

格子ボルツマン法による単一粘弾性皮膜固体のせん断流れ場における挙動解析*

Lattice Boltzmann Simulation of Motion of a Viscoelastic Membrane in Shear Flows

村山寿郎**
MURAYAMA Toshiro

吉野正人***,†
YOSHINO Masato

平田哲夫***
HIRATA Tetsuo

Abstract The lattice Boltzmann method for solid–fluid two-phase flows with a viscoelastic membrane is improved. In the present model, the elastic force at each lattice node is determined so that the total elastic energy in the whole membrane can be minimized according to the principle of virtual work. The method is applied to the motion of an annular membrane in a shear flow. The calculated deformation of the membrane agrees well with the result by the immersed boundary-lattice Boltzmann method. Next, three-dimensional structural membrane models, spherical and ellipsoidal models, are constructed by means of the mapping system. The motions of these membranes in shear flows are simulated by using the method. In an initially spherical membrane, the steady circulatory flows inside the membrane and the tank-treading motion are observed. In an initially ellipsoidal membrane, the steady shape and orientation of the membrane are almost the same regardless of initial inclination angles.

Keywords: Lattice Boltzmann method, Two-phase flow, Viscoelastic membrane, Shear flow, Tank-treading motion

1. 緒言

変形を伴いながら移動する固体を含む流れの混相流問題は、医学や工学をはじめとする多くの分野でみることができる。例えば血液の流れは、赤血球などの固体成分が血漿とともに流れる固液混相流であり、また赤血球は柔軟に変形するため、それより小さい血管径をもつ流路においてもスムーズに流動することができる。この赤血球の変形能は、赤血球の形態、内部流体の粘度および膜の粘弾性に依存する[1]。本研究では、膜の粘弾性に着目し、赤血球のような粘弾性固体が流体力を受け変形を伴いながら移動する挙動の解明を行う。このような分野における既存の研究としては、例えば Fischer ら[2,3]がせん断流れ場における赤血球の挙動を実験によって調べている。しか

しながら、実際の血管のような微小スケールの複雑な流れ場をもつ問題においては、実験による解析が困難であり、数値計算によるアプローチが有効な手段の一つと考えられる。

粘弾性固体を含む流れ場の数値計算としては、近年、Wada ら[4]や Tsubota ら[5]によって粒子法[6]を用いたばねモデルによる赤血球の挙動解析が報告されている。また、Pozrikidis[7]は、粘弾性をもつ膜を要素分割することによって膜の変形と流れの連成解析を行い、せん断流れ場における固体の挙動を調べている。Secomb ら[8]は、有限要素法による流れ解析にばねモデルを導入し、二次元せん断流れおよび平行平板間流れにおける赤血球の挙動解析を行っている。しかしながら、これらの手法には計算負荷の増大や、アルゴリズム

* 2008.12.1 受付

** 信州大学大学院 総合工学系研究科 システム開発工学専攻

*** 信州大学工学部 機械システム工学科 〒380-8553 長野県長野市若里 4-17-1

TEL: (026)269-5116 FAX: (026)269-5116 E-mail: masato@shinshu-u.ac.jp

† CREST 科学技術振興機構

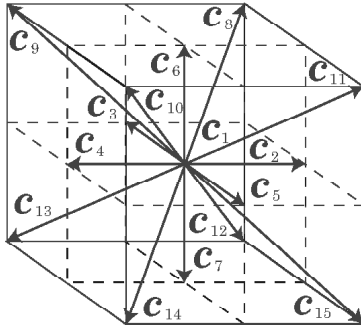


Fig. 1 3D15V model.

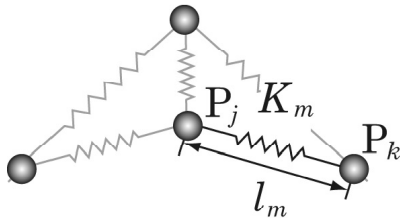


Fig. 2 Spring model.

ムの複雑化などの問題があると考えられる。

一方、アルゴリズムの簡潔さ、複雑流路の問題への有用性などの特長をもつ数値計算法として、格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Method、以下ではLBMと呼ぶ)[9,10]がある。LBMを用いた弾性固体を含む二相流問題に関する研究は、Alexeev ら[11]が弾性をもつ皮膜固体を格子で分割し、固体の変形と流れの連成解析を行っている。また、Sui ら[12,13]は固体近傍に高解像度の格子を配置し、固体の変形と流れの連成解析を行っている。彼らの手法では固体を移動境界とし、通常のLBMで用いられる固定された格子にラグランジュ的な格子をはめ込む方法を取っているため、境界条件やアルゴリズムの複雑化が生じると考えられる。

本研究ではこれまでに、二相系LBM[14]を基に既存の手法では考慮されていない弾性力を導入し、粘弾性皮膜固体を含む流れの数値解析法の構築を行い、二次元計算のアルゴリズムについてはすでに報告している[15]。本論文では、上記の数値計算法における弾性モデルの改良を行い、三次元構造をもつ膜モデルの構築を行った。また、本手法を用いてせん断流れ場における単一粘弾性皮膜固体の挙動解析を行った。

