

渦電流による影響を考慮した平面コイルのインピーダンス簡易計算手法

Simplified Calculation Method of Impedance of a Planar Coil in Consideration of the Influence Depending on Eddy Current

伊東 大輔^{*1}(学生員), 藤岡 俊充^{*1}, 脇若 弘之^{*1}(正員), 田代 晋久^{*1}(正員),
矢島 久志^{*2}, 萬田 雄司^{*2}, 金澤 猛彦^{*2}, 藤原 伸広^{*2}

Daisuke ITO (Stu. Mem.), Toshimitu FUJIOKA, Hiroyuki WAKIWAKA (Mem.), Kunihisa TASHIRO (Mem.),
Hisashi YAJIMA, Yuji MANTA, Takehiko KANAZAWA, Nobuhiro FUJIWARA

An eddy current sensors have various uses, for example metal detection and determination, nondestructive inspection, and position detection. However, there are few studies which show the influence of a conductor on the impedance of a detector coil using a theoretical formula. This paper shows the simplified calculation method on impedance of a planar coil that can be found from an equivalent circuit by considering that a conductor plate is one turn of coil which form changes according to displacement. The impedance corresponding to the overlap length of a conductor plate was calculated about the planar rectangular coil and the planar triangular coil. The calculated value was compared with the measured value and the calculated value of finite element method. The calculated value of impedance of rectangular coil and triangular coil agreed with the measured value within an error of $\pm 5.98\%$. Mutual inductance between the planar coil and conductor plate was calculated from the area ratio of planar coil and overlap.

Keywords: eddy current, planar coil, equivalent circuit, calculation method, impedance, finite element method

1 緒言

コイルの開口部が銅などの導体に覆われるとコイルに流れる交流電流に応じ、電磁誘導の法則に従って導体内に渦電流が発生する。渦電流はコイルの鎖交磁束数を減少させるため、導体に覆われたコイルのインダクタンスは導体に覆われていない場合よりも減少する。ここでこのインダクタンス変化を検出することで、金属の検出や判別、非破壊検査、位置検出などが可能となる[1]。渦電流式センサは構造が小形で簡単、低コストといった利点を有する。また粉塵や水、油が存在する悪環境下でも使用可能である。

しかし導体に流れる渦電流の経路を同定し、コイルのインダクタンスやインピーダンスについて導体の影響を理論式で示すことは難しい。Dodd らは Maxwell の方程式を基に、無限平板状の導体に近接した円形ソレノイドコイルのインピーダンス変化を理論式で示した[2]が、この理論は導線間に生じる分布容量や近接効果、表皮効果を考慮していない。松村らはこれらを考慮することで、渦電流式変位センサの抵抗成分について最大 $\pm 6\%$ の誤差で実測値と一致する計算手法を示した[3]。また渦電流がコイルインピーダンスに与える

影響は有限要素法(以下、FEM)による解析も可能である。水野らは渦電流式変位センサのコイル特性について FEM 解析を行い、特性の推定に FEM が有効であることを示した[4]。

ただし、これらの報告例はいずれもコイル軸方向への導体の変位を検出するセンサに関するものであり、測定範囲はコイル直径の 50 ~ 80 % となる[5]。それに対し渦電流式センサはコイル径方向への変位を利用することも可能である。これはコイルに対して導体の面積が有限な場合、導体あるいはコイルの変位によって渦電流が発生する面積が変化し、渦電流が発生させる磁束が変化することでコイルインダクタンスが増減する現象を検出原理とする[6]のもであり、測定範囲をコイル直径よりも大きくすることが可能である。応用例として鉄道分野におけるレールの遊間測定[7]がある。また導体が運動中であれば速度の影響を受け渦電流の分布が変化する。田中らは多層コイルに対向した移動平板導体の速度に応じたインダクタンスの計算式を示した[8]。ここで筆者らは平面コイル径方向への導体の変位による、渦電流が発生する面積の増減に伴ったインダクタンス変化を利用したセンサについて検討を行っている。しかしコイル径方向へ変位する導体の影響を考慮した理論式あるいは計算手法の例は見当たらない。もしこれらが求めれば、渦電流式センサの出力電

連絡先: 脇若 弘之, 〒380-8553 長野県長野市若里 4-17-1,
信州大学工学部電気電子工学科,
e-mail: hwaki01@shinshu-u.ac.jp

