

二相系格子ボルツマン法を用いた流体中における粘弾性皮膜固体の挙動解析* (内部流体の粘度が固体の挙動に与える影響について)

村山 寿郎^{*1*2}, 吉野 正人^{*3*4}, 平田 哲夫^{*3}

Two-Phase Lattice Boltzmann Simulation of Behavior of a Body with a Viscoelastic Membrane in Fluid Flows (Effect of Internal Fluid Viscosity on Body Behavior)

Toshiro MURAYAMA^{*1}, Masato YOSHINO and Tetsuo HIRATA

^{*1} Department of Mathematics and System Development Engineering,
Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Shinshu University
4-17-1, Wakasato, Nagano-shi, Nagano 380-8553, Japan

The behavior of a deformable body with a viscoelastic membrane in fluid flows is numerically investigated by the two-phase lattice Boltzmann method. In the calculations, the internal fluid of the body is distinguished from the surrounding fluid so that the viscosities of these fluids can be separately specified. Using this method, the deformation of the body under a shear flow is simulated by changing the viscosity ratio η , which is defined as the ratio of the viscosity of the internal fluid to that of the surrounding fluid. It is found that as the viscosity ratio increases, the deformability of the body remains almost constant for $0.1 \leq \eta \leq 1$, whereas it decreases linearly for $1 < \eta \leq 10$. In addition, the behavior of the body in a square pipe flow is simulated for various viscosity ratios. The velocity near the centerline of the pipe decreases with increasing the viscosity ratio, and thus the flow rate becomes reduced. In the case of lower viscosity ratio ($0.1 \leq \eta \leq 1$), the body becomes a parachute-like shape and approaches toward the centerline of the pipe; that is, axial accumulation is observed. In the case of higher viscosity ratio (e.g., $\eta = 6$), the body forms into a slipper-like shape, migrating laterally toward a certain equilibrium position between the wall and the centerline of the pipe.

Key Words : Numerical Simulation, Lattice Boltzmann Method (LBM), Two-Phase Flow, Viscoelastic Body, Shear Flow, Square Pipe Flow

1. 緒 言

変形を伴いながら移動する固体を含む流れの混相流問題は、医学や工学をはじめとする多くの分野でみることができる。例えば血液の流れは、赤血球などの固体成分が血漿とともに流れる固液混相流である。赤血球は粘弾性をもつ膜が内部流体を覆った直径約 $8\mu\text{m}$ の粘弾性皮膜固体であり、柔軟に変形するため、それより小さい血管径をもつ流路においてもスムーズに流動することができる。この赤血球の変形能は、赤血球の形態、内部流体の粘度および膜の粘弾性に依存すると言われている⁽¹⁾。このような分野における既存の研究としては、例えば Fischer ら⁽²⁾が、せん断流れ場における赤血球の挙動を実験によって調べ、tank-treading 運動と呼ばれる膜の表面がキャタピラのように回転する運動を報告している。また、Gaetgens ら⁽³⁾は内径 $4 \sim 12\mu\text{m}$ 程度のチューブ内における複数の赤血球の流動を調べ、それらの流動形態および tank-treading 運動について報告している。しかしながら、実際の血管のような微小スケールの複雑な流れ場をもつ問題においては、実験による詳細な解析が困難であり、数値計算によるアプローチが有効な手段の一つと考えられる。

* 原稿受付 2010 年 7 月 1 日

^{*1} 信州大学大学院 総合工学系研究科 システム開発工学専攻 (〒380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)

^{*2} 信州大学サテライト・ベンチャー・ビジネス・ラボラトリー (〒386-8567 長野県上田市常田 3-15-1)

^{*3} 正員, 信州大学工学部 機械システム工学科 (〒380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)

^{*4} CREST (独)科学技術振興機構 (〒332-0012 埼玉県川口市本町 4-1-8)

Email: masato@shinshu-u.ac.jp



粘弾性皮膜固体を含む流れ場の数値解析は、これまでに種々の手法を用いて行われてきている。例えば、Ramanujan ら⁽⁴⁾や Pozrikidis⁽⁵⁾は、境界要素法を用いて粘弾性をもつ膜を要素分割することによって膜の変形と流れの連成解析を行い、せん断流れ場における初期形状が球形状あるいは双凹面形状の固体の挙動を調べている。また、粒子法を用いて、赤血球や粘弾性をもつ膜が液体を内包したベシクルの挙動解析が報告されている^{(6)~(11)}。さらに、近年では、流れの計算手法と埋め込み境界法⁽¹²⁾を組み合わせた手法が提案されている^{(13)~(16)}。例えば、Sui ら⁽¹³⁾は格子ボルツマン法⁽¹⁷⁾ (Lattice Boltzmann Method, 以下では LBM と呼ぶ) に埋め込み境界法を組み合わせ、流れ場における赤血球の変形移動を高精度に計算する手法を提案している。LBM は物理空間を等間隔格子で分割し、巨視的な流れ場および圧力場などを計算する数値計算法の一つであり、複雑流れに対してもアルゴリズムが簡単であることや、並列計算に向いていることなどの特長をもつ⁽¹⁸⁾。しかしながら、彼らの手法では、赤血球の膜近傍に周囲の計算格子よりも細かい格子を配置し、大きさの異なる二つの計算格子を用いて膜の変形と流れを計算するため、通常の LBM に比べ計算負荷の増大が考えられる。また、二つの計算格子の境界において各物理量の情報交換が必要であるため、アルゴリズムが複雑になることが考えられる。さらに、赤血球のモデルとして多く用いられている Skalak モデル⁽¹⁹⁾は、赤血球の膜を超弾性膜とみなし、赤血球の挙動に対しては良く表現することができるが、一般的な粘弾性皮膜固体のモデルとしての汎用性は乏しいと考えられる。

これに対し著者らは、粘弾性皮膜固体を含む混相流問題に対する汎用的な数値計算法の構築および現象解析を目的とし、これまでに質点ばねモデルに基づく弾性力を既存の二相系 LBM⁽²⁰⁾に組み込んだ計算手法を提案した^{(21)~(23)}。本手法は、粘弾性皮膜固体の変形および移動に対し、膜に働く弾性力を体積力としてデカルト座標系で表される格子点に与えることで、LBM のもつアルゴリズムの簡潔さを維持し、変形する粘弾性皮膜固体の移動および流れ場を効率よく扱えるという特長をもつ。しかしながら、著者らのこれまでの研究では、膜に覆われた内部流体と外部流体を同じパラメータをもつ同一流体として扱った計算しか行っていない。ところが、実際の赤血球やベシクルといった粘弾性皮膜固体は、内部流体の粘度が固体の変形能および挙動に影響することが知られている。例えば、せん断流れ場において、赤血球やベシクルは形状やせん断流れの強さ、内部流体と外部流体の粘度比によって、膜が回転する tank-treading 運動と、固体全体が変形し回転する tumbling 運動と呼ばれる挙動を示すことが報告されている^{(24) (25)}。また、Ramanujan ら⁽⁴⁾は、液体が弾性膜によって覆われた固体のせん断流中における挙動を数値計算により調べ、外部流体の粘度に対し内部流体の粘度が大きくなるにつれて固体の変形能が低下すること、ならびに初期形状が非球形状の固体において tumbling 運動を示すことを報告している。さらに、近年では、Noguchi ら^{(8) (11)}や Takagi ら⁽¹⁵⁾が、せん断流れ場におけるベシクルの挙動を数値計算によって調べ、ベシクルの挙動が tank-treading 運動から tumbling 運動へと遷移することは、内部流体の粘度上昇が原因の一つであると報告している。以上のことから、粘弾性皮膜固体における内部流体の粘度が流体中の固体の挙動に与える影響を調べることは、重要な課題である。

そこで本研究では、膜に覆われた内部流体の粘度を変化させることができる粘弾性皮膜固体（以下では単に固体と呼ぶ）を考え、初期形状が球形状の固体を含むせん断流れおよび正方形ダクト内流れの格子ボルツマンシミュレーションを行い、内部流体の粘度が固体の挙動に与える影響について調べた。

2. 数 値 計 算 法

付録に示すように、以下で使用される物理量はすべて、代表長さ L 、粒子の代表速さ c 、時間スケール $t_0 = L/U$ (U : 流れの代表速さ)、基準 order parameter ϕ_0 、および基準密度 ρ_0 を用いて無次元化したものである⁽¹⁸⁾。

2.1 二相系 LBM

本研究では、血液流れにおける赤血球と血漿の関係に見られるような、固体と流体の密度差が非常に小さい二相流問題を対象とする。そこで、Inamuro ら⁽²⁰⁾によって提案された液液二相系 LBM（以下では単に二相系 LBM と呼ぶ）を基に、固体を含む二相流解析のための数値計算法を提案した。以下の計算では、格子気体モデルとして 3 次元 15 速度モデルを用いた。この速度モデルの粒子速度 \mathbf{c}_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 15$) は、 $\mathbf{c}_i = (0, 0, 0), (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1), (\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ である。二相系 LBM の詳細は文献 (18) および (20) を参照されたい。

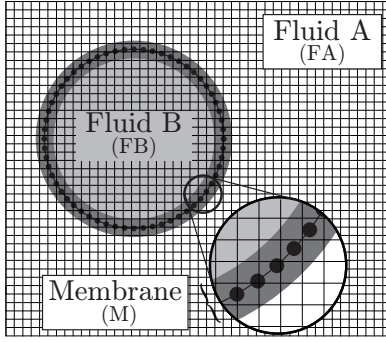


Fig. 1 Model of a body with viscoelastic membrane.