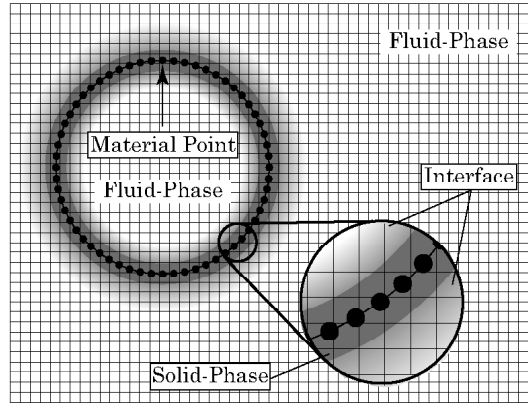


Fig. 3 Schematic illustration of membrane model.

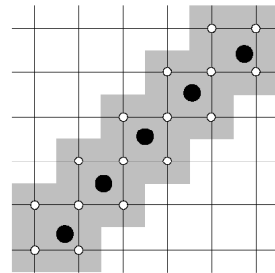


Fig. 4 Relation between material points and solid-phase. The gray region is regarded as solid-phase: ●, material point; ○, vertex of lattice where material point exists.

2. 数値計算法

2.1 二相系LBM

本研究では、血液流れにおける赤血球のように外部流体(血漿)と密度差の非常に小さい二相流問題を対象とし、Inamuro ら[16]によって提案された液液二相系LBMを基に、新たに固体を含む二相流解析のための数値計算法を提案した。使用される物理量はすべて、代表長さ L 、粒子の代表速度 c 、時間スケール $t_0 = L/U$ (U : 流れの代表速度)、基準 order parameter ϕ_0 、および代表密度 ρ_0 を用いて無次元化したものである[17]。格子気体モデルとしては、Fig. 1 に示す3次元15速度モデルを用い、その粒子速度 c_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 15$) は、 $c_i = (0, 0, 0), (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1), (\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ で与えられる。

2.2 弾性項の導入

本研究では、上記の二相系LBMで既に考慮さ

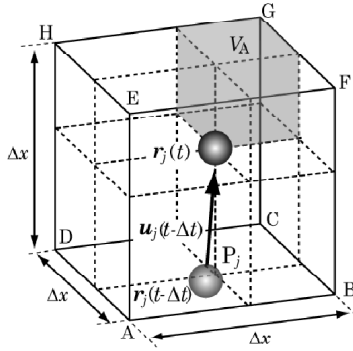


Fig. 5 Motion of material point P_j in cubic lattice with eight vertices, A, B, C, ..., and H. The volume of the gray cube is defined as V_A .

れている粘性力に加え、ばねモデルに基づく膜の伸縮による弾性力を新たに導入した。なお、弾性力と粘性力は、ばねとダッシュポットが並列に接合する Kelvin–Voigt モデルの関係になるように導入した。膜は、Fig. 2 に示すような三角形要素によって接合された固相と同等の質量を持つ N 個の仮想的な質点 P_j ($j = 1, 2, 3, \dots, N$) (以下では単に質点と呼ぶ) で構成される。ここで、Fig. 3 に示すように、膜に囲まれた内側の相は膜の外側の流体相と同様のものとして取り扱い、固相から流体相にかけて数メッシュの界面が存在する。また、格子と質点および固相の関係を Fig. 4 に示す。質点 (図中の●) を含む格子の各頂点 (図中の○) の周囲を固相 (図中の灰色部) とみなすことで、粘弾性皮膜固体を表す。質点間は M 本の自然長 l_{0m} ($m = 1, 2, 3, \dots, M$) のばねによって接合されている。各質点 P_j は、流体力だけでなく上記のばねによる弾性力 F_j を受けながら Fig. 5 に示すように格子内を移動する。図中、 Δx は立方体格子の間隔である。いま、時間刻みを Δt とするとき、時刻 t における質点 P_j の位置ベクトル $r_j(t)$ は以下のように書ける。

$$r_j(t) = r_j(t - \Delta t) + u_j(t - \Delta t)\Delta t \quad (1)$$

ここで、 u_j は質点の速度を表し、質点が含まれる立方体格子の頂点 Φ ($= A, B, C, \dots, H$) の速度を用いて線形補間によって求める。なお、質点は一般に格子点と一致しないが、LBM の計算では各格子点における弾性力が必要となるため、質点 P_j に作用する弾性力 F_j に重み係数をかけて質点 P_j

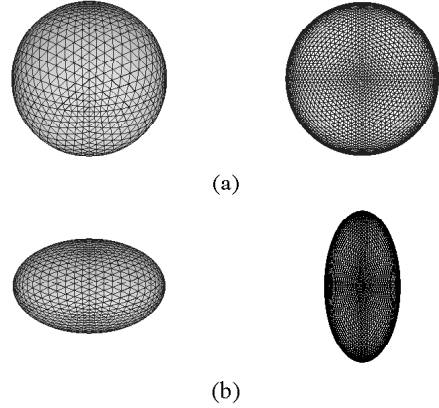


Fig. 6 Three-dimensional structural membrane models: front view (left); cross section (right). (a) sphere with radius R ; (b) ellipsoid with semimajor axis R_L and semiminor axis R_S .

