

## ボルト締結における座面圧分布について\*

### (座面の角度偏差が及ぼす影響)

岡田 学<sup>\*1</sup>, 賀勢 晋司<sup>\*2</sup>, 田中 道彦<sup>\*2</sup>

## A Study on Bearing Surface Pressure Distribution of Bolted Joints (Influences of Angular Deviation of Bearing Surface)

Manabu OKADA<sup>\*3</sup>, Shinji KASEI and Michihiko TANAKA

<sup>\*3</sup>Department of Mechanical Engineering, Nagano National College of Technology,  
716 Tokuma, Nagano-shi, Nagano, 381-8550 Japan

Bearing surfaces of bolted joints have a heavy role to ensure tightening performance. The pressure distribution on the bearing surfaces is considered to be an important subject relating directly to that role. In this study, concerning the bearing surfaces of M10 hexagon head bolts and M10 hexagon head bolt with flange, detailed analyses are done by a finite element method to consider the pressure distribution. The main purpose of the analyses is to solve influences by inclination angle  $\phi_p$  and concavity angle  $\phi_c$  which are regarded as the basic quantities of the angular deviation of the bearing surface. The pressure distribution is highly sensitive to both angles. It is known that even  $1^\circ$  of  $\phi_p$  gives too much bias to the distribution and in hexagon head bolt with flange  $\phi_c$  selected properly has an effect to adjust its shape (e.g. an adjustment to make the distribution more uniform). Additionally, practical suggestions are presented about the bending moment caused by  $\phi_p$  and the equivalent diameter of frictional torque influenced by  $\phi_c$ .

**Key Words:** Fixing Element, Finite Element Method, Accuracy, Bolted Joint, Bearing Surface, Angular Deviation, Pressure Distribution

### 1. 緒言

最近、ねじについても寸法および幾何形状の精度管理・精度向上に対する要求が高まっている。このことは、ISO 4759-1:2000(締結用部品の公差-第1部)<sup>(1)</sup>の制定と、それに伴うJIS改正作業<sup>(2)</sup>等に見られ、ねじ締結の信頼性をいっそう向上させようとする目標が背景にあると考えられる。

ねじにおける精度項目は多岐にわたっている<sup>(1)</sup>。その中から、締結性能に直接的に関係する代表項目として、著者等は特に座面振れを取り上げ、確率統計的な検討に基づいて一般に多用されるナットとボルトの座面振れの分布形状を明らかにした<sup>(3)</sup>。それにより、ナットとボルトの座面の傾きが実際にどのようなかを把握することができた。

本研究は、それに続いて関連する課題を力学面から考察しようとするもので、座面の角度偏差が座面圧分

布に及ぼす影響を有限要素解析により検討することを目的とする。ただし、塑性変形を考慮する解析は今後の課題とし、弾性解析による検討を本研究の範囲とする。座面圧分布は、締め付け力の管理精度、座面強度、ゆるみ等、ねじ締結の信頼性に影響するところが大きい<sup>(4)(5)</sup>。従って、本研究はねじ締結に重要な基礎資料を得ることを目指している。ところで、文献<sup>(6)-(11)</sup>に見られるように、既にねじに関する有限要素解析はかなり多数行われているものの、本研究の課題については詳細な検討までは行われていない。また、代表的ねじ専門書<sup>(12)-(15)</sup>にも記述が無いか、限られた記述があるだけである。なお、フランジ付き六角ボルトの座面に軸対称凹形状を与えると座面圧分布が改善されることは知られているが<sup>(9)(13)(16)</sup>、より詳細な検討を要する。

本研究では、解析対象をボルトを用いる場合のみとして議論の範囲を絞る。座面の角度偏差については、基本形として斜面形状と軸対称凹形状を取り上げる。以上を基本方針として、解析方法、六角ボルト2種類、フランジ付き六角ボルトに関する計算結果を示し、座面圧分布とその関連事項について考察する。

\* 原稿受付 2003年6月16日。

<sup>\*1</sup> 正員, 長野工業高等専門学校(☎381-8550 長野市大字徳間716)。

<sup>\*2</sup> 正員, 信州大学工学部(☎380-8553 長野市若里4-17-1)。

E-mail: okada@me.nagano-nct.ac.jp

## 2. 解析方法とモデル

### 2.1 解析方法

上述の二つの基本形，斜面形状（図中表記，Inclination）と軸対称凹形状（図中表記，Concavity），が及ぼす影響を要領よく理解するため，著者の一人が用いた不整量（初期食い違い量）を導入する方法<sup>(6)</sup>を適用する．ねじ締結体を軸対称構造物として考え，各節点に作用する半径方向，軸方向，および円周方向の荷重を円周方向の角度  $\theta$  の関数として考える<sup>(17)</sup>．これをフーリエ級数を用いて式(1)で表す．

$$\begin{aligned} F_R &= \sum_{n=0}^N [F_{R,n}^s \cos n\theta + F_{R,n}^a \sin n\theta] \\ F_Z &= \sum_{n=0}^N [F_{Z,n}^s \cos n\theta + F_{Z,n}^a \sin n\theta] \\ F_T &= \sum_{n=0}^N [F_{T,n}^s \sin n\theta + F_{T,n}^a \cos n\theta] \end{aligned} \quad (1)$$

