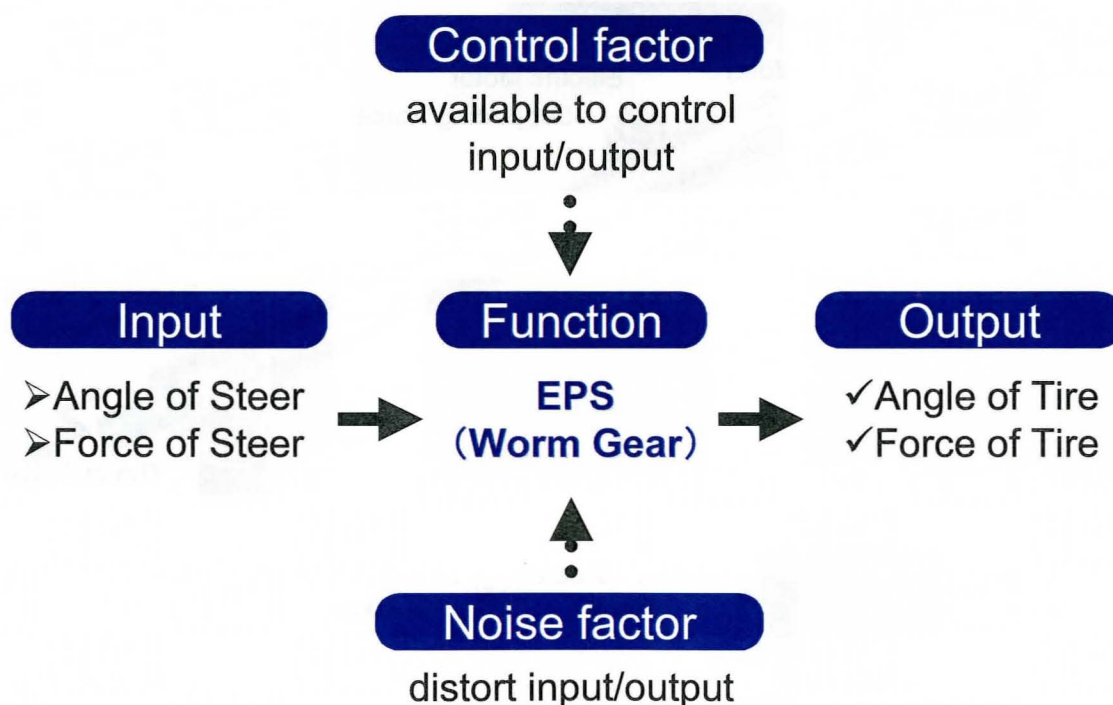


図 4.3 EPS およびウォームギヤのエンジニアードシステム

これらをウォームギヤを対象とした場合に当てはめると、制御因子には加工や組立の許容差および歯形諸元などが該当する。そこで種々の因子の中から、EPS の製造現場で最も課題となっているウォームギヤの組立許容差を制御因子に決定した。また EPS は湿度変化の大きい環境下で使用されるために、樹脂製ホイールの膨潤に起因した不具合を発生する場合が多いことから、本実験ではノイズに樹脂材料の膨潤（湿度）に決定した。

制御因子に採り上げた組立許容差は 3 種類であり、それぞれ軸間距離、ウォーム軸とホイール軸との相対的な傾き（軸の傾き）、ウォーム軸のホイール歯幅方向への変位（ホイールの歯幅中央平面からの変位：歯幅方向変位）とした。

図 4.4 に、組立許容差に関するウォームとホイールとの位置関係を示す。

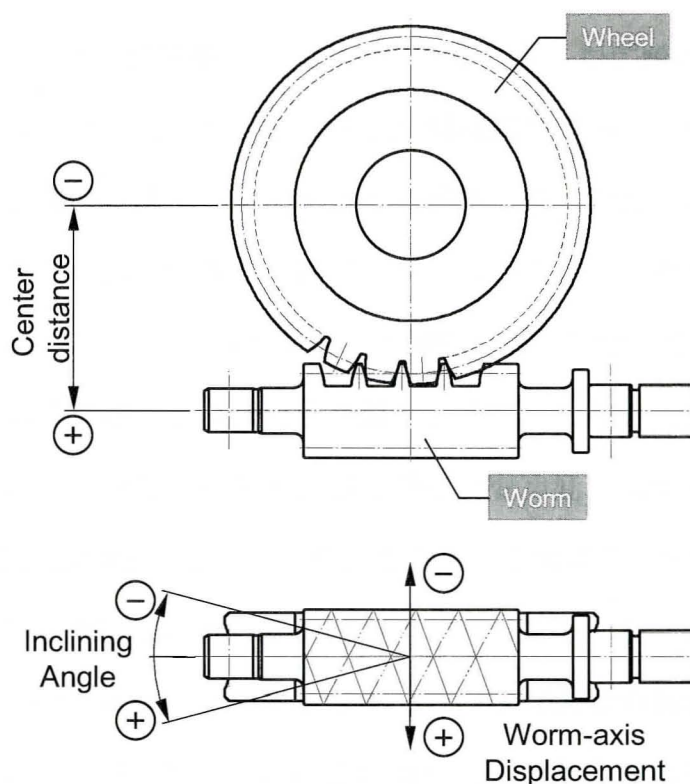


図 4.4 ウォームギヤの組立許容差（制御因子）

各因子の符号は、後に実験について述べる基準寸法値に対する水準値の振り分けと一致している。すなわち、軸間距離については、大きくなる場合が(+), 小さくなる場合が(-)である。同様に、軸の傾きについてはホイール軸を基準として、ウォームの見掛け上の進み角が小さくなる場合が(+), 大きくなる場合が(-)である。歯幅方向変位については、図 4.4 に示すとおりである。

4.4 ウォームギヤの基本機能のばらつきと感度

品質工学では、図 4.3 に示すエンジニアードシステムのように、制御因子やノイズがウォームギヤの基本機能に与える影響を把握するために、基本機能の特性の違いにより、様々な分析手法が用意されている。ここで入力に対して出力の目標値が変化しない場合を静特性と呼び、出力が変化するものを動特性と呼ぶ。図 4.3 の例では、入力がステアリングの操舵角であり、出力がタイヤの転舵角度となり、この場合は動特性であるといえる。そしてこれらの手法を用いて分析を行うことにより、制御因子とノイズとが基本機能に与える影響を評価することができる。とりわけノイズに対する機能のばらつきを表す指標である SN 比は、品質工学における特徴の一つである。

本研究では、湿度をノイズとして採り上げたので、樹脂製ホイールで構成されるウォームギヤが、湿度変化を伴う環境下で使用された場合の基本機能のばらつきが SN 比として算出されることになる。そして SN 比が高いほどばらつきが小さく、すなわちノイズに対して影響を受け難いと判断される。このことを品質工学では頑健性が高いという。また基本機能の絶対値的な指標である感度も同時に算出される。感度とは目標値との差を表す指標であり、本研究のような動特性の場合は理想的な状態を目標値とする場合が多い。ウォームギヤでは、伝達効率が 100%, すなわちかみあい摩擦損出が無い状態と考えられる。

4.5 ウォームギヤの基本機能を計測するための実験装置

実験装置はウォームギヤの基本機能を明確に再現することが求められる。そのためにはまず、前述したウォームギヤの基本的な入出力関係が計測できること、そして入出力に影響を与える制御因子とノイズとを正確に作用させることが必要である。特にノイズに関しては、意図的に設定した条件である湿度による樹脂ホイールの膨潤変形以外の例えば、実験条件ごとの組み換えやウォームギヤの駆動力のばらつきなど、意図しない実験誤差を極力排除することが重要である。これらのことに配慮して、本実験装置は可能な限り簡便であることを基本方針とした。

図 4.5 に模式図を図 4.6 に外観写真を示す。本実験装置ではウォームとホイールとを組み合わせ用い、それぞれの回転軸の軸端にプーリを取付け、そこに重錘を吊り下げる構造とした。吊り下げる重錘の組み合わせを種々変更することにより、ウォーム駆動またはホイール駆動のように入力方向の切り替えを行い、さらにかみあい歯面の負荷や回転速度（回転トルク）を変化させることもできる。またそれぞれのプーリと反対側の軸端にはポテンショメータ（ウォーム軸側には(株)緑測器製 CPP-45-10SX 型、ホイール軸側には(株)緑測器製 CPP-45 型）を設置し、重錘の落下または上昇に伴う回転角度を計測した。

このように実験装置は、動力源に重力を利用した簡便な構造とした。また図 4.4 で示した制御因子である組立許容差は、ウォームおよびホイールの固定用治具と各種スペーサを用いて変更可能とした。

実験で使用したウォームギヤ（図 4.1）は、第 3 章で用いた供試品と同一で諸元は表 3.2 で示した。ウォームの歯形は 3 形で直交食い違い軸である。用いた材料は、ウォームは S45C、ホイールは MC ナイロンである。

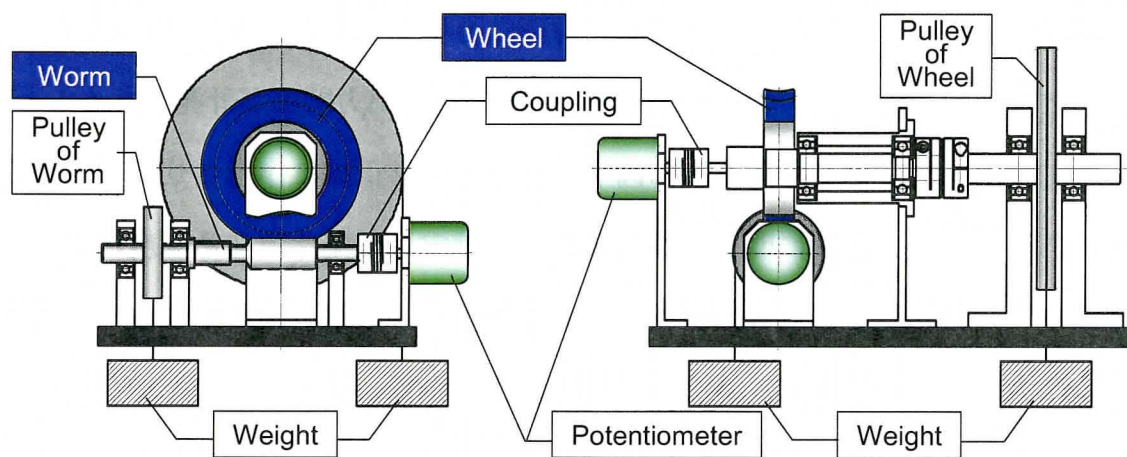


図 4.5 ウォームギヤの基本機能の計測装置

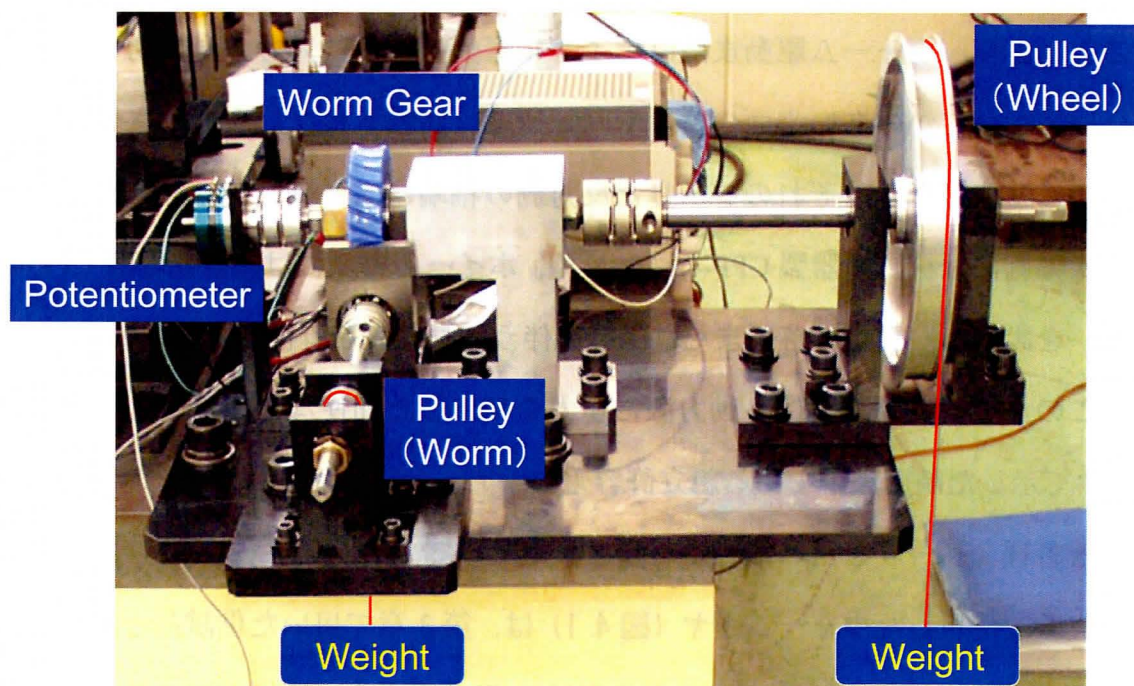


図 4.6 ウォームギヤの基本機能の計測装置（外観写真）

4.6 実験計画

決定した制御因子は 3 水準，ノイズは 2 水準とし，これらをタグチメソッドで一般的に用いられる L18 直交表へ割付けた．表 4.1 に制御因子の水準値と，直交表への割付けの列番号を示す．L18 直交表には，2 水準の因子を 1 個，3 水準の因子を 7 個の計 8 因子を割付けることができる．設定した 3 種類の制御因子である組立許容差は 3，6，7 列に割付け，その他は空列とした．

ノイズであるホイールの膨潤に関しては，恒温槽を使用して，湿度は低湿度の場合が 0%，高湿度の場合が 85% に設定し，また温度と時間は，85℃，72hr とした．その後，熱膨張の影響を除去するために 20℃で 24hr 放置した後に，ウォームギヤの基本機能の計測実験を行った．

また本実験では運転条件と負荷条件とは重錘の組み合わせで変更が可能であり，ウォームギヤのかみあい歯面の負荷に相当する重錘の重さの和と，回転速度を変えるための重さの差とをそれぞれ大小 2 種類の合計 4 種類を設定した．したがって，制御因子の直交組み合わせ $(18) \times$ ノイズ $(2) \times$ 運転条件 $(4) = 144$ 通りの実験を行った．

表 4.1 制御因子の割付け

row	Control factor	Unit	Levels		
			1	2	3
1	—				
2	—				
3	Inclining angle	deg.	-0.422	0.000	0.422
4	—				
5	—				
6	Worm-axis displacement	mm	-0.472	0.000	0.472
7	Center distance	mm	47.050	47.110	47.170
8	—				

4.7 ウォームギヤの理想機能

ここで、基本機能における理想となる機能について考える。本研究では実機を用いた実験であるので、装置自体の誤差などはないことが前提となるが、理想機能としては、ウォームギヤのかみあいにおいて摩擦による損失が無視できることである。したがって理想機能は図 4.7 に示すように、図 4.5 の実験装置を単純化したシステムに置き換えたものとなる。図 4.7 は、所定の半径比 r_1/r_2 をもつ二対のプーリが直結され、それぞれに駆動用あるいは負荷用の重錘が取付けられたモデルである。なお実験装置に用いたプーリは薄肉化などにより重錘に対して十分な軽量化を図っており、慣性モーメントは無視した。

このモデルの力学的な釣合いは、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} &= m_1 g - T_1 \\ m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} &= T_2 - m_2 g \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ここで、 g は重力加速度、 m_1 、 m_2 は重錘の質量、 T_1 、 T_2 は重錘の重量による張力である。

このとき、初期位置を 0（時間 $t=0$ ）とすると、重錘の移動距離 y_1 、 y_2 およびプーリの回転角度 θ_w 、 θ_g の関係は、以下のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_w &= \frac{y_1}{r_1} = \frac{1}{r_1} \frac{1}{2} \frac{\left(m_1 - \frac{1}{i} m_2\right)}{\left(m_1 + \frac{1}{i^2} m_2\right)} g t^2 \\ \theta_g &= \frac{y_2}{r_2} = \frac{1}{r_2} \frac{1}{2} \frac{\left(i \cdot m_1 - m_2\right)}{\left(i^2 \cdot m_1 + m_2\right)} g t^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

ここで、 i は実験装置の速比であり、次式で表される。ただし、 Z はホイール

の歯数を, n はウォームの条数, u はウォームギヤの速比を表す.

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{1}{u} \frac{r_1}{r_2} \\ u &= \frac{n}{Z} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

式(4.2)より, 理想機能ではプーリの回転角度は, 時間 t の 2 次関数で表されることが分かる.