が含まれる立方体格子の各頂点に分配する。つまり、Fig. 5 に示すように質点 P_j が Δt の間に位置 $r_j(t)$ に移動するとき、質点 P_j に作用する弾性力 F_j が立方体格子の頂点 Φ に寄与する力 $F_j(\Phi)$ をそれぞれ次式で与えた。

$$F_j(\Phi) = \frac{V_\Phi}{(\Delta x)^3} F_j \quad \text{for } \Phi = A, B, C, \dots, H \quad (2)$$

ここで、 $V_A \sim V_H$ は Fig. 5 に示す直方体の体積である (例えば、図中の灰色部は、頂点 A における弾性力 $F_j(A)$ に寄与する体積 V_A を表す)。このように本手法では、質点に作用する弾性力を、その質点が含まれる格子の各頂点に分配するだけで既存の LBM に組み込むことが可能である。したがって、移動境界を用いた他の手法に比べてアルゴリズムが簡単であり、移動格子と固定された格子との間の整合や移動する固体面上の境界条件が不要であることが、本手法の優位な点であると考えられる。

各質点に作用する弾性力の決定は、Wada ら[2] や Tsubota ら[3] が提案したばねモデルを用いたアイデアを参考にした。これは、仮想仕事の原理に基づき膜全体の弾性エネルギーが最小になるように各質点に作用する弾性力を決定する方法である。各質点間のばねは、伸縮に対し弾性エネルギーをもつ。このとき、ばね定数を K_m 、ばねの長さを l_m とすると、伸縮によって膜に蓄えられる弾性エネルギー E は次式で与えられる。

$$E = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M K_m \left(\frac{l_m - l_{0m}}{l_{0m}} \right)^2 \quad (3)$$

ここで、 m 本目のばねの両端の質点を P_j および P_k とすると、 l_m は次式で表される。

$$l_m = |r_j - r_k| \quad (4)$$

各質点に作用する弾性力は、 E が最小になるように仮想仕事の原理を用いて決定される。すなわち、質点 P_j における弾性力 F_j は以下のようになる。

$$F_j = -\frac{\partial E}{\partial r_j} \quad (5)$$

2.3 膜モデル

Fig. 6 に示すような三次元の球形状および楕円体形状の膜モデルを構築するために、2.2 節で示した三角形要素による質点配置を行った。ここで、図の左側は立体図、右側は固体中央における断面図をそれぞれ示す。質点の配置は Sui らの方法 [13] を参考にして次のように行った。まず、(i) 重心を原点とする正八面体を生成し、各頂点に質点を配置する。次に、(ii) 各質点と質点に結ばれた線分の中心に新たに質点を配置する。さらに、(iii) 各面の隣接する質点同士を直線で結ぶことによって、各面が 4 個の三角形要素に分割される。この(ii)および(iii)の工程を n 回繰り返すことにより、各面が 4^n 個の三角形要素によって分割された正八面体を構成した。その後、各質点を位置 $r_j (x_j, y_j, z_j)$ より球面上の質点位置 (x_j^s, y_j^s, z_j^s) へ以下の式によって投影し、Fig. 6(a) に示す半径 R の球形状の膜モデルを構築した。

$$x_j^s = \frac{R}{|r_j|} x_j, \quad y_j^s = \frac{R}{|r_j|} y_j, \quad z_j^s = \frac{R}{|r_j|} z_j \quad (6)$$

一方、楕円体形状の膜モデルに対しては、 x 、 y 軸に長半径 R_L をもち、 z 軸に短半径 R_S をもつ楕円体形状 (Fig. 6(b) を参照) において、その面上の質点位置 (x_j^e, y_j^e, z_j^e) を以下の式によって球面上の質点位置より投影し求めた。

$$x_j^e = \frac{R_L}{R} x_j^s, \quad y_j^e = \frac{R_L}{R} y_j^s, \quad z_j^e = \frac{R_S}{R} z_j^s \quad (7)$$

2.4 粘弾性を考慮した固体を含む二相系 LBM

流体相、固相、界面 (以下各相を表す添字をそれぞれ、F、S、I とする) の全領域において、2 つの速度分布関数 f_i および g_i を用いる。 f_i は二相

を表す order parameter の計算に使われ、 g_i は二相流体の流速および圧力を計算するために使われる。二相系 LBM では、時刻 t に格子点 \mathbf{x} における速度 $c_i (i = 1, 2, 3, \dots, 15)$ をもつ各粒子の f_i および g_i の時間発展を、LBM の拡張版である Lattice Kinetic Scheme [17] を用いて、それぞれ次式によって計算を進めて求める。

