

1984

日本機械学会論文集(B編)
66巻648号(2000-8)

論文 No. 99-0281

変形ガレルキン法による三次元自然対流問題の解析*

(誤差解析手法によるアプローチ)

松田 安弘^{*1}, 邵 長 城^{*1},
山崎 格^{*2} 松本 賢一郎^{*3}

Modified Galerkin Analysis for the Unsteady Three-Dimensional Natural Convection Problems (Approach by the Error Analysis Technique)

Yasuhiro MATSUDA^{*4}, Changcheng SHAO,
Itaru YAMAZAKI and Ken'ichiro MATSUMOTO

^{*4} Shinshu University, Dept. of Mechanical Systems Engineering,
4-17-1, Wakasato, Nagano City, Nagano, 380-8553 Japan

In our previous research, the modified Galerkin method was proposed as one of the most efficient methods for convection-diffusion analysis and viscous fluid flow analysis. In the modified Galerkin method, the inertia term is considered explicitly, so only the symmetrical matrixes appear. Then an artificial viscosity is introduced through an error analysis approach to improve its accuracy and stability. In this paper, this modified Galerkin method is applied to the thermal fluid analysis using the Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised formulation and the natural convection problems in a three-dimensional cavity are simulated up to the Rayleigh number of 10^8 . Authors confirmed that our proposed method gives reasonable results for these problems comparing with other research works.

Key Words: Three-Dimensional Natural Convection Analysis, Finite Element Method (FEM), Modified Galerkin Method, Cavity Flow, Error Analysis Technique

1. 緒言

誤差解析手法により提案された有限要素法の一つである変形ガレルキン法が、三次元移流拡散問題⁽¹⁾や二次元粘性流れの解析⁽²⁾に対して有効な技法であることは理論解析と数値実験から示されている。この変形ガレルキン法では対称マトリックスのみを取り扱うため従来のガレルキン法に比べて所要計算時間が少なく、同時に補正係数の導入により時間方向と空間方向の離散化精度を高め、メッシュ分割の非一様性による誤差を修正することができる。著者らは本技法を三次元粘性流れの解析に適用してきたが^{(3), (4)}、本論文は、その三次元自然対流問題解析への適用について検討したものである。この際、Navier-Stokes 方程式における圧力と速度の連成についてはSIMPLER(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised)法により、定式化を行っている。数値計算例としては三次元キャビティ内の自然対流問題を取り上げ、レーリー数

$Ra=710\sim 10^8$ での計算結果の妥当性を他の研究例との比較を含めて検討した。

2. 数値解法

2.1 基礎式 基礎式として連続の式, Boussinesq 近似による浮力項を考慮したNavier-Stokes方程式およびエネルギー方程式の無次元形を用いる⁽⁵⁾。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \text{Pr} \nabla^2 \mathbf{u} + Ra \text{Pr} \theta \mathbf{j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \nabla^2 \theta \quad (3)$$

ただし、

\mathbf{u} : 速度ベクトル
 \mathbf{j} : y方向の単位ベクトル
 θ : 温度
 p : 圧力/密度
 Ra : レーリー数
 Pr : プラントル数
 t : 時間

であり、レイノルズ数 Re での代表速度を温度伝導率と代表長さとの比⁽⁶⁾とすることにより $Re \times \text{Pr} = 1$ となる。

* 原稿受付 1999年3月15日。

^{*1} 正員, 信州大学工学部 (☎ 380-8553 長野市若里 4-17-1)。

^{*2} 学生員, 信州大学大学院

^{*3} セイコーエプソン(株) (☎ 392-8502 諏訪市大和三丁目3番5号)

E-mail: matsuda@gipwc.shinshu-u.ac.jp

2.2 変形ガレルキン法による定式化(MSR) 流速と圧力を求める計算の流れは SIMPLER 法⁽⁷⁾と同様の考え方をを用いる。

(1) 擬似速度 $\bar{\mathbf{u}}$ の導出 式(2)の非定常項を $(\mathbf{u}^{m+1} - \mathbf{u}^m)/\Delta t$ と考えると(m: 時間方向の添字), 同式は式(4)及び式(5)の2式に分割することができる。

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^m + \left\{ \text{Pr} \nabla^2 \mathbf{u}^m - \mathbf{u}^m \nabla \mathbf{u}^m + Ra \text{Pr} \theta_j^m \right\} \Delta t \quad (4)$$

$$\mathbf{u}^{m+1} = \bar{\mathbf{u}} - \Delta t \cdot \nabla p^* \quad (5)$$

式(4)にガレルキン法を適用することにより式(6)が得られ, これを解いて擬似速度 $\bar{\mathbf{u}}$ が求められる。

$$\left\{ \frac{[P]}{\Delta t} \right\} \{\bar{\mathbf{u}}\} = \left\{ \frac{[P]}{\Delta t} - [D] \right\} \{\mathbf{u}\}^m - \{F\}_1^m \quad (6)$$