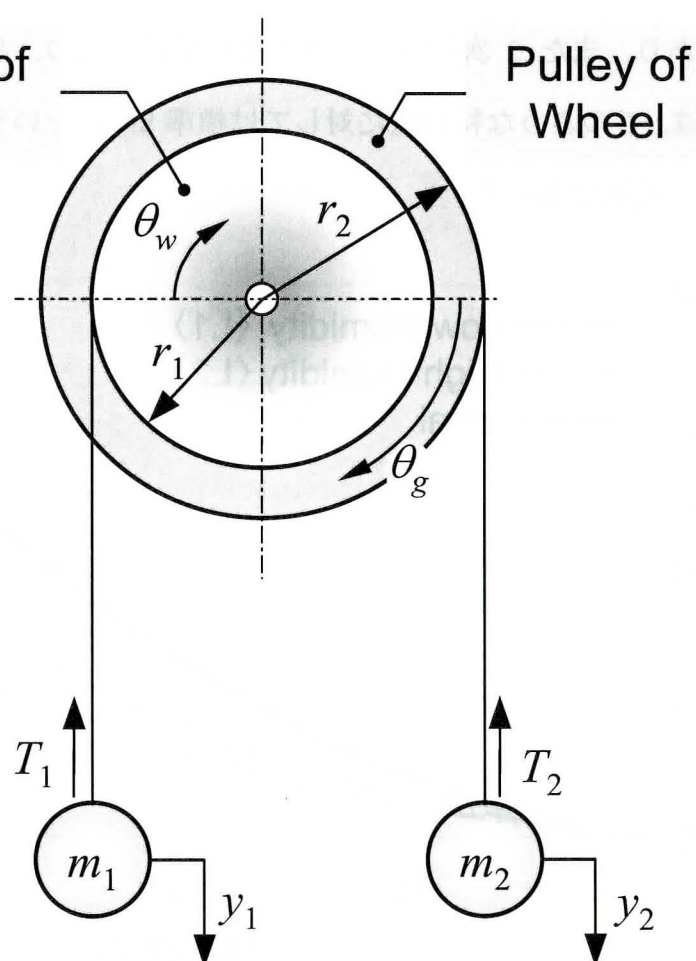


図 4.7 理想機能モデル

4.8 標準 SN 比による要因効果の分析

図 4.8 に計測結果の一例として、計測時間に対するホイール側ポテンシヨメータで計測された回転角度を示している。また、ノイズである低湿度と高湿度との場合、および式(4.2)で計算される理想曲線のデータをそれぞれ示している。

図 4.8 から、結果はノイズの有無にかかわらず基本的には理想曲線と同様の 2 次曲線の変化をしており、他の高周波成分などは現れていないことが分かる。また高湿度の場合は低湿度に比較して、同じ計測時間に対する回転角度が小さくなっており、見かけ上の摩擦が増加していることが分かる。

本実験の特性値であるウォームギヤの回転角度は時間に対して漸次増加する動特性であり、また 2 次関数という非線形特性をもつ。品質工学（タグチメソッド）では、このような特性値に対しては標準 SN 比という手法を用いて分析することが一般的である⁽³³⁾。

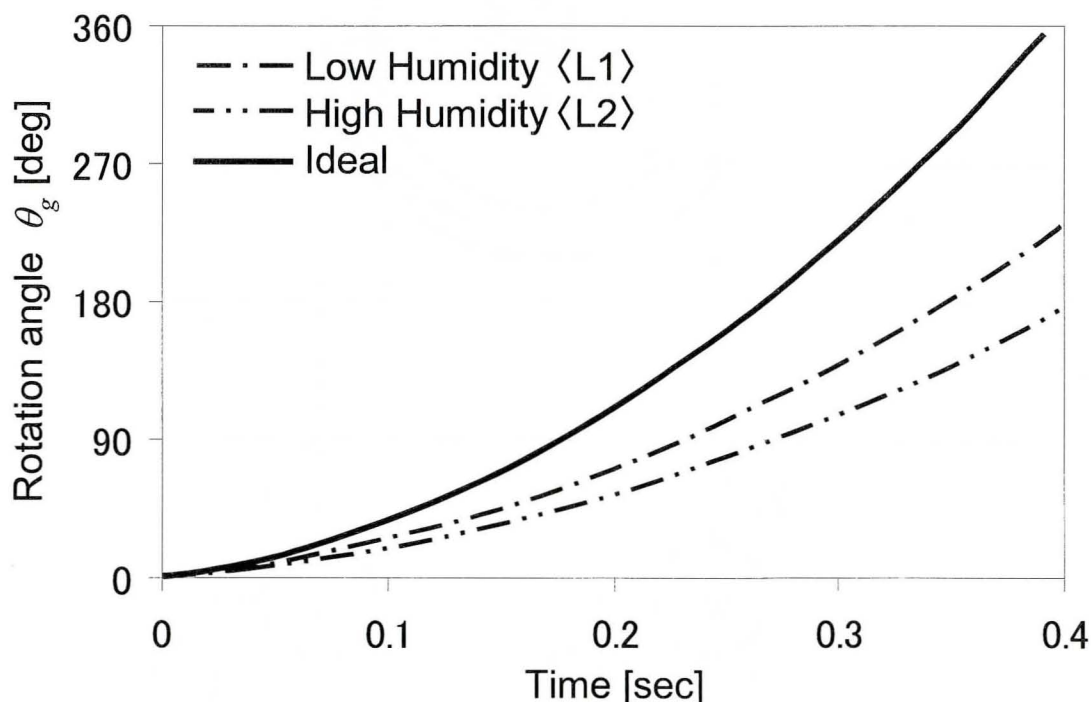


図 4.8 ウォームギヤ性能の計測結果例

通常タグチメソッドではシステムへの入力に対して出力が変化する場合の SN 比（動特性の SN 比と呼ぶ）については、入出力を比例関係としてその理想状態である直線からのずれもノイズの影響の一種とみなし、このずれを最小にする条件を最適すなわち SN 比が高く頑健性に優れるとしている。しかしながら、本実験結果のように本質的に入出力の関係が非線形の関係を持つシステムの場合、理想的な状態とは直線関係からずれることであり、動特性の SN 比とは矛盾することになる。したがってこの問題に対応するために、タグチメソッドでは上述した標準 SN 比という手法を提供している。標準 SN 比では、まずノイズの影響が最小となるように制御因子であるパラメータの値を決定する。この際、標準的なノイズ条件に対する調合ノイズ条件のばらつきを評価する。すなわち標準的なノイズ条件を用いて調合ノイズ条件のデータを標準化することにより、線形化された標準条件を目標としたずれを分析することが可能となる。またさらに標準条件からのずれを最小とした後に、理想関係へと近づける二段階のチューニングを行う手法が標準 SN 比である。

ここでデータの標準化には種々の方法が考えられる。例えば、本実験データのように出力であるウォームホイールの回転角度が、入力である時間の 2 次関数の関係であれば、その時間微分である角速度を用いても入出力を比例関係にすることは可能である。しかしながらこの場合には、測定データのサンプリング時間などによる誤差の影響が懸念されるため、本研究では以下に詳述するようにノイズ条件ごとの実験データの平均値を用いて標準化することとした。

いま、膨潤条件である湿度が高い場合と低い場合とのデータの平均値を図 4.9 (a) のように θ_{g0i} と表し、この値を図 4.9 (b) のように横軸に取り標準化すると、平均値のデータは傾き 1 (45deg.) の直線となり、これを標準条件として計測データのばらつきなどを評価することが可能となる。本実験では、摩擦を無視した

理想曲線上で、回転角度 90, 180, 270deg. の 3 点についてそれぞれの時間 $t_1 \sim t_3$ を計算し、これに対応する計測データ $\theta_{g01} \sim \theta_{g03}$, $\theta_{g11} \sim \theta_{g13}$, $\theta_{g21} \sim \theta_{g23}$ を抽出した.

この場合の SN 比, つまり本システムの入出力関係のノイズに対する頑健性は以下のように求めることができる⁽³³⁾.

まず, L_1 , L_2 の計測データの全二乗和である全変動 S_T を次式で求める.

$$S_T = \sum_{i,j=1}^k \theta_{gij}^2 \quad (4.4)$$

また, 単位時間当たりの変換係数として, 有効除数 r は次式で求められる.

$$r = 2 \sum_{m=1}^k \theta_{g0m}^2 \quad (4.5)$$

ここで, 線形式 N_1 および N_2 は次式で表される.

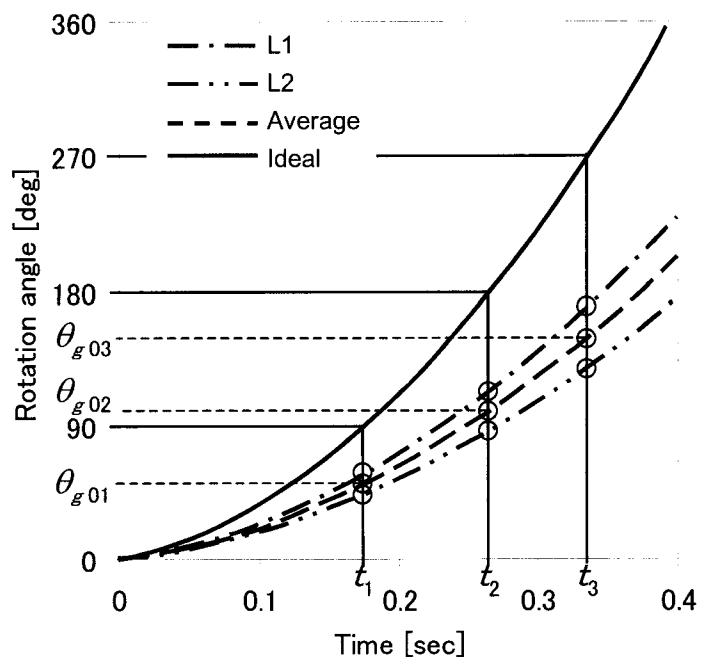
$$N_1 = \sum_{n=1}^k (\theta_{g1n} \cdot \theta_{g0n}) \quad (4.6)$$

$$N_2 = \sum_{n=1}^k (\theta_{g2n} \cdot \theta_{g0n})$$

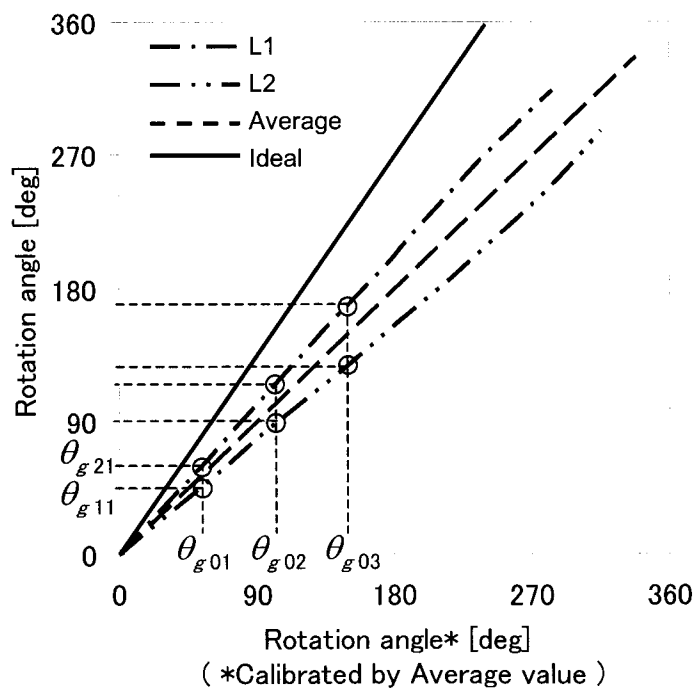
したがって, 線形式の回帰二乗和 S_β は次式で求められる.

$$S_\beta = \frac{1}{r} (N_1 + N_2)^2 \quad (4.7)$$

つぎに, ノイズによる傾きの変化の二乗和を表す調合誤差因子の効果 $S_{\beta \times L}$ を次式で求める.



(a) 計測結果からのデータ抽出



(b) 平均値による計測データの標準化

図 4.9 計測データの標準化处理

$$\begin{aligned}
S_{\beta \times L} &= \frac{N_1^2 + N_2^2}{(r/n)} - S_{\beta} \\
&= \frac{1}{r} (N_1 - N_2)^2
\end{aligned}
\tag{4.8}$$

また、今回取り上げないその他の実験誤差などによる偶然の誤差による変動 S_e を次式で求める．

$$S_e = S_T - S_{\beta} - S_{\beta \times L} \tag{4.9}$$

このとき、誤差分散 V_e は、

$$V_e = \frac{S_e}{2(k-1)} \tag{4.10}$$

となる．さらに、ノイズと偶然誤差との和の変動 S_L' は、

$$S_L' = S_e + S_{\beta \times L} \tag{4.11}$$

となり、誤差全体の分散 V_L' は次式で求められる．

$$V_L' = \frac{S_L'}{2k-1} \tag{4.12}$$

したがって、入出力関係のノイズに対する頑健性を表す SN 比は次式でもとめることが出来る．

$$SN = 10 \log \left\{ \frac{(S_{\beta} - V_e)/r}{(V_L'/r)} \right\} \tag{4.13}$$

一方，入力に対する出力の大きさを表す感度 S は次式で求められる．

$$S = 10 \log \frac{1}{r} (S_\beta - V_e) \quad (4.14)$$

つぎに，計測データ θ_{g0i} を目標である理想値 p の関数と考えて，次のような 0 次項を含まない直交多項式で近似する．

$$\begin{aligned} \theta = & \beta_1 p + \beta_2 \left(p^2 - \frac{K_3}{K_2} p \right) + \beta_3 \left[p^3 + \frac{K_3 K_4 - K_2 K_5}{K_2 K_4 - K_3^2} p^2 \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{K_4}{K_2} + \frac{K_3 (K_3 K_4 - K_2 K_5)}{K_2 (K_2 K_4 - K_3^2)} \right\} p \right] + \dots \end{aligned} \quad (4.15)$$

ここで， k 個の目標値 p_1, p_2, \dots, p_k とすると K_j は，次式で表される．

$$K_j = \frac{1}{k} (p_1^j + p_2^j + \dots + p_k^j) \quad (4.16)$$

また， β_1, β_2 は次式で求められる．

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^k p_i \theta_{g0i}}{\sum_{i=1}^k p_i^2} \quad (4.17)$$

$$\beta_2 = \frac{L_2}{r_2} \quad (4.18)$$

ここで， L_2, r_2, w_i は以下である．

$$L_2 = \sum_{i=1}^k w_i \theta_{g0i} \quad (4.19)$$

$$r_2 = \sum_{i=1}^k w_i^2 \quad (4.20)$$

$$w_i = p_i^2 - \frac{K_3}{K_2} p_i \quad (4.21)$$

このとき、 β_1 は目標値に対する計測値の傾きを表す係数であり、もしも $\beta_1 = 1$ となる場合は、計測値と目標値が同じ直線になることを意味している。また、 β_2 は目標値に対する 2 次的なずれを表す係数であり、もしも $\beta_2 = 0$ となるならば、計測データは目標曲線と同一の変化形態を持つことになる。

4.9 要因効果図による結果と考察

実験により得られたデータの一部を直交表に適用し表 4.2 に示す。また、これらを標準 SN 比で分析した要因効果図を図 4.10 に示す。図 4.10 の SN 比の結果より、対象としたウォームギヤの基本機能は、湿度変化を伴う条件下において次に示す性質を持つことが分かる。

- ①軸間距離を (+) 側へ大きくするとばらつきが減少し、(-) 側へ小さくするとばらつきが増加する。
- ②ウォーム軸とホイール軸の相対的な傾きは、(+) 側へ傾くとばらつきが増加する。
- ③ウォーム軸のホイール歯幅方向変位は、ばらつきに影響がない。

表4.2 実験データ (直交表)

Exp. No.	p_1 (90deg.)			p_2 (180deg.)			p_3 (270deg.)			p_1 (90
	Average	L1	L2	Average	L1	L2	Average	L1	L2	Average
1	θ_{g01}	θ_{g11}	θ_{g21}	θ_{g02}	θ_{g12}	θ_{g22}	θ_{g03}	θ_{g13}	θ_{g23}	****
2	53.88	60.85	46.90	111.63	127.60	95.65	169.45	195.25	143.65	****
3	53.80	60.85	46.75	112.83	128.20	97.45	172.60	196.30	148.90	****
4	57.63	59.80	55.45	120.33	125.20	115.45	183.18	191.20	175.15	****
5	29.90	59.80	0.00	62.83	125.65	0.00	95.90	191.80	0.00	****
6	49.68	60.25	39.10	102.63	126.70	78.55	155.58	193.45	117.70	****
7	52.45	62.65	42.25	109.00	132.10	85.90	165.18	201.70	128.65	****
8	58.08	61.15	55.00	121.30	128.35	114.25	184.83	196.30	173.35	****
9	26.75	53.50	0.00	56.98	113.95	0.00	87.58	175.15	0.00	****
10	52.83	62.80	42.85	109.90	132.70	87.10	166.45	202.30	130.60	****
11	57.18	60.25	54.10	120.03	127.45	112.60	182.88	194.50	171.25	****
12	28.40	56.80	0.00	59.15	118.30	0.00	89.98	179.95	0.00	****
13	57.40	62.65	52.15	119.05	131.35	106.75	181.30	200.20	162.40	****
14	29.15	58.30	0.00	61.70	123.40	0.00	94.48	188.95	0.00	****
15	47.35	61.75	32.95	98.05	128.65	67.45	148.98	196.30	101.65	****
16	28.93	57.85	0.00	60.73	121.45	0.00	92.38	184.75	0.00	****
17	52.83	61.45	44.20	110.95	130.00	91.90	169.00	199.00	139.00	****
18	55.53	59.95	51.10	116.05	125.20	106.90	176.95	190.90	163.00	****