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i^c(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

$$g_i(\mathbf{x} + c_i \Delta x, t + \Delta t) = g_i^c(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

上式において、 f_i^c および g_i^c は後述する巨視的変数からなる関数である。二相を区別する order parameter ϕ 、圧力 p および二相流体の速度 \mathbf{u} は、分布関数を用いて次のように定義する。

$$\phi = \sum_{i=1}^{15} f_i, \quad p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{15} g_i, \quad \mathbf{u} = \sum_{i=1}^{15} c_i g_i \quad (10)$$

式(8)、(9)中の f_i^c および g_i^c は、それぞれ次式で与えられる。

$$f_i^c = H_i \phi + F_i \left(p_0 - \kappa_f \phi \nabla^2 \phi - \frac{\kappa_f}{6} |\nabla \phi|^2 \right) + 3E_i \phi c_{i\alpha} u_\alpha + E_i \kappa_f G_{\alpha\beta} c_{i\alpha} c_{i\beta} \quad (11)$$

$$g_i^c = E_i \left[3p + 3c_{i\alpha} u_\alpha - \frac{3}{2} u_\alpha u_\alpha + \frac{9}{2} c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta + \frac{3}{4} \Delta x \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) c_{i\alpha} c_{i\beta} \right] + 3E_i c_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[\mu \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \Delta x \right] + 3E_i \delta_{IIS} F_\alpha c_{i\alpha} \quad (12)$$

ここで、

$$G_{\alpha\beta} = \frac{9}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial x_\beta} - \frac{3}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial x_\gamma} \delta_{\alpha\beta} \quad (13)$$

および

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 2/9, \quad E_2 = E_3 = E_4 = \dots = E_7 = 1/9, \\ E_8 &= E_9 = E_{10} = \dots = E_{15} = 1/72, \\ H_1 &= 1, \quad H_2 = H_3 = H_4 = \dots = H_{15} = 0, \\ F_1 &= -7/3, \quad F_i = 3E_i \quad (i = 2, 3, 4, \dots, 15) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

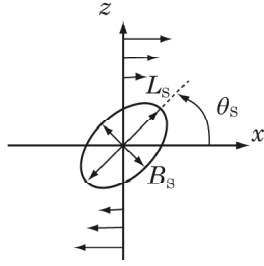


Fig. 7 Body deformation in shear flow: B_s , minor axis; L_s , length perpendicular to the minor axis (major axis in the case of ellipse); θ_s , inclination angle.

ここで、 $\alpha, \beta, \gamma = x, y, z$ であり (添字 α, β, γ はデカルト座標を表し、総和規約に従う)、 $\delta_{\alpha\beta}$ はクロネッカーのデルタである。式(11)における p_0 は、次式で与えられる。

$$p_0 = \phi T \frac{1}{1 - b\phi} - a\phi^2 \quad (15)$$

ここで、 a, b, T は、order parameter ϕ の最大値 ϕ_{\max} および最小値 ϕ_{\min} を決定するパラメータである。さらに、式(12)の右辺第6項は粘性項を表し、界面の粘性係数 μ は次式で与えられる。

$$\mu = \frac{\phi - \phi_{\min}}{\phi_{\max} - \phi_{\min}} (\mu_s - \mu_f) + \mu_f \quad (16)$$

ここで、 μ_s および μ_f はそれぞれ固相、流体相の粘性係数である。式(12)の右辺最後の項は弾性力を表す項であり、添字 Π は F, S, I のいずれかを表す。また、 δ_{IIS} はクロネッカーのデルタである。質点は LBM によって算出される流速 \mathbf{u} を用いて、式(1)に従って移動する。一方、質点とともに各相も移動し、質点を含む立方体格子の各頂点の周囲を固相とみなして、その頂点の order parameter の値に $\phi = \phi_s$ を与える。ここで、 ϕ_s は十分に平衡状態となった固相の ϕ の値である。さらに、LBM の計算により固相から流体相の間には、 ϕ の値が $\phi_{\min} < \phi < \phi_{\max}$ となる界面が生成される。なお、界面の厚さはパラメータ κ_f によって決定される。また、式(11)~(13)における微分は、テーラー級数展開を用いて導かれる以下の中心差分近似を使用した。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_\alpha} \approx \frac{1}{10\Delta x} \sum_{i=2}^{15} c_{i\alpha} \psi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x) \quad (17)$$

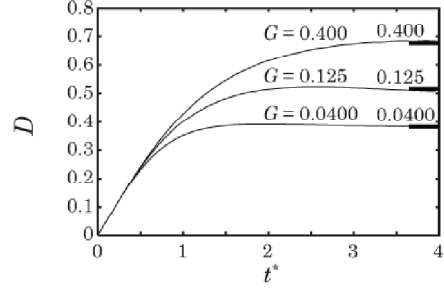


Fig. 8 Temporal variation of deformation D at $\text{Re} = 0.0125$, where $D = (L_s - B_s)/(L_s + B_s)$. $t^* = t\Gamma$ is the dimensionless time. The straight horizontal bold line represents the steady value reported by Sui et al. [12].