ここで

$$[P] = \sum \int_{V_e} N_i N_j dx dy dz$$

$$[D] = \sum \int_{V_e} \text{Pr} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right\} dx dy dz$$

$$\{F\}_1 = \sum \int_{V_e} N_i \left\{ \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - Ra \text{Pr} \theta_j \right\} dx dy dz$$

である。ただし,

Δt : タイム・ステップ, M : 総要素数,

V_e : 一要素の領域, N_i : 形状関数

である。

(2) 圧力の予測値 p^* の導出 式(5)については, その両辺の発散をとり式(1)を考慮すると圧力の予測値 p^* に関するポアソン方程式, 式(7)が得られる。したがってこの式をガレルキン法により定式化すると連立方程式, 式(8)が得られ, これより p^* を求めることができる。

$$\nabla^2 p^* = \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} / \Delta t \quad (7)$$

$$[D]_2 \{p^*\} + \{F\}_2 = 0 \quad (8)$$

ここで

$$[D]_2 = \sum \int_{V_e} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right\} dx dy dz$$

$$\{F\}_2 = \sum \int_{V_e} N_i \left\{ (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) / \Delta t \right\} dx dy dz$$

である。

(3) 速度の予測値 \mathbf{u}^* と次の時刻での温度 θ^{m+1} の導出 式(2), (3)をそれぞれ変形ガレルキン法により定式化する。変形ガレルキン法では従来のガレルキン法より式(2)の慣性項, 圧力項, 浮力項と式(3)の移流項を陽的に考えることで対称マトリックスのみが扱われるこ

とになる。この際, 式(8)から得られた p^* を用いて定式化すると速度の予測値 \mathbf{u}^* と次の時刻での温度 θ^{m+1} に関する連立方程式, 式(9)及び式(10)が得られる。これを解くことにより速度の予測値 \mathbf{u}^* と温度 θ^{m+1} が求められる。ここで f_u と f_θ は補正係数であり, 第3章において詳述する。

$$\left\{ \frac{[P]}{\Delta t} + \varphi [D]_3 \right\} \{\mathbf{u}\}^* = \left\{ \frac{[P]}{\Delta t} - (1-\varphi)[D]_3 \right\} \{\mathbf{u}\}^m - \{F\}_3^m \quad (9)$$

$$\left\{ \frac{[P]}{\Delta t} + \varphi [D]_4 \right\} \{\theta\}^{m+1} = \left\{ \frac{[P]}{\Delta t} - (1-\varphi)[D]_4 \right\} \{\theta\}^m - \{F\}_4^m \quad (10)$$

ここで

$$[D]_3 = \sum \int_{V_e} \text{Pr} \times f_u \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right\} dx dy dz$$

$$[D]_4 = \sum \int_{V_e} f_\theta \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right\} dx dy dz$$

$$\{F\}_3 = \sum \int_{V_e} N_i \left\{ \mathbf{u}^m \cdot \nabla \mathbf{u}^m + \nabla p^* - Ra \text{Pr} \theta_j^m \right\} dx dy dz$$

$$\{F\}_4 = \sum \int_{V_e} N_i \left\{ \mathbf{u}^m \cdot \nabla \theta^m \right\} dx dy dz$$

φ : タイム・スキーム・パラメータ

である。

(4) 圧力修正量 δp の導出 式(2)の非定常項を予測段階と新しい時刻での陰的差分法により離散化すると次の2式が得られる。

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^m}{\Delta t} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla \mathbf{u}^* = -\nabla p^* + \text{Pr} \nabla^2 \mathbf{u}^* + Ra \text{Pr} \theta_j^* \mathbf{j}$$

$$\frac{\mathbf{u}^{m+1} - \mathbf{u}^m}{\Delta t} + \mathbf{u}^{m+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{m+1} = -\nabla p^{m+1} + \text{Pr} \nabla^2 \mathbf{u}^m + Ra \text{Pr} \theta_j^{m+1} \mathbf{j}$$

この2式の差を求め, さらに移流項, 粘性項および浮力項を省略すると圧力の修正量 $\delta p (= p^{m+1} - p^*)$ に関する次式が得られる。

$$\frac{\mathbf{u}^{m+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\nabla(\delta p) \quad (11)$$

上式の発散をとり式(1)を考慮すると δp に関するポアソン方程式, 式(12)が得られるが, これを式(7)と同様にガレルキン法により定式化すると δp を求めることができる。

$$\nabla^2(\delta p) = \nabla \cdot \mathbf{u}^* / \Delta t \quad (12)$$

(5) 次の時刻での流速 \mathbf{u}^{m+1} と圧力 p^{m+1} の導出 式(11)と圧力修正量の定義から, 次の時刻での流速と圧力を式(13)により求める。

$$\mathbf{u}^{m+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \cdot \nabla(\delta p), \quad p^{m+1} = p^* + \delta p \quad (13)$$