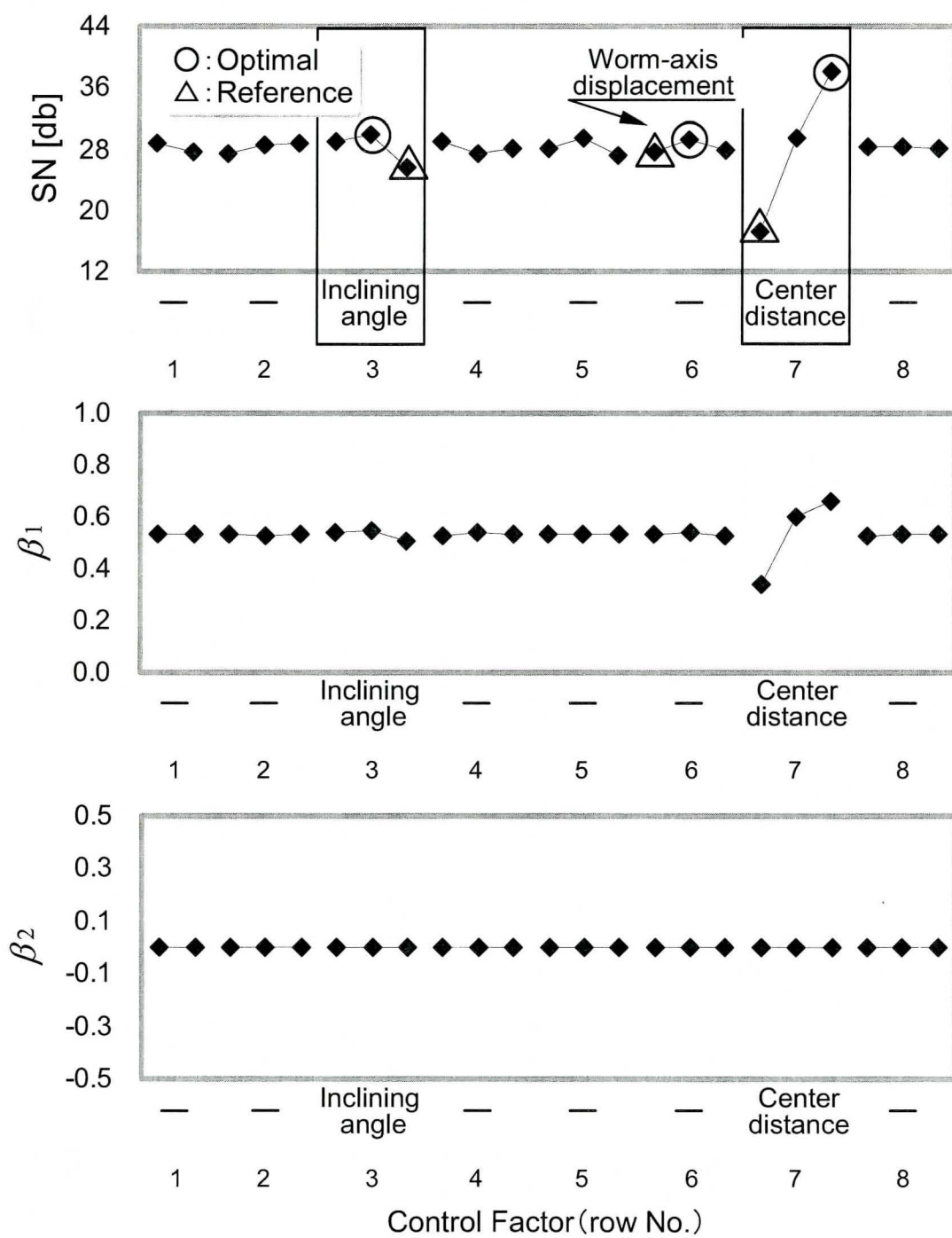


图 4.10 要因效果图

つぎに、これらの結果についてその寄与度を定量的に把握するために分散分析を行った。その結果、軸間距離に関しては約 90%、軸の傾きに関しては約 4%と有意な寄与度であることが分かった。この結果を用いることにより、設計・製造工程において軸間距離や軸の傾きの許容差を EPS の要求仕様に沿って適切に設定することができる。

β_1 , β_2 については、 β_1 では SN 比と同様に軸間距離と軸の傾きが影響していることが分かる。また、図 4.8 の実験データでも確認できるように、実験データと理想曲線との形状は共に 2 次成分が基本となっているため、形状の差を表す β_2 は、ほとんど算出されなかった。

最後に、本実験分析結果の信頼性を検証するための確認実験を行った。まず、図 4.10 の要因効果図より、SN 比を基準にばらつきが小さくなる制御因子の水準組み合わせを最適条件に、ばらつきが大きくなる水準組み合わせを参照条件に決定した。つぎに、水準ごとの SN 比の平均値を用いて最適条件と参照条件との差である利得を推定した。さらに、同じ二つの条件について再び実験を行い、SN 比の利得を求めた結果を表 4.3 に示す。表 4.3 の結果より推定と再実験との利得の比は 96%となり、本研究で行った実験は良好な再現性が得られているものと判断できる。

表 4.3 確認実験

	SN ratio [db]	
	estimation	confirmation
Optimal	40.92	59.71
Reference	14.04	33.85
Gain	26.88	25.86
Reproducibility	1.02 (=26.88-25.86) 0.96 (=25.86/26.88)	

4.10 結 言

本章では，ウォームギヤの設計パラメータと性能との関係について明らかにすることを目的に，品質工学を適用した実験的解析を行った結果，以下の結論を得た．

- (1) ウォームギヤの基本機能であるかみあい摩擦特性を測定可能な，簡便で信頼性の高い実験装置を構築した．
- (2) 樹脂製ホイールの膨潤に対して，ウォームギヤの組立許容差である，軸間距離と軸の傾きはウォームギヤの基本機能のばらつきに影響することが分かった．また，その寄与度を定量的に把握できることが分かった．
- (3) この結果を用いることにより，設計・製造工程において軸間距離や軸の傾きの許容差を EPS の要求仕様に沿って適切に設定することが可能となる．
- (4) さらに，第 2 章で示したウォームギヤの歯形および歯当たりの理論解析法とを組み合わせることにより，現実の使用条件を考慮した EPS 用ウォームギヤの実用的な設計技術への展開が可能となる．

第5章 使用環境を考慮した歯形諸元の最適設計法

5.1 緒 言

第4章では、ウォームギヤの設計パラメータの一つである組立許容差と基本的な性能としてのかみあい摩擦特性との相関関係について、湿度変化の環境下を考慮しつつ実験的に把握した。これにより、EPSの使用環境条件に対してウォームギヤの性能への組立許容差の寄与度を定量的に把握することが可能となり、さらに性能変化の少ない、すなわち頑健な性能を持つ組立許容差を決定することも可能となった。また、品質工学（タグチメソッド）を活用した効率的な実験手法も確立できた。

しかしながら、試作と実験とに頼る手法では、実際の設計・製造現場で活用することは困難である。特に本研究で目指すように開発初期段階でウォームギヤの最適設計を行うためには、第4章で取り上げた組立許容差以外の多くの設計パラメータについて検討する必要がある。中でもウォームギヤの性能を直接的に支配する歯形諸元について検討する場合には、ウォームおよびホイール加工用の工具についても試作する必要がある。時間的にまたコスト的にも現実的ではない。したがって、理論解析により歯形諸元を含む設計パラメータと性能との関係を、使用環境条件を考慮しつつ予測する設計技術を構築しなければならない。

そこで本章では、第2章で導出した歯形および歯当たり理論解析法を基礎として、タグチメソッドを適用した理論的な歯形諸元の最適設計法の導出について示す。

まず、第4章で示したウォームギヤ性能と組立許容差との実験分析を再現可能な解析法を導出し、実験結果との比較により妥当性を示す。またここでは、

実験で計測したウォームギヤのかみあい摩擦特性の代用特性も抽出する。つぎに、基準となる任意の歯形を設定し、歯形諸元を設計パラメータとして、樹脂ホイール歯形の膨潤変形に対するウォームギヤ性能の最適化を試みる。最後に、試作品を用いて第 4 章と同様の評価実験を行い、導出した最適歯形設計法の有効性を示す。

5.2 歯当たり解析に基づいたウォームギヤの最適設計法

5.2.1 組立許容差要因実験の解析モデル

ウォームギヤの設計パラメータと性能との関係を、使用条件を考慮しながら理論解析的に検討を行うために、第 2 章で導出した 3 形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析法を基礎技術として適用した。そして第 4 章で示した、設計パラメータと性能との相関関係の実験分析を解析モデル化することにより、歯形理論から性能に及ぼす設計パラメータの要因分析までを解析的に行うことを目指す。

実験解析では、最適化手法の一つであるタグチメソッドを適用し、制御因子としての設計パラメータに、軸間距離、ウォーム軸とホイール軸との相対的な傾き（軸の傾き）、ウォーム軸のホイール歯幅方向への変位（ホイールの歯幅中央平面からの変位：歯幅方向変位）である組立許容差を 3 種類設定した。また EPS の使用環境条件である湿度変化をノイズとして設定し、設計パラメータと性能との相関関係を分析した。したがって実験のモデル化には、組立許容差、ノイズである樹脂ホイール歯形の膨潤変形、さらにタグチメソッドを適用する必要がある。

これらの実験モデルを組み込んだ歯形理論解析の全体の流れを図 5.1 に示す。歯形諸元などのパラメータを入力すると、設定した制御因子とノイズとは直交

表へ割付けられる。その後、直交組み合わせごとに、組立許容差、樹脂ホイールの膨潤変形を計算し、歯当たり解析を行う。例えば、L18 直交表を選択した場合は、この計算を 18 通り繰り返す。全ての条件組み合わせについて計算が完了した後に、ウォームギヤの性能を表す特性値を要因分析する。得られる要因効果図からは、ノイズ影響下での制御因子と特性値、すなわち設計パラメータとウォームギヤ性能との相関関係を知ることができ、さらに最適組み合わせを決定することも可能となる。

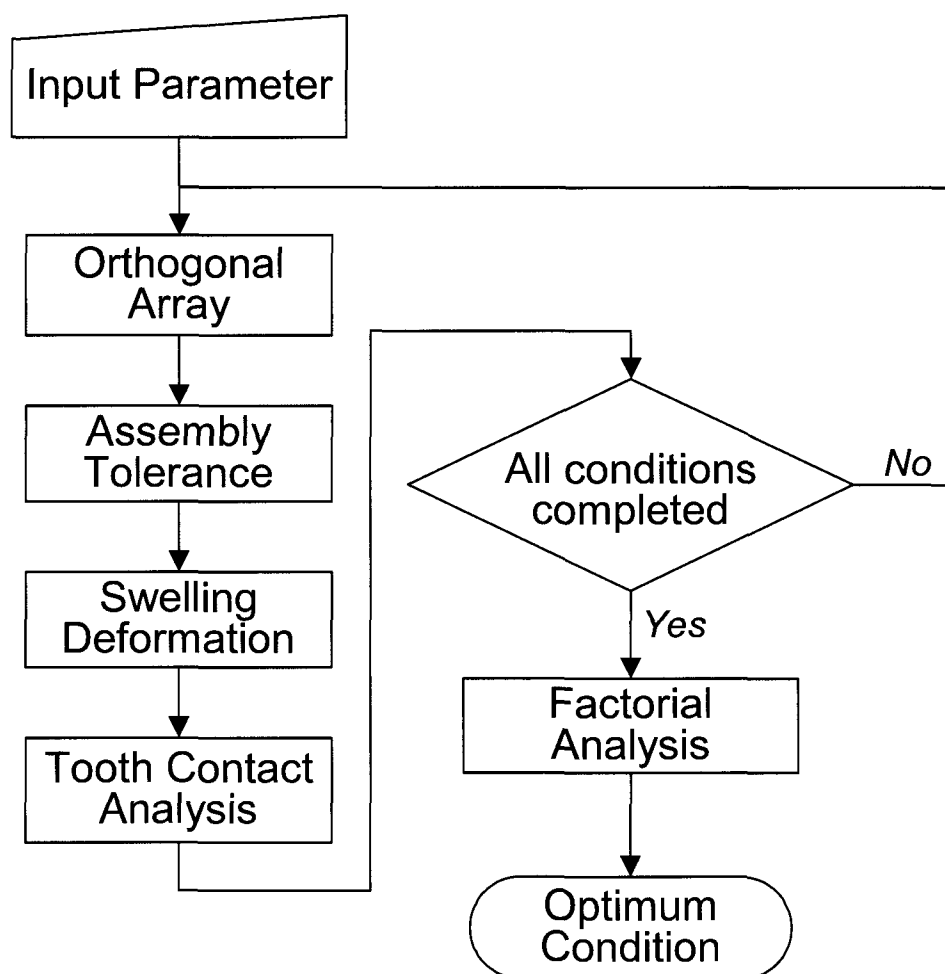


図 5.1 使用環境を考慮した最適設計手順

5.2.2 ウォームギヤの組立許容差モデル

第4章で示したウォームギヤの組立許容差は、それぞれ軸間距離、ウォーム軸とホイール軸との相対的な傾き（軸の傾き）、ウォーム軸のホイール歯幅方向への変位（ホイールの歯幅中央平面からの変位：歯幅方向変位）の3種類である。実験では、これらの関係をホイール軸を基準としてウォーム軸を相対的に移動することで設定をしたが、解析モデルでは図5.2に示すようにホイール軸の相対的な移動として表現した。基礎技術となる歯当たり解析法では、実際に組み合わせられるウォームをホブと見たてて加工された理想のホイールと、ウォームとは異なる諸元を持つホブで加工された実際のホイールとの歯形輪郭を比較することにより、かみあい接触の状態を解析している。このため、解析では実際にホブで加工されるホイール歯形を計算する際に、図5.2に示す組立許容差を考慮した座標変換を行った。座標変換後の値(ξ' , ζ')は、「軸の傾き q_t 」, 「軸間距離 q_c 」, 「かみあい高さ q_h 」とするとこれらの関係は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \xi - qc \\ \zeta' &= \zeta \cos qt - \eta \sin qt + qh \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

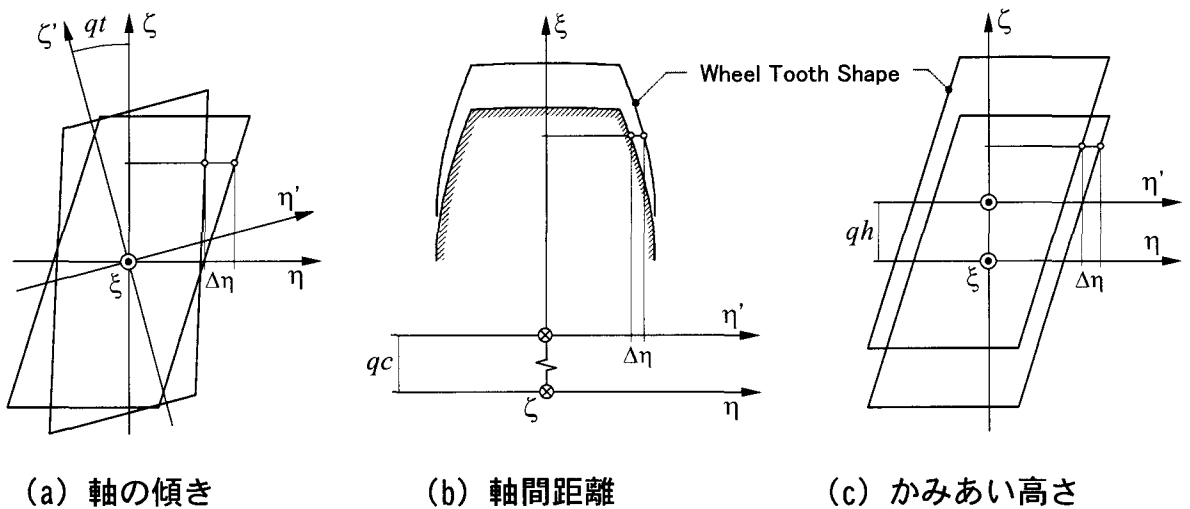


図 5.2 組立許容差によるホイール歯形の座標変換

5. 2. 3 樹脂ホイールの膨潤変形モデル

樹脂ホイールに使用されているキャストナイロン (MC901) は，吸水率と変形率との関係が物性データとして与えられている．この関係を用いて，実際にホブ加工されるホイール歯形輪郭点の座標移動量を計算する．現実の歯形の膨潤変形は，ホイールの半径方向の変形量と円周方向の変形量とが合成されたものと考えられ，解析においても同様なモデルとした．

EPS 用ホイールは，樹脂製の歯部と金属製の芯金とで構成されるのが一般的であり，今回の対象も同一の構成とした．したがって，半径方向には，芯金を除いた樹脂部分の半径長さを適用し，円周方向長さには歯厚を適用した．そして，これらについて求めた変形量を合成し，各歯形輪郭座標の移動量を算出した．膨潤変形モデルの模式図を図 5. 3 に示す．

任意の歯形輪郭座標 (R_w, τ_w) の半径方向変形量，円周方向変形量をそれぞれ R_{df}, t_{df} とすると，次式で表される．

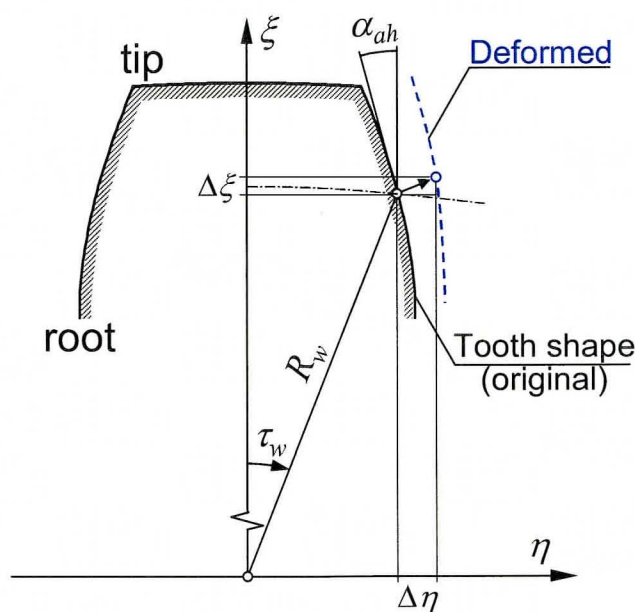


図 5. 3 ホイール歯形の膨潤モデル

$$\left. \begin{aligned} R_{df} &= (R_w - r_{mb}) \cdot c_{sw} \\ t_{df} &= R_w \cdot \tau_w \cdot c_{sw} \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

ここで, r_{mb} : ホイール芯金 (金属部) 外径, c_{sw} : 吸水寸法増加率, である.
式(5.2)より, $\xi-\eta$ 平面上での座標値の移動量 ($\Delta\xi, \Delta\eta$) は, 圧力角を α_{ah} とすると, 次式で求めることができる.

$$\left. \begin{aligned} \Delta\xi &= \{R_{df} \sin(\tau_w + \alpha_{ah}) + t_{df} \cos(\tau_w + \alpha_{ah})\} \sin \alpha_{ah} \\ \Delta\eta &= \{R_{df} \sin(\tau_w + \alpha_{ah}) + t_{df} \cos(\tau_w + \alpha_{ah})\} \cos \alpha_{ah} \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

本解析モデルによる計算結果と実測値との比較を図 5.4 に示す. 計測は, 気温 85℃, 湿度 85% の恒温恒湿状態で 72hr 放置した後, 歯形輪郭を歯元から歯先方向へ CNC 歯車測定機 [東京テクニカル製 TTi-300E 型] により計測した. この結果から, 変形量およびその歯先方向への増加傾向は実測値と良好に一致しており, 解析モデルの妥当性が確認された.