$$\nabla^2 \psi \approx \frac{1}{5(\Delta x)^2} \left[\sum_{i=2}^{15} \psi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x) - 14\psi(\mathbf{x}) \right] \quad (18)$$

3. せん断流れ場における環状固体の挙動解析

弾性モデルを用いた手法の検証を行うため、二次元せん断流れ場において Sui ら[12]と同様の条件で、環状の単一粘弾性皮膜固体の挙動計算を行った。なお、計算には2次元9速度モデルを用いたが、手法のアルゴリズムは2節で説明したものと同様である。

二次元流体相領域 ($L_x \times L_z = 160\Delta x \times 160\Delta x$) における $u_x = \Gamma z$ のせん断流れ場の中央に半径 $R_a = 16\Delta x$ の環状固体を配置し、 L_z 離れた上下の壁を水平反対方向にそれぞれ速さ u_w で動かした (固体を配置した時刻を $t = 0$ とする)。ここで、 $\Gamma = 2u_w/L_z$ はせん断速度である。この問題の無次元数はレイノルズ数 $\text{Re} = \rho_f \Gamma R^2 / \mu_f$ および無次元せん断速度 $G = \mu_f \Gamma R / K$ である[12]。ここで、半径 $R = R_a$ とし、膜の弾性係数 $K = K_m / l_0 m^2$ とする。比較のため、 $\text{Re} = 0.0125$ において $G = 0.0400, 0.125, 0.400$ になるように K の値を変化させ計算を行った。

Fig. 7 に示す x - z 平面における短軸 B_s とそれに垂直な方向の長さ L_s (楕円の場合の長軸に相当する) を用いて、固体の変形度 $D = (L_s - B_s)/(L_s + B_s)$ を定義し、各 G における D の時間変化を Fig. 8 に示す。ここで、無次元時間を $t^* = t\Gamma$ と定義した。図中の実線が本計算結果を示し、太線が Sui らによる定常値を示す。いずれの G の値に対しても両者は良く一致し、本弾性モデルを用いた計算手法の妥当性が示された。

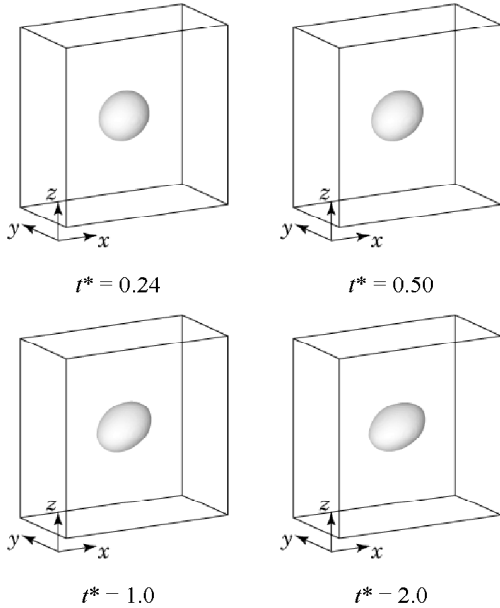


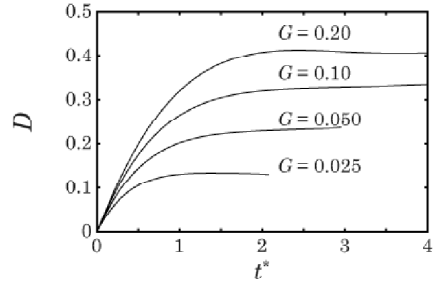
Fig. 9 Temporal evolution of body shape at $G = 0.10$ and $Re = 0.025$ ($t^* = t\Gamma$). The contour surface represents the order parameter $\phi = (\phi_{\max} + \phi_{\min})/2$.