以上の定式化をMSR解法⁽⁴⁾とよぶが, 上記のプロセスを図1に示す。

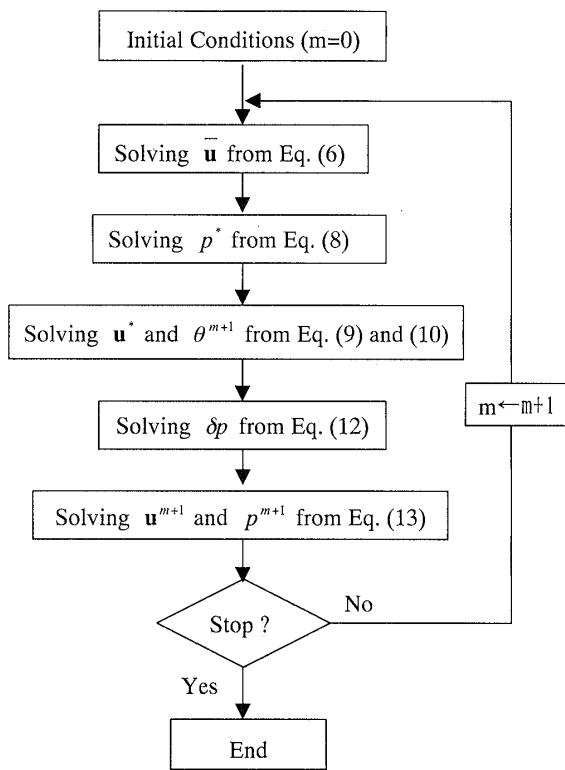


Fig. 1 Computational procedure for the MSR method

3. 補正係数の導入

MSR解法の定式化の中で式(2)と式(3)に変形ガレルキン法を適用する場合には、粘性項と拡散項に f_u と f_θ を、慣性項と移流項に g_u 、 g_θ の補正係数を導入することになる。これらの補正係数は移流拡散方程式の一般解における増幅係数とその変形ガレルキン法での数値解における増幅係数を等置することによって求められるが、図2に示す不等長六面体一次要素の場合、次式のように表される⁽⁸⁾。

$$f_u, f_\theta = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(b_x + b_y + b_z)^2}{r_x + r_y + r_z} + \frac{1}{6} \cdot \frac{(\alpha - 1)b_x + (\beta - 1)b_y + (\gamma - 1)b_z}{r_x + r_y + r_z}$$

$$g_u, g_\theta = 1 \tag{14}$$

ただし、

$$b_x = u\Delta t / h_x, \quad b_y = v\Delta t / h_y, \quad b_z = w\Delta t / h_z$$

$$r_x = K_x \Delta t / h_x^2, \quad r_y = K_y \Delta t / h_y^2, \quad r_z = K_z \Delta t / h_z^2$$

h_x, h_y, h_z : x, y, z 方向のメッシュ幅
 K_x, K_y, K_z : x, y, z 方向の拡散係数

(f_u の場合 (=Pr) , f_θ の場合 (=1))

である。

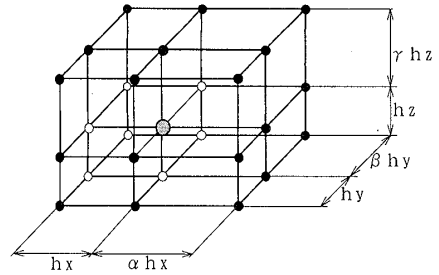


Fig.2 Non-uniform hexahedral linear elements

4. 数値計算例

4.1 計算条件 三次元キャビティ内の自然対流問題の解析は数値計算スキームの検証に用いられる典型的な問題である。本論文ではRa=710, 7100, 10⁵, 10⁶, 10⁷及び10⁸の場合について静止状態から定常状態までの計算を行った。この際、図3の計算領域を10×10×10個～40×40×40個の不等長六面体1次要素により分割した。各不等長メッシュはx, y, z方向に、それぞれ次式を用いて生成したが⁽⁶⁾、図4に、その一例として40×40×40の分割図を示す。

$$x_i = \frac{\exp\{a(i-1)h_x\} - 1}{2\{\exp(a) - 1\}} \quad (x \leq 0.5) \tag{15}$$

$$x_i = \frac{\exp\{a\{1-(i-1)h_x\} - 1}{2\{\exp(a) - 1\}} \quad (x \geq 0.5) \tag{16}$$

ただし、 $a = 2.0$, $h_x = \frac{2}{N}$ (N:一辺の分割数)である。

また初期条件、境界条件、定常判定条件を以下に示す。

- ・初期条件 キャビティ内で $u=v=w=0, p=0, \theta=0$
- ・境界条件

温度: ADHE面で $\theta=1$
 BCGF面で $\theta=0$
 その他の面で $\partial\theta/\partial n=0$

流速: 全ての面で $u=v=w=0$

圧力: 全ての面で $\partial p/\partial n=0$

(但し、 $\partial/\partial n$ は法線方向での微分を表している。)

- ・定常判定条件

$$|u_i^m| \geq \text{Max}|u_i^m| \times 0.001 \text{ に対して}$$

$$\delta = \text{Max} \left| \frac{u_i^m - u_i^{m-1}}{u_i^m} \right| \times 100 \leq 0.01 \text{ (\%)} \tag{17}$$