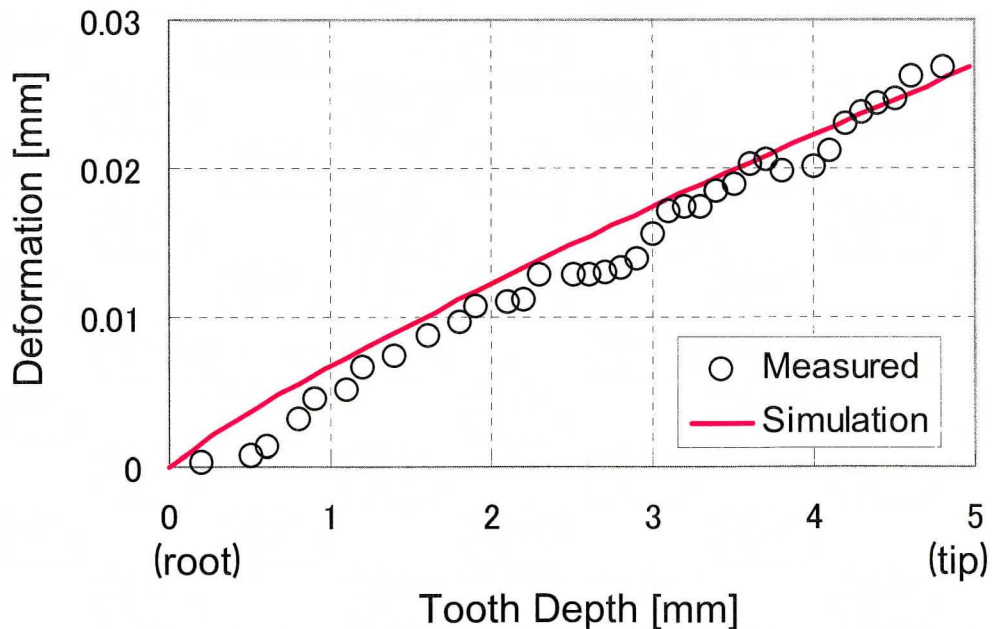


図 5.4 膨潤変形計測結果比較

5.2.4 ウォームギヤ性能の特性値としての出力トルクモデル

ウォームギヤの設計パラメータと性能との相関関係を分析するためには、ウォームギヤの性能を表す特性値が必要となる。第4章で示した組立許容差要因実験では、ウォームへ入力した駆動力に対するホイールの回転角度、すなわちウォームギヤのかみあい摩擦力を特性値とした。この特性値を用いることにより、ノイズ環境下における組立許容差の影響度を調べた。しかしながら摩擦係数は見かけ上で変化するため、解析ではこの現象を直接取り扱うことは困難であり、何らかの代用特性を用いる必要がある。

歯当たり解析では、同時接触線上での接触点の位置やすき間分布などを計算することができるが、本研究ではそれらの情報を用いて、入力トルクに対する出力トルクを計算し、代用特性とすることとした。ホイールの歯形形状は、ノイズである膨潤の影響により変形するため、歯当たり状態が変化して、出力トルクもばらつくことになる。

図5.5に、ウォームかみあい歯面における作用力とホイール回転トルクとの関係を示す⁽³⁴⁾。ウォーム駆動トルク T_w が入力されたとき、かみあい接触点でのウォームのリードを l_w とすると、ウォーム軸方向推力 F_{wa} は次式で表される。

$$F_{wa} = 2\pi \frac{T_w}{l_w} \quad (5.4)$$

このとき、ウォーム軸方向推力 F_{wa} と歯面垂直力 F_n との関係は、ウォームの圧力角、進み角をそれぞれ、 α_{aw} 、 β_{cw} とすると、次式が成り立つ。

$$F_n = \frac{F_{wa}}{\cos \alpha_{aw} \cos \beta_{cw}} \quad (5.5)$$

ここで、 F_n ：ウォーム歯面垂直力、 α_{aw} ：ウォーム圧力角、 β_{cw} ：ウォーム進み角、とする。

さらに、すべり接触にともなう摩擦力 F_{gf} は、かみあい接触面の摩擦係数を μ とすると、次式で表すことができる。摩擦係数は材料や潤滑条件などに依存するが、本研究で対象とするナイロン製のホイールと鋼製のウォームとの組み合わせの場合は 0.02～0.1 程度の値であり、本解析では暫定的に $\mu=0.1$ とした。

$$F_{gf} = \mu F_n \sin \beta_{cw} \quad (5.6)$$

また、ウォームとホイールとの軸間方向の作用力 F_{gc} は、次式で表される。

$$F_{gc} = F_n \sin \alpha_{aw} \cos \beta_{cw} \quad (5.7)$$

これらのかみあい歯面作用力、 F_{wa} 、 F_{gf} 、 F_{gc} は、ホイール軸直角平面 $\xi-\eta$ 平面上で存在するため、任意断面つまり、ウォーム回転角に対応したホイール出力トルクを計算することができる。

したがって、ホイール座標系 $O-\xi\eta\zeta$ 上でのかみあい接触点位置 (ξ_c, η_c) における、ホイール回転トルク T_g は次式で表される。

$$T_g = \xi_c \cdot F_n (\cos \alpha_{aw} \cos \beta_{cw} - \mu \sin \beta_{cw}) + \eta_c \cdot F_n \sin \alpha_{aw} \cos \beta_{cw} \quad (5.8)$$

歯当たり解析では、ウォームとホイールとのかみあい接触状態をホイールの回転角度ごとに計算しており、接触点での圧力角 α_{aw} や進み角 β_{cw} などは回転角度に応じて異なった値となる。

以上のトルク計算を図 5.1 で示した計算手順にしたがって、ウォームギヤの設計パラメータである歯形諸元や組立許容差などの制御因子を直交表に割付け、さらに湿度変化などのノイズとの全ての組み合わせ条件について実施する。

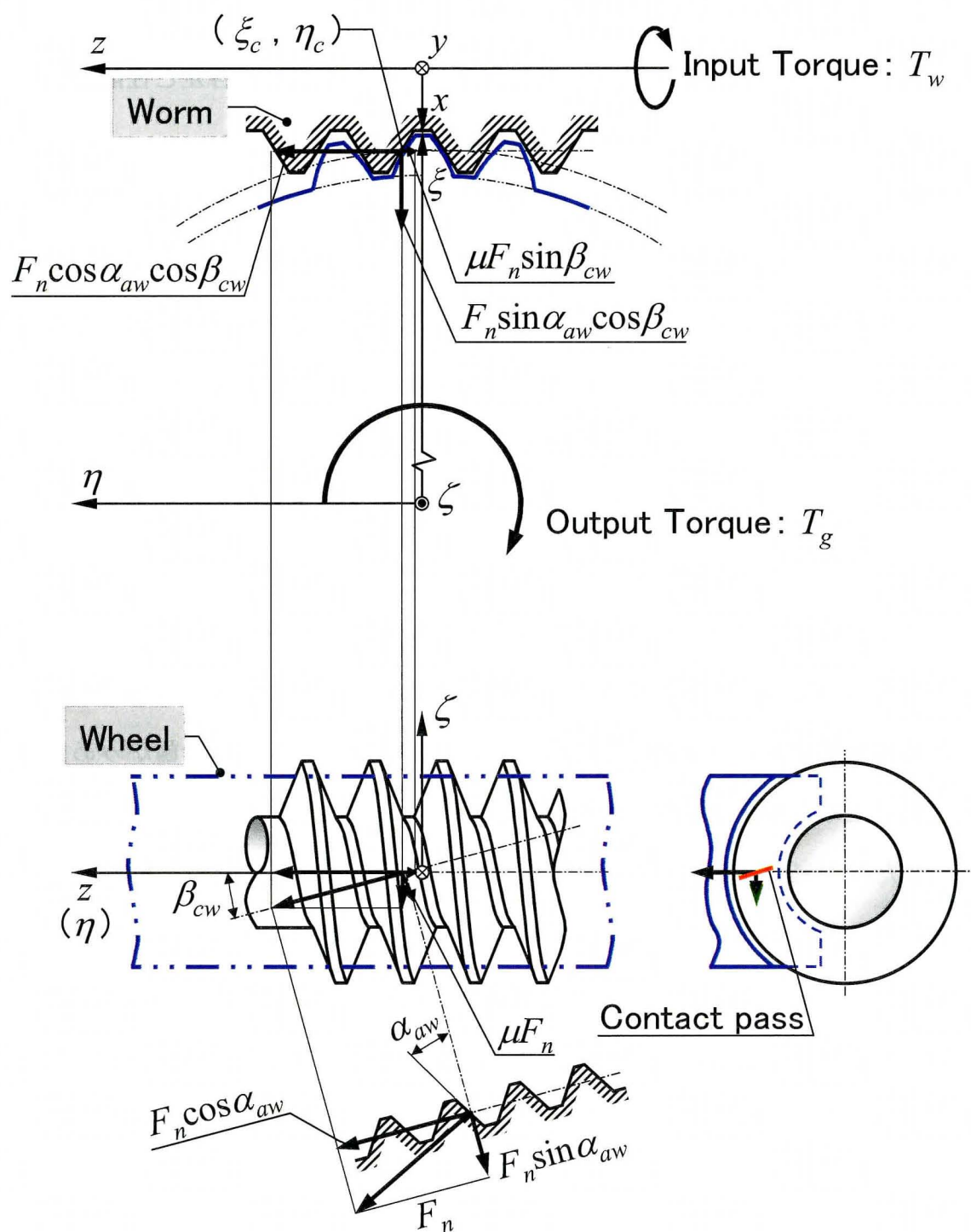


図 5.5 歯面作用力および出力トルクモデル

5.2.5 組立許容差要因実験との比較検証

図 5.1 に示す手順にしたがって、ウォームギヤの組立許容差と性能との相関関係を解析的に分析し、第 4 章の実験結果との比較を行った。

解析条件は実験と同一とし、制御因子となる組立許容差およびその水準値も同一とした。さらにノイズである樹脂ホイールの膨潤は、図 5.4 で示したように実験条件での歯形変形量と同等に設定した。同様に分析方法に関しても制御因子を L18 直交表に割付け、出力トルクを特性値として要因分析を実施した。

まず、出力トルクの結果例を図 5.6 および図 5.7 に示す。図 5.6 はウォーム回転角に対するトルク波形を、図 5.7 にはノイズによるトルクの差であるばらつきを、全直交組み合わせ（18 通り）について示している。図 5.6 より、ホイール出力トルクはウォームの回転にともない漸増していくことが分かる。実際のかみあいでは、一歯のかみあいが終了する前に次々と隣接する歯がかみあうため連続的なトルク変動として現れるが、本解析モデルでは一歯かみあいとしているためトルクは単調に増加している。

また図中には、膨潤有りと無しの条件を同時に掲載してあり、膨潤有りの場合は無し条件の場合と比較してトルク値が低下しているが、トルクの絶対値に対する膨潤によるばらつきの割合が小さいため、トルク波形からはノイズの影響を判断することは難しい。そこで、図 5.7 に示すように、各組み合わせごとのばらつきで比較すると、条件によりばらつきの量が異なることが分かる。

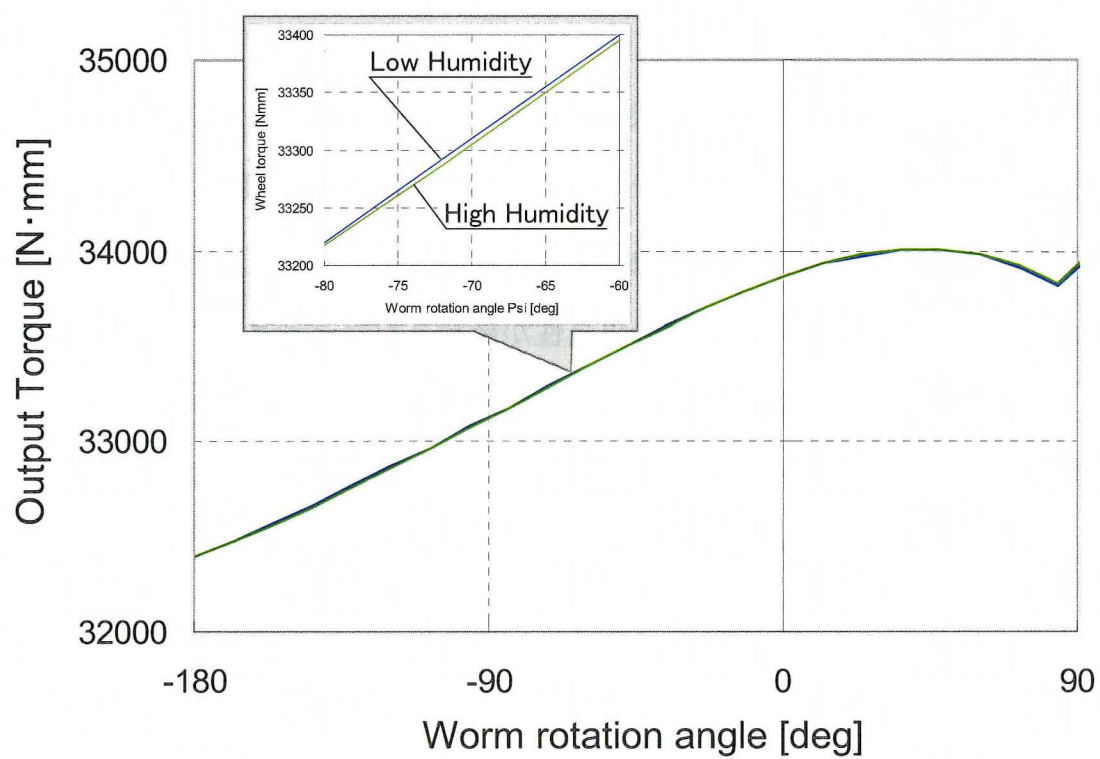


図 5. 6 出力トルク波形

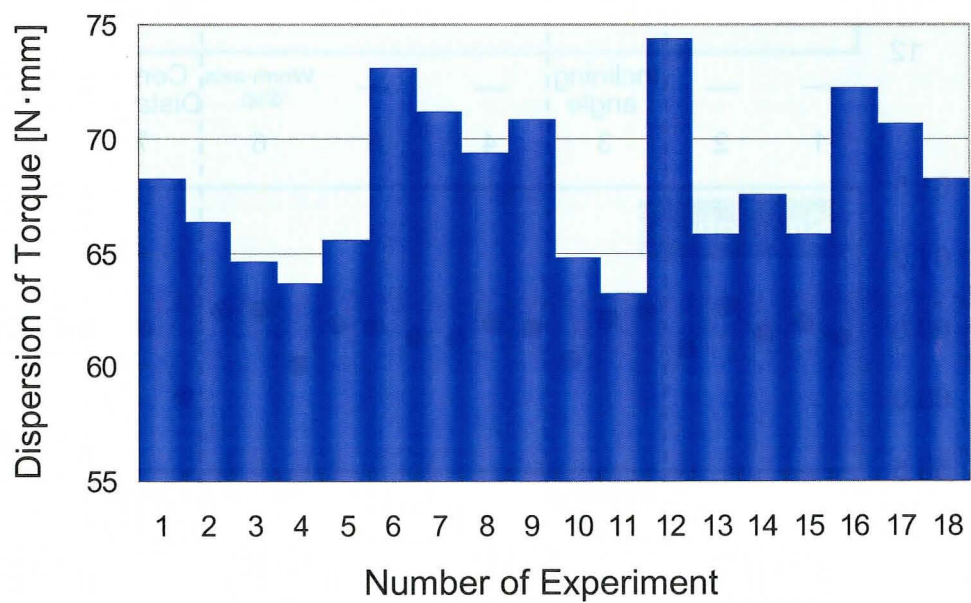


図 5. 7 膨潤による出力トルクのばらつき

このようにして計算されたデータを分析した要因効果図の SN 比について、図 4.10 で示した実験結果と解析結果との比較を図 5.8 に示す。図 5.8 に示した結果より、特に寄与度の大きい因子である、軸間距離と軸の傾きについて、その割合や水準値に対する傾向が実験と解析とで良好に一致していることが確認された。このことより、本設計法の妥当性が確認されたと考えられるが、この検証では歯形形状および歯当たり特性に支配的な歯形諸元について検討されていない。このため、さらなる妥当性の検証および最適歯形の実現を目指して、歯形諸元を制御因子とした最適設計を行い、さらにその試作評価を行うこととした。

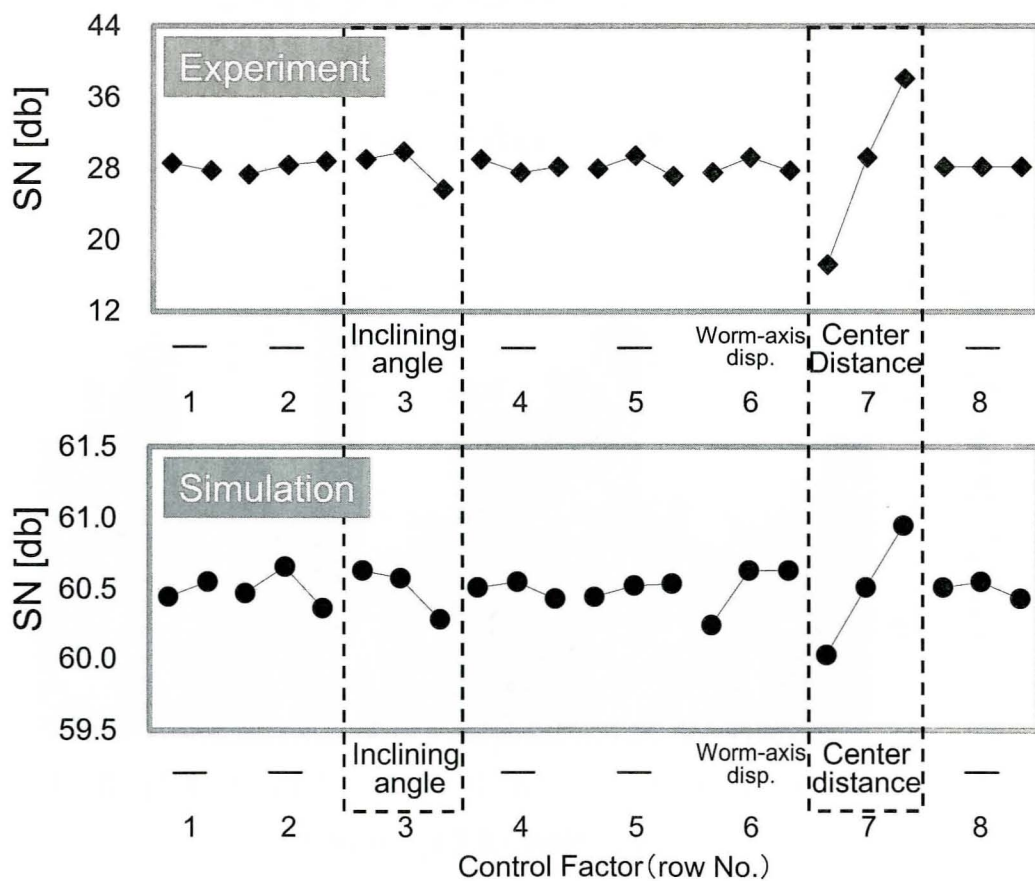


図 5.8 要因効果図の比較

5.3 ウォームギヤの最適設計と試作評価

5.3.1 基準歯形

導出したウォームギヤ最適設計法を適用して、実際にウォームギヤの最適設計を試みた。最適化の対象とした基準歯形の諸元を表 5.1 に示す。

選定したウォームは JISB1723 に規定される 3 形ウォームの歯形形状を持つ。対象となる EPS の車両搭載性を考慮して、ウォーム軸とホイール軸とは相対的な傾き角 (21deg.) を持つ斜め食い違い軸タイプである。これにより、ホイールのねじれ角は 1deg.程度と比較的小さく設定されている。またホイール切削加工用工具には、実際にホイールと組み合わされるウォームの外径と比較して約 3 倍程度大径となるウォームホブを採用している。ウォームの条数は 2 条、ホイールの歯数は 34 枚で、歯数比は 17 である。またこれまでに述べているようにホイールは、一般的な EPS 用ウォームギヤに採用される金属製の芯金部 (S25C) と樹脂製の歯部 (MC901) とで構成されている。