$F_{R,n}^s, F_{R,n}^a, \dots, F_{T,n}^a$  は各成分の振幅である．上添字の  $s$  は  $\theta$  の原点に対する対称成分を表し， $a$  は非対称成分を表す．変位も同様に

$$\begin{aligned} u &= \sum_{n=0}^N [u_n^s \cos n\theta + u_n^a \sin n\theta] \\ v &= \sum_{n=0}^N [v_n^s \cos n\theta + v_n^a \sin n\theta] \\ w &= \sum_{n=0}^N [w_n^s \sin n\theta + w_n^a \cos n\theta] \end{aligned} \quad (2)$$

本研究では，このうち 0 次成分と 1 次成分のみを考える．1 次成分は 1 周を 1 周期とする成分であり，斜面形状による座面振れに関する成分をここに含めて扱う．

図 1 にその概要を示す．図のように，同一面内にあるボルト軸の軸直角断面 A と被締結物の軸直角断面 B を軸方向に拘束し，初期条件として座面部に軸方向の不整量  $C$  を与える．組立による座面上任意点の軸方向変位をボルト側で  $\delta_1$ ，被締結物側で  $\delta_2$  とし，軸方向上向きを正すると，

$$\delta_1 - \delta_2 = C \quad (3)$$

$$C = C_0 + r \tan \phi_c + (r \tan \phi_p) \cos \theta \quad (4)$$

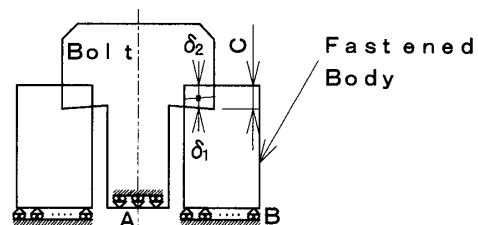
ここで， $C_0$  は定数， $r$  は座面上任意点のボルト軸線からの距離， $\phi_c$  は軸対称凹形状の角度， $\phi_p$  は斜面の最大傾斜角であり， $\theta$  は斜面が最大傾斜となる方向に

対する円周方向角度である． $C$  は重なりならば正，間隙ならば負の値になる．

上述の初期条件を軸対称有限要素法に適用することにより，締付けに対応する軸力を発生させ，座面部では式(4)の右辺第 1 項および第 2 項に対応する 0 次成分（軸対称成分）と，第 3 項に対応する 1 次成分（非軸対称成分）からなる節点力分布から座面圧を求める． $C$  の設定においては，右辺各項を独立に与え， $C_0$ ， $\phi_c$  および  $\phi_p$  が及ぼす影響を求めるが，必要に応じてそれらを合成し，各種の場合を検討する．なお，座面における摩擦力は座面圧の作用方向と直交し，その影響は小さいと考えられるので，座面圧の計算過程では考慮していない．

### 2.2 解析モデル

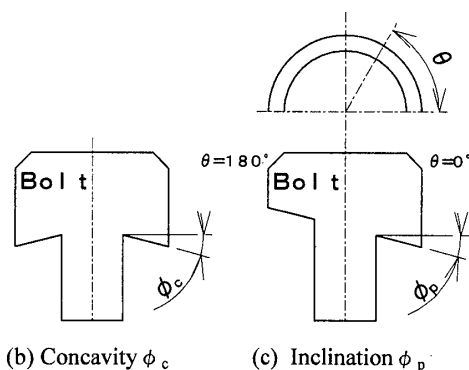
図 2 及び表 1 に示すように，M10 対応の鋼製ボルトと鋼製中空円筒状物体で構成される締結体を想定して解析モデルを作る．ボルトには，六角ボルト 2 種類とフランジ付き六角ボルト 1 種類を取り上げ，前者を No. 1, No. 2, 後者を No. 3 と場合分けし，JIS に準拠して寸法を与える．また，呼び寸法が異なる場合について比較検討するため M16 の六角ボルト 1 種類を取り上げ，これを No. 4 とする．その上で式(4)の  $\phi_c$ ， $\phi_p$  を与え，場合によって変化させる．なお，頭部形状は円柱状に置き換えるものとし，各場合の頭部直径