また、Pr=0.71 とした。

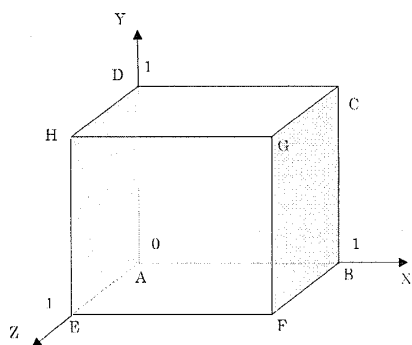


Fig.3 Computational domain

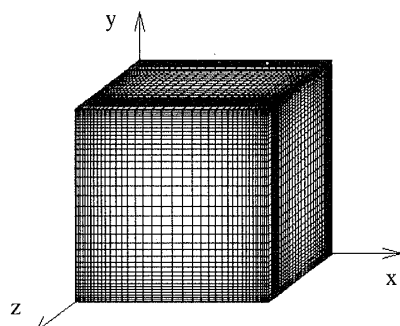


Fig.4 Non-uniform meshes(40×40×40)

4.2 レーリー数 710~10⁷での計算結果

表 1

にRa=710~10⁷でのMSR解法と他の研究例との比較結果を示す。Δt 欄の数值は定常解が得られたタイムステップの値であり、括弧内の数值は計算結果が発散した際の値である。なお文献(9)でのΔtは離散化の際での速度の与え方が異なるため、その換算値となっている。こ

こで u_{max} , v_{max} はそれぞれ $z=0.5$ での $x-y$ 断面 (中央断面) 上における u , v の最大値である。また Nu_{max} , Nu_{min} はそれぞれ高温壁 ($x=0$) における局所ヌッセルト数の最大値, 最小値, Nu_{av} は高温壁での平均ヌッセルト数であり, 数値計算により求めている。なお平均ヌッセルト数の定義を次式に示す。

$$Nu_{av} = -\frac{1}{L_y L_z} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0} dy dz \quad (18)$$

図 5 に $Ra=10^6$ における速度分布図および温度分布図を示す。なお $y-z$ 面 ($x=0.5$), $z-x$ 面 ($y=0.5$) での速度ベクトルは $x-y$ 面 ($z=0.5$) での 8 倍のスケールで描かれている。 $x-y$ 断面 ($z=0.5$) の図では上壁と下壁側に 2 つの渦が存在する。また, $y-z$ 断面 ($x=0.5$) 図では流体が $y=0.5$ の軸に向かって流れることが, $z-x$ 断面 ($y=0.5$) 図では 4 つの渦が対称な場所に現れている。これらは角田らと, ほぼ同様の結果となっている。図 6 に $Ra=10^6$ での $x-y$ 面 ($z=0.5$) 内での速度分布を, また図 7 に $Ra=10^7$ での速度分布図と温度分布図を示す。なお $y-z$ 面 ($x=0.5$), $z-x$ 面 ($y=0.5$) での速度ベクトルは $x-y$ 面 ($z=0.5$) での 20 倍のスケールで描かれている。これより, 流れが $z=0.5$ の断面に対して対称になっていることが確認できる。図 8 は $Ra=10^7$ での $x-y$ 断面における温度分布図と, 180 度回転させた $x-y$ 断面での温度分布図を重ね合わせた図である。これより, $x-y$ 断面の中心点に関する対称性と, 数値解の定常性が確認できる。

Table 1 Computed results (Ra=710~10⁷)

| Ra | Method | Meshes | Δt | Loop | u_{max} | v_{max} | Nu_{min} | Nu_{max} | Nu_{av} |
|-----------------|-----------------------------------|----------|---------------------------------------|--------|-----------|-----------|------------|------------|-----------|
| 710 | Present | 10×10×10 | $1 \times 10^{-2} (2 \times 10^{-2})$ | 198 | 2.660 | 2.714 | 0.7984 | 1.274 | 1.036 |
| | Kakuda et al. ⁽⁹⁾ | | 0.2/710 | 2,000 | 2.742 | 2.755 | 0.7933 | 1.295 | 1.042 |
| 7100 | Present | 20×20×20 | $1 \times 10^{-2} (2 \times 10^{-2})$ | 406 | 13.66 | 14.91 | 0.5856 | 3.157 | 1.852 |
| | Kakuda et al. ⁽⁹⁾ | 10×10×10 | 2.0/7100 | 3,000 | 15.82 | 15.57 | 0.5460 | 3.315 | 1.843 |
| 10 ⁵ | Present | 20×20×20 | $4 \times 10^{-3} (5 \times 10^{-3})$ | 233 | 42.14 | 63.26 | 0.8192 | 8.177 | 4.828 |
| | Kakuda et al. ⁽⁹⁾ | | 5/10 ⁵ | 5,000 | 38.96 | 65.36 | 0.6742 | 8.196 | 4.398 |
| | Ramaswamy et al. ⁽¹¹⁾ | — | — | — | 39.40 | 71.32 | 0.8856 | 7.4681 | 4.672 |
| 10 ⁶ | Present | 30×30×30 | $2 \times 10^{-4} (3 \times 10^{-4})$ | 1,262 | 71.31 | 220.0 | 0.940 | 18.18 | 9.228 |
| | Kakuda et al. ⁽⁹⁾ | 20×20×20 | | 10,000 | 71.70 | 215.9 | 0.879 | 18.90 | 8.833 |
| | Le Peutrec et al. ⁽¹⁰⁾ | 30×30×30 | — | — | — | — | — | — | 8.665 |
| | Ramaswamy et al. ⁽¹¹⁾ | — | — | — | 106.2 | 210.3 | 1.043 | 17.67 | 8.386 |
| 10 ⁷ | Present | 40×40×40 | $2 \times 10^{-5} (2 \times 10^{-4})$ | 5,598 | 157.4 | 696.7 | 1.233 | 41.00 | 17.30 |
| | Le Peutrec et al. ⁽¹⁰⁾ | | — | — | — | — | — | — | 16.40 |