表 5.1 基準歯形の諸元

Item	Unit	Worm	Wheel
	—	JIS 3	
Pressure angle	deg.	15	
Tool radius	mm	177.5	—
Lead	mm	19.384	18.224
Lead angle	deg.	19.948	1.052
Inclining angle	deg.	21.0	
Hob radius	mm	—	30
Center distance	mm	57.808	
Teeth number	—	2	34
Module	mm	3.085	2.900
P.C.D	mm	17.000	98.617
Outer radius	mm	10.820	51.709
Material	—	S45C	MC901+S25C

5.3.2 最適歯形設計

本研究における最適化の目的は、EPS の使用条件の中でも不具合の原因として重大な懸念であるところの、湿度変化による樹脂ホイールの膨潤変形に対して影響の受けにくい、すなわち頑健な性能を有するウォームギヤを設計することである。このための設計パラメータとして歯形諸元を設定し、また環境条件として上述と同様に湿度条件を設定した。表 5.2 に制御因子としての歯形諸元の割付と水準値を示す。制御因子に設定した歯形諸元は相互作用を持つため、各諸元値の水準幅を独立して決定した場合、組み合わせによってはかみあいなどの特性が著しく悪化することが考えられる。そのため、初期段階の検討において、異常な歯当たりなどの発生がないように解析結果を確認しながら各諸元値の水準幅を調整した。その結果、個々の諸元値に対しては比較的小さな水準幅の設定となった。これらの制御因子は、L18 直交表に割付けた。ノイズとなる湿度条件は高湿度を図 5.4 で示した実測条件(湿度 85%, 気温 85℃の恒温恒湿, 72hr 放置)と同一とした。また低湿度を、膨潤変形のない理論歯形とした、2 水準を設定した。

表 5.2 制御因子の割付

row	Control factor	Unit	Levels		
			1	2	3
1	-				
2	-				
3	Pressure angle	deg.	14	15	16
4	-				
5	Tool radius	mm	172.5	177.5	182.5
6	Lead angle	deg.	19.448	19.948	20.448
7	Inclining angle	deg.	20.5	21.0	21.5
8	Hob radius	mm	25	30	35

これら $18 \times 2 = 36$ 通りの計算結果を要因分析することにより，目的とする湿度変化に対して頑健な性能を有するウォームギヤの歯形諸元の組み合わせを決定した．図 5.9 に要因効果図を示す．要因効果図では，SN 比が頑健性を表す指標であり，数値が高いほど頑健であり，ノイズの影響を受けにくい特性を持つ．また S は出力の感度，すなわち特性値であるホイール出力トルクの大きさを表す．本最適化の目的は前述したように，湿度変化に対するウォームギヤの頑健性を向上させることであるので，SN 比を基準に最適歯形諸元の水準組み合わせを選択した．さらに構築した最適設計法の妥当性を検証する目的から，比較参照となる頑健性が劣る条件も合わせて 2 種類の組み合わせを選択した．

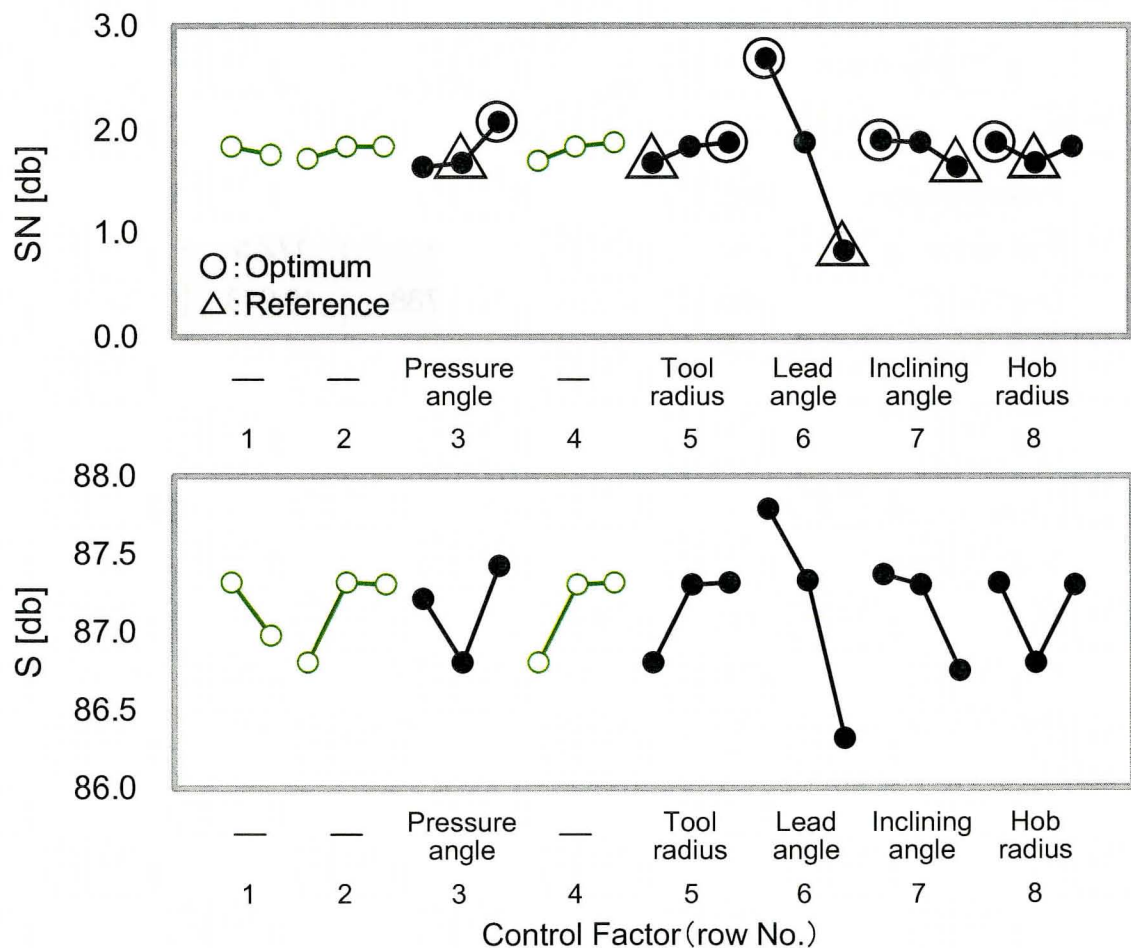


図 5.9 要因分析結果

表 5.3 に最適および参照条件の歯形諸元を示す。最適歯形は、圧力角とウォーム研削用砥石径が比較的大きく、進み角とホイール切削用ホブ径が比較的小さいなどの特徴を持つ。またこれらの諸元は、感度 S についても比較的高い組み合わせとなりホイール出力トルクが向上することを意味するが、これはすなわち摩擦損失トルクの低減による伝達効率の改善も期待できることを示している。これらの歯形を試作し、さらに基準歯形を含む 3 種類について、性能評価試験を実施した。

表 5.3 最適および参照歯形諸元

Condition		Optimum		Reference	
		Worm	Wheel	Worm	Wheel
Type	—	JIS 3		←	
Pressure angle	deg.	16		15	
Tool radius	mm	182.5	—	172.5	—
Lead	mm	18.858	17.788	19.913	18.661
Lead angle	deg.	19.448	1.552	20.448	1.052
Inclining angle	deg.	21.0		21.5	
Hob radius	mm	—	25	—	30
Center distance	mm	56.627		58.990	
Teeth number	—	2	34	2	34
Module	mm	3.001	2.831	3.169	2.970
P.C.D	mm	17.000	96.257	17.000	100.980
Outer radius	mm	10.805	50.529	10.820	52.890

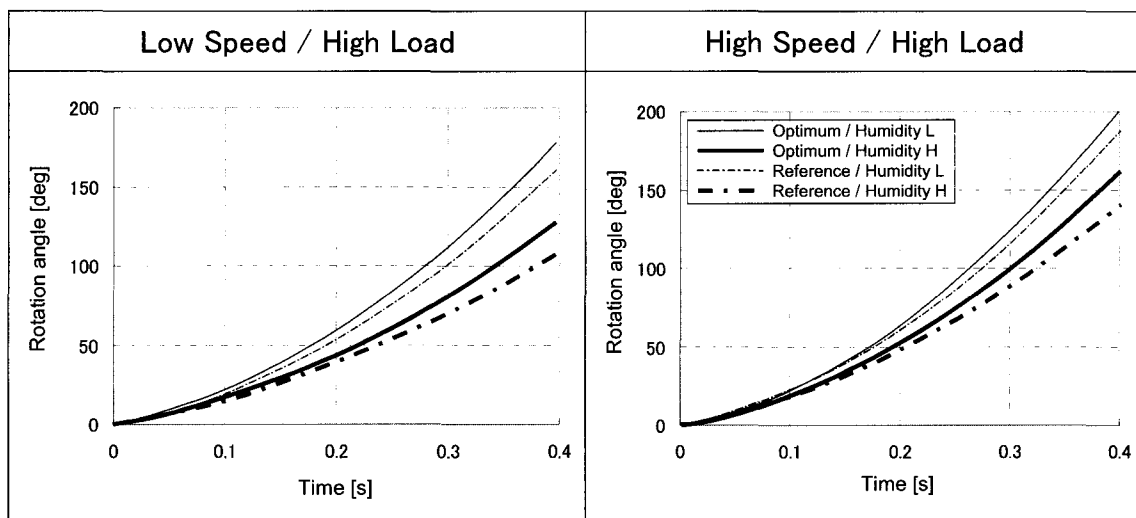
5.3.3 試作評価結果

試作したウォームギヤの性能評価は、第 4 章の組立許容差要因の実験解析において構築した試験装置を使用した。図 5.10 に示す計測結果は、ホイール回転角度の時間変化を最適と参照条件とについて、湿度変化による影響を表している。また運転条件として、駆動トルクすなわち回転速度の大小 2 種類の結果についても同時に示してある。図 5.10 (a) より、最適および参照条件とも高湿度となり樹脂ホイールの歯形が膨潤変形すると、同時刻におけるホイールの回転角度が減少し、見かけのかみあい摩擦力が増加していることが分かる。この湿度変化に対するホイールの回転角度の変化量を比較したものを、図 5.10 (b) に示す。重錘の落下時間すなわちホイールの回転速度が大きくなると、最適と参照条件との変化量の差が大きくなっている。最適化の目的は、湿度変化に対する性能のばらつきを抑制することであり、この変化量が小さいことが望ましい特性といえる。したがって、最適条件は参照条件と比較して、頑健性が向上していることが分かる。全ての実験条件について、変化量のデータを要因分析した結果、最適条件は参照条件に対して SN 比で 4.4db の改善効果が確認された。

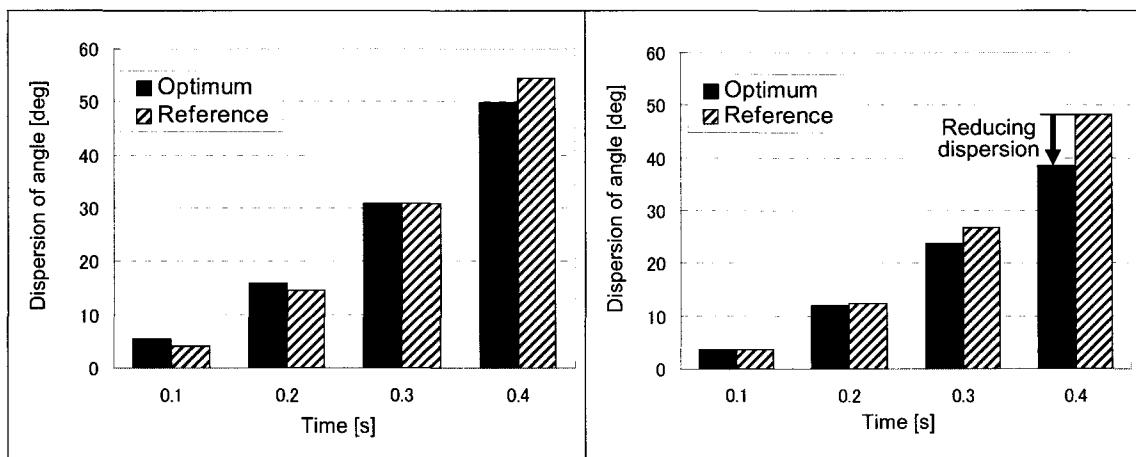
また任意の同時刻におけるホイール回転角度について、湿度条件ごとに最適と参照条件とを比較すると、参照条件の角度が減少していることが分かる。このことから、伝達効率についても改善していることが確認された。要因効果図では感度 S が出力平均を表す指標であり、約 10db の改善効果が得られた。これは、本実験装置における摩擦を無視した重錘が自由落下する場合の理論値である式(4.2)を基準とした割合で比較すると、4～6% の向上となる。

同様に、基準歯形と比較した結果を、図 5.11 に示す。この場合は、SN 比で 1.9db のばらつき改善、感度 S で 4.6db、伝達効率相当では、最大 2% 程度の改善効果が得られた。

以上の結果が示すように試作した最適歯形は、EPS 用ウォームギヤとして用いた場合、湿度環境変化に対する伝達特性の変化によるステアリング操作感の悪化などが改善される利点がある。さらに環境変化に対する頑健性の高さに加えて伝達効率自体も高いことから、ウォームギヤのかみあい歯面の磨耗や損傷などの耐久性についても向上することが期待できる。

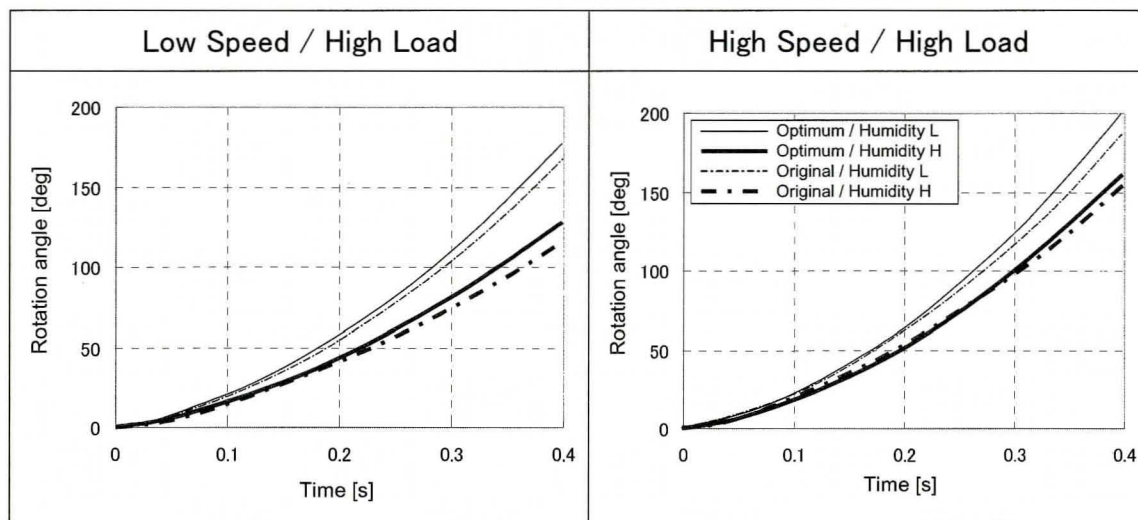


(a) ギヤ回転角データ

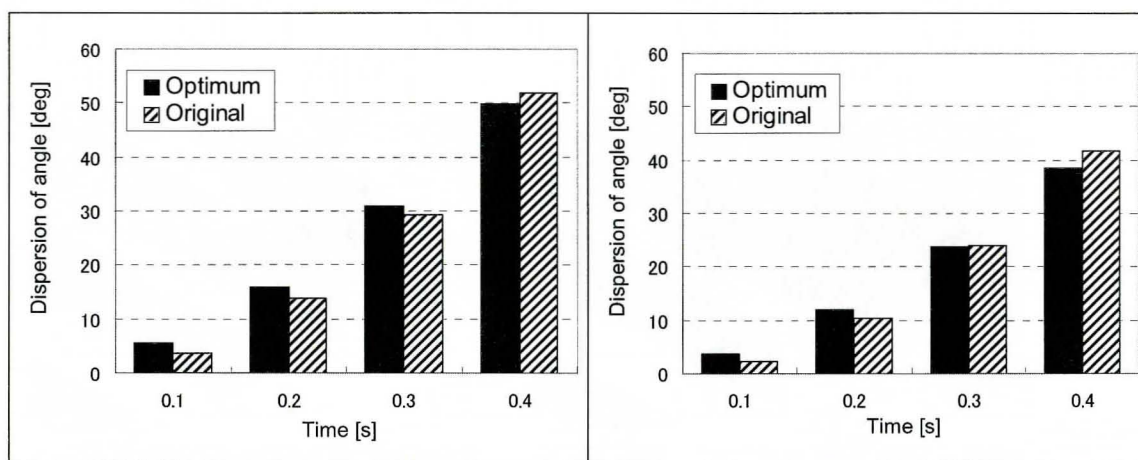


(b) 膨潤による回転角度のばらつき比較

図 5.10 試作品評価試験結果（参照条件比較）



(a) ギヤ回転角データ



(b) 膨潤による回転角度のばらつき比較

図 5.11 試作品評価試験結果（基準条件比較）

5.3.4 弾性かみあい接触による最適歯形の確認

最後に、最適および参照歯形の弾性接触解析の結果について述べる。図 5.12 に、第 3 章で示した FEM 解析によるホイール歯面上の接触面圧の結果を示す。解析条件は、ウォーム軸方向荷重を 2.0kN とし、ウォームとホイールとのかみあい回転角を、1/2 ピッチ (+5.3deg.) 変化させた場合の解析を行った。