4. せん断流れ場における三次元固体の挙動解析

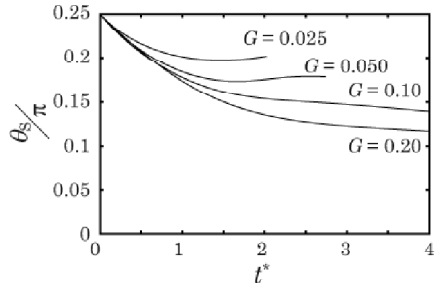
4.1 初期状態が球形状の単一固体の挙動

Fig. 6(a)に示すような、初期状態が球形状の単一粘弾性皮膜固体のせん断流れ場における挙動を調べた。 $L_x \times L_y \times L_z = 120\Delta x \times 60\Delta x \times 120\Delta x$ の三次元流体相領域における $u_x = Tz$ の流れ場に、十分平衡に達した $N = 1026$ 個の質点で構成される粘弾性皮膜固体 (半径 $R = 12\Delta x$ 、膜厚 $\sim 2\Delta x$) を中央に置き、上下の壁を水平反対方向にそれぞれ速さ u_w で動かした (固体を配置した時刻を $t = 0$ とする)。ここで、上下の壁にはすべりなし境界条件を用い、その他の境界では周期境界条件を用いた。パラメータの値は、 $a = 9/49$ 、 $b = 2/21$ 、 $T = 0.55$ (このとき、 $\phi_{\max} = 4.937$ 、 $\phi_{\min} = 2.251$ となる)、 $\mu_s = \mu_f = 1.0 \times 10^{-2}\Delta x$ 、 $\kappa_f = 0.01(\Delta x)^2$ とした。また、固相および流体相の密度は等密度とし、 $\rho_s = \rho_f = 1$ とする。以下の計算では、 Re および G の定義は3節と同様とし、 $Re = 0.025$ となるように壁の速さ u_w を与え、 $0.025 \leq G \leq 0.20$ となるように K の値を変化させ計算を行った。

はじめに、 $G = 0.10$ における固体形状の時間変化を Fig. 9 に示す。図の灰色部は等数値面 ($\phi = (\phi_{\max} + \phi_{\min})/2$) を表す。固体が時間の経過とともに



(a)



(b)

Fig. 10 Temporal variations of (a) deformation D and (b) inclination angle θ_s at $Re = 0.025$ ($t^* = t\Gamma$).

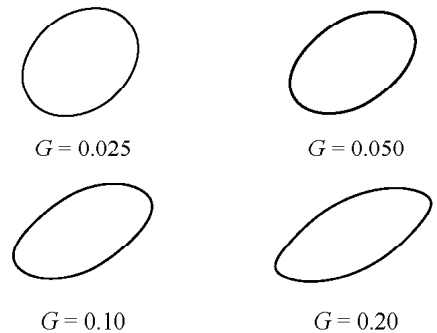


Fig. 11 Steady shape of bodies in shear flow on $y/L_y = 0.50$ at $Re = 0.025$. The bold solid lines represent the membrane.

傾きながら左右に引き伸ばされ、やがてはせん断方向に傾いた楕円体形状に変形する様子が見られる。さらに、変形および傾きの変化はしだいに定常になることが確認できた。

次に、各 G における D および固体の傾き θ_s (定義は Fig. 7 を参照) の時間変化を Fig. 10(a), (b) にそれぞれ示す。すべてのケースにおいて固体は初期段階に大きく変形し、水平方向へ傾いていく。

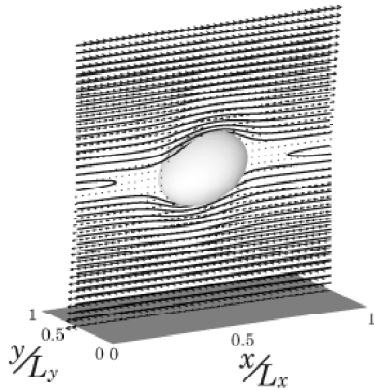


Fig. 12 Deformed body and flow fields (velocity vectors and streamlines) in steady state on $y/L_y = 0.50$ at $G = 0.10$ and $Re = 0.025$.

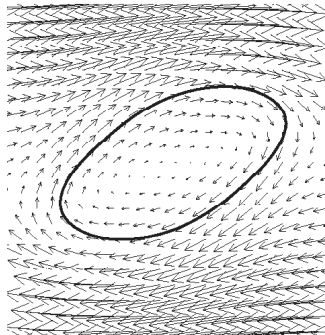


Fig. 13 Enlargement of velocity vectors in steady state on $y/L_y = 0.50$ at $G = 0.10$ and $Re = 0.025$. The bold solid line represents the membrane.

しかしながら、時間経過に伴いそれぞれ異なった D および θ_s で定常状態となることがわかる。さらに、 G が減少するにつれて固体の変形能の低下が見られる。 G はせん断速度と膜の弾性係数の比を表し、弾性係数の増加に伴い低下する。また、他の弾性モデルを用いた Sui らの結果[13]と比較したところ、例えば $G = 0.10$ のケースにおける D の定常値は、本計算結果の方が約 20% 小さくなった。しかしながら、 θ_s の定常値に関しては約 1% 以内で両者が一致した。なお、その他のケースについても各定常値には同様の傾向が見られた。

さらに、各 G に対して $y/L_y = 0.50$ の断面における定常状態の固体形状を Fig. 11 に示す。 $G = 0.025$

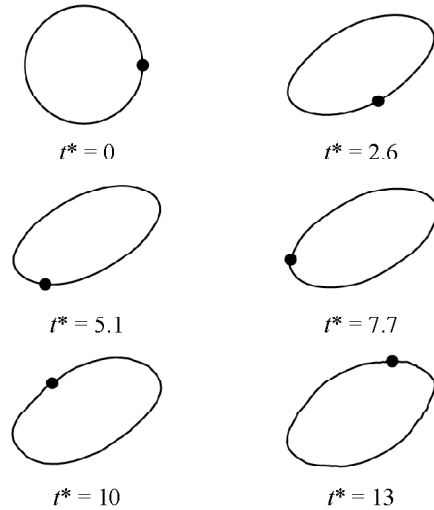


Fig. 14 Rotary motion of deformed membrane at $G = 0.10$ and $Re = 0.025$. The black circle indicates a certain material point P_j in the membrane ($t^* = t\Gamma$).