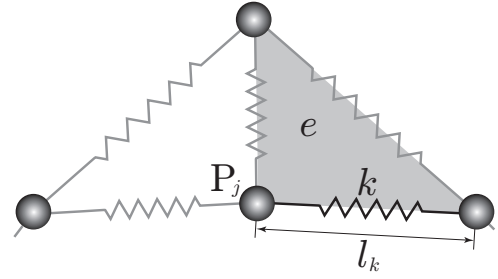


Fig. 2 Spring model.

2.2 固体のモデル

図1に示すような粘弾性膜の内部が、周囲の外部流体（流体相A）とは異なる流体（流体相B）であるような固体のモデルを考える．膜は図2に示すような N_p 個の質点 P_j ($j = 1, 2, 3, \dots, N_p$) を頂点とし、ばねにより接合された N_e 個の三角形要素 e ($e = 1, 2, 3, \dots, N_e$) によって構成される三次元構造をもち、外部流体と内部流体の界面に膜が存在する．本手法では、LBMにおける固定されたデカルト格子内にラグランジュ的に移動する固体のモデルを配置し、質点を含む立方体格子を膜とみなした．また、その立方体格子の頂点である格子点に、質点に働く弾性力を作用させた．

各質点に作用する弾性力の決定は、和田ら⁽⁶⁾のばねモデルを用いたアイデアを参考にした．これは、仮想仕事の原理に基づき固体の弾性エネルギーが最小になるように各質点に作用する弾性力を決定する方法である．本モデルでは、固体はせん断変形に対する抵抗と面積および体積の初期値からの変化に対する抵抗を考慮した．固体が変形によって蓄える弾性エネルギー E は、膜のせん断変形、三角形要素の面積変化、膜の表面積変化および固体の体積変化に対する弾性係数を、それぞれ K_{lk} , K_a , K_A , および K_V とすると次式で与えられる．

$$E = \sum_{k=1}^{N_s} \frac{K_{lk}}{2} \left(\frac{l_k - l_{k0}}{l_{k0}} \right)^2 + \frac{K_a}{2} \sum_{e=1}^{N_e} \left(\frac{A_e - A_{e0}}{A_{e0}} \right)^2 + \frac{K_A}{2} \left(\frac{A - A_0}{A_0} \right)^2 + \frac{K_V}{2} \left(\frac{V - V_0}{V_0} \right)^2 \quad (1)$$

ここで、 N_s はばねの総本数、 l_k はばね k の長さ、 A_e は三角形要素 e の面積、 A は膜全体の表面積、 V は固体の体積を表し、添字の0はそれぞれの初期値を意味する． E が最小になるように仮想仕事の原理を用いて質点 P_j の位置ベクトル \mathbf{r}_j に関して解くと、質点 P_j における弾性力 \mathbf{F}_j は次式となる．

$$\mathbf{F}_j = - \frac{\partial E}{\partial \mathbf{r}_j} \quad (2)$$

2.3 質点の運動

膜を構成する質点は上記の弾性力とともに流れ場による流体力を受け、LBMにおける計算格子内をラグランジュ的に移動する．時間刻み Δt の間に移動する質点 P_j の位置 $\mathbf{r}_j(t + \Delta t)$ は次の微分方程式

$$\frac{d\mathbf{r}_j(t)}{dt} = \mathbf{u}_j(t) \quad (3)$$

を4次のRunge-Kutta法を用いて解くことで求めた．ここで、 $\mathbf{u}_j(t)$ は質点 P_j の速度であり、質点が含まれる立方体格子の頂点である格子点 Ψ ($\Psi = A, B, C, \dots, H$) の流速を用いて線形補間で以下の式より求める．

$$\mathbf{u}_j(t) = \sum_{\Psi} \omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_{\Psi}) \mathbf{u}(\mathbf{x}_{\Psi}, t) \quad \text{for } \Psi = A, B, C, \dots, H \quad (4)$$

ここで、 $\omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_{\Psi})$ は $\sum_{\Psi} \omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_{\Psi}) = 1$ となる重み係数であり、 \mathbf{x}_{Ψ} は格子点 Ψ の位置ベクトルである． $\omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_{\Psi})$ は図3に示すように、質点 P_j を含む立方体格子（格子間隔を Δx とする）の格子点 Ψ に対し、対角反対側に位置する格子点と質点 P_j を頂点とする直方体の体積によって決まる（例えば、 $\Psi = A$ に対する重み係数 $\omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_A)$ は、

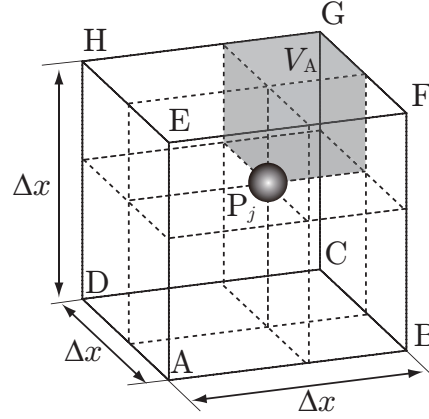


Fig. 3 Cubic lattice with sides Δx where particle P_j is included. The weighting coefficient $\omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_A)$ is equal to the shaded volume V_A divided by volume $(\Delta x)^3$ of the cubic lattice.

図中の灰色部の体積 V_A を立方体格子の体積 $(\Delta x)^3$ で割った値に等しい)。なお、質点の位置は一般に格子点と一致しないため、速度の場合と同様に、質点 P_j に作用する弾性力 $\mathbf{F}_j(t)$ に重み係数をかけて質点 P_j が含まれる立方体格子の 8 個の格子点 Ψ に分配する。したがって、格子点 Ψ における弾性力 $\mathbf{F}(\mathbf{x}_\Psi, t)$ は、周囲の質点に作用する弾性力からの寄与の総和として以下の式より求める。

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_\Psi, t) = \sum_{j=1}^{N_p} \omega(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_\Psi) \mathbf{F}_j(t) \delta(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_\Psi) \quad (5)$$

ここで、 $\delta(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_\Psi)$ は格子点 Ψ に寄与する質点 P_j を識別する関数であり、本モデルでは、格子点 Ψ を頂点にもつ隣接する 8 個の立方体格子からなる参照領域内に含まれる質点を考える。つまり、関数 $\delta(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_\Psi)$ は以下のように定義した⁽²⁶⁾。

$$\delta(\mathbf{r}_j, \mathbf{x}_\Psi) = \begin{cases} 1 & \text{if the particle } P_j \text{ is in the reference domain,} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

2.4 固体を含む二相系 LBM

流体相 A、流体相 B、膜（以下添字 FA、FB、M はそれぞれ流体相 A、流体相 B、膜を表す）の全領域において二つの速度分布関数 f_i および g_i を用いる。 f_i は二相を表す order parameter の計算に使われ、 g_i は流体の圧力および速度を計算するために使われる。二相系 LBM では、時刻 t に格子点 \mathbf{x} における速度 \mathbf{c}_i をもつ各粒子の速度分布関数 $f_i(\mathbf{x}, t)$ および $g_i(\mathbf{x}, t)$ の時間発展方程式は、LBM の拡張版である Lattice Kinetic スキーム⁽¹⁸⁾を用いてそれぞれ次式により計算する。

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i^c(\mathbf{x}, t) \quad (7)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = g_i^c(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

上式において、 f_i^c および g_i^c は後述の巨視的変数のみで定義される関数である。二相を表す order parameter ϕ 、流体の圧力 p および流速 \mathbf{u} は、速度分布関数を用いてそれぞれ次のように定義する。

$$\phi = \sum_{i=1}^{15} f_i \quad (9)$$

$$p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{15} g_i \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{15} g_i \mathbf{c}_i \quad (11)$$

式 (7) 中の関数 f_i^c は次式で与えられる .

$$f_i^c = H_i \phi + F_i \left(p_0 - \kappa_f \phi \nabla^2 \phi - \frac{\kappa_f}{6} |\nabla \phi|^2 \right) + 3E_i \phi c_{i\alpha} u_\alpha + E_i \kappa_f G_{\alpha\beta} c_{i\alpha} c_{i\beta} \quad (12)$$

ここで ,

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 2/9, \quad E_2 = E_3 = E_4 = \dots = E_7 = 1/9, \\ E_8 &= E_9 = E_{10} = \dots = E_{15} = 1/72, \\ H_1 &= 1, \quad H_2 = H_3 = H_4 = \dots = H_{15} = 0, \\ F_1 &= -7/3, \quad F_i = 3E_i \quad (i = 2, 3, 4, \dots, 15) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