結果より、最適および参照条件とも、偏当たりや、歯形の変形にともなう歯先干渉などの異常は確認されず、実際に EPS に適用する歯形としての妥当性はあるものと判断される。

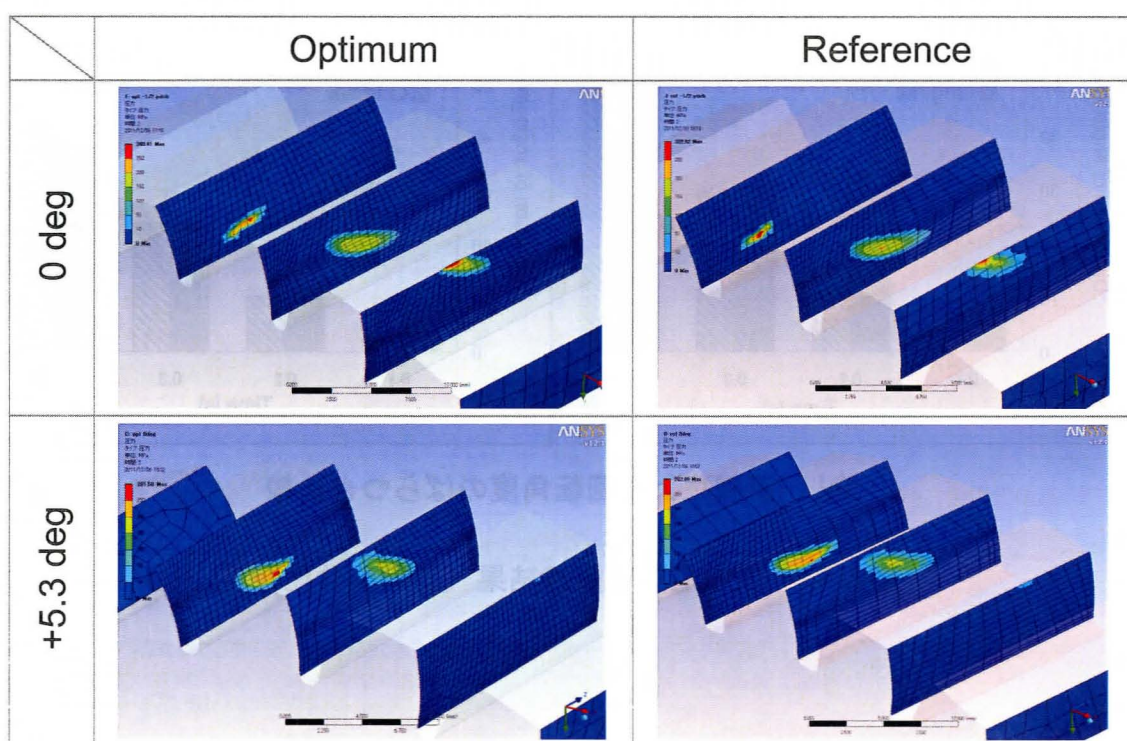


図 5.12 最適および参照歯形の弾性接触解析

5.4 結 言

3 形ウォームを用いた EPS 用ウォームギヤの実用的な設計製作法の確立を目的として、歯形諸元などの設計パラメータを最適化する理論設計法を導出し、さらに本設計法を用いて最適歯形の試作および評価試験を行った結果、以下の結論を得た。

- (1) 歯形および歯当たり理論解析法を基礎技術として、湿度や温度変化などの現実の使用環境条件を考慮した EPS 用ウォームギヤの実用的な理論設計法を導出した。
- (2) 本手法を適用して設計したウォームギヤの性能は、EPS の環境条件の一つである湿度変化による樹脂ホイールの膨潤変形に対して、高い頑健性を有することが試作品の評価試験により確認された。
- (3) 本手法を用いることにより、今後は市場での使用環境を考慮した、より高性能かつ高品質な EPS 用ウォームギヤの開発が期待できる。

第6章 結 論

6.1 まとめ

近年、自動車用ステアリング機構の主流となってきた電動パワーステアリング（EPS）へは、小型・高減速比などの特徴を持つことから、一般的にウォームギヤ減速機が用いられる。EPS は走行安全性や運転者への直接的な操作感覚に大きく影響を及ぼすことから、一般産業用途に比較して、性能、品質面において高度な要求がなされるため、高精度なウォームギヤが必要となる。加えて、車両搭載上のスペース的な制約やコスト面の配慮も必須である。しかしながら、これらの諸条件を加味しつつ、厳密な歯形論に基づいた実用的なウォームギヤの設計製作法については、実施例や研究例が乏しいという問題が存在した。さらに自動車は、あらゆる地域で様々なユーザによって使用されるという特殊な環境下にある。ユーザを意識して、市場において十分に性能を発揮するような製品を提供するためには、設計の初期段階において実際の使用環境を考慮して、性能予測を可能とする理論設計法が必要である。

本研究は、一般的に高精度なウォームを得られることが知られている JIS 3 形ウォームを用いたウォームギヤ（ウォームとホイール対）を対象とし、設計要件や使用環境を考慮した実用的な設計製作法の追求を目的としたもので、以下に述べる成果が得られた。

第 1 章「緒論」では、本研究の背景について述べ、一般産業用ウォームギヤおよび EPS 用ウォームギヤについて理論歯形と歯当たり解析法さらには、歯形の最適設計法に関する従来の研究を概観し、その問題点を指摘してこれらを解決するために行った本研究の目的および意義、本論文の構成と概要を示した。

第2章「3形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析」では、3形ウォームを採用した斜め食い違い軸ウォームギヤについて、実用的な設計製作法の確立を目的として理論解析の手法を示し、さらにウォームギヤの試作・歯当たり試験を行い、以下のことを明らかにした。

- (1) 斜め食い違い軸方式について、歯形形状およびかみあい状態が表現可能であり、設計現場の技術者が有効利用できる理論解析法を導出した。
- (2) 導出した理論解析法を用いることで、仕様に沿ったウォームギヤおよびホブの設計が可能となり、高精度な製品の製作が期待できる。
- (3) 試作ウォームギヤを用いた歯形形状測定および歯当たり試験の結果は、理論解析結果と良好に一致しており、本理論解析法の妥当性が示された。

第3章「EPS用樹脂製ウォームホイールのかみあい接触解析」では、EPS用の樹脂製ホイールの弾性変形を考慮したかみあい接触解析法の構築を目的として理論解析の手法を示し、さらにかみあい検証実験を行い、以下のことを明らかにした。

- (1) 第2章で導出したウォームギヤの歯形理論解析法を基礎として、汎用の有限要素解析(FEM)ソフトを使用した三次元の弾性接触解析法を構築した。
- (2) 歯当たりと歯形の変形についての実験結果は、荷重条件やかみあい角度に対する傾向や変形量が解析結果と良好に一致し、本解析法の妥当性が示された。
- (3) 本解析法を用いることで、EPSの実際の使用における荷重条件を考慮した強度や歯当たり干渉などを精度良く予測することが可能となり、より実用的な最適歯形設計への活用が期待できる。

第4章「品質工学を適用した EPS 用ウォームギヤの組立許容差要因の実験的解析」では、ウォームギヤの設計パラメータと性能との関係について明らかにすることを目的に、品質工学を適用した実験的解析を行い、以下のことを明らかにした。

- (1) ウォームギヤの基本機能であるかみあい摩擦特性を測定可能な、簡便で信頼性の高い実験装置を構築した。
- (2) 樹脂製ホイールの膨潤に対して、ウォームギヤの組立許容差である、軸間距離と軸の傾きはウォームギヤの基本機能のばらつきに影響することが分かった。また、その寄与度を定量的に把握できることが分かった。
- (3) この結果を用いることにより、設計・製造工程において軸間距離や軸の傾きの許容差を EPS の要求仕様に沿って適切に設定することが可能となる。
- (4) さらに、第2章で示したウォームギヤの歯形および歯当たりの理論解析法を組み合わせることにより、現実の使用条件を考慮した EPS 用ウォームギヤの実用的な設計技術への展開が可能となる。

第5章「使用環境を考慮した歯形諸元の最適設計法」では、3形ウォームを用いた EPS 用ウォームギヤの実用的な設計製作法の確立を目的として、歯形諸元などの設計パラメータを最適化する理論設計法を導出し、さらに本設計法を用いて最適歯形の試作および評価試験を行った結果、以下の結論を得た。

- (1) 歯形および歯当たり理論解析法を基礎技術として、湿度や温度変化などの現実の使用環境条件を考慮した EPS 用ウォームギヤの実用的な理論設計法を導出した。
- (2) 本手法を適用して設計したウォームギヤの性能は、EPS の環境条件の一つである湿度変化による樹脂ホイールの膨潤変形に対して、高い頑健性を有

することが試作品の評価試験により確認された。

- (3) 本手法を用いることにより、今後は市場での使用環境を考慮した、より高性能かつ高品質な EPS 用ウォームギヤの開発が期待できる。

6.2 今後の展望

近年、環境負荷低減要求の高まりから自動車の低燃費化もより一層求められ、車体や排気量を含めた小型化の流れが加速している。当然、搭載される機器、すなわち EPS についても小型化、軽量化の要求がなされる。もちろん静粛性や操作性などの品質要求についての向上も求められる。そのためには、機能部品の一つであるウォームギヤを高精度にかつ、様々な使用環境下において安定して性能を発揮出来るように設計しなければならない。本論文では、厳密な歯形論に基づき EPS の使用環境を考慮した、ウォームギヤの実用的な設計製作法に関わる問題を述べてきた。さらに、つぎに述べる項目について今後の展望が期待される。

■EPS システムの理論性能予測および設計法の追求

本研究では、3 形ウォームの歯形および歯当たり理論解析法を基礎技術として、EPS の使用環境の中でも性能面に大きな影響を及ぼす湿度変化、すなわち、樹脂ホイール歯形の膨潤変形を考慮した、歯形の最適設計法について述べた。しかし、EPS はウォームギヤ以外の種々の機能要素部品によりシステムとして構成されている。したがって、EPS の操作性や静粛性などを飛躍的に向上させ、さらなる高付加価値化を図るためには、運転者と車両とをつなげる重要な機構要素である EPS をシステムとして最適設計することが望まれる。そのためには、次の項目を検討することが必要である。

- (1) ウォームギヤの精密な歯当たりに基づくかみあい作用力の力学モデルを構築し、ウォームギヤの動力学的特性を明らかにする.
- (2) ラック&ピニオンなどの他の動力伝達要素、さらに、支持系などについての動力学的な解析法を導出し、これにウォームギヤの動力学特性を加味した EPS システムの性能予測法を明らかにする.

参 考 文 献

- (1) 光崎雄二, 広瀬五郎, 関谷昌三, 宮浦靖彦: 電動パワーステアリング (EPS), NSK Technical journal, No. 667, (1999), 14-22.
- (2) 宮崎博之: EPS 技術開発の展望, JTEKT Engineering journal, No. 1009, (2011), 19-22.
- (3) JIS B 1723: 円筒ウォームギヤの寸法, 日本規格協会, (1977) 17-20.
- (4) 岸 佐年, 両角宗晴, 吉田嘉太郎: 3 形ウォームギヤの歯面修整法の研究 (第 1 報, ホブ基礎ねじ面の計算法の解析), 日本機械学会論文集 C 編, 52, 481 (1986), 2443-2448.
- (5) Hong-Sheng Fang, Chung-Biau Tsay: Mathematical Model and Bearing Contacts of the ZK-type Worm Gear Set Cut by Oversize Hob Cutter, Mechanism and machine Theory, Vol.31, (1995), 271-282.
- (6) Chia-Chang Liu, Jia-Hong Chen, Chung-Biau Tsay, Yukinori Ariga: Meshing Simulations of The Worm Gear Cut by a Straight-Edged Flyblade and the ZK-type Worm with a Non-90° Crossing Angle, Mechanism and machine Theory, Vol.41, (2006), 987-1002.
- (7) Faydor L. Litvin, Seol: Kinematic and Geometric Model of Gear Drives, Journal of MD, ASME, Vol.118, (1996), 544-550.
- (8) I. H. Seol, Faydor L. Litvin: Computerized Design Generation and Simulation of Meshing and Contact of Modified Involute Klingelnberg and Flender Type Worm-Gear Drives, Journal of MD, ASME, Vol.118, (1996), 551-555.
- (9) I. H. Seol, Faydor L. Litvin: Computerized Design, Generation and Simulation of Meshing and Contact of Worm-Gear Drives with Improved Geometry, Computer method in Applied and Engineering, Vol.138, (1996), 73-103.
- (10) M. D. Donno, Faydor L. Litvin: Computerized Design and Generation of Worm Gear Drives with Stable Bearing Contact and Low Transmission Errors, Journal of Tribo, ASME, Vol.121, (1999), 573-588.

- (11) I.H. Seol : The Design Generation and Simulation of Meshing of Worm-Gear Drive With Longitudinally Localized Contact, Journal of MD, ASME, Vol.122, (2000), 201-206.
- (12) Vilmos Simon : The Influence of Gear Hobbing on Worm Gear Characteristics, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol.129, (2007), 919-925.
- (13) 広川純夫, 酒井高男, 牧 充 : 軸角が 90° でないインボリュートウォームギヤに関する研究, 日本機械学会論文集 第 3 部, 43, 373 (1977), 3518-3525.
- (14) 広川純夫, 酒井高男, 牧 充 : 軸角が 90° でないインボリュートウォームギヤに関する研究 (第 2 報, 効率および接触形態に関する考察), 日本機械学会論文集 C 編, 46, 401 (1980), 68-75.
- (15) 広川純夫, 酒井高男, 牧 充 : 軸角が 90° でないインボリュートウォームギヤに関する研究 (第 3 報, 各種歯形論的性質を有する実験用歯車の設計と試作), 日本機械学会論文集 C 編, 46, 401 (1980), 77-85.
- (16) 広川純夫, 酒井高男, 牧 充 : 軸角が 90° でないインボリュートウォームギヤに関する研究 (第 4 報, ウォーム歯面上の接触線の移動について), 日本機械学会論文集 C 編, 46, 403 (1980), 301-307.
- (17) 矢内節佳, 牧 充 : 大径ホブ切り斜交軸ウォームギヤの歯当たりに関する研究, 日本機械学会論文集 C 編, 59, 559 (1993), 896-902.
- (18) Hong-Sheng Fang, Chung-Biau Tsay : Mathematical Model and Bearing Contacts of The ZN-type Worm Gear Set Cut by Oversize Hob Cutter, Mechanism and machine Theory, Vol.35, (2000), 1689-1708.
- (19) Chung-Biau Tsay, Jiun-Wen Jeng, Hong-Sheng Feng : A Mathematical Model of The ZE-type Worm Gear Set, Mechanism and Machine Theory, Vol.30, (1995), 777-789.
- (20) 渡辺勝治, 清水康夫, 寺田泰浩 : EPS 用新歯形ウォームギヤの噛合いに関する一考察, 自動車技術会論文集, 38, 2 (2007), 201-206.
- (21) 渡辺勝治, 清水康夫 : EPS 用新歯形ウォームギヤの効率向上に関する一考察, 自動車技術会学術講演会前刷集, 59-08 (2008), 19-24.

- (22) Vilmos Simon : Computer Aided Loaded Tooth Contact Analysis in Cylindrical Worm Gear, Journal of MD, ASME, Vol.127, (2005), 973-981.
- (23) Ignacio Gonzalez-Perez, Faydor L. Litvin, Kenichi Hayashi, Kenji Yukishita : Computerized Design of Worm Gear Drives with Improved Conditions of Meshing and Bearing Contact , Proceeding of IMECE ASME DE (2006), 297-305.
- (24) 須藤勝蔵, 田中保幸, 松本 將, 東崎康嘉 : 円筒ウォームギヤの歯面荷重分布解析法の研究(第1報, ホログラフィによる歯のたわみ特性試験), 日本機械学会論文集 C 編, 59, 566 (1993), 3171-3177.
- (25) 須藤勝蔵, 田中保幸, 松本 將, 東崎康嘉 : 円筒ウォームギヤの歯面荷重分布解析法の研究 (第2報, 歯当り解析プログラムの作成), 日本機械学会論文集 C 編, 59, 566 (1993), 3178-3184.
- (26) Yann Hiltcher, Michele Guingand, Jean-Pierre de Vaujany : Load Sharing of Worm Gear With a Plastic Wheel, Journal of MD, ASME, Vol.129, (2007), 23-30.
- (27) M. Karimpour, K. D. Dearn, D. Walton : A Kinematic Analysis of Meshing Polymer Gear Teeth, Proceedings of IMechE, Vol. 224, (2009), 101-115.
- (28) 小松公一, 塚本尚久 : プラスチック歯車のたわみのシミュレーション, 日本機械学会論文集 C 編, 65, 634 (1999), 2480-2485.
- (29) Yann Hiltcher, Michele Guingand, Jean-Pierre de Vaujany : Numerical Simulation and Optimization of Worm Gear Cutting, Mechanism and machine Theory, Vol.41, (2006), 1090-1110.
- (30) 小林 恒 : 電気 PS ウォームギヤ対の歯面最適設計理論, 豊田工機技報, Vol. 43, No. 3, (2003.3), 1-11.
- (31) Rodolphe Le Riche, Victor Picheny, David Ginsbourger, Andre Meyer, Nam-Ho Kim : Gears Design with Shape Uncertainties using Monte Carlo Simulations and Kriging , Collection of Technical Papers , AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures , Structural Dynamics , and Materials Conference and

- AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Forum, 50th, Vol.3, (2009), 1846-1859.
- (32) Xiaogen Su, Donald R. Houser : Alternative Equation of Meshing for Worm-Gear Drives and Its Application to Determining Undercutting and Reverse Engineering, Journal of MD, ASME, Vol.122, (2000), 207-212.
- (33) 立林和夫：入門タグチメソッド，日科技連，(2008)，101.
- (34) 林則行，富坂兼嗣，平賀英資：機械設計法，森北出版，(1988)，169-170.