$\delta_1$ : Displacement of bolt,  $\delta_2$ : Displacement of fastened body

C: Uneven offset

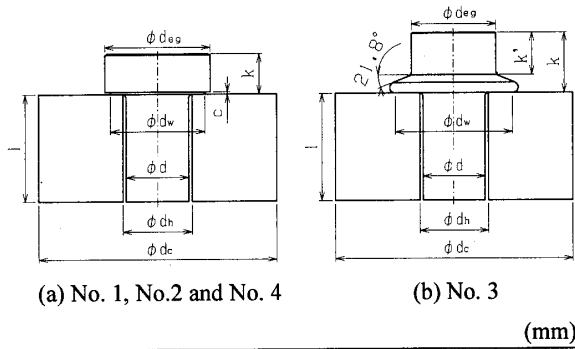
(a) Uneven offset



(b) Concavity  $\phi_c$

(c) Inclination  $\phi_p$

Fig. 1 Initial conditions



Type	$d$	$d_{eg}$	$d_w$	$c$	$k$	$k'$	$d_h$	$d_c$	$l$
No.1	10	16.8	14.8	0.4	6.4	-	11.0	38	17
No.2	10	17.8	16.0	0.4	7.0	-	11.0	38	17
No.3	10	13.6	18.8	-	9.6	6.7	11.0	38	17
No.4	16	25.2	23.8	0.5	10.0	-	17.6	62	27

Fig. 2 Dimensions of models for analyses

Table 1 Additive description of models

Bolt type	No.1	Hexagon head bolt with washer face and nominal diameter body (JIS B 1180) (M10)
	No.2	Regular hexagon head bolt with washer face and nominal diameter body (JIS B 1180 annex) (M10)
	No.3	Hexagon flange head bolt with nominal diameter body (JIS B 1189) (M10)
	No.4	Hexagon head bolt with washer face and nominal diameter body (JIS B 1180) (M16)
Bolt material	Steel ( $E=210\text{GPa}$ , $\nu=0.3$ )	
Fastened body	Shape: hollow-cylindrical Material: steel (ditto)	

Table 2 Element dividings for FEM

Type	Element	Node
No. 1	10501	5448
No. 2	10783	5587
No. 3	11092	5737
No. 4	19426	9992

を六角断面と同面積になるように決める。中空円筒状の被締結物の寸法は No.1~3 で共通とし、No. 4 については呼び寸法に対する厚さ、外径などの比が No. 1 とほぼ同一になるようにした。なお、被締結物が鋼製ではない場合及び図 2 とは異なる寸法の場合は特性が異なることが予想されるが、基本的な特性を明らかにするため、一つのモデルに絞って解析を行う。

表 2 に有限要素解析に用いる三角形断面リング要素数と節点数を示す。

Axial mean stress of bolt  $\sigma_b = 600\text{MPa}$

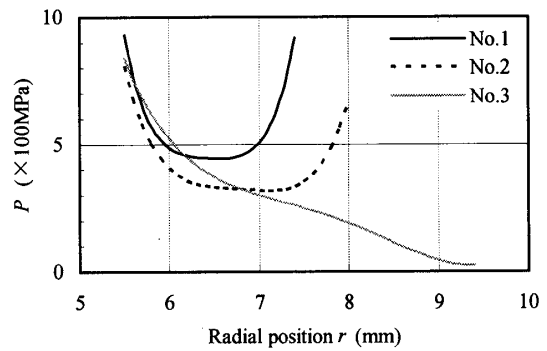


Fig. 3 Radial distributions of bearing surface pressure (in case of  $\phi_c = \phi_p = 0^\circ$ )

### 3. 座面圧分布の状況

#### 3. 1 角度偏差がない場合

図 3 に角度偏差が無い場合のボルト軸平均引張応力  $\sigma_b = 600\text{MPa}$  における座面圧  $P$  の半径方向分布を示す。これは式(4)において  $\phi_c = \phi_p = 0^\circ$  として求めたものである。強度区分 10.9 における保証荷重を加えた状態を想定し、 $\sigma_b = 600\text{MPa}$  とする。ボルト No. 1 と No. 2 はどちらも六角ボルトなので座面圧の分布形状は似ているが、No. 2 の方が座面の外径が大きく座面が広い。そのため、全体的に面圧は低い。どちらも最内周と最外周付近で大きな値を示すが、これはボルト穴内周、座面外周の角部による影響である。

ボルト No. 3 は内周付近では No. 1, No. 2 と似た分布を示すが、外周へ向かうにつれて面圧は下がり、外周付近ではかなり小さな値になってしまう。これは、座面の面積が大きいことのほかに、六角部の二面幅が六角ボルトより小さく、フランジ部の外径が大きい形状のために、フランジ部の剛性が比較的lowく、軸力が加わると座面が変形しやすいことによる。よって、フランジ付き六角ボルトでは座面を軸対称凹形状にすることにより外周付近の面圧を高め、内周付近の面圧を低下させて面圧を平均化する効果が期待できる。