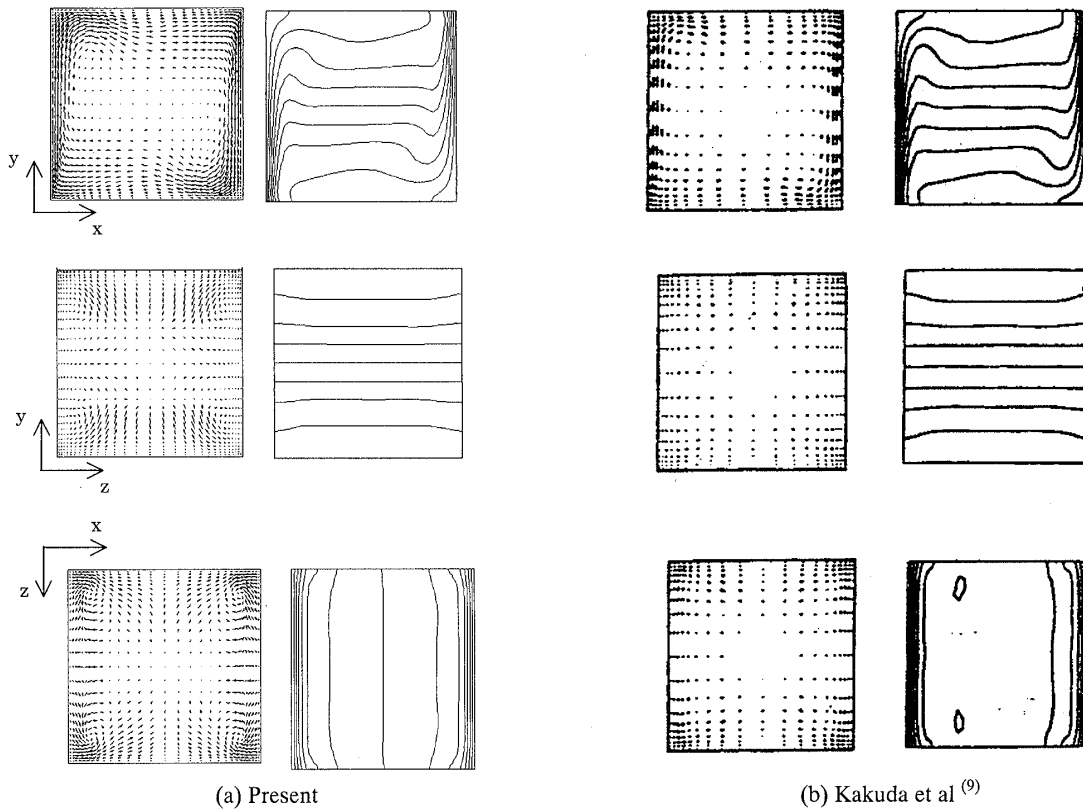


Fig.5 Velocity distributions and temperature distributions ($Ra=10^6$, $30 \times 30 \times 30$)