^{*1} 信州大学 ^{*2} SMC 株式会社

圧の見積もりや、検出コイルおよびターゲットの寸法や形状を決定する際の指標となる。本論文では導体の速度による影響は考慮せず、導体の変位に応じたコイルインピーダンスを等価回路から簡易に求める手法を提案し、実測値及び FEM による計算値と比較した。なお導体は変位に応じて渦電流分布が変わることから、計算時は形状が変化するワンターンコイルと仮定した。

2 渦電流式センサの仕様とインピーダンス計算手法

2.1 平面コイルと導体板ターゲットの仕様

本論文では励振コイルと検出コイルを兼ねたコイルとして、ガラスエポキシ製プリント基板の同一平面上で銅パターンを渦巻状に巻いたものを、和動接続となるよう積層させた平面コイルを用いた。平面コイルはセンサ全体の構造が薄形となる利点がある。導体板ターゲット(以下、ターゲット)には透磁率の影響がない非磁性体の Al (厚さ $t = 0.3 \text{ mm}$)を用いた。Fig.1 に平面コイルとそれを覆うターゲットを真上から見下ろした平面図を示す。平面コイルは四角形と三角形の2形状を用意し、両者を比較した。ターゲットの形状は $10.0 \times 10.0 \text{ mm}$ の正方形とし、平面コイルとのギャップ δ (mm) は一定とした。また Fig. 1 における平面コイルの最外周左端からターゲットの右端までの長さを重複長さ x_0 (mm) と定義し、ターゲットの変位を x_0 で表した。平面コイルとターゲットとの重複面積は $0 < x_0 < 10.0$ の範囲では x_0 に応じて増加、 $10.0 < x_0 < 20.0$ の範囲では x_0 に応じて減少し、 $x_0 = 10.0$ でターゲットが平面コイルの全面を覆う。Table 1 に平面コイルとターゲットの仕様を示す。抵抗 R_1 とインダクタンス L_1 は平面コイル単体での実測値(周波数 $f = 200 \text{ kHz}$)である。

2.2 渦電流式センサの動作原理

Fig. 2 にターゲットに覆われた平面コイルの外観を示す。平面コイルに交流電流 I (A) を印加すると周囲に交流磁界 B (T) が発生し、ターゲットの導電率を σ (S/m) とすればターゲット内部には Maxwell の方程式と Ohm の法則より式(1)に示す渦電流 J_e (A/m²) が発生する。

$$\text{rot} J_e = -\sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

渦電流が発生させる磁束 ϕ_e (Wb) は、平面コイルが発生させる磁束 ϕ (Wb) とは逆向きとなる。そのため平面コイルの鎖交磁束数 ψ (Wb) が減少し、式(2)から I を一定とすればインダクタンス L が減少する。

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{N(\phi - \phi_e)}{I} \quad (2)$$

ここで渦電流が発生する面積が減少すると渦電流が発生させる磁束 ϕ_e が減少し、インダクタンス L は増加する。 L の変化量は渦電流が発生する面積の他に、ターゲットの材質や傷の有無、コイルとターゲットとのギャップ δ などに影響される。

2.3 等価回路を基にしたインピーダンスの導出

ターゲットには閉ループとなる渦電流が流れることから、ターゲットをワンターンコイルと見なす。こうすることで励振周波数 f (Hz) がコイルの共振周波数 f_0 (Hz) より十分低ければ、Fig. 3 に示す等価回路が仮定される。ここで平面コイルの抵抗と自己インダクタンスをそれぞれ R_1 (Ω), L_1 (H), ワンターンコイルと見なしたターゲットの抵抗とインダクタンスをそれぞれ R_2 (Ω), L_2 (H), 平面コイルとターゲットとの相互インダクタンスを M (H) とする。回路全体のインピーダンス Z (Ω) は式(3)で与えられ、右辺第一項が抵抗成分 R , 右辺第二項がインダクタンス成分 L を示す。

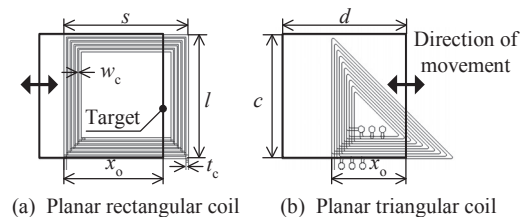


Fig. 1 Plane figure of planar coil and target.