#### 3. 2 角度偏差による変化

ここでは、式(4)における傾斜角  $\phi_p$  と軸対称凹形状角度  $\phi_c$  が及ぼす影響の概要を二、三の例により検証する。

図 4 にボルト No. 1 における二例 (①, ②) の場合の座面圧分布状況を示す。パターン図は対称性から半領域 ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) のみについて表し、分布状況のグラフは  $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  の場合を代表として取り上げている。 $\phi_p$  による影響は明らかであり、特に  $1.0^\circ$

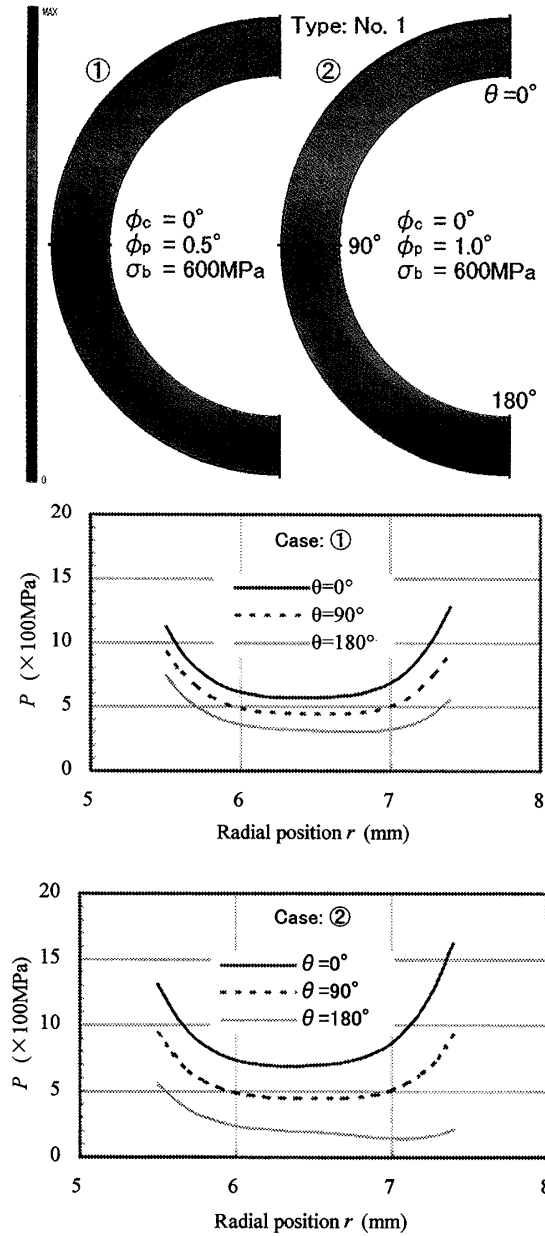


Fig. 4 Pressure distribution patterns on bearing surface with inclination  $\phi_p$  (bolt type: No. 1)

の場合には $\theta$ が $0^\circ$ と $180^\circ$ における相違が著しい。このような相違は不適切な締結状態につながる事が予想される。現行の JIS B 1021 (ねじ部品の公差方式) では部品等級 A, B に対し、 $\phi_p = 1.0^\circ$  を限度とする公差を与えている。しかしながら、座面圧分布状況から言えば、この点には検討を要するところがあると考えられる。

図 5 にボルト No. 3 における分布状況を二例 (①, ②) について示す。①の場合には計算上、 $\theta = 180^\circ$  付近の外周部分で座面圧が負になる部分が現れ、座面と相手面が離間することを示す。しかし、②の場合では全面接触が保たれるばかりでなく、座面圧分布も平均