の結果より、変形能が低いときはせん断流れ場において初期の球形状を維持している。これに対し、 $G = 0.10, 0.20$ においては、大きく流れ方向に引き伸ばされ楕円形状に変形し、若干ではあるが、楕円の長軸方向の先端が時計回りに引き伸ばされた特徴的な形状が見られる。このような形状は、Secomb ら[8]や Sui ら[13]によっても報告されており、本結果が粘弾性皮膜固体のせん断流れ場における変形をよく表現できていると考えられる。なお、 $G = 0.10$ のケースに対して、質点数 $N = 4098$ 個として同様の計算を実行したところ、固体形状に関して差異が見られなかったため、今回のシミュレーションでは $N = 1026$ 個で十分と判断した。しかしながら、 $G = 0.20$ より大きな変形を生ずるケースに対しては、質点数に関して今後さらなる検討が必要になると考えられる。

次に、 $G = 0.10$ の定常状態 ($t^* = 3.0$) における固体形状、 $y/L_y = 0.50$ の断面における速度ベクトルおよび流線を Fig. 12 に示す。さらに、 $y/L_y = 0.50$ の断面における固体近傍および内部の流れ場の拡大図を Fig. 13 に示す。両図より、固体が流れを妨げ、固体近傍では膜に沿う流れ場が形成されている。また、膜の内部流体には回転流が形成されている。これは、膜がせん断流れによって回転することにより形成されたと考えられる。

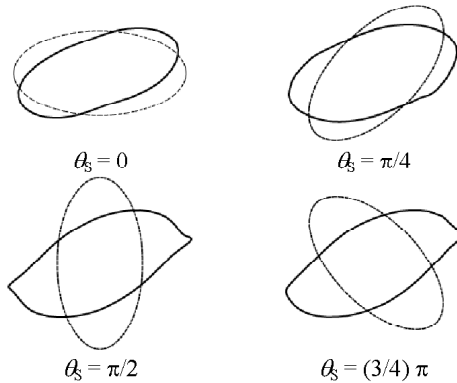


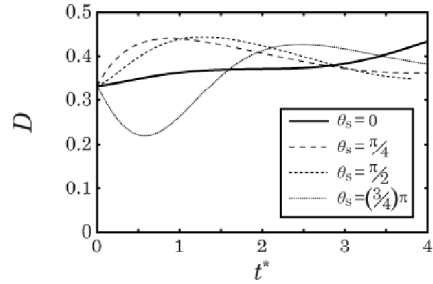
Fig. 15 Profile of body shapes with different initial inclination angles on $y/L_y = 0.50$ at $G = 0.10$ and $Re = 0.025$. The dotted and solid lines represent the initial and steady shapes, respectively.

最後に、膜の回転運動について示す。膜を構成する任意の質点の各時刻における位置を Fig. 14 に示す。図から、膜が時計回りに回転運動をしていることがわかる。Fischer ら[2,3] は tank-treading motion と呼ばれるキャタピラの運動に似た皮膜固体の回転運動を報告している。本計算でも、この特徴的な挙動を表現できたと考えられる。

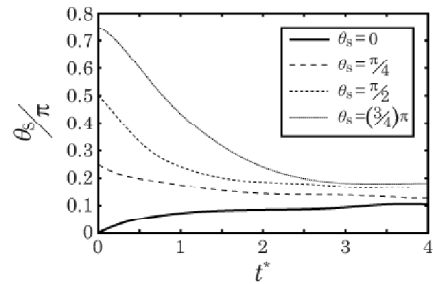
4.2 初期状態が楕円体形状の単一固体の挙動

Fig. 6(b)に示すような、初期状態が楕円体形状の単一粘弾性皮膜固体（長半径 $R_L = 12\Delta x$ 、短半径 $R_S = 6\Delta x$ ）の挙動を調べた。以下の計算では、 $G = 0.10$ （ただし $R = R_L$ とした）において固体の初期の傾きを水平軸より $\theta_0 = 0, \pi/4, \pi/2, (3/4)\pi$ と変化させ、定常状態に達するまでの固体の変形および傾きを調べた。その他の計算条件は、4.1 節と同様である。

各ケースに対する固体の初期形状および定常状態の形状を Fig. 15 に示す。また、 D および θ_0 の時間変化を Fig. 16 に示す。固体は初期状態に依らず、一定の角度をなし定常となることがわかる。ただし、初期に $\theta_0 = (3/4)\pi$ に配置した楕円体形状固体は、定常状態に至るまでの過程において他のケースと異なる結果が得られた。つまり、せん断方向とは逆向きに傾けて初期配置した固体は、垂直になるにつれ上下が z 軸方向に 15%程度圧縮され、その後復元しながら傾いていく特徴的な結果が得られた。これは、粘弾性皮膜固体が流れの中で自由に変形することにより、流体抵抗の少ない形状で流動するという性質に起因するも



(a)



(b)

Fig. 16 Temporal variation of (a) deformation D and (b) inclination angle θ_0 at $G = 0.10$ and $Re = 0.025$ ($t^* = t\Gamma$).