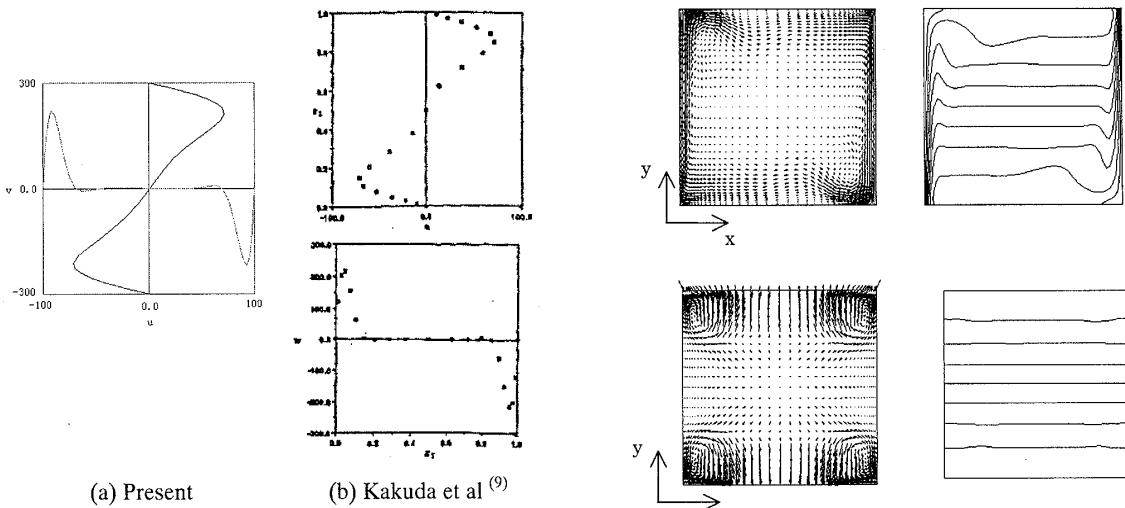


Fig.6 Distribution of velocity "u" at $z=0.5$ ($Ra=10^6$)

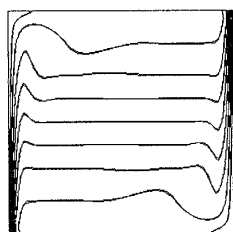


Fig.8 Temperature distribution
(x-y plane combined with x-y plane rotated 180°)
($Ra=10^7$, $40 \times 40 \times 40$)

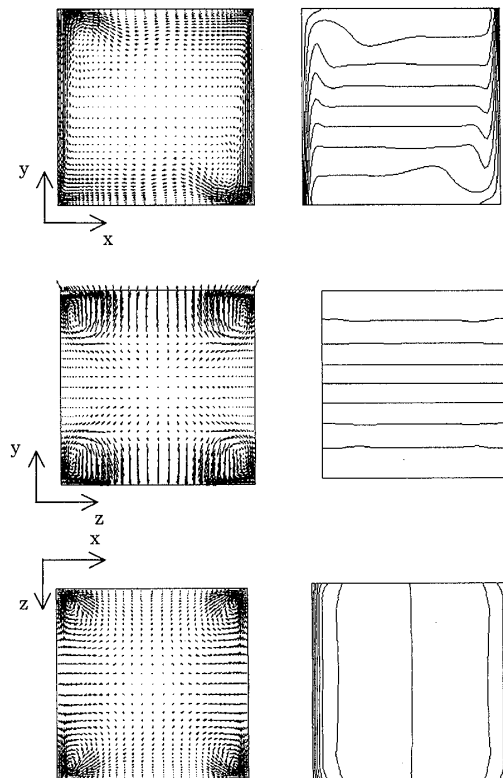


Fig.7 Velocity distributions and temperature distributions
($Ra=10^7$, $40 \times 40 \times 40$)

4.3 レーリー数 10^8 での計算結果 表2 に $Ra=10^8$ での計算パラメータを示す(なお括弧内の数値は計算結果が発散した際の値である). なお $Ra=10^8$ での計算例は著者らの知る限りでは他に研究例がなさそうである. 図9 に $Ra=10^8$ での速度分布図と温度分布図を示す. なお $y-z$ 面 ($x=0.5$), $z-x$ 面 ($y=0.5$) での速度ベクトルは $x-y$ 面 ($z=0.5$) での4倍のスケールで描かれている. また等温線の間隔は $\Delta\theta=0.1$ である. 流速は $Ra=$

10^7 に比べて, かなり速くなっているのが確認できる. 又, 図10 は $Ra=10^8$ での $x-y$ 断面の温度分布図と, 180度回転させた $x-y$ 断面の温度分布図とを重ね合わせた結果である. これより, $Ra=10^7$ とは違ってこれらの結果が, $x-y$ 断面の中心点に関して若干, 非対称となっていることが分かる. 図11 に高温壁と低温壁での平均ヌッセルト数の推移を示すが, これより値の収束状況が確認できる.

Table 2 Computed results ($Ra=10^8$)

| Ra | Method | Meshes | Δt | Loop | u_{max} | v_{max} | Nu_{min} | Nu_{max} | $Nu_{av, x=0}$ | $Nu_{av, x=1}$ |
|--------|---------|--------------------------|---|--------|-----------|-----------|------------|------------|----------------|----------------|
| 10^8 | Present | $40 \times 40 \times 40$ | 1×10^{-6} (1×10^{-5}) | 30,000 | 387.7 | 2207.8 | 1.477 | 68.6 | 28.05 | 26.92 |