本論文に関する発表論文

原著論文

- (1) 伊藤 隆, 岸 佐年, 堀内富雄, 塚本修民, 吉川真楽, 深田茂生 : EPS 用斜め食い違い軸ウォームギヤの設計製作に関する研究 (第 1 報, 3 形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析), 設計工学, 45, 3 (2010), 135-142. (引用箇所 : 第 2 章)
- (2) 伊藤 隆, 岸 佐年, 堀内富雄, 吉川真楽, 渡辺博仁, 深田茂生 : 品質工学を適用した EPS 用斜ウォームギヤの組立許容差要因の実験的解析, 設計工学, 46, 4 (2011), 224-230. (引用箇所 : 第 4 章)
- (3) 伊藤 隆, 岸 佐年, 堀内富雄, 吉川真楽, 渡辺博仁, 深田茂生 : EPS 用斜め食い違い軸ウォームギヤの設計製作に関する研究 (第 2 報, 使用環境を考慮した歯形諸元の最適設計法), 設計工学, 47, 10 (2012), に掲載決定 (引用箇所 : 第 5 章)

審査付発表論文

- (1) T.Itou, S.Kishi, T.Horiuchi, S.Yoshikawa, H.Watanabe, S.Fukada : Experimental Analysis for Tolerance Design in Assembling of EPS Worm Gear with Quality Engineering, Proceedings of The 4th International Conference on Manufacturing, Machine Design and Tribology, (2011.4), 75-76.

口頭発表論文

- (1) 伊藤 隆, 岸 佐年, 堀内 富雄, 吉川 真楽, 塚本 修民: 斜め食い違い軸ウォームギヤの研究 (第 1 報, 3 形ウォームホブ切りホイールの歯形と歯当たり解析), 第 8 回機素潤滑設計部門講演会論文集 No.08-12, (2008.4) 191-194.

付 録

1. ウォーム歯面圧力角 α の計算 (2.7) 式の導出

ウォームねじ面の圧力角 α は、軸断面輪郭上の任意半径 r における接線（ x 軸とのなす角）であり、以下の式で表される.

$$\mp \tan \alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dr} = \left(\frac{\partial z}{\partial \Theta} + \frac{\partial z}{\partial \rho} \frac{d\rho}{d\Theta} + \frac{\partial z}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\Theta} \right) \frac{d\Theta}{dr} \quad (1)$$

またウォームねじ面の軸断面輪郭は次式で表される.

$$z = -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c + \lambda r_c \tan \beta_c \quad (2)$$

式(2)より、次式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \rho} &= -\sin \Theta \sin \beta_c \pm \tan \alpha_c \cos \beta_c \\ \frac{\partial z}{\partial \Theta} &= -\rho \cos \Theta \sin \beta_c \\ \frac{\partial z}{\partial \lambda} &= r_c \tan \beta_c \end{aligned} \quad (3)$$

また、式(2.4)より、

$$\begin{aligned} \rho &= (a - r_c) \cos^2 \alpha_c \sec \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \sin \alpha_c \cos \alpha_c \tan \Theta \\ &\quad + \left(\frac{W}{2} \cot \alpha_c + \rho_c \right) \sin^2 \alpha_c \end{aligned} \quad (4)$$

であり、これより次式が得られる.

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho}{d\Theta} &= (a - r_c) \cos^2 \alpha_c \sec \Theta \tan \Theta \\
&\mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \sin \alpha_c \cos \alpha_c \sec^2 \Theta \\
&= \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \}
\end{aligned} \tag{5}$$

また，式(2.5)(2.8)より，

$$\left. \begin{aligned}
\lambda &= \tan^{-1} \frac{B}{A} \\
A &= a - \rho \cos \Theta \\
B &= \rho \sin \Theta \cos \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \sin \beta_c
\end{aligned} \right\} \tag{6}$$

となり．これより次式が得られる．

$$\left. \begin{aligned}
\frac{dA}{d\Theta} &= -\cos \Theta \frac{d\rho}{d\Theta} + \rho \sin \Theta \\
&= -\cos^2 \alpha_c \sec \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} \\
&\quad + \rho \sin \Theta \\
\frac{dB}{d\Theta} &= (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \frac{d\rho}{d\Theta} + \rho \cos \Theta \cos \beta_c \\
&= (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \\
&\quad \times \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} \\
&\quad + \rho \cos \Theta \cos \beta_c
\end{aligned} \right\} \tag{7}$$

したがって，式(6)(7)より，

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda}{d\Theta} &= \frac{1}{1 + \frac{B^2}{A^2}} \frac{d}{d\Theta} \left[\frac{B}{A} \right] \\
&= \frac{1}{1 + \tan^2 \lambda} \frac{A \frac{dB}{d\Theta} - B \frac{dA}{d\Theta}}{A^2} \\
&= \frac{\cos^2 \lambda}{A} \left(\frac{dB}{d\Theta} - \frac{B}{A} \frac{dA}{d\Theta} \right) \\
&= \frac{\cos^2 \lambda}{A} \left(\frac{dB}{d\Theta} - \tan \lambda \frac{dA}{d\Theta} \right) \\
&= \frac{\cos^2 \lambda}{A} \left\{ (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \frac{d\rho}{d\Theta} \right. \\
&\quad \left. + \rho \cos \Theta \cos \beta_c - \tan \lambda \left(-\cos \Theta \frac{d\rho}{d\Theta} + \rho \sin \Theta \right) \right\} \\
&= \frac{\cos^2 \lambda}{A} \left\{ (\tan \lambda \cos \Theta + \sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \frac{d\rho}{d\Theta} \right. \\
&\quad \left. + \rho \cos \Theta (\cos \beta_c - \tan \lambda \tan \Theta) \right\}
\end{aligned} \tag{8}$$

となる。また式(2.3)(2.8)より,

$$r^2 = A^2 + B^2 \tag{9}$$

$$rdr = \left(A \frac{dA}{d\Theta} + B \frac{dB}{d\Theta} \right) \tag{10}$$

$$\frac{d\Theta}{dr} = \frac{r}{A \frac{dA}{d\Theta} + B \frac{dB}{d\Theta}} \tag{11}$$

となる。ここで、式(7)より,

$$\begin{aligned}
& A \frac{dA}{d\Theta} + B \frac{dB}{d\Theta} \\
& = -A \cos^2 \alpha_c \sec \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} \\
& \quad + A \rho \sin \Theta + B (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \\
& \quad \times \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} + B \rho \cos \Theta \cos \beta_c \quad (12) \\
& = -\{ A \cos \Theta - B (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \} \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \\
& \quad \times \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} \\
& \quad + A \rho \sin \Theta + B \rho \cos \Theta \cos \beta_c
\end{aligned}$$

となるから，式(3)(5)(7)(8)(11)より，式は以下が得られる．

$$\begin{aligned}
\mp \tan \alpha &= \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dr} = \left(\frac{\partial z}{\partial \Theta} + \frac{\partial z}{\partial \rho} \frac{d\rho}{d\Theta} + \frac{\partial z}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\Theta} \right) \frac{d\Theta}{dr} \\
&= r \left[-\rho \cos \Theta \sin \beta_c - (\sin \Theta \sin \beta_c \mp \tan \alpha_c \cos \beta_c) \frac{d\rho}{d\Theta} \right. \\
&\quad \left. + r_c \tan \beta_c \frac{\cos^2 \lambda}{A} \{ (\tan \lambda \cos \Theta + \sin \Theta \cos \beta_c \right. \\
&\quad \left. \mp \tan \alpha_c \cos \beta_c) \frac{d\rho}{d\Theta} \right. \\
&\quad \left. + \rho \cos \Theta (\cos \beta_c - \tan \lambda \tan \Theta) \} \right] \left/ \left(A \frac{dA}{d\Theta} + B \frac{dB}{d\Theta} \right) \right. \\
&= -[r \{ (\sin \Theta \sin \beta_c \mp \tan \alpha_c \cos \beta_c) A - r_c \tan \beta_c \\
&\quad \times (\tan \lambda \cos \Theta + \sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \cos^2 \lambda \} \frac{d\rho}{d\Theta} \\
&\quad + r A \rho \cos \Theta \sin \beta_c + r r_c \rho \tan \beta_c \cos \Theta \cos^2 \lambda \\
&\quad \times (\tan \lambda \tan \Theta - \cos \beta_c) \left/ \left[\left(A \frac{dA}{d\Theta} + B \frac{dB}{d\Theta} \right) A \right] \right. \quad (13)
\end{aligned}$$

となり，これを整理すると，式(2.7)で表される圧力角 α の関係式が得られる．

$$\begin{aligned}
\mp \tan \alpha = & \left[r \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c \right. \\
& + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} \{ (\sin \Theta \sin \beta_c \mp \tan \alpha_c \\
& \times \cos \beta_c) A - r_c \tan \beta_c (\tan \lambda \cos \Theta + \sin \Theta \\
& \times \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \cos^2 \lambda \} + r \rho \{ A \cos \Theta \\
& \times \sin \beta_c + r_c \tan \beta_c \cos \Theta \cos^2 \lambda (\tan \lambda \tan \Theta \\
& - \cos \beta_c) \} \} / \{ [\{ A \cos \Theta - B (\sin \Theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \\
& \times \sin \beta_c) \} \cos^2 \alpha_c \sec^2 \Theta \{ (a - r_c) \sin \Theta \mp (a \cot \beta_c \\
& + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c \} - A \rho \sin \Theta - B \rho \cos \Theta \cos \beta_c] \cdot A)
\end{aligned} \tag{14}$$

2. ホイール歯面ヤコビアン計算 (2.12) 式の導出

3 形ウォームホブの圧力角 α およびねじ面の軸断面輪郭は、それぞれ以下の式 (15)(16)で表された。

$$\mp \tan \alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dr} = \left(\frac{\partial z}{\partial \Theta} + \frac{\partial z}{\partial \rho} \frac{d\rho}{d\Theta} + \frac{\partial z}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\Theta} \right) \frac{d\Theta}{dr} \quad (15)$$

$$z = -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c + \lambda r_c \tan \beta_c \quad (16)$$

したがって、 z の微係数はそれぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \rho} &= -\sin \Theta \sin \beta_c \pm \tan \alpha_c \cos \beta_c \\ \frac{\partial z}{\partial \Theta} &= -\rho \cos \Theta \sin \beta_c \\ \frac{\partial z}{\partial \lambda} &= r_c \tan \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

また、ホイールのねじ面を表す式中の係数は、

$$\begin{aligned} D &= -\rho \sin \Theta \sin \beta_c \mp \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \cos \beta_c \\ &\quad + (\lambda + \theta) r_c \tan \beta_c \end{aligned} \quad (18)$$

と式(2.11)で表されたので、 D の微係数は次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \rho} &= -\sin \Theta \sin \beta_c \pm \tan \alpha_c \cos \beta_c \\ \frac{\partial D}{\partial \Theta} &= -\rho \cos \Theta \sin \beta_c \\ \frac{\partial D}{\partial \lambda} &= r_c \tan \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式(17)(19)より， z と D の微係数が等しいことから，

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \left(\frac{\partial z}{\partial \Theta} + \frac{\partial z}{\partial \rho} \frac{d\rho}{d\Theta} + \frac{\partial z}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\Theta} \right) \frac{d\Theta}{dr} \\ &= \left(\frac{\partial D}{\partial \Theta} + \frac{\partial D}{\partial \rho} \frac{d\rho}{d\Theta} + \frac{\partial D}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\Theta} \right) \frac{d\Theta}{dr} \\ &= \frac{\partial D}{\partial r} = \mp \tan \alpha \end{aligned} \quad (20)$$

となる．また式(2.12)の展開は，次式(21)で表される．

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial r} & \frac{\partial \eta}{\partial r} & \frac{\partial \zeta}{\partial r} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \theta} & \frac{\partial \eta}{\partial \theta} & \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \psi} & \frac{\partial \eta}{\partial \psi} & \frac{\partial \zeta}{\partial \psi} \end{vmatrix} = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial \psi} \\ &+ \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} - \frac{\partial \xi}{\partial \psi} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial r} \\ &+ \left(\frac{\partial \xi}{\partial \psi} \frac{\partial \eta}{\partial r} - \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

このとき、式(2.10)(2.11)式より、各偏微分項は次式以降で表される。

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial \xi}{\partial r} &= -\cos(\theta + \psi) \cos \frac{\psi}{u} - \left\{ \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + \cos \Gamma \frac{\partial D}{\partial r} \right\} \sin \frac{\psi}{u} \\
 &= -\cos(\theta + \psi) \cos \frac{\psi}{u} - \{ \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma \mp \tan \alpha \cos \Gamma \} \sin \frac{\psi}{u} \\
 &= -C_r \cos \frac{\psi}{u} - D_r \sin \frac{\psi}{u} \\
 \frac{\partial \eta}{\partial r} &= -\cos(\theta + \psi) \sin \frac{\psi}{u} + \left\{ \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + \cos \Gamma \frac{\partial D}{\partial r} \right\} \cos \frac{\psi}{u} \\
 &= -\cos(\theta + \psi) \sin \frac{\psi}{u} + \{ \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma \mp \tan \alpha \cos \Gamma \} \cos \frac{\psi}{u} \\
 &= -C_r \sin \frac{\psi}{u} + D_r \cos \frac{\psi}{u} \\
 \frac{\partial \zeta}{\partial r} &= \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma - \sin \Gamma \frac{\partial D}{\partial r} = \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \pm \tan \alpha \sin \Gamma
 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 C_r &= \cos(\theta + \psi) \\
 D_r &= \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma \mp \tan \alpha \cos \Gamma
 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

とする。

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \xi}{\partial \theta} &= r \sin(\theta + \psi) \cos \frac{\psi}{u} - \{r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + r_c \tan \beta_c \cos \Gamma\} \sin \frac{\psi}{u} \\
&= C_\theta \cos \frac{\psi}{u} - D_\theta \sin \frac{\psi}{u} \\
\frac{\partial \eta}{\partial \theta} &= r \sin(\theta + \psi) \sin \frac{\psi}{u} + \{r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + r_c \tan \beta_c \cos \Gamma\} \cos \frac{\psi}{u} \\
&= C_\theta \sin \frac{\psi}{u} + D_\theta \cos \frac{\psi}{u} \\
\frac{\partial \zeta}{\partial \theta} &= r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma - r_c \tan \beta_c \sin \Gamma
\end{aligned} \right\} (25)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned}
C_\theta &= r \sin(\theta + \psi) \\
D_\theta &= r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + r_c \tan \beta_c \cos \Gamma
\end{aligned} \right\} (26)$$

とする.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi}{\partial \psi} &= r \sin(\theta + \psi) \cos \frac{\psi}{u} - \frac{1}{u} C \sin \frac{\psi}{u} - r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \sin \frac{\psi}{u} \\
&\quad - \frac{1}{u} \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \cos \frac{\psi}{u} \\
&= \left[r \sin(\theta + \psi) - \frac{1}{u} \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \right] \cos \frac{\psi}{u} \\
&\quad - \left[r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} C \right] \sin \frac{\psi}{u} \\
&= C_\psi \cos \frac{\psi}{u} - D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \\
\frac{\partial \eta}{\partial \psi} &= r \sin(\theta + \psi) \sin \frac{\psi}{u} + \frac{1}{u} C \cos \frac{\psi}{u} + r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \cos \frac{\psi}{u} \\
&\quad - \frac{1}{u} \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \sin \frac{\psi}{u} \\
&= \left[r \sin(\theta + \psi) - \frac{1}{u} \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \right] \sin \frac{\psi}{u} \\
&\quad + \left[r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} C \right] \cos \frac{\psi}{u} \\
&= C_\psi \sin \frac{\psi}{u} + D_\psi \cos \frac{\psi}{u} \\
\frac{\partial \zeta}{\partial \psi} &= r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma
\end{aligned}
\tag{27}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
C_\psi &= r \sin(\theta + \psi) - \frac{1}{u} \{r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + D \cos \Gamma\} \\
D_\psi &= r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} C
\end{aligned}
\tag{28}$$

とする.