のと考えられる。抗力とせん断速度の関係など、詳細な検討については今後の課題である。

5. 結言

LBM を用いた粘弾性固体を含む流れの数値解析法において、膜全体の弾性エネルギーを考慮した弾性モデルの改良を行った。三次元の球形状および楕円体形状固体の膜モデルを構築し、せん断流れ場における単一粘弾性皮膜固体の挙動について計算を行った。その結果、弾性係数の増加に伴う変形能の低下、tank-treading motion と呼ばれる膜の特徴的な回転運動を実現できた。また、初期状態で傾き角の異なる楕円体形状固体の計算より、定常状態において固体は初期配置に依らずほぼ同様の変形および傾きを示すことがわかった。

謝辞

本研究の一部は、平成 18 年度文部科学省 科学研究費補助金（若手研究(B) No. 18760121）により行われた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- [1] Oka, S., *Biorheology*, 83–101, Syokabo Publishing, Tokyo (1983).
- [2] Fischer, T.M., Stöhr-Liesen, M. and Schmid-Schönbein, H., The Red Cell as a Fluid Droplet: Tank Tread-Like Motion of the Human Erythrocyte Membrane in Shear Flow, *Science*, Vol. 202(4370), 894–896 (1978).
- [3] Fischer, T.M., On the Energy Dissipation in a Tank-Treading Human Red Blood Cell, *Biophys. J.*, Vol. 32(2), 863–868 (1980).
- [4] Wada, S. and Kobayashi, R., Numerical Simulation of Various Shape Changes of a Swollen Red Blood Cell by Decrease of Its Volume, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 69(677), 14–21 (2003).
- [5] Tsubota, K., Wada, S. and Yamaguchi, T., Particle Method for Computer Simulation of Red Blood Cell Motion in Blood Flow, *Comput. Methods Programs Biomed.*, Vol. 83(2), 139–146 (2006).
- [6] Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y., A Particle Method for Incompressible Viscous Flow with Fluid Fragmentation, *Comput. Fluid Dyn. J.*, Vol. 4(1), 29–46 (1995).
- [7] Pozrikidis, C., Numerical Simulation of the Flow-Induced Deformation of Red Blood Cells, *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 31(10), 1194–1205 (2003).
- [8] Secomb, T.W., Styp-Rekowska, B. and Pries, A.R., Two-Dimensional Simulation of Red Blood Cell Deformation and Lateral Migration in Microvessels, *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 35(5), 755–765 (2007).
- [9] Chen, S. and Doolen, G.D., Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol. 30, 329–364 (1998).
- [10] Succi, S., *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, Oxford, (2001).
- [11] Alexeev, A., Verberg, R. and Balazs, A.C., Motion of Compliant Capsules on Corrugated Surfaces: A Means of Sorting by Mechanical Properties, *J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys.*, Vol. 44(18), 2667–2678 (2006).
- [12] Sui, Y., Chew, Y.T. and Low, H.T., A Lattice Boltzmann Study on the Large Deformation of Red Blood Cells in Shear Flow, *Int. J. Mod. Phys. C*, Vol. 18(6), 993–1011 (2007).
- [13] Sui, Y., Chew, Y.T., Roy, P. and Low, H.T., A Hybrid Method to Study Flow-Induced Deformation of Three-Dimensional Capsules, *J. Comput. Phys.*, Vol. 227(12), 6351–6371 (2008).
- [14] Inamuro, T., Ogata, T., Tajima, S. and Konishi, N., A Lattice Boltzmann Method for Incompressible Two-Phase Flows with Large Density Differences, *J. Comput. Phys.*, Vol. 198(2), 628–644 (2004).
- [15] Yoshino, M. and Murayama, T., A Lattice Boltzmann Method for a Two-Phase Flow Containing Solid Bodies with Viscoelastic Membranes, to appear in *Eur. Phys. J. Special Topics*.
- [16] Inamuro, T., Tomita, R. and Ogino, F., Lattice Boltzmann Simulations of Drop Deformation and Breakup in Shear Flows, *Int. J. Mod. Phys. B*, Vol. 17(1&2), 21–26 (2003).
- [17] Inamuro, T., Lattice Boltzmann Methods for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows, *Fluid Dyn. Res.*, Vol. 38(9), 641–659 (2006).