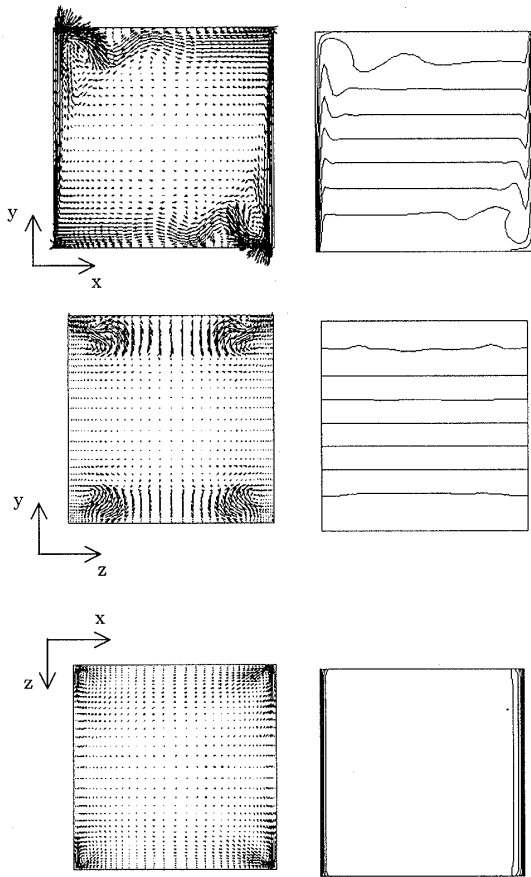


Fig.9 Velocity distributions and temperature distributions ($Ra=10^8$, $40 \times 40 \times 40$, Loop=30,000)

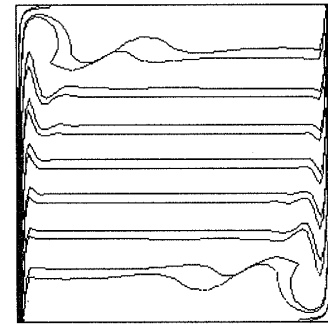


Fig.10 Temperature distribution ($x-y$ plane combined with $x-y$ plane rotated 180°) ($Ra=10^8$, $40 \times 40 \times 40$)

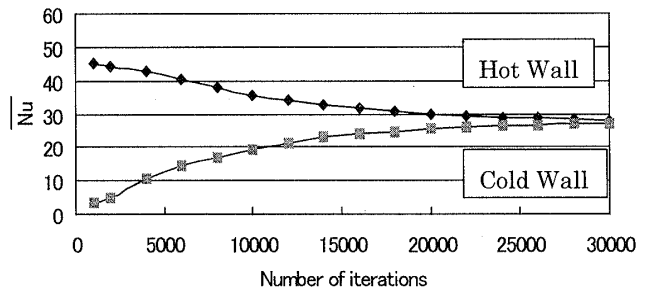
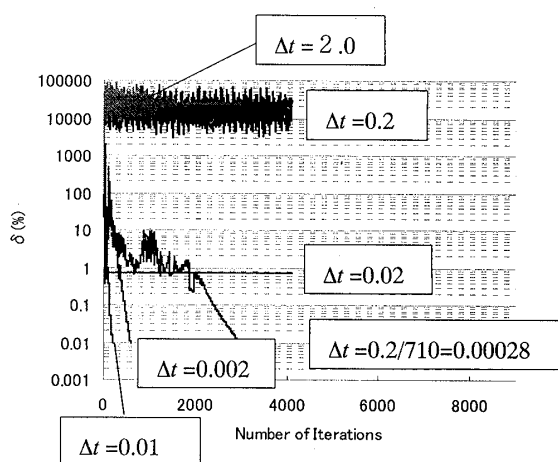
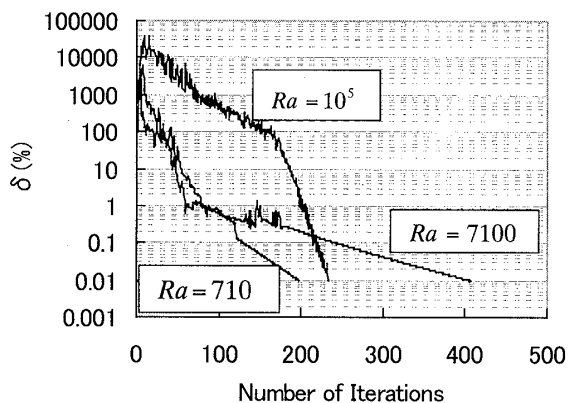
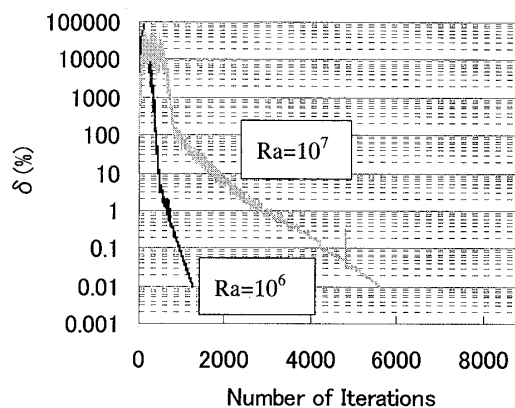
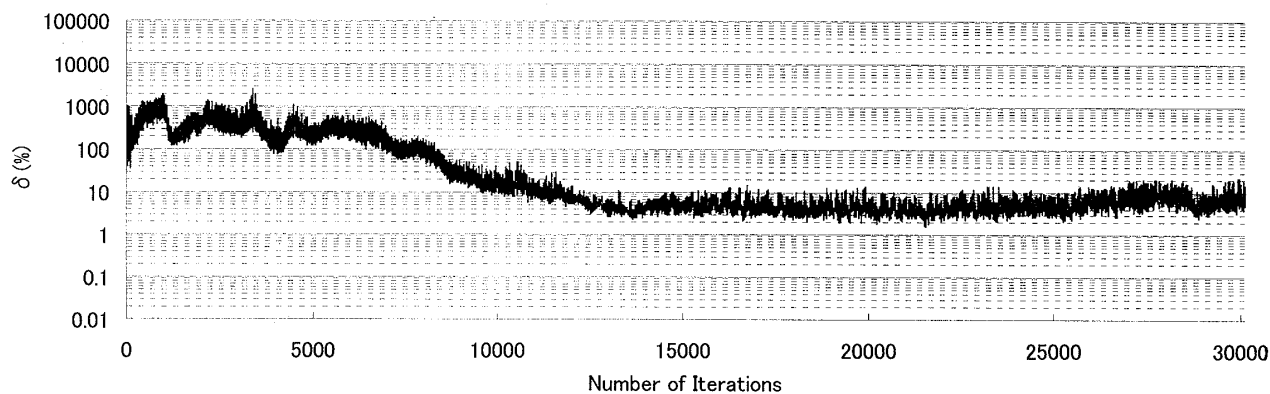