および

$$p_0 = \phi T \frac{1}{1 - b\phi} - a\phi^2 \quad (14)$$

$$G_{\alpha\beta} = \frac{9}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial x_\beta} - \frac{3}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial x_\gamma} \delta_{\alpha\beta} \quad (15)$$

である . 式 (12) ~ (15) において , $\alpha, \beta, \gamma = x, y, z$ (添字 α, β, γ はデカルト座標を表し , 総和規約に従う) , κ_f は界面の厚さを決めるパラメータであり , a, b, T は order parameter ϕ の最大値および最小値を決定するパラメータ , $\delta_{\alpha\beta}$ はクロネッカーのデルタである . 一方 , 式 (8) 中の関数 g_i^c は , 弾性力を表す外力項を加え次式で与えられる .

$$\begin{aligned} g_i^c &= E_i \left[3p + 3c_{i\alpha} u_\alpha - \frac{3}{2} u_\alpha u_\alpha + \frac{9}{2} c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta + \frac{3}{4} \Delta x \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) c_{i\alpha} c_{i\beta} \right] \\ &\quad + 3E_i c_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[\mu \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \right] \Delta x + 3E_i \delta_{\Pi M} F_\alpha c_{i\alpha} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで , μ は粘度を表し , 右辺最終項は弾性力を表す外力項であり , 添字の Π は FA , FB , M のいずれかを表す . 式 (12) , (15) および (16) における微分には , テーラー級数展開を用いて導かれる以下の中心差分近似を使用した .

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_\alpha} \approx \frac{1}{10\Delta x} \sum_{i=1}^{15} c_{i\alpha} \psi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x) \quad (17)$$

$$\nabla^2 \psi \approx \frac{1}{5(\Delta x)^2} \left[\sum_{i=2}^{15} \psi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x) - 14\psi(\mathbf{x}) \right] \quad (18)$$

なお , この二相系 LBM は漸近理論^{(27) (28)}を適用すると , 移流項を含む Cahn–Hilliard 方程式 , 非圧縮性流体の連続の式および外力項を含む Navier–Stokes 方程式を満足することが示される⁽²⁰⁾ . また , 本手法では , 膜を介して流体の透過は起らないと仮定し計算を行った .

3. せん断流れ場における単一固体の変形解析

3.1 計算条件

図 4 に示すような $L_x \times L_y \times L_z = 120\Delta x \times 60\Delta x \times 120\Delta x$ の流体相 A で満たされた領域の中央に , $N_p = 258$ 個の質点で構成される内部が流体相 B で満たされた固体 (初期形状は , 半径 $R = 12\Delta x$, 膜厚 $\sim 2\Delta x$ の球形) を置き , 固体が十分に平衡状態に達した後 , 時刻 $t = 0$ で距離 L_z 離れた上下の壁を水平反対方向 ($\pm x$ 方向) にそれぞれ速さ u_w で動かした . 上下の壁にはすべりなし境界条件を用い , 側面の境界では周期境界条件を用いた . 本問題の無次元数は Sui ら⁽¹³⁾の報告を参考に , せん断速度 $\Gamma = 2u_w/L_z$ に基づくレイノルズ数 $Re = \rho_{FA} \Gamma R^2 / \mu_{FA}$, 無次元せん断速度 (せん断速度と膜のせん断変形に対する弾性係数 K_1 との比) $G = \mu_{FA} \Gamma R / K_1$, および膜の内部流体と外部流体の粘度比 $\eta = \mu_{FB} / \mu_{FA}$ である . ここで , $K_1 = K_{lk} / l_{k0}^2$ であり , ρ_{FA} および μ_{FA} はそれぞれ外部流体 (流体相 A) の密度および粘度を表し , $\rho_{FA} = 1$, $\mu_{FA} = 0.01\Delta x$ とした . また , 各弾性係数の比も固体の変形に影響し , 本問題における三角形要素の面積変化 , 膜の表面積変化および固体の体積変化に対する弾性係数は , それぞれ $K_a = K_A = K_V = \overline{K}_{lk}$ と

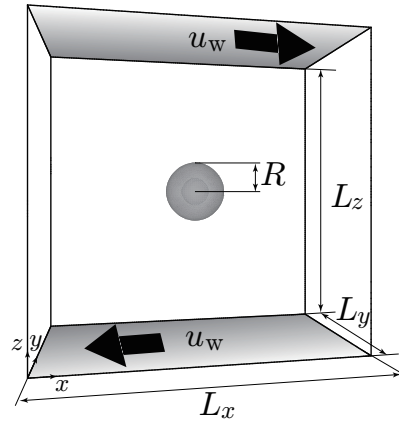
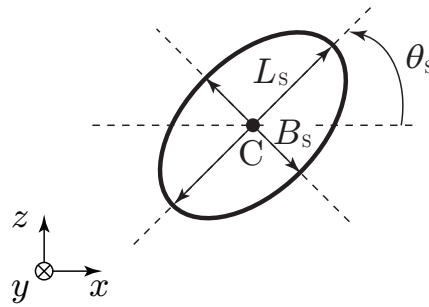


Fig. 4 Computational domain of shear flow problem.

Fig. 5 Definition of body deformation in shear flow: L_s , major axis; B_s , minor axis; θ_s , inclination angle; C, centroid of the body.

した．ここで， $\overline{K_{lk}}$ は N_s 本のばねの弾性係数 K_{lk} の算術平均を表す．また， $Re = 0.025$ となるように壁の速さ u_w を与えた計算を行った．初期状態（上下の壁を動かさ始めるまでの状態）における流体相 A, B の order parameter の値をそれぞれ $\phi_{FA} = 2.251$, $\phi_{FB} = 4.937$ とした．二相系 LBM におけるその他の計算パラメータは，文献 (20) と同じ値を用いた．さらに，膜の粘度を $\mu_M = \mu_{FB}$ とし，以下では内部流体の粘度を $0.1 \leq \eta \leq 10$ の範囲で変化させた計算を行い，固体の変形に与える内部流体の粘度の影響を調べた．なお，固体の変形度を表す Taylor shape parameter $D_{xz} = (L_s - B_s)/(L_s + B_s)$ ならびに固体の傾き角 θ_s は，図 5 のように定義した．ここで，図中の点 C は固体の重心を表す．

3.2 計算結果および考察

3.2.1 粘度比 $\eta = 1$ における固体の変形

はじめに，本手法の妥当性を検証するため， $\eta = 1$ のケースにおいて弾性係数 K_l を $0.0375 \leq G \leq 0.6$ の範囲で変化させ計算を行い，弾性係数の影響を調べた．計算結果の一例として， $G = 0.075$ における各時刻の固体形状と流れ場の計算結果を図 6 に示す．このとき， $\overline{K_{lk}} = 2.28 \times 10^{-5} (\Delta x)^3$ である．図において左側は変形する固体（灰色部）を，右側は $y/L_y = 0.50$ の x - z 平面における固体の輪郭（太線）と速度ベクトルをそれぞれ示す．なお，左図中の灰色部分は $\phi = (\phi_{FA} + \phi_{FB})/2$ の等値面を表し（以降の図 8, 10, 15 ~ 17 においても同様である）， $t^* = t\Gamma$ である．図より，固体はせん断方向に引き伸ばされ楕円体に変形しながら傾いていくことがわかる．また，固体の変形は時間が経過するにつれしだいに緩やかになり， $t^* = 1.0$ 以降ではほぼ定常となることがわかる．なお，変形過程において固体の面積および体積の初期値からの変化は，いずれも $\pm 3\%$ 程度であった．また，このとき膜内の圧力は周囲の圧力より 10^{-7} 程度高圧になっており，これは固体の体積変化によって膜に垂直応力が作用した結果，膜近傍の圧力のジャンプが起きたためと考えられる．さらに，速度ベクトル図より，膜の内部と周辺に回転流が見られ，膜を構成する任意の質点（図中の黒丸）を追従した結果，膜が tank-treading 運動をしていることが確