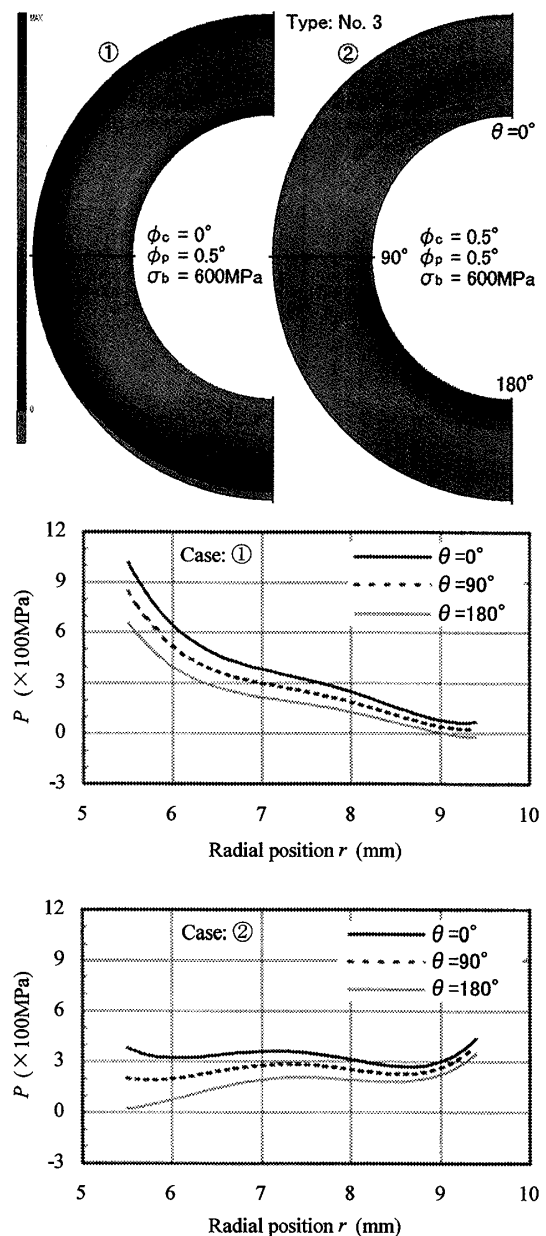


Fig. 5 Pressure distribution patterns on bearing surface with inclination  $\phi_p$  and concavity  $\phi_c$  (bolt type: No. 3)

化されており、フランジ付き六角ボルトでは座面を軸対称凹形状にすることによって座面圧分布が改善される。

#### 4. 座面圧分布に伴う特性について

##### 4.1 分布の均等性

座面全域について座面圧の rms (root mean square) 値  $P_{rms}$  を求めれば、それにより座面圧の均等性が評価できると考えられる。図 6 に軸対称凹形状の角度  $\phi_c$  に対する  $P_{rms}$  の変化を平均座面圧  $P_{mean}$  との比として表す。ボルト No. 1 と No. 2 は  $\phi_c = 0^\circ$  付近で rms 値が極

小になり、座面圧が最も均等化される。従って、No. 1 と No. 2 では  $\phi_c$  の存在は座面圧の均等化には逆効果を与える。一方、No. 3 では rms 値が極小を示す  $\phi_c$  が  $0.4 \sim 0.5^\circ$  にあり、No. 1, No. 2 とは異なる。No. 3 では座面圧の軸力による成分は内周で高く、外周で低いいため、座面に適当な軸対称凹形状を付与することによって、これを均等化することができる。なお、 $\sigma_b = 600\text{MPa}$  の条件下では  $\phi_c \approx 0.6^\circ$  が座面が全面接触する上限であり、それ以上では座面内周から徐々に被締結物と接触しない領域が現れる。

図 7 に No. 3 についての軸対称凹形状による座面圧分布の均等化から見た改善例を示す。このように、フランジ付き六角ボルトでは座面を軸対称凹形状にすることによって座面圧分布が均等化される。

軸力が作用する場合に座面に分離部分がなく、全域で面圧が発生するためには、面圧  $P$  の最小値  $P_{\min}$  が正值を示す必要がある。図 8 に  $\sigma_b = 600\text{MPa}$  におけるボルトの各タイプについての傾斜角  $\phi_p$  に対する  $P_{\min}/P_{\text{mean}}$  の変化状況を示す。これによれば、 $\phi_c = 0^\circ$  の場合、No. 1 と No. 2 はおおよそ同じ傾向を示し、 $\phi_p$  が  $1.2^\circ$  程度以下では全域接触状態であるが、No. 3 は  $0.2^\circ$  強以下の場合だけしか全域接触とはならず、 $P_{\min}/P_{\text{mean}}$  の値も非常に低いことがわかる。このことから No. 3 の場合は座面の接触状況に対する  $\phi_p$  の影響が大きいことがわかる。ただし、 $\phi_c$  が加わるとこの様子が著しく変化することが図中に一例として併記した No. 3 ( $\phi_c = 0.3^\circ$ ) の結果から推測される。No. 3 の場合には、 $\phi_p$  の影響を減ずるのに  $\phi_c$  の付加は効果的であると言える。

図 6 と図 8 において No. 1 と No. 4 はほぼ同一の値を示している。すなわち、異なる呼び寸法の六角ボルトであっても  $\phi_c$  や  $\phi_p$  による影響はほぼ同じになっている。同一種類の六角ボルトでは、呼び寸法に対するボルト頭の対面幅や高さなどの主要寸法の比がほぼ一定であり、No. 1~No. 4 の結果は他の呼び寸法の六角ボルトにも当てはまると思われる。