Table 1 Specifications of planar coil and target.

Item	Rectangular coil	Triangular coil
Size of coil $s \times l$ (mm)	10×10	9.6×9.6
Width of pattern t_c (mm)	0.2	0.2
Spacing of pattern w_c (mm)	0.1	0.2
Number of layer	6	6
Thickness of pattern t_l (μm)	12 (layer 1,6) 35 (layer 2~5)	12 (layer 1,6) 35 (layer 2~5)
Number of turns N (Turn)	5 (layer 1-5) 4.75 (layer 6) Total 29.75	5 (layer 1,3,5) 4 (layer 2,4,6) Total 27
Spacing of layer w_l (μm)	150	150, 400, 200 400, 150
Resistance R_1 (Ω)	3.00	2.13
Inductance L_1 (μH)	11.9	3.76
Resonant frequency f_0 (MHz)	24.9	28.2
Size of target $d \times c \times t$ (mm)	$10 \times 10 \times 0.3$	$10 \times 10 \times 0.3$

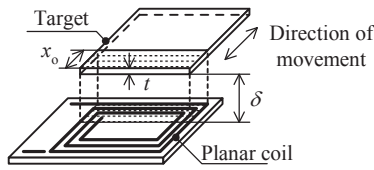


Fig. 2 Appearance of a planar coil overlapped with target.

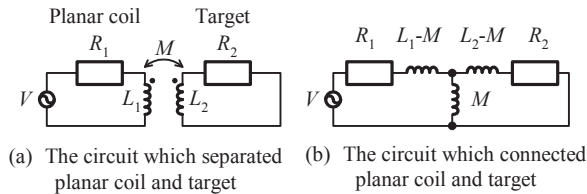


Fig. 3 Equivalent circuit of a planar coil and target.

$$Z = \left(R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \right) + j\omega \left(L_1 - \frac{\omega^2 M^2 L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \right) \quad (3)$$

ここで渦電流が発生する面積は、Fig. 1 の平面図における平面コイルとターゲットとの重複面積によって決まるとする。するとワンターンコイルの形状も重複面積によって決まることになる。そこで重複面積 S_0 (m^2)と R_2 , L_2 , M を重複長さ x_0 の関数とすれば、式(3)はコイル径方向へのターゲットの変位がインピーダンス Z に与える影響を簡易的に示すことになる。

3 コイルインピーダンスの計算手法

3.1 FEM によるワンターンコイルの形状決定

ターゲットをワンターンコイルと見なす場合、渦電流が流れる経路と発生する面積が重複長さ x_0 に対してどのように変化するか把握する必要がある。そこで FEM 解析ソフト Femtet (Murata Software Co., Ltd.)を用いて渦電流密度の計算を行った。Femtet は $A-\phi$ 法を基礎とする二次三角形辺要素を用いた有限要素法を採用している。Table 2 に解析諸元を示す。解析空間は三次元とし、四角形平面コイルと三角形平面コイルの両方について解析モデルを作成し、計算を行った。なおガラスエポキシ基板の影響は無視できるとして、解析モデルでは省略した。

Table 2 Analysis conditions.

Item	Contents
Software	Femtet ver 11.0.2.38951 (64 bit)
Analysis condition	Three dimensional analysis, Magnetic field analysis ($f=200$ kHz, $I_m=20$ mA)
Analysis domain	$50 \times 58 \times 40$ mm
Number of elements	About 600,000
Material	Coil : Cu ($\mu_r=1.0$, $\sigma=5.977 \times 10^7$ S/m) Target : Al ($\mu_r=1.0$, $\sigma=3.767 \times 10^7$ S/m)

Fig. 4 にギャップ $\delta=0.3$ mm 一定とした際の、三角形平面コイルにおける渦電流 J_c のベクトル図を真上から見下ろしたものを示す。Fig. 4 より渦電流はコイルパターンの真上あるいはターゲットの端部に集中して流れることが読み取れる。このことから、渦電流の経路の長さは特に平面コイルの幾何学的平均周長に依存すると言える。なおコイル形状を三角形とすると、コイル鋭角部先端の上部では渦電流密度が小さくなった。