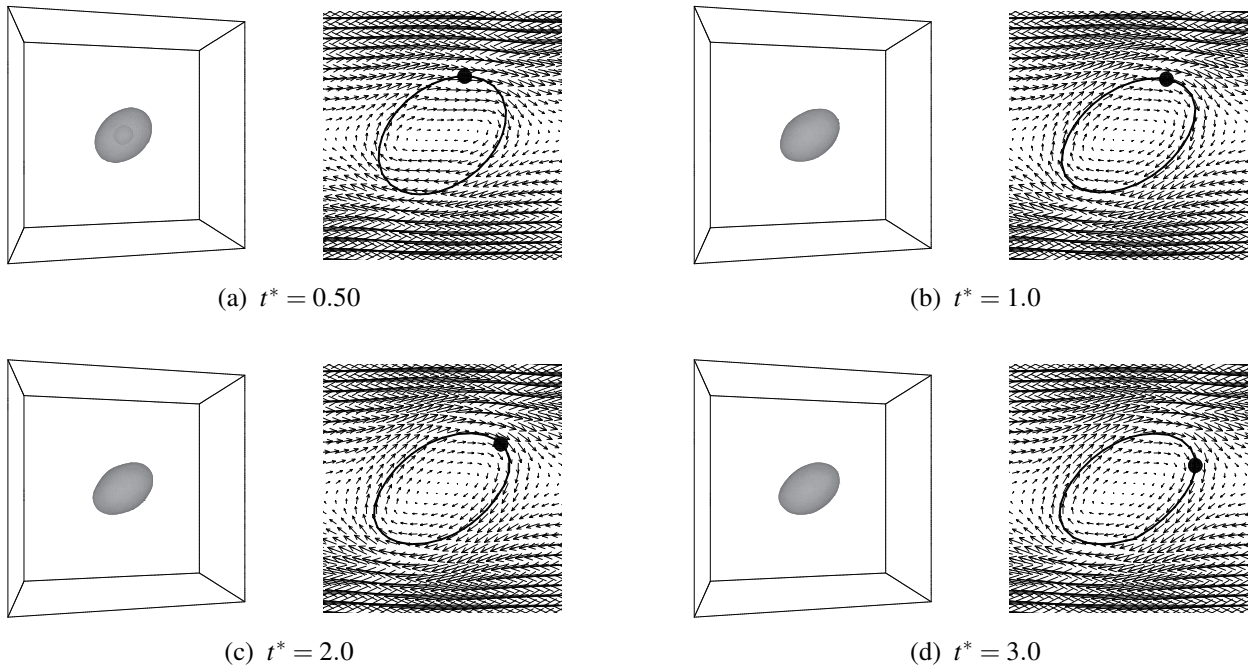


Fig. 6 Time evolution of the deformed body (left) and velocity vectors near the body with body shape on $y/L_y = 0.50$ (right) for $G = 0.075$ and $\eta = 1$ at $Re = 0.025$. The black circle indicates a certain particle in the membrane ($t^* = t\Gamma$).

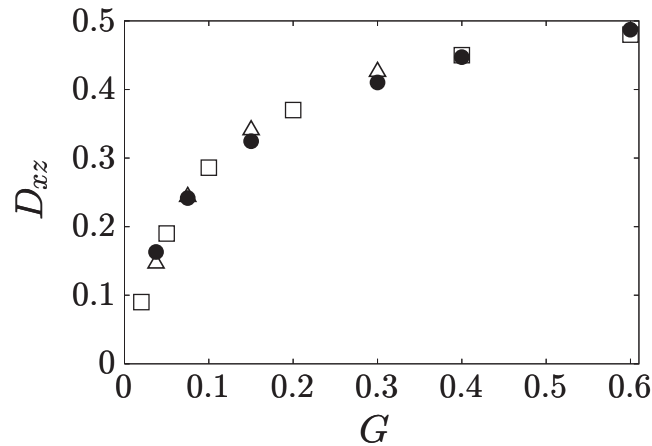


Fig. 7 Taylor shape parameter D_{xz} versus dimensionless shear rate G in steady state for $\eta = 1$ at $Re = 0.025$.
●, present results; △, Sui et al.⁽¹³⁾; □, Bagchi et al.⁽¹⁶⁾

認された。

次に、各無次元せん断速度 G における固体の変形が定常に達した際の変形度 D_{xz} を図 7 に示す。図には、赤血球の膜モデルである Skalak モデルを用いた計算結果⁽¹³⁾⁽¹⁶⁾（膜の伸縮と面積変化に対する弾性係数比が 1 の場合）を併記する。各 G と固体の変形度 D_{xz} について、本計算結果が他の計算結果とよく一致し、本手法の妥当性が示された。

3.2.2 低粘度比の場合 ($0.1 \leq \eta < 1$)

$G = 0.075$ において内部流体の粘度が外部流体よりも小さいケースについて計算を行った。計算結果の一例として粘度比 $\eta = 0.1$ における各時刻の固体形状と流れ場の計算結果をそれぞれ図 8 に示す。図より、前節の $\eta = 1$ のケース（図 6）と同様に固体はせん断方向に引き伸ばされ楕円体に変形しながら傾いていく様子が見られる。また、

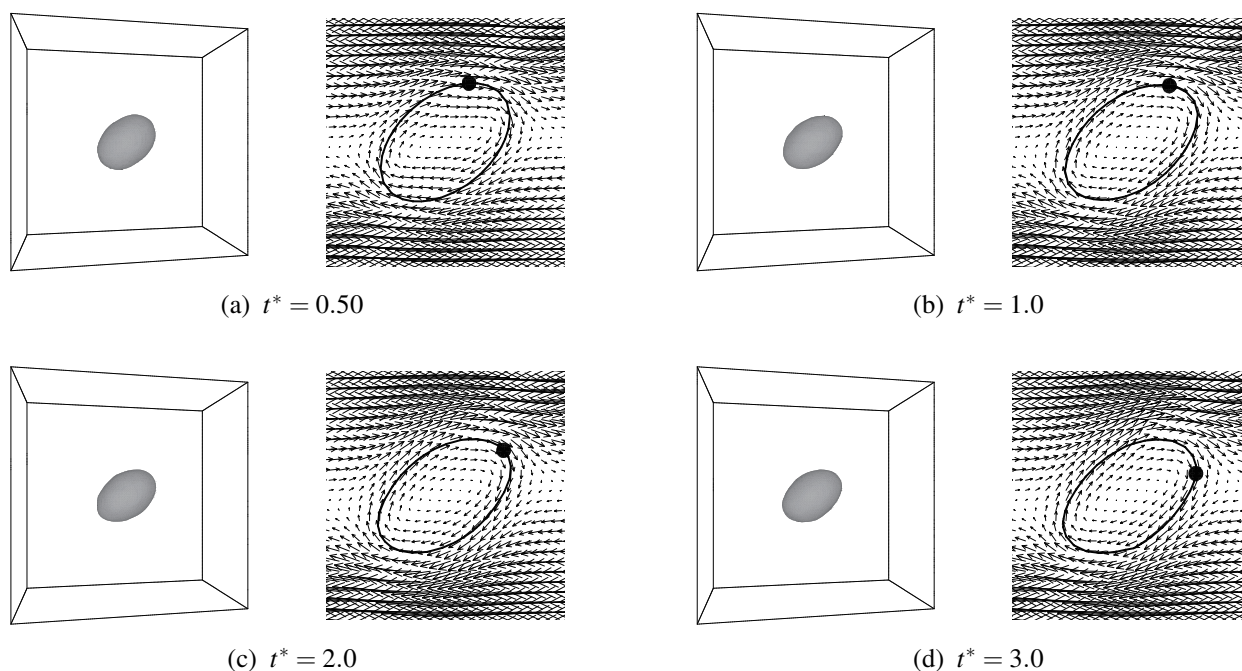


Fig. 8 Time evolution of the deformed body (left) and velocity vectors near the body with body shape on $y/L_y = 0.50$ (right) for $G = 0.075$ and $\eta = 0.1$ at $Re = 0.025$. The black circle indicates a certain particle in the membrane ($t^* = t\Gamma$).

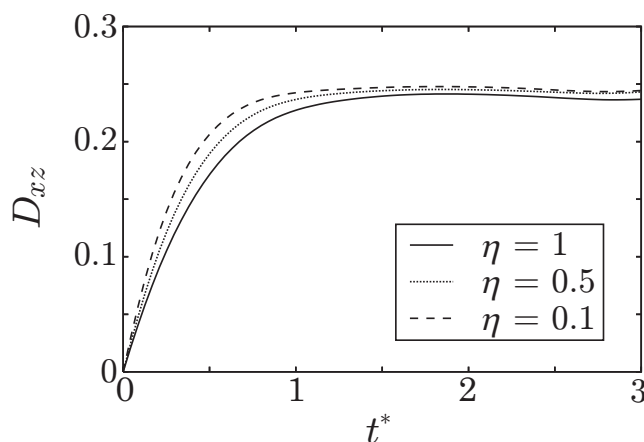


Fig. 9 Time variation of the Taylor shape parameter D_{xz} for $G = 0.075$ at $Re = 0.025$ ($t^* = t\Gamma$).