したがって、式(22)の各項の括弧内は次式で計算できる。

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \\
&= \left(-C_r \cos \frac{\psi}{u} - D_r \sin \frac{\psi}{u} \right) \left(C_\theta \sin \frac{\psi}{u} + D_\theta \cos \frac{\psi}{u} \right) \\
&\quad - \left(C_\theta \cos \frac{\psi}{u} - D_\theta \sin \frac{\psi}{u} \right) \left(-C_r \sin \frac{\psi}{u} + D_r \cos \frac{\psi}{u} \right) \\
&= -C_r C_\theta \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} - C_r D_\theta \cos^2 \frac{\psi}{u} - C_\theta D_r \sin^2 \frac{\psi}{u} \\
&\quad - D_r D_\theta \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} + C_r C_\theta \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} - C_\theta D_r \cos^2 \frac{\psi}{u} \\
&\quad - C_r D_\theta \sin^2 \frac{\psi}{u} + D_r D_\theta \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} \\
&= -(C_r D_\theta + C_\theta D_r)
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} - \frac{\partial \xi}{\partial \psi} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \\
&= \left(C_\theta \cos \frac{\psi}{u} - D_\theta \sin \frac{\psi}{u} \right) \left(C_\psi \sin \frac{\psi}{u} + D_\psi \cos \frac{\psi}{u} \right) \\
&\quad - \left(C_\psi \cos \frac{\psi}{u} - D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \right) \left(C_\theta \sin \frac{\psi}{u} + D_\theta \cos \frac{\psi}{u} \right) \\
&= C_\theta C_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} + C_\theta D_\psi \cos^2 \frac{\psi}{u} - C_\psi D_\theta \sin^2 \frac{\psi}{u} \\
&\quad - D_\theta D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} - C_\theta C_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} - C_\psi D_\theta \cos^2 \frac{\psi}{u} \\
&\quad + C_\theta D_\psi \sin^2 \frac{\psi}{u} + D_\theta D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} \\
&= C_\theta D_\psi - C_\psi D_\theta
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \xi}{\partial \psi} \frac{\partial \eta}{\partial r} - \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \\
&= \left(C_\psi \cos \frac{\psi}{u} - D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \right) \left(-C_r \sin \frac{\psi}{u} + D_r \cos \frac{\psi}{u} \right) \\
&\quad - \left(-C_r \cos \frac{\psi}{u} - D_r \sin \frac{\psi}{u} \right) \left(C_\psi \sin \frac{\psi}{u} + D_\psi \cos \frac{\psi}{u} \right) \\
&= -C_r C_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} + C_\psi D_r \cos^2 \frac{\psi}{u} + C_r D_\psi \sin^2 \frac{\psi}{u} \\
&\quad - D_r D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} + C_r C_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} + C_r D_\psi \cos^2 \frac{\psi}{u} \\
&\quad + C_\psi D_r \sin^2 \frac{\psi}{u} + D_r D_\psi \sin \frac{\psi}{u} \cos \frac{\psi}{u} \\
&= C_\psi D_r + C_r D_\psi
\end{aligned} \tag{31}$$

以上より，式(25)(29)を用いて，式(22)の第1項は次式で表される．

$$\begin{aligned}
& C_r D_\theta + C_\theta D_r \\
&= \cos(\theta + \psi) \{ r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + r_c \tan \beta_c \cos \Gamma \} \\
&\quad + r \sin(\theta + \psi) \{ \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma \mp \tan \alpha \cos \Gamma \} \\
&= r \cos^2(\theta + \psi) \sin \Gamma + r_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \\
&\quad + r \sin^2(\theta + \psi) \sin \Gamma \mp r \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma \\
&= r \sin \Gamma + r_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \mp r \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial \psi} \\
&= -(C_r D_\theta + C_\theta D_r) \frac{\partial \zeta}{\partial \psi} \\
&= -\{r \sin \Gamma + r_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \\
&\quad \mp r \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma\} r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&= -r^2 \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \cos \Gamma - r r_{ch} \cos^2(\theta + \psi) \tan \beta_{ch} \cos^2 \Gamma \\
&\quad \pm r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha_h \cos^2 \Gamma
\end{aligned} \tag{33}$$

同様に第 2, 3 項は, 次式で表される.

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} - \frac{\partial \xi}{\partial \psi} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial \psi} \frac{\partial \eta}{\partial r} - \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} \\
&= (C_\theta D_\psi - C_\psi D_\theta) \{\sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \pm \tan \alpha \sin \Gamma\} \\
&\quad + (C_\psi D_r + C_r D_\psi) \{r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma - r_c \tan \beta_c \sin \Gamma\} \\
&= C_\theta D_\psi \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma - C_\psi D_\theta \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&\quad \pm (C_\theta D_\psi - C_\psi D_\theta) \tan \alpha \sin \Gamma + C_\psi D_r r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&\quad + C_r D_\psi r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma - (C_\psi D_r + C_r D_\psi) r_c \tan \beta_c \sin \Gamma \\
&= D_\psi \{C_\theta \sin(\theta + \psi) + C_r r \cos(\theta + \psi)\} \cos \Gamma \\
&\quad - C_\psi \{D_\theta \sin(\theta + \psi) - D_r r \cos(\theta + \psi)\} \cos \Gamma \\
&\quad - (C_\psi D_r \sin \Gamma + C_r D_\psi \sin \Gamma) r_c \tan \beta_c \\
&\quad \pm (C_\theta D_\psi \sin \Gamma - C_\psi D_\theta \sin \Gamma) \tan \alpha \\
&= C_1
\end{aligned} \tag{34}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
& D_{\psi} \{C_{\theta} \sin(\theta + \psi) + C_r r \cos(\theta + \psi)\} \cos \Gamma \\
&= D_{\psi} \{r \sin^2(\theta + \psi) + r \cos^2(\theta + \psi)\} \cos \Gamma \\
&= D_{\psi} r \cos \Gamma \\
& C_{\psi} \{D_{\theta} \sin(\theta + \psi) - D_r r \cos(\theta + \psi)\} \cos \Gamma \\
&= C_{\psi} \{r \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \\
&\quad + r_c \sin(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma - r \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \\
&\quad \pm r \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma\} \cos \Gamma \\
&= \{C_{\psi} \sin(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma\} r_c \tan \beta_c \\
&\quad \pm \{C_{\psi} r \cos(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma\} \tan \alpha
\end{aligned} \tag{35}$$

の関係より式(34)は、以下のように書き直せる.

$$\begin{aligned}
C_1 &= D_{\psi} r \cos \Gamma \\
&\quad - \{C_{\psi} \sin(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma\} r_c \tan \beta_c \\
&\quad \mp \{C_{\psi} r \cos(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma\} \tan \alpha \\
&\quad - (C_{\psi} D_r \sin \Gamma + C_r D_{\psi} \sin \Gamma) r_c \tan \beta_c \\
&\quad \pm (A_{\theta} B_{\psi} \sin \Gamma - A_{\psi} B_{\theta} \sin \Gamma) \tan \alpha_h \\
&= D_{\psi} r \cos \Gamma \\
&\quad - \{C_{\psi} D_r \sin \Gamma + C_r D_{\psi} \sin \Gamma \\
&\quad + C_r D_{\psi} \sin \Gamma + C_{\psi} \sin(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma\} r_c \tan \beta_c \\
&\quad \pm \{C_{\theta} D_{\psi} \sin \Gamma - C_{\psi} D_{\theta} \sin \Gamma - C_{\psi} r \cos(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma\} \tan \alpha \\
&= C_2
\end{aligned} \tag{36}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
& C_\psi D_r \sin \Gamma + C_r D_\psi \sin \Gamma + C_\psi \sin(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma \\
&= C_r D_\psi \sin \Gamma + C_\psi \left\{ D_r \sin \Gamma + \sin(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma \right\} \\
&= C_r D_\psi \sin \Gamma + C_\psi \left\{ \sin(\theta + \psi) \sin^2 \Gamma \right. \\
&\quad \left. \mp \tan \alpha \sin \Gamma \cos \Gamma + \sin(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma \right\} \\
&= C_r D_\psi \sin \Gamma + C_\psi \sin(\theta + \psi) \mp C_\psi \tan \alpha \sin \Gamma \cos \Gamma \\
&= \cos(\theta + \psi) \left\{ r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} C \right\} \sin \Gamma \\
&\quad + \left\{ r \sin(\theta + \psi) - \frac{1}{u_h} r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma - \frac{1}{u} D \cos \Gamma \right\} \\
&\quad \times \sin(\theta + \psi) \mp C_\psi \tan \alpha \sin \Gamma \cos \Gamma \\
&= r \cos^2(\theta + \psi) \sin^2 \Gamma + \frac{1}{u_h} C \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \\
&\quad + r \sin^2(\theta + \psi) - \frac{1}{u_h} r \sin^2(\theta + \psi) \sin \Gamma \\
&\quad - \frac{1}{u} D \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \mp C_\psi \tan \alpha \sin \Gamma \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{37}$$

また,

$$\begin{aligned}
& C_\theta D_\psi \sin \Gamma - C_\psi D_\theta \sin \Gamma - C_\psi r \cos(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma \\
&= C_\theta D_\psi \sin \Gamma - C_\psi \left\{ D_\theta \sin \Gamma + r \cos(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma \right\} \\
&= C_\theta D_\psi \sin \Gamma - C_\psi \left\{ r \cos(\theta + \psi) \sin^2 \Gamma \right. \\
&\quad \left. + r_c \tan \beta_c \sin \Gamma \cos \Gamma + r \cos(\theta + \psi) \cos^2 \Gamma \right\} \\
&= C_\theta D_\psi \sin \Gamma - C_\psi r \cos(\theta + \psi) - C_\psi r_c \tan \beta_c \sin \Gamma \cos \Gamma \\
&= r \sin(\theta + \psi) \left\{ r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} C \right\} \sin \Gamma \\
&\quad - \left\{ r \sin(\theta + \psi) - \frac{1}{u} r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma - \frac{1}{u} D \cos \Gamma \right\} \\
&\quad \times r \cos(\theta + \psi) - C_\psi r_c \tan \beta_c \sin \Gamma \cos \Gamma \\
&= r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin^2 \Gamma + \frac{1}{u} C r \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma \\
&\quad - r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \\
&\quad + \frac{1}{u} r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \\
&\quad + \frac{1}{u} D r \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma - C_\psi r_c \tan \beta_c \sin \Gamma \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{38}$$

となる。したがって、以下の式展開より、 C_2 は式(39)で表される。

$$\begin{aligned}
C_2 = & \left\{ r \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} C \right\} r \cos \Gamma \\
& - \left\{ r \cos^2(\theta + \psi) \sin^2 \Gamma + \frac{1}{u} C \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \right. \\
& + r \sin^2(\theta + \psi) - \frac{1}{u} r \sin^2(\theta + \psi) \sin \Gamma - \frac{1}{u} D \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
& \mp C_\psi \tan \alpha \sin \Gamma \cos \Gamma \left. \right\} r_c \tan \beta_c \\
& \pm \left\{ r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin^2 \Gamma \right. \\
& + \frac{1}{u} Cr \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma - r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \\
& + \frac{1}{u} r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + \frac{1}{u} Dr \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
& \left. - C_\psi r_c \tan \beta_c \sin \Gamma \cos \Gamma \right\} \tan \alpha
\end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
C_2 = & r^2 \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \cos \Gamma + \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma \\
& - rr_c \cos^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin^2 \Gamma - \frac{1}{u} Cr_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma \\
& - rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta_c + \frac{1}{u} rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma \\
& + \frac{1}{u} Dr_c \sin(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \\
& \pm r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \sin^2 \Gamma \\
& \pm \frac{1}{u} Cr \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \mp r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \\
& \pm \frac{1}{u} r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \\
& \pm \frac{1}{u} Dr \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{40}$$

以上より, 式(22)のヤコビアンを J とおくと, 以下のように展開できる.

$$\begin{aligned}
J = & -r^2 \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \cos \Gamma - rr_c \cos^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos^2 \Gamma \\
& \pm r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \cos^2 \Gamma \\
& + r^2 \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \cos \Gamma + \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma \\
& - rr_c \cos^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin^2 \Gamma - \frac{1}{u} Cr_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma \\
& - rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta_c + \frac{1}{u_h} rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma \\
& + \frac{1}{u} Dr_c \sin(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \\
& \pm r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \sin^2 \Gamma \pm \frac{1}{u} Cr \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \\
& \mp r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \\
& \pm \frac{1}{u} r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \\
& \pm \frac{1}{u_h} Dr \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma - rr_c \cos^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \\
&\quad - \frac{1}{u} Cr_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma - rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \\
&\quad + \frac{1}{u} rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma + \frac{1}{u} Dr_c \sin(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \\
&\quad \pm r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \pm \frac{1}{u} Cr \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \quad (42) \\
&\quad \mp r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \\
&\quad \pm \frac{1}{u} r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \\
&\quad \pm \frac{1}{u} Dr \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma - rr_c \tan \beta_c \\
&\quad - \frac{1}{u} Cr_c \cos(\theta + \psi) \tan \beta_c \sin \Gamma + \frac{1}{u} rr_c \sin^2(\theta + \psi) \tan \beta \sin \Gamma \\
&\quad + \frac{1}{u} Dr_c \sin(\theta + \psi) \tan \beta_c \cos \Gamma \pm \frac{1}{u} Cr \sin(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \quad (43) \\
&\quad \pm \frac{1}{u} r^2 \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \sin \Gamma \\
&\quad \pm \frac{1}{u} Dr \cos(\theta + \psi) \tan \alpha \cos \Gamma
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma - rr_c \tan \beta_c \\
&+ \frac{1}{u} \left\{ -C \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma + r \sin^2(\theta + \psi) \sin \Gamma \right. \\
&+ D \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \left. \right\} r_c \tan \beta_c \\
&\pm \frac{1}{u} \left\{ C \sin(\theta + \psi) \sin \Gamma + r \sin(\theta + \psi) \cos(\theta + \psi) \sin \Gamma \right. \\
&+ D \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma \left. \right\} r \tan \alpha
\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma - rr_c \tan \beta_c \\
&+ \frac{1}{u} \left\{ -C \cot(\theta + \psi) \tan \Gamma + r \sin(\theta + \psi) \tan \Gamma + D \right\} \\
&\times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&\pm \frac{1}{u} \left\{ C \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma + r \sin(\theta + \psi) \tan \Gamma + D \right\} \\
&\times r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma - rr_c \tan \beta_c \\
&+ \frac{1}{u} \left[-\{C \cot(\theta + \psi) - r \sin(\theta + \psi)\} \tan \Gamma + D \right] \\
&\times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&\pm \frac{1}{u} \left[\{C \tan(\theta + \psi) + r \sin(\theta + \psi)\} \tan \Gamma + D \right] \\
&\times r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma
\end{aligned} \tag{46}$$

ここで、 $C = c - r \cos(\theta + \psi)$ より、

$$\left. \begin{aligned}
& C \cot(\theta + \psi) - r \sin(\theta + \psi) \\
& = \{c - r \cos(\theta + \psi)\} \cot(\theta + \psi) - r \sin(\theta + \psi) \\
& = c \cot(\theta + \psi) - r \operatorname{cosec}(\theta + \psi) \\
& C \tan(\theta + \psi) + r \sin(\theta + \psi) \\
& = \{c - r \cos(\theta + \psi)\} \tan(\theta + \psi) + r \sin(\theta + \psi) \\
& = c \tan(\theta + \psi)
\end{aligned} \right\} \quad (47)$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{u} Cr \cos \Gamma - r r_c \tan \beta_c \\
&+ \frac{1}{u} [-\{c \cot(\theta + \psi) - r \operatorname{cosec}(\theta + \psi)\} \tan \Gamma + D] \\
&\times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&\pm \frac{1}{u} \{c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma + D\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \cos \Gamma \\
&= 0
\end{aligned} \quad (48)$$

となり、上式を $\frac{\cos \Gamma}{u}$ で割り、次式の関係を用いると、式(49)以降に表す形で整理される。

$$\left. \begin{aligned}
& C = r_c + R_c - r \cos(\theta + \psi) \\
& u = \frac{Z}{n} = \frac{R_c}{r_c \tan \beta_c \cos \Gamma} = \frac{R_c}{r_c \tan \beta_c} \sec \Gamma
\end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$$\begin{aligned}
& Cr - urr_c \tan \beta_c \sec \Gamma + [-\{c \cot(\theta + \psi) - r \operatorname{cosec}(\theta + \psi)\} \tan \Gamma + D] \\
& \times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \pm \{c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma + D\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \quad (50) \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r\{r_c + R_c - r \cos(\theta + \psi)\} - R_c r(1 - \tan \beta_c \tan \Gamma) \\
& + [D - \{c \cot(\theta + \psi) - r \operatorname{cosec}(\theta + \psi)\} \tan \Gamma] \\
& \times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \pm \{D + c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \quad (51) \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r\{r_c - r \cos(\theta + \psi)\} + R_c r \tan \beta_c \tan \Gamma \\
& + [D - \{c \cot(\theta + \psi) - r \operatorname{cosec}(\theta + \psi)\} \tan \Gamma] \\
& \times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \pm \{D + c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \quad (52) \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r\{r_c - r \cos(\theta + \psi)\} - R_c r \tan \beta_c \tan \Gamma + \{D - c \cot(\theta + \psi) \tan \Gamma\} \\
& \times r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) + rr_c \tan \beta_c \tan \Gamma \\
& \pm \{D + c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \quad (53) \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r\{r_c - r \cos(\theta + \psi)\} - c \cdot r \tan \beta_c \tan \Gamma \\
& + \{D - c \cot(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r_c \tan \beta_c \sin(\theta + \psi) \\
& \pm \{D + c \tan(\theta + \psi) \tan \Gamma\} r \tan \alpha \cos(\theta + \psi) \quad (54) \\
& = 0
\end{aligned}$$

以上より，式(2.13)を得る．

謝 辞

本研究をまとめるにあたり，終始，懇切丁寧なご指導ならびに，ご鞭撻を賜りました，信州大学工学部 教授 深田茂生先生に心から感謝いたします。

東京工業大学精密工学研究所 教授 北條春夫先生，信州大学工学部 教授 中村正行先生，教授 荒井政大先生，准教授 辺見信彦先生，には，本論文を詳細に審査していただき，有益な助言を賜りました。厚くお礼申し上げます。

本研究を進めるにあたり，終始ご指導，ご鞭撻を賜り続けました，長野工業高等専門学校 電子制御工学科 教授 岸佐年先生に心から感謝いたします。本論文作成にあたり種々のご協力をいただきました，長野工業高等専門学校 電子制御工学科 教授 堀内富雄先生に感謝いたします。

本研究および学位取得の機会を与えてくださいました，KYB 株式会社 代表取締役社長執行役員 臼井政夫氏，執行役員 基盤技術研究所 所長 永田精一氏に感謝いたします。

本研究は，KYB 株式会社の基幹製品である自動車用電動パワーステアリング（EPS）の製品価値の向上を目的とした研究の一つとして始められたものであり，研究期間中，研究の便宜を図っていただき，陰ながらご支援いただきました，KYB 株式会社 基盤技術研究所 要素技術研究室 室長 野口恵伸氏に感謝いたします。研究を進めるにあたり，実験や解析に関する技術的なご支援，さらには試作品の製作，評価に関するご協力をいただきました，本研究チームの，KYB 株式会社 塚本修民氏，吉川真楽氏，渡辺博仁氏，長谷川大樹氏，原尾竜徳氏，河野雄祐氏，茅野好一氏（当時）に心から感謝いたします。

最後に，全ての方々のご支援がなければ，本研究を完遂することは不可能な作業でありました。重ねて，ここに深い感謝の意を表します。