渦電流密度の等高線図を、Fig. 4(a)の線分 A-A'における断面図で表したものを Fig. 5 に示す。計算結果より、コイルパターン上部ではターゲットの厚さ t に対し、表皮深さ δ_c (m)が $t < \delta_c$ となった。ここで計算を簡略化する為にワンターンコイルは矩形断面を有し、その断面は平面コイルのパターン上部では $w_p \times t$ 、ターゲットの端部では $2t \times t$ となると仮定する。なお w_p (m)はコイルパターンの一番外側から一番内側までの距離とする。Fig. 6 にワンターンコイルの形状と重複面積 S_0 の概念図を示す。ワンターンコイルは複数の線分要素の集合とし、重複面積 S_0 はワンターンコイルの中心線が囲うことになる領域 abcd の面積とする。ここで各線分要素の長さを l_s (m)、幅を w (m)とすれば、ワンターンコイルの抵抗 R_2 は式(4)で与えられる。

$$R_2 = \sum \frac{l_s}{\sigma t w} \quad (4)$$

3.2 ワンターンコイルの自己インダクタンス算出

ワンターンコイルと見なしたターゲットの自己インダクタンス L_2 は、Neumann の公式を基にした計算手法[9]を用いて算出した。Fig. 7 のように同一平面上でねじれの位置にある 2 つの線分要素の端点の座標をそれぞれ A, B, a, b とし、それぞれの長さを i, j (m)とする。また積分方向を規定する為に A から B の方向と、 a から b の方向を正とする。 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{ab} がなす角を θ 、 AB と ab の延長線が交差する点を P 、 PA の長さを μ (m)、 Pa の長さを ν (m)とする。

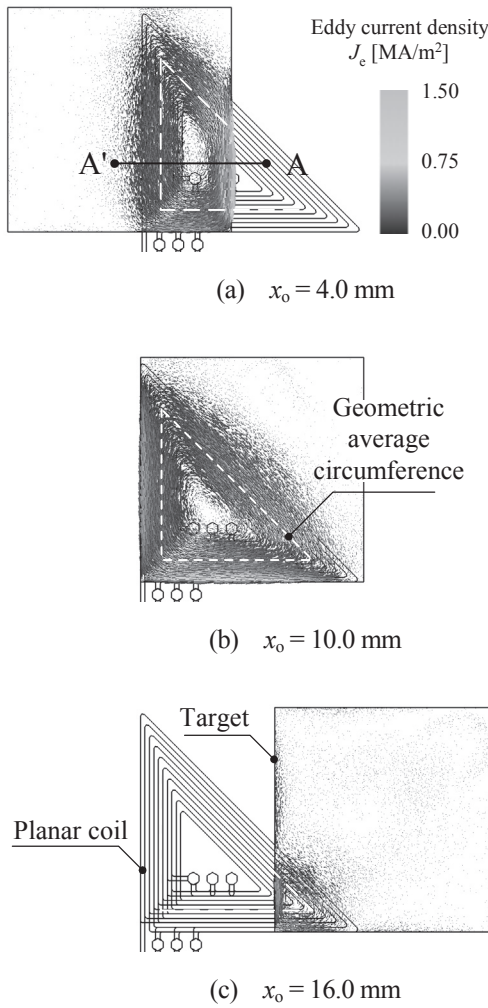
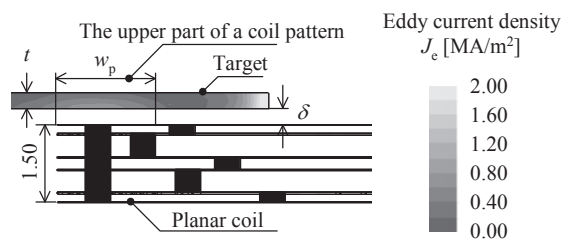
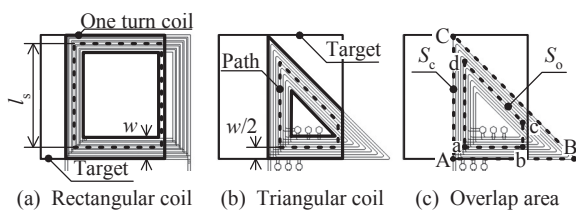

 Fig. 4 Vector diagram of eddy current density ($f=200$ kHz).

 Fig. 5 Contour diagram of eddy current density
(Unit : mm, $x_o = 4.0$ mm, $\delta = 0.3$ mm, $f = 200$ kHz).


Fig. 6 Conceptual diagram of one turn coil and overlap area.