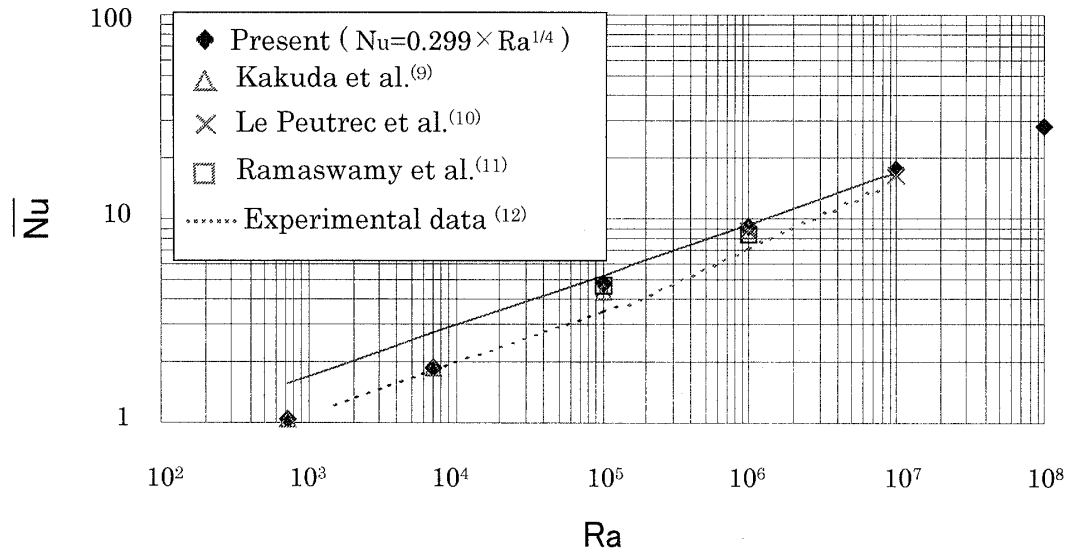
Fig.11 History of Nu_{ave} ($Ra=10^8$, $40 \times 40 \times 40$)

4.4 各レイリー数での相対速度変化率について

図12に、 $Ra=710$ において $\Delta t=2\sim 0.2/710$ と変化した際の相対速度変化率を示す。なお横軸は時間方向の計算繰り返し回数である。この図より、 $\Delta t=2, 0.2$ では発散の様子が、 $\Delta t=0.01$ 以下では収束の様子が確認できる。また $\Delta t=0.02$ では変化率が大きくも小さくもならない状況が確認できる。これより、収束時での

最大 Δt を最適 Δt として計算に用いた。図13は $Ra=710\sim 10^5$ での、図14は $Ra=10^6, 10^7$ での相対速度変化率である。これより、数値解の収束状況が確認できる。なお図15は $Ra=10^8$ での相対速度変化率であるが、この場合は、小さな振動を伴う準定常流れとなっている。

Fig.12 Convergence histories of " δ " ($Ra=710$)Fig.13 Convergence histories of " δ " ($Ra=710\sim 10^5$)Fig.14 Convergence histories of " δ " ($Ra=10^6, 10^7$)Fig.15 Convergence histories of " δ " ($Ra=10^8$)

Fig.16 Relationship between Ra and Nu_{av} .

4.5 レーリー数と平均ヌッセルト数との関係 図16にレーリー数と平均ヌッセルト数との関係を、他の研究例を含めて示した。我々の数値解は他の研究例とほぼ一致し、又、ほぼ一直線上に並んでいることがわかる。Ra=10⁷までの結果を結