時刻 $t^* = 0.50$ において $\eta = 1$ のケースよりも固体の変形はわずかに進んでいるが、 $t^* = 1.0$ 以降では $\eta = 1$ のケースと同様の形状で定常となっている。

次に、 $\eta = 0.1, 0.5$ における固体の変形度 D_{xz} の時間変化を図9に示す。図には参考のため、前節における $\eta = 1$ の結果を併記する。粘度比が低いほど、曲線の初期の傾きが急になっており、固体の変形速度が大きくなっていることがわかる。しかしながら、いずれのケースでも定常状態における固体の形状にはほとんど差異が見られない。以上の結果より、内部流体の粘度が外部流体の粘度に比べて小さいときは、固体の変形形状に大きな差異は見られないが、粘度比が低いほど固体の変形速度が大きくなることがわかった。

3.2.3 高粘度比の場合 ($1 < \eta \leq 10$)

次に、内部流体の粘度が外部流体よりも大きいケースについて計算を行った。計算結果の一例として粘度比 $\eta = 6$ における各時刻の固体形状と流れ場の計算結果を図10に示す。固体は低粘度比の場合の結果と同様、せん断方向

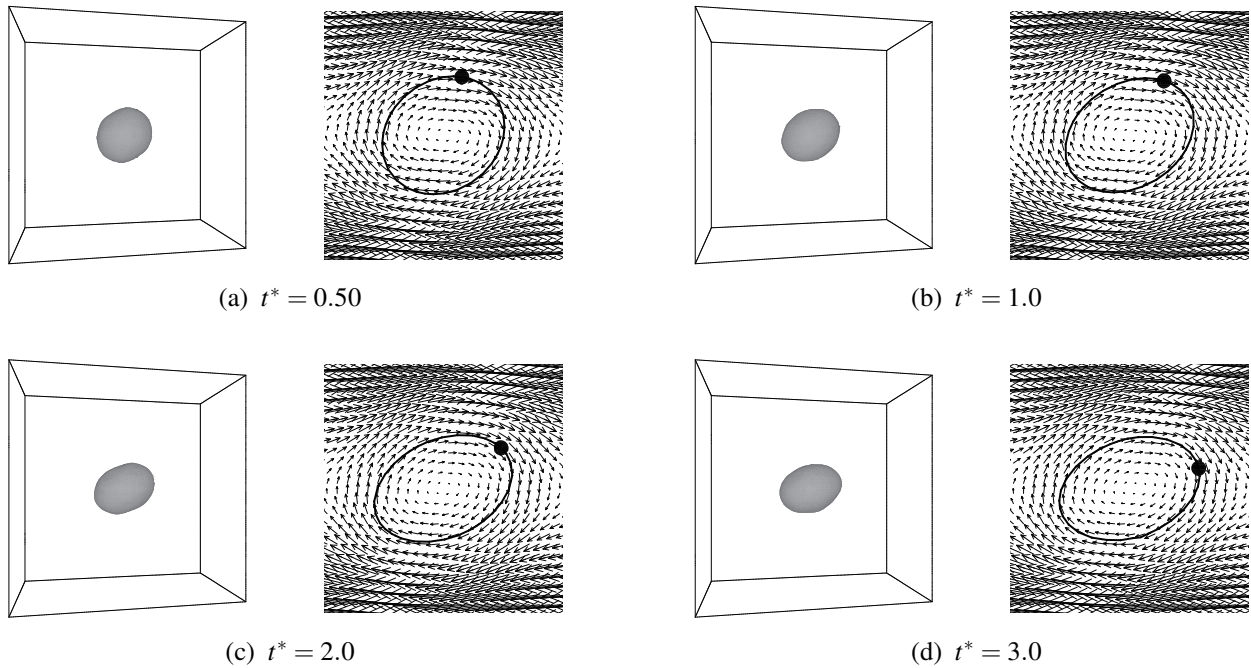


Fig. 10 Time evolution of the deformed body (left) and velocity vectors near the body with body shape on $y/L_y = 0.50$ (right) for $G = 0.075$ and $\eta = 6$ at $Re = 0.025$. The black circle indicates a certain particle in the membrane ($t^* = t\Gamma$).

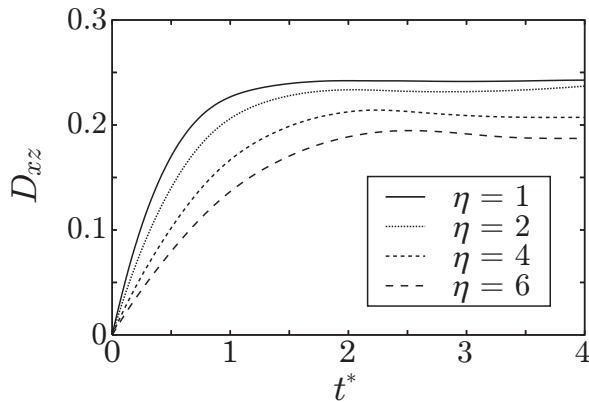


Fig. 11 Time variation of the Taylor shape parameter D_{xz} for $G = 0.075$ at $Re = 0.025$ ($t^* = t\Gamma$).

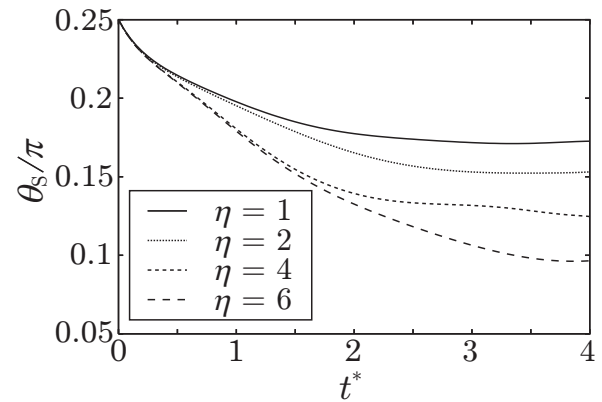


Fig. 12 Time variation of the inclination angle θ_s for $G = 0.075$ at $Re = 0.025$ ($t^* = t\Gamma$).

に引き伸ばされながら傾き，しだいに各変化は緩やかになっていることがわかる．一方，前述の $\eta = 1$ のケース（図 6）と比較すると両者の相違点としては， $\eta = 1$ のケースでは固体は $t^* = 1.0$ 以降において形状変化がほとんど見られず傾きの変化も緩やかであるのに対し， $\eta = 6$ のケース（図 10）では固体は $t^* = 1.0$ 以降においても形状および傾きが大きく変化しており，定常状態における形状は $\eta = 1$ のケースと異なることがわかる．

次に，この固体の変化に対し，粘度比 $\eta = 2, 4$ および 6 における固体の変形度 D_{xz} ならびに傾き角 θ_s の時間変化をそれぞれ図 11 および 12 に示す．両図には参考のため，前述の $\eta = 1$ の結果を併記する．Ramanujan ら⁽⁴⁾の結果と同様に，粘度比が高くなるにつれ固体の変形速度は小さくなり，定常状態における変形度も小さくなっている．また，傾き角に関しては粘度比が高くなるにつれて，より水平方向に傾くことがわかる．ところで，既存の研究⁽⁸⁾⁽¹¹⁾⁽¹⁵⁾では，粘度比が高くなるにつれて固体はより水平に傾き，固体が変形しながら振動する swinging 運動あるいは固体全体が回転する tumbling 運動を示すことが報告されているが，今回行った計算の範囲ではいずれのケースも固体は一定の角度に傾き，膜が tank-treading 運動する結果が得られた．今後は，初期形状が球以外の

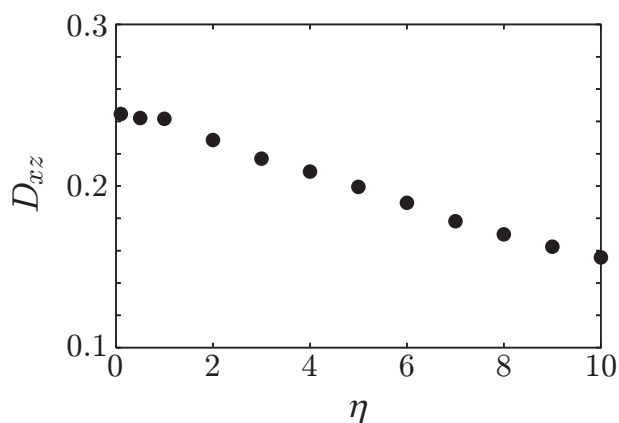


Fig. 13 Relation between viscosity ratio η and body deformation D_{xz} in steady state for $G = 0.075$ at $Re = 0.025$.

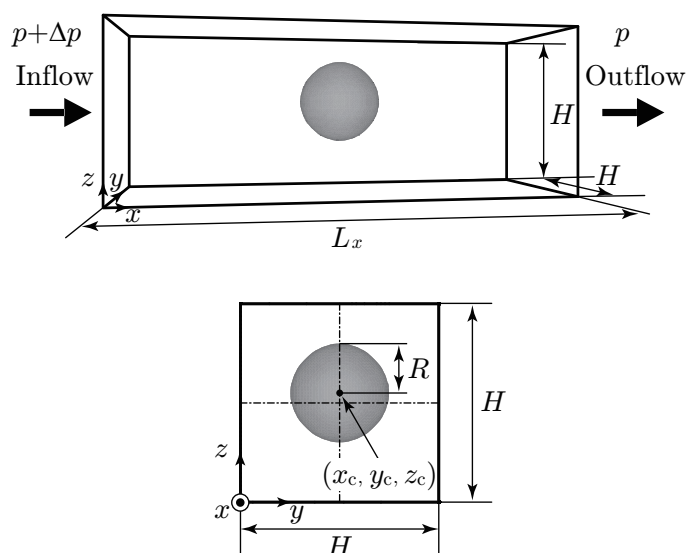


Fig. 14 Computational domain (upper) and cross section (lower) of square pipe flow problem.