JIS B 1189 (フランジ付き六角ボルト) によると、F 型座面 (標準形) について  $\phi_c$  に対応する角度を  $0 \sim 1.5^\circ$  とすることを規定している。この場合、座面の全域接触に要する軸力を把握しておくことも締結技術上の知見となると考えられる。図 9 にボルト No. 3 において座面全域接触に達するボルト軸平均引張応力  $\sigma_{\text{blim}}$  と  $\phi_c$  の関係を示す。  $\sigma_b < \sigma_{\text{blim}}$  では座面の内側域が非接触となる。この結果によれば、 $\phi_c$  が  $1.0^\circ$  以上では  $\sigma_{\text{blim}}$  が強度区分 10.9 の耐力を超える。規格におけるこの角度規定については、座面圧分布と強度の観点か

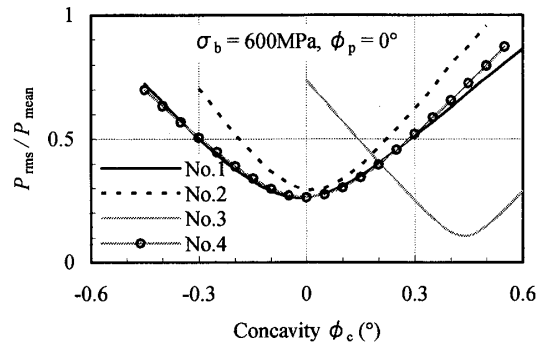


Fig. 6 Relations between rms value of bearing surface pressure and  $\phi_c$

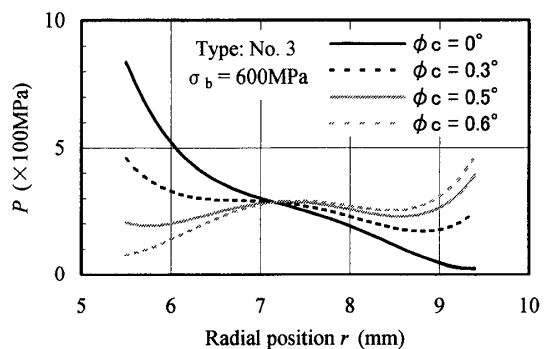


Fig. 7 Transition of pressure distribution in bolt type No. 3 by  $\phi_c$

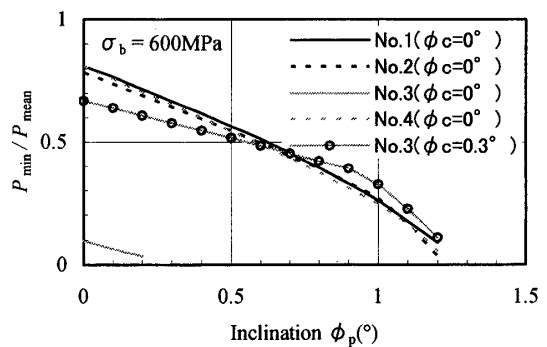


Fig. 8 Relations between minimum value of bearing surface pressure and  $\phi_p$

ら検討すべき点があると思われる。

#### 4. 2 ボルト軸の曲げモーメント

傾斜角  $\phi_p$  がある場合、ボルトには軸力と同時に次式で表される曲げモーメント  $M_b$  が作用する。

$$M_b = \int_{r_b}^{r_o} \int_0^{2\pi} Pr^2 \cos\theta d\theta dr \quad (5)$$

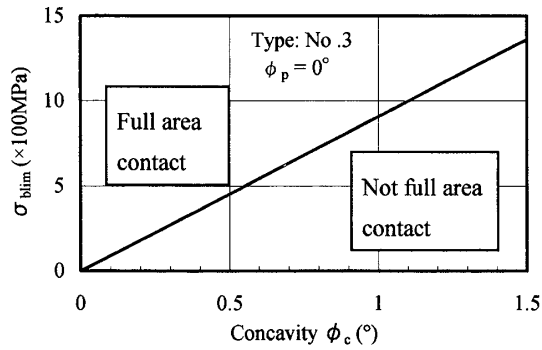


Fig. 9 Axial mean stress of bolt required to get full area contact in bolt type No. 3 when  $\phi_c$  changes