AB 上で A から x 離れた点と, ab 上で a から y 離れた点間の距離を r (m) とすると, Neumann の公式より 2 要素間の要素インダクタンス m (H) は式(5)となる。

$$m = \frac{\mu_0 \cos \theta}{4\pi} \int_0^i \int_0^j \frac{1}{r} dx dy = N_m \frac{\mu_0 \cos \theta}{4\pi} \quad (5)$$

ここで Fig.7 に示すように 2 要素がねじれ位置の場合の N_m は,

$$N_m = 2 \left[(\mu + i) \tanh^{-1} \frac{j}{|Bb| + |Ba|} + (\nu + j) \tanh^{-1} \frac{i}{|Bb| + |Ab|} - \mu \tanh^{-1} \frac{j}{|Aa| + |Ab|} - \nu \tanh^{-1} \frac{i}{|Ba| + |Aa|} \right] \quad (6)$$

となる。また $A = b$ のように, ある要素の始点が他要素の終点と接する場合の N_m は,

$$N_m = i \tanh^{-1} \frac{j}{i + |Ba|} + j \tanh^{-1} \frac{i}{j + |Ba|} \quad (7)$$

となる。次に矩形断面を有し, 電流分布を断面一様と近似した直線導体の要素自己インダクタンス m は,

$$m = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left\{ \ln \left(\frac{2i}{w+t} \right) + 0.50049 + \frac{w+t}{3i} \right\} \quad (8)$$

となる。以上より, 各線分要素間の要素インダクタンス m を求め, 全て足し合わせることでワンターンコイルの自己インダクタンス L_2 が求まる。

3.3 面積比を用いた相互インダクタンス算出

ワンターンコイルと見なしたターゲットと平面コイルとの相互インダクタンス M を簡易な方法で求める。平面コイルが発生させる磁束密度 B が平面コイル

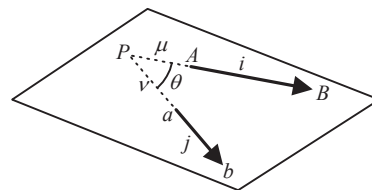


Fig.7 Two line segment element.

上部では一定で漏れ磁束がないと仮定すると、 M は式(9)に示すように面積比 S_0/S_c から求まる。なお S_c (m^2) は Fig. 6(c)における領域 ABC の面積とする。また S_0 は平面コイルとターゲットを座標平面上に投影し、abcd 各点の座標から求める。

$$M = \sqrt{\alpha} \frac{\phi S_0}{I S_c} = \sqrt{\alpha} \frac{L_1 S_0}{N S_c} = \sqrt{\alpha} M_0 \quad (9)$$

α はギャップ δ による結合係数の変化を表す係数である。渦電流による平面コイルのインダクタンス変化量を ΔL とすれば、式(9)と式(3)右辺第二項より、

$$\alpha = \frac{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}{\omega^2 M_0^2 L_2} |\Delta L| \quad (10)$$

となる。ここで $x_0 = 10.0$ mm における各ギャップ δ での ΔL をインピーダンスアナライザ(Agilent, 4294A, 印加電流振幅: 20 mA, $f = 200$ kHz)を用いて測定し、 α を算出した。なお $\delta = 0.1, 0.3, 0.5$ mm としたところ、四角形コイルではそれぞれ $\alpha = 1.36, 1.13, 0.94$ 、三角形コイルでは $\alpha = 1.58, 1.21, 0.95$ となった。

4 本計算手法・FEM・実測値の比較

本論文で示した計算手法によって式(3)から求めたインピーダンス Z 、インダクタンス L 、抵抗 R の計算値を、FEM による計算値及びインピーダンスアナライザで測定した実測値と比較した。なお R_1 と L_1 は Table 1 に示した平面コイル単体での実測値を用いた。FEM の解析諸元と解析モデルは 3.1 と同様とした。

Fig. 8 に $\delta = 0.3$ mm, $f = 200$ kHz とした際の、各手法における重複長さインピーダンス特性の比較を示す。四角形平面コイルでは、FEM による Z の計算値は誤差 ± 7.93 %以内で測定値と一致、本手法による Z の計算値は誤差 ± 4.28 %以内で測定値と一致した。また本手法による R と L の計算値は誤差 ± 3.11 %以内で測定値と一致し、本手法によってコイル径方向へのターゲットの変位による渦電流分布の変化がコイルインピーダンスに与える影響を表せたと言える。また三角形平面コイルでは、FEM による Z の計算値は誤差 ± 3.77 %以内で測定値と一致、本手法による Z と R の計算値は誤差 ± 5.98 %以内で測定値と一致した。以上より、FEM を有しない場合でも本手法によって FEM と同程度の誤差で測定値と一致する計算値が得られる。ただし三角形平面コイルの場合は $x_0 = 3 \sim 7$ mm の範囲で本手法