形状の固体や粘度比が $\eta > 10$ の計算を行うことにより、固体の挙動について詳細に検討する予定である。

最後に、各粘度比における固体の変形が定常に達した際の変形度 D_{xz} を図 13 に示す。粘度比が高くなるにしたがって固体の変形が小さくなり、 $1 < \eta \leq 10$ では両者の間にほぼ線形関係があることがわかる。以上の結果より、内部流体の粘度が外部流体の粘度に比べ大きいときは、固体は粘度比が高くなるにつれて、変形能が低下することがわかった。

4. 正方形ダクト内を流れる単一固体の挙動解析

4.1 計算条件

図 14 に示すような、 $H \times H \times L_x = 48\Delta x \times 48\Delta x \times 128\Delta x$ の正方形ダクト内を圧力差によって駆動される流体および固体の挙動を計算した。境界条件として、領域の入口 ($x = 0$) および出口 ($x = L_x$) には圧力差 Δp を考慮した周期境界条件を用い、その他の管壁にはすべりなし境界条件を用いた。初期状態において、この計算領域内を流体相 A で満たし、3 節と同じ固体を管軸 ($y/H = z/H = 0.50$) から z 軸の正の方向に $R/4$ だけオフセットした位置 $(x_{c0}/L_x, y_{c0}/H, z_{c0}/H) = (0.50, 0.50, 0.56)$ に配置した。ここで、 (x_c, y_c, z_c) は固体の重心位置を表し、添字の 0 は初期状態を表す。固体が十分に平衡状態に達した後、入口・出口間に圧力差 $\Delta p = 1 \times 10^{-6}$ を与え、流体および固体を駆動させた (圧力差を与え始めた時刻を $t = 0$ とする)。その他の計算パラメータは 3 節と同じ値を用い

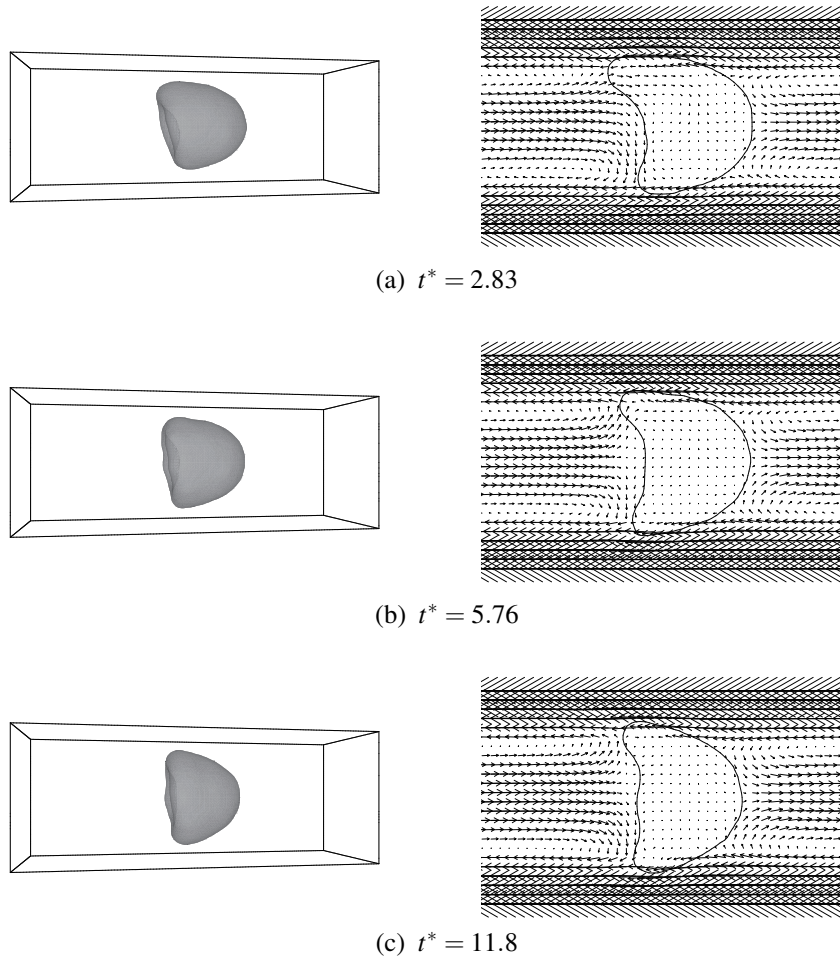


Fig. 15 Time evolution of the deformed body (left) and velocity vectors near the body with body shape on $y/L_y = 0.50$ (right) for $\eta = 0.1$ at $Re = 0.28$. Vectors represent the fluid velocity relative to that at the centroid of the body ($t^* = t\bar{u}_{in}/2R$).

た．ただし，三角形要素の面積変化に対する弾性係数のみ $K_a = 0.01\overline{K}_{lk}$ とした．また，本問題のレイノルズ数は $Re = \rho_{FA}\bar{u}_{in}H/\mu_{FA}$ で定義し，その値を $Re = 0.28$ とした．ここで， \bar{u}_{in} は領域内に固体を含まない場合における定常状態での入口の断面平均流速である．

4.2 計算結果および考察

粘度比 $\eta = 0.1, 1$ および 6 における計算結果をそれぞれ図 15, 16 および 17 に示す．本問題では， $t^* = t\bar{u}_{in}/2R$ と定義した．各図の左側は流動する固体（灰色部）を表し，右側は $y/H = 0.50$ の $x-z$ 平面における固体の輪郭（太線）と速度ベクトルを表す．ここで，速度ベクトルは，固体の重心とともに移動する座標系から見た相対速度を表す．いずれのケースにおいても初期時刻では，固体は管壁側が伸ばされた上下非対称のスリッパ形状⁽³⁾に変形している．固体がない場合，圧力差によって駆動される管内の流速分布形状から，固体の管壁側と管軸側には速度勾配が発生する．固体の管軸側は流速が大きいため，管壁側に比べ流れ方向に大きく引き伸ばされた結果，上記のスリッパ形状に変形したと考えられる．また， $\eta = 0.1$ および 1 のケース（図 15 および 16）では，固体は管軸方向に引っ張られながら管軸へと移動していき，しだいに下流側に凸形状，上流側に凹形状のパラシュート形状⁽³⁾に変形している．なお，速度ベクトルを見ると，早期の段階で固体の後方に逆向きの渦が二つ見られる． $\eta = 0.1$ および 1 のケースでは，固体が管軸方向に移動することで，しだいに固体後方の渦が上下対称になっていく様子が見える．一方， $\eta = 6$ のケース（図 17）では，固体は他のケースほど管軸方向に引き伸ばされず，流れ方向に対し約 45 度傾いた状態でスリッパ形状を維持して移動していく様子が見られた．このことから，固体は内部流体の

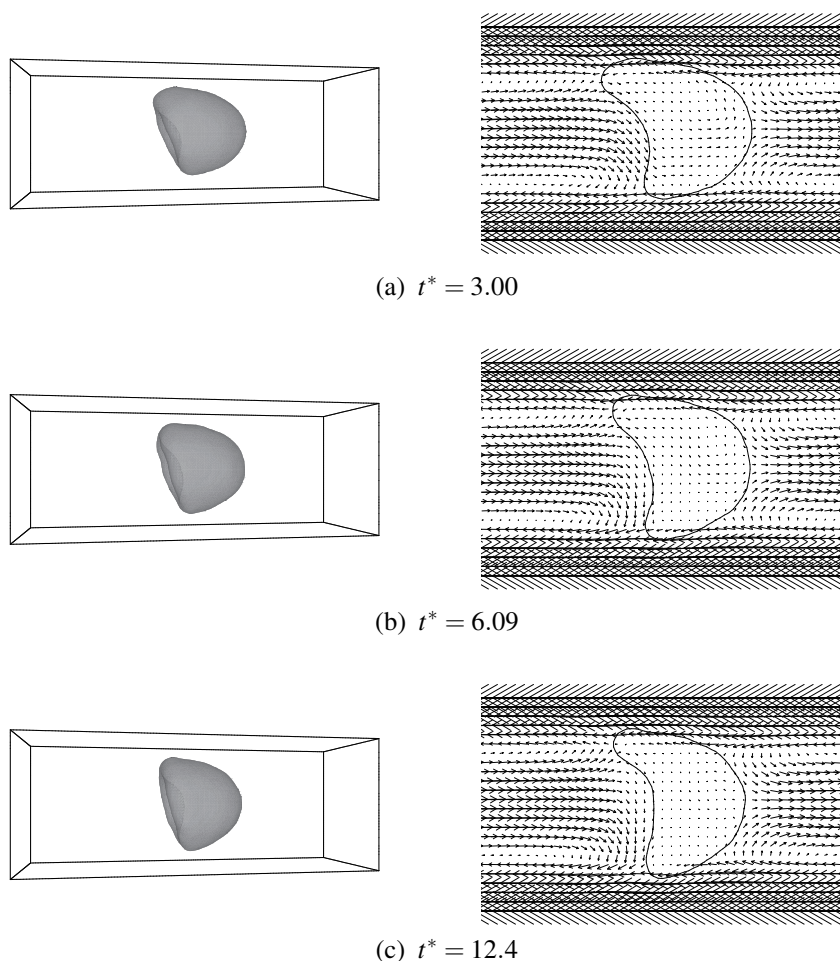


Fig. 16 Time evolution of the deformed body (left) and velocity vectors near the body with body shape on $y/L_y = 0.50$ (right) for $\eta = 1$ at $Re = 0.28$. Vectors represent the fluid velocity relative to that at the centroid of the body ($t^* = t\bar{u}_{in}/2R$).