ここで、 $r_h$ ,  $r_w$  は各々ボルト穴の半径および座面の半径である。

ボルト軸に生じる  $M_b$  による曲げ応力は追加応力となり、その最大値  $\sigma_{bM}$  はボルト軸直径を  $d$  とすれば次式で表される。

$$\sigma_{bM} = \frac{32M_b}{\pi d^3} \quad (6)$$

ボルトの強度を考慮する場合、この  $\sigma_{bM}$  を検討しておく必要がある。

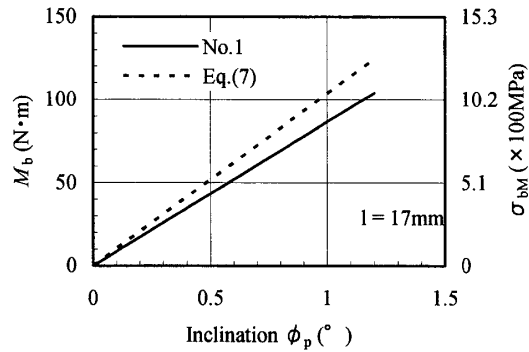
図 10 にボルト No. 1 についての式(5) および (6) による計算結果を示す。この図においては、被締結物の厚さ  $l$  を図 2 に示す値に限定せず、より広範囲に変化させている。また、近似的な見積りが可能かどうかを検討するため、はりの理論における次式による計算値を併記した。

$$M_b = \frac{\phi_p}{l} EI_z = \frac{\pi d^4 E}{64l} \phi_p \quad (7)$$

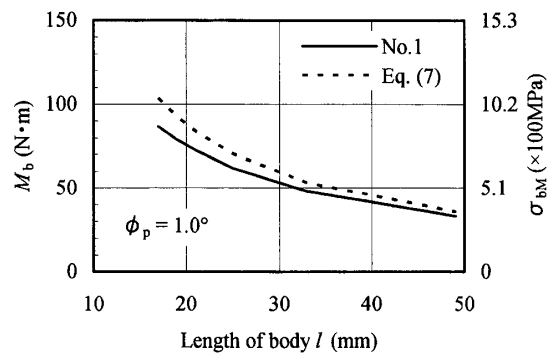
図 10 によると、 $\phi_p$  による  $M_b$  はかなり大きく、例えば  $\phi_p = 1.0^\circ$ ,  $l = 20\text{mm}$  の場合、 $\sigma_{bM}$  は解析値で 774MPa であり決して無視できない値となる。このように付加される曲げモーメントの面からも  $\phi_p$  の管理が必要ではないかと考える。式(7) による  $M_b$  の計算値は大き目であるが、安全側の見積り結果を与えている。このことから式(7) は近似式として有用であると言える。なお、ボルト No. 2, No. 3 においてもほぼ同じ計算結果が得られることを確認している。

#### 4. 3 座面摩擦トルクの等価直径

座面圧分布は座面の摩擦トルクの大きさに影響を及ぼす。通常は一様分布状態を仮定して次式により等価



(a) Influence by inclination



(b) Influence by length of body

Fig. 10 Bending moment

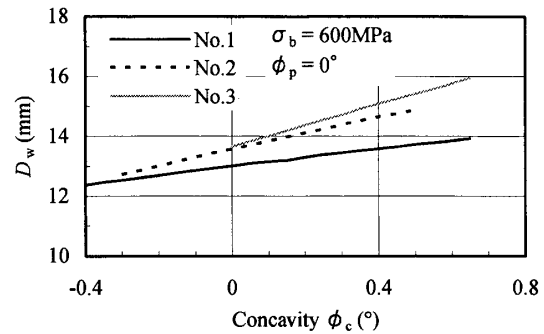


Fig. 11 Changes of equivalent diameter of friction torque by  $\phi_c$

Table 3 Equivalent diameters of frictional torque from Eq. (8) (mm)

No. 1	No. 2	No. 3
12.99	13.65	15.24

直径  $D_w$  を求めることが多い<sup>(18)</sup>。

$$D_w = \frac{2}{3} \cdot \frac{d_w^3 - d_h^3}{d_w^2 - d_h^2} \quad (8)$$

ここで、 $d_w$ は座面の直径、 $d_h$ はボルト穴の直径である。図11に代表的に $\phi_p = 0^\circ$ の場合について解析により得られた $\phi_c$ と $D_w$ の関係を示す。また、表3に式(8)による $D_w$ の値を示す。No. 1, No. 2では $\phi_c = 0^\circ$ で解析による $D_w$ と式(8)による値はほぼ一致する。またNo. 3においても $P_{rms}$ が極小になる $\phi_c$ の場合に両者はほぼ一致する。このことから、これらの場合に座面圧分布の均等性が最も高いことが分かる。 $D_w$ が大きいくほど回転に対する抵抗が大きく、ゆるみ防止に有利になると考えられるが、No. 1～3とも図11の計算値を示す線の右端が座面の全面接触の限度である。それ以上の $\phi_c$ では座面内周に被締結物と接触しない領域が現れるため全面接触ではなくなる。