による L の計算値の誤差が大きく(誤差 ± 9.61 %以内で測定値と一致)、コイル形状に依存した計算精度の良し悪しに検討の余地が残る。これは Fig. 4 に示すように、コイル鋭角部先端の上部ではターゲット内部の渦電流密度が小さくなり、渦電流の経路の形状がコイルパターン形状と異なることが原因であると考えられる。今後はコイル鋭角部先端の上部での、ワンターンコイルの形状を検討し計算精度の向上を図る。

Fig. 9 にギャップ δ を変化させた際の、本手法による計算値と実測値との重複長さインピーダンス特性の比較を示す。 $\delta = 0.1 \sim 0.3$ mm の範囲では、本手法による四角形コイルの Z, L, R の計算値は誤差 ± 5.39 %以内、三角形コイルの Z と R の計算値は誤差 ± 7.92 %以内、 L の計算値は誤差 ± 13.5 %以内で実測値と一致した。以上より、本手法によってコイル軸方向へのターゲットの変位による渦電流の増減がコイルインピーダンスに与える影響を表すことが可能であると言える。今後はギャップや励振周波数に対する、本計算手法の適用範囲を明確化する。

5 結言

1. 導体板ターゲットを変位によって形状変化するワンターンコイルと仮定することで、等価回路から渦電流による影響を考慮した平面コイルのインピーダンスが簡易に求まる。
2. 平面コイルとワンターンコイルとの相互インダクタンスを、平面コイルの面積とターゲット重複部の面積との比から算出することで計算が簡易となる。
3. 本計算手法によって、平面コイルの径方向および軸方向へのターゲットの変位に応じたインピーダンスがどちらも求まる。

以上より、本計算手法を用いることで有限要素法解析ソフトを有しない場合においても、渦電流による影響を考慮したコイルインピーダンスが簡易に求まる。よって本手法は渦電流式センサ設計時に、検出コイルおよびターゲットの寸法や形状を決定する指標となる。

(2012 年 9 月 28 日受付, 2013 年 3 月 1 日再受付)

参考文献

- [1] 日本非破壊検査委員会, 非破壊検査便覧, 日本工業新聞社, pp. 624-637, 1967.

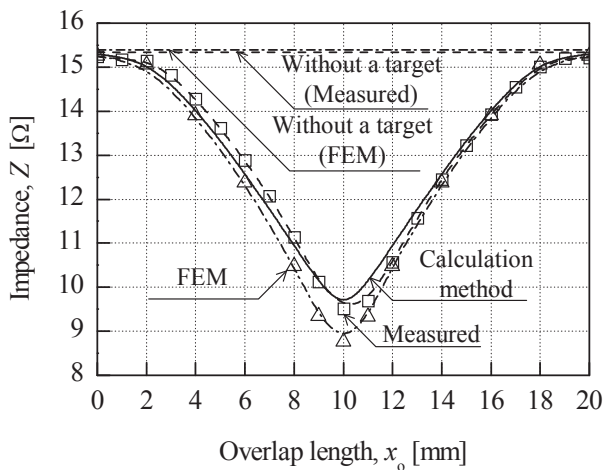
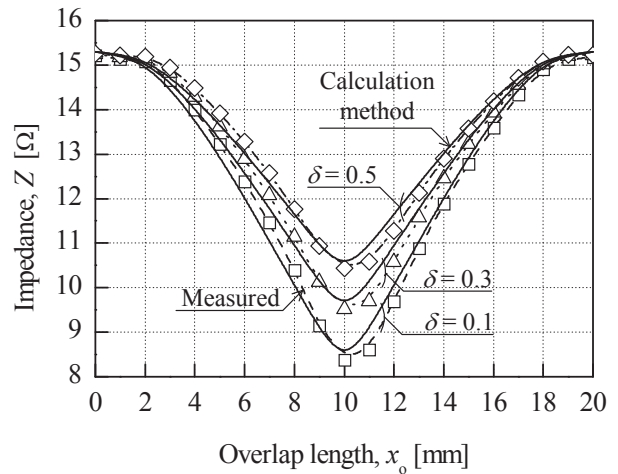
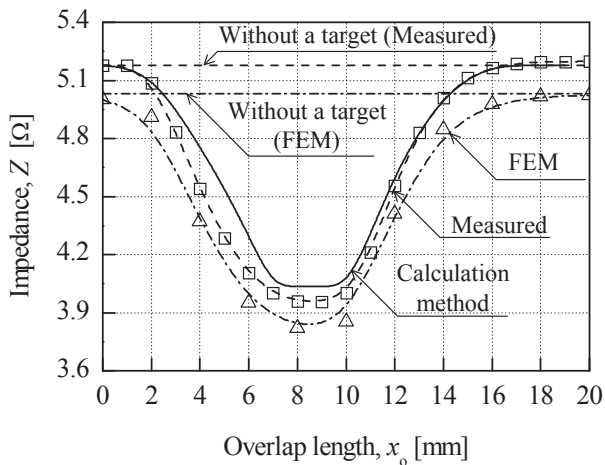
(a) Planar rectangular coil ($\delta = 0.3 \text{ mm}$, $f = 200 \text{ kHz}$).(a) Planar rectangular coil ($f = 200 \text{ kHz}$).(b) Planar triangular coil ($\delta = 0.3 \text{ mm}$, $f = 200 \text{ kHz}$).