粘度が大きくなると、変形能が低下することがわかる。また、速度ベクトル図より、 $\eta = 6$ のケースでは固体後方の流れは上下非対称となり、固体下部近傍では z 方向の速度ベクトルが見られた。

次に、各粘度比 $\eta = 0.1, 1$ および 6 において、それぞれ時刻 $t^* = 11.8, 12.4$ および 13.7 における $y/H = 0.50$ の断面での入口の速度分布を図 18 に示す。図中の破線は、固体を含まない場合の速度分布を示し、 u_{max} はその際の最大流速である。この図から、粘度比が高くなるほど管軸付近の流速が低下し、全体として流量が減少していることがわかる。

最後に、各ケースにおいて同じ初期位置より動き始めた固体重心の軌跡を図 19 に示す。 $\eta = 0.1$ および 1 のケースでは、固体は徐々に管軸方向に移動し、その後管軸付近を流れ続ける軸集中⁽¹⁾が見られた。また、固体は内部流体の粘度が小さいほどより速く管軸方向へ移動する結果が得られた。一方、 $\eta = 6$ のケースでは、固体は初期に管軸方向に移動するが、管軸近傍までは移動せず、管壁と管軸との間を移動する結果となった。この固体が管軸とは異なった平衡位置に移動する様子は、管内を流れる剛体球の挙動に見られる Segré-Silberberg 効果⁽²⁹⁾（最終的な定常状態では、固体が管壁と管軸の間のある平衡位置を流れる現象）と類似した現象であるように思われる。しかしながら、本計算ではレイノルズ数が低く、また、固体は初期の球形状から楕円体形状へと変形し、一定の角度（ $\sim \pi/4$ ）に傾きながら移動している。したがって、本結果における管軸と管壁との間の平衡位置に移動する現象は、変形した固体形状（楕円体）による境界形状の変化に起因するものと考えられる^{(30)~(33)}。以上のことから、固体は内部流体の粘度が大きくなるにつれて変形能が低下し、弾性体の変形に伴う幾何学的非線形性により、固体の平衡位置は管軸付近から管壁側へ移行することがわかった。

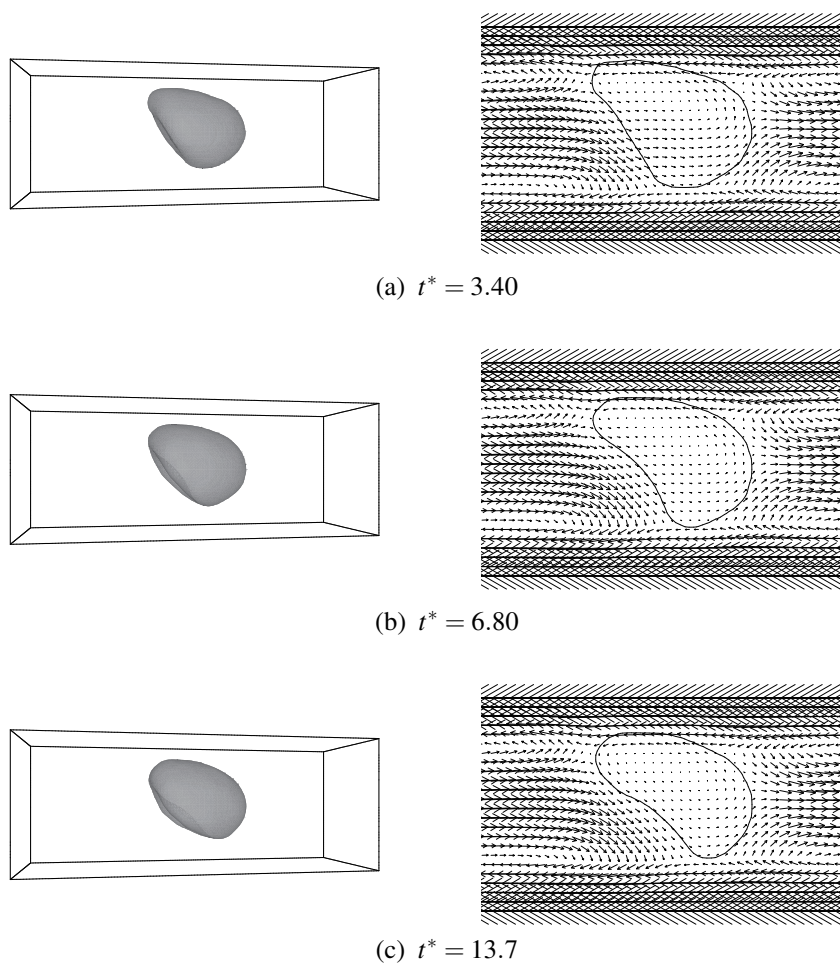


Fig. 17 Time evolution of the deformed body (left) and velocity vectors near the body with body shape on $y/L_y = 0.50$ (right) for $\eta = 6$ at $Re = 0.28$. Vectors represent the fluid velocity relative to that at the centroid of the body ($t^* = t\bar{u}_{in}/2R$).

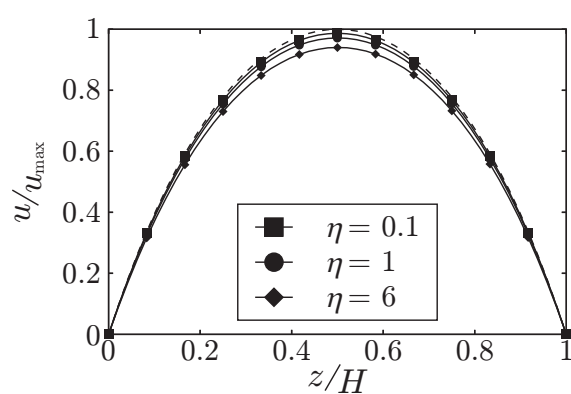


Fig. 18 Normalized velocity profiles at the inlet on $y/H = 0.50$ at $Re = 0.28$. The dashed line represents calculated velocity profile without a body under the same pressure gradient as that in the present calculation.

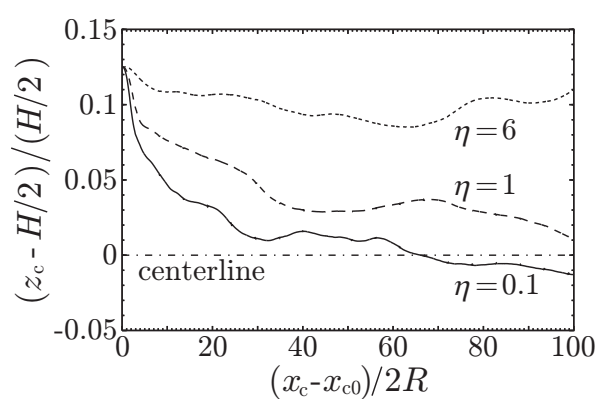


Fig. 19 Trajectories of the centroid of the bodies for $\eta = 0.1, 1$ and 6 at $Re = 0.28$. The body is released from the same initial position $(x_{c0}/L_x, y_{c0}/H, z_{c0}/H) = (0.50, 0.50, 0.56)$ in all cases.