## 5. 結言

ボルトの締結における座面圧分布に影響を与える重要な要因として座面の斜面形状(角度 $\phi_p$ )と軸対称凹形状(角度 $\phi_c$ )の2つをとりあげ、有限要素法による弾性解析を行った。それに基づき、座面圧分布とそれに伴う特性を検討し、以下のような結論を得た。

- (1)  $\phi_p$ は座面圧分布形状を軸対称形状から大きく偏らせる要因である。特にフランジ付き六角ボルトでは、強度区分10.9の保証荷重に相当する軸力において、 $\phi_p$ が $0.2^\circ$ 強以下の場合でしか座面全域での接触にならない。この角度についての現行規格の許容範囲( $1^\circ$ 以内)は広すぎると思われる。
- (2) フランジ付き六角ボルトにおいては、 $\phi_c$ を付加することにより座面圧分布形状を大きく変化させることができる。分布形状の均等性改善を目的とする場合、ボルト軸力に応じて適当な $\phi_c$ がある。その角度は強度区分10.9の保証荷重に相当する軸力においては $0.4\sim 0.5^\circ$ である。ただし、この角度は塑性を考慮した場合は多少異なる値になると思われる。
- (3) フランジ付き六角ボルトに $\phi_c$ が付加する場合、座面全域の接触を実現するのに必要な軸力がある。現行規格では、 $\phi_c$ に $1.5^\circ$ 以内の許容範囲があるが、 $1.0^\circ$ 以上ではその軸力は強度区分10.9の耐力に対応する値を超える。ただし、この軸力は塑性を考慮した場合は多少異なる値になると思われる。
- (4)  $\phi_p$ はボルト軸に追加曲げモーメントを作用させる。 $\phi_p$ を $1^\circ$ 以内としても、それによる曲げ応力は無視できるものではない。
- (5)  $\phi_p = \phi_c = 0^\circ$ の六角ボルトと、座面圧分布が最も均等化すると見なされる $\phi_c$ を持つフランジ付き六角ボルトでは、座面圧の均等分布を仮定する従来の式により座面摩擦トルクの等価直径をほぼ正確に求めることができる。

## 文 献

- (1) ISO 4759-1 : 2000 (Tolerances for fasteners – Part 1 : Bolts, screws, studs and nuts – Product grades A, B and C), ISO (2000).
- (2) 西山信夫, JIS B 1021 改正原案(締結用部品の公差—第1部), 日本ねじ研究協会誌, 33-9, (2002), 265-272.
- (3) 岡田 学・賀勢晋司・吉本 勇, ナットおよびボルトの座面振れの測定と評価, 機論, 69-679, C(2003), 760-765.
- (4) 細川修二・熊倉 進, ねじ締結におけるトルクと軸力および曲げ作用に関する研究(第1報), 精密工学会誌, 62-5, (1996), 696-700.
- (5) 賀勢晋司, ねじの回転ゆるみ(主にその機構について), 東工大精研シンポジウム前刷集, (2000), 15-19.
- (6) 田中道彦・宮澤英男・朝場栄喜・北郷 薫, ねじ締結体への有限要素法の応用, 機論, 46-410, C(1980), 1276-1284.
- (7) 田中道彦・北郷 薫, 有限要素法によるねじ締結体の解析, 機論, 46-412, C(1980), 1491-1503.
- (8) 藤井寛二・小林光男・田中道彦・両角修四郎, 圧力円筒容器ねじ端の有限要素解析, 機論, 63-610, C(1997), 2105-2110.
- (9) 賀勢晋司, ねじ締結における座面圧について, 精密機械, 51-5, (1985), 997-999.
- (10) 福岡俊道, 各種締付け形態におけるボルトの力学的特性, 機論, 62-594, A(1996), 445-451.
- (11) 福岡俊道, トルク法によるボルト締付け過程の力学的特性について, 機論, 63-609, A(1997), 1083-1088.
- (12) 山本 晃, ねじ締結の原理と設計, (1995), 養賢堂.
- (13) 酒井智次, ねじ締結概論, (2000), 養賢堂.
- (14) 吉本 勇(代表編集), 改訂版ねじ締結体設計のポイント, (1992), 日本規格協会.
- (15) H. Wiegand, K. H. Kloos and W. Thomala, Schraubenverbindungen, (1988), Springer-Verlag.
- (16) 酒井智次・南田雅裕・岩永 麻, フランジ付き六角ボルトの締結性能上望ましい座面角度の検討, 機論, NO.95-2 (Vol.A) (1995), 149-150.
- (17) O.C. ツィエンキーヴィッツ, マトリックス有限要素法(三訂版), (1984), 培風館, 380-388.
- (18) 山本 晃, ねじ締結の理論と計算, (1970), 養賢堂, 78.