Fig. 8 Comparison result of each method.

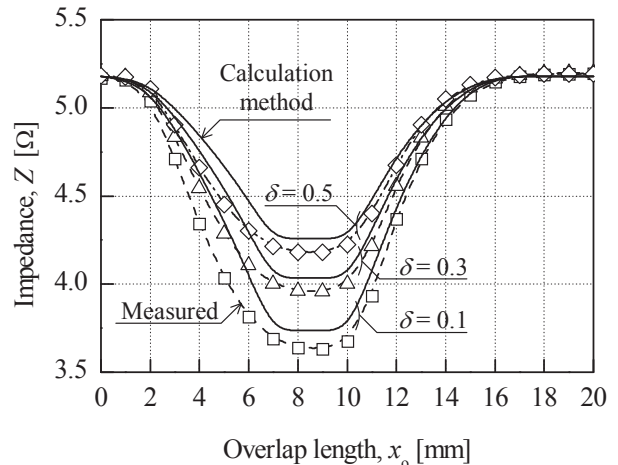
(b) Planar triangular coil ($f = 200 \text{ kHz}$).

Fig. 9 Comparison result of each gap.

- [2] C. V. Dodd, W.E. Deeds, Analytical solutions to eddy-current-probe-coil problems, *J. A. phis*, Vol.39, No.6, pp. 2829-2838, 1968.
- [3] 松村憲明, 町田博, 中原崇文, 渦電流式変位センサの抵抗成分推定法, 電学論 A, Vol. 125 No. 4, pp. 301-308, 2005.
- [4] 水野勉, 川崎真也, 橋場誉, 渡辺誠一, 榎木茂実, 山田一, 銅を測定対象とする渦電流式変位センサに用いるコイルのインピーダンス解析, 電気学会マグネティックス研資, MAG-03-15, pp. 7-12, 2003.
- [5] 日本レギュレーター・センサ研究会, いますぐ使えるセンサの働きと最適利用, 技術評論社, pp. 70-73, 1981.
- [6] 山田一, うず電流式変位測定器の開発動向, 非破壊検査, Vol. 25, No. 1, pp.17-20, 1976.
- [7] 渡辺誠一, 榎木茂実, 水野勉, 品川宏樹, 竹下邦夫, 岸本哲, 山田一, 渦電流形レール遊間センサの速度依存性, 日本応用磁気学会誌, Vol. 29, No. 3, pp. 310-315, 2005.
- [8] 田中章雄, 石田浩一, 板谷年也, 武平信夫, 移動平導体に対向した任意形状コイルのインピーダンス解析, 電気学会マグネティックス研資, MAG-05-32, pp. 47-52, 2005.

- [9] 福永利徳, 柴田随道, 富沢雅彰, 伴弘司, 解析的手法を用いたコイルインダクタンス計算手法, 信学技報, ED99-160, MW99-78, pp. 1-8, 1999.