5. 結 言

二相系格子ボルツマン法を用いて、粘弾性皮膜固体を含む流れの解析を行った。固体の内部流体の粘度 μ_{FB} と外部流体の粘度 μ_{FA} の比 $\eta = \mu_{FB}/\mu_{FA}$ が $0.1 \leq \eta \leq 10$ の範囲に対して、せん断流れ場における固体の変形の計算を行い、以下の結果を得た。

- 粘度比 η が高くなるほど、固体の変形能は低下し、固体はより水平方向に傾く結果となった。また、今回計算したせん断速度および粘度比では、固体の膜が回転する tank-treading 運動のみが観測された。
- 定常状態における固体の変形度は、 $0.1 \leq \eta \leq 1$ の範囲ではほぼ一定であるのに対し、 $1 < \eta \leq 10$ の範囲では線形的に減少した。

次に、正方形ダクト内を圧力差によって駆動される流体および固体の挙動を計算し、以下の結果を得た。

- 粘度比 η が高くなるほど、管軸付近における外部流体の流速が低下し、全体として流量が減少する結果となった。
- 粘度比 η が低いケース ($0.1 \leq \eta \leq 1$) では、固体はパラシュート形状で管軸方向に移動し、しだいに管軸付近を流動する軸集中を示した。
- 粘度比 η が高いケース (例えば $\eta = 6$) では、固体はスリッパ形状で管壁と管軸の間を移動する様子を示した。

最後に、本計算では考慮しなかったが、例えば実際の血流では、動脈における拍動や複数個の赤血球どうしの相互作用が、流れ場のみならず赤血球の挙動に大きな影響を及ぼすものと考えられる。したがって、これらの要因を考慮に入れた解析が今後の課題である。

謝 辞

本研究の一部は、科学研究費補助金 (若手研究 (B) 課題番号 21760123)、および信州大学サテライト・ベンチャー・ビジネス・ラボラトリー (信州大学 SVBL) の支援を受けて実施したものである。ここに記して謝意を表します。

付 録

本文で使用した物理量の無次元化を以下に示す⁽¹⁸⁾。

$$\left. \begin{array}{lll} \hat{\mathbf{c}}_i = \mathbf{c}_i/c, & \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/L, & \hat{t} = t/t_0, \\ \hat{f}_i = f_i/\phi_0, & \hat{g}_i = g_i/\rho_0, & \\ \hat{\phi} = \phi/\phi_0, & \hat{\rho} = \rho/\rho_0, & \\ \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u}/c, & \hat{p} = p/(\rho c^2), & \\ \hat{\mu} = \mu/(\rho_0 c L), & \hat{K}_1 = K_1/(\rho_0 c^2 L), & \\ \hat{l}_k = l_k/L, & \hat{A} = A/L^2, & \hat{V} = V/L^3, \\ \hat{E} = E/(\rho_0 c^2 L^3), & \hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F}/(\rho_0 c^2 L^2), & \hat{\mathbf{r}}_j = \mathbf{r}_j/L \end{array} \right\} \quad (19)$$

なお、本文では無次元量を表す $\hat{}$ を省略している。

文 献

- (1) 菅原基晃, 前田信治, 血液のレオロジーと血流, コロナ社, (2003)。
- (2) Fischer, T.M., Stöhr-Lissen, M., and Schmid-Schönbein, H., “The Red Cell as a Fluid Droplet: Tank Tread-Like Motion of the Human Erythrocyte Membrane in Shear Flow”, *Science*, Vol. 202, No. 4370 (1978), pp. 894-896.
- (3) Gaetgens, P. and Schmid-Schönbein, H., “Mechanisms of Dynamic Flow Adaptation of Mammalian Erythrocytes”, *Naturwissenschaften*, Vol. 69, No. 6 (1982), pp. 294-296.

- (4) Ramanujan, S. and Pozrikidis, C., “Deformation of Liquid Capsules Enclosed by Elastic Membranes in Simple Shear Flow: Large Deformation and the Effect of Fluid Viscosities”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 361 (1998), pp. 117-143.
- (5) Pozrikidis, C., “Numerical Simulation of the Flow-Induced Deformation of Red Blood Cells”, *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 31, No. 10 (2003), pp. 1194-1205.
- (6) 和田成生, 小林亮, “膨潤赤血球の体積減少に伴う形状変化の数値シミュレーション”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 69, No. 677 (2003), pp. 14-21.
- (7) Tanaka, N. and Takano, T., “Microscopic-Scale Simulation of Blood Flow Using SPH Method”, *International Journal for Computational Methods*, Vol. 2, No. 4 (2005), pp. 555-568.
- (8) Noguchi, H. and Gompper, G., “Dynamics of Fluid Vesicles in Shear Flow: Effect of Membrane Viscosity and Thermal Fluctuations”, *Physical Review E*, Vol. 72, No. 1 (2005), 011901.
- (9) Tsubota, K., Wada, S., and Yamaguchi, T., “Particle Method for Computer Simulation of Red Blood Cell Motion in Blood Flow”, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol. 83, No. 2 (2006), pp. 139-146.
- (10) 田中正幸, 越塚誠一, “粒子法を用いた赤血球の変形シミュレーション”, *ながれ*, Vol. 26, No. 1 (2007), pp. 49-55.
- (11) Noguchi, H. and Gompper, G., “Swinging and Tumbling of Fluid Vesicles in Shear Flow”, *Physical Review Letters*, Vol. 98, No. 12 (2007), 128103.
- (12) Peskin, C.S., “Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 10, No. 2 (1972), pp. 252-271.
- (13) Sui, Y., Chew, Y.T., Roy, P., and Low, H.T., “A Hybrid Method to Study Flow-Induced Deformation of Three-Dimensional Capsules”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 12 (2008), pp. 6351-6371.
- (14) Zhang, J., Johnson, P.C., and Popel, A.S., “Effects of Erythrocyte Deformability and Aggregation on the Cell Free Layer and Apparent Viscosity of Microscopic Blood Flows”, *Microvascular Research*, Vol. 77, No. 3 (2009), pp. 265-272.
- (15) Takagi, S., Yamada, T., Gong, X., and Matsumoto, Y., “The Deformation of a Vesicle in a Linear Shear Flow”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 76, No. 2 (2009), 021207.
- (16) Bagchi, P. and Kalluri, R.M., “Rheology of a Dilute Suspension of Liquid-Filled Elastic Capsules”, *Physical Review E*, Vol. 81, No. 5 (2010), 056320.
- (17) Chen, S. and Doolen, G.D., “Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30 (1998), pp. 329-364.
- (18) Inamuro, T., “Lattice Boltzmann Methods for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows”, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 38, No. 9 (2006), pp. 641-659.
- (19) Skalak, R., Tozeren, A., Zarda, R.P., and Chien, S., “Strain Energy Function of Red Blood Cell Membranes”, *Biophysical Journal*, Vol. 13, No. 3 (1973), pp. 245-264.
- (20) Inamuro, T., Tomita, R., and Ogino, F., “Lattice Boltzmann Simulations of Drop Deformation and Breakup in Shear Flows”, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 17, No. 1-2 (2003), pp. 21-26.
- (21) Yoshino, M. and Murayama, T., “A Lattice Boltzmann Method for a Two-Phase Flow Containing Solid Bodies with Viscoelastic Membranes”, *European Physical Journal-Special Topics*, Vol. 171, No. 1 (2009), pp. 151-157.
- (22) 村山寿郎, 吉野正人, 平田哲夫, “格子ボルツマン法による単一粘弾性皮膜固体のせん断流れ場における挙動解析”, 混相流研究の進展, Vol. 4 (2009), pp. 9-17.
- (23) Murayama, T., Yoshino, M., and Hirata, T., “Three-Dimensional Lattice Boltzmann Simulation of Two-Phase Flow Containing a Deformable Body with a Viscoelastic Membrane”, submitted to *Communications in Computational Physics*.
- (24) Beaucourt, J., Rioual, F., Séon, T., Biben, T., and Misbah, C., “Steady to Unsteady Dynamics of a Vesicle in a Flow”, *Physical Review E*, Vol. 69, No. 1 (2004), 011906.

- (25) Vitkova, V., Mader, M., Biben, T., and Podgorski, T., “Tumbling of Lipid Vesicles, Enclosing a Viscous Fluid, under a Shear Flow”, *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, Vol. 7, No. 1 (2005), pp. 261-264.
 - (26) Dupin, M.M., Halliday, I., Care, C.M., and Munn, L.L., “Lattice Boltzmann Modelling of Blood Cell Dynamics”, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 22, No. 7 (2008), pp. 481-492.
 - (27) Sone, Y., “Asymptotic Theory of Flow of Rarefied Gas over a Smooth Boundary II”, In *Rarefied Gas Dynamics*, ed. D. Dini, *Editrice Tecnico Scientifica*, Pisa, 2 (1971), pp. 737-749.
 - (28) Inamuro, T., Yoshino, M., and Ogino, F., “Accuracy of the Lattice Boltzmann Method for Small Knudsen Number with Finite Reynolds Number”, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 11 (1997), pp. 3535-3542.
 - (29) Segré, G. and Silberberg, A., “Radial Particle Displacements in Poiseuille Flow of Suspensions”, *Nature*, Vol. 189 (1961), pp. 209-210.
 - (30) Sekimoto, K. and Leibler, L., “A Mechanism for Shear Thickening of Polymer-Bearing Surfaces: Elasto-Hydrodynamic Coupling”, *Europhysics Letters*, Vol. 23, No. 2 (1993), pp. 113-117.
 - (31) Olla, P., “The Lift on a Tank-Treading Ellipsoidal Cell in a Shear Flow”, *Journal de Physique II France*, Vol. 7, No. 10 (1997), pp. 1533-1540.
 - (32) Skotheim, J.M. and Mahadevan, L., “Soft Lubrication: The Elastohydrodynamics of Nonconforming and Conforming Contacts”, *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 9 (2005), 092101.
 - (33) Callens, N., Minetti, C., Coupier, G., Mader, M.-A., Dubois, F., Misbah, C., and Podgorski, T., “Hydrodynamic Lift of Vesicles under Shear Flow in Microgravity”, *Europhysics Letters*, Vol. 83, No. 2 (2008), 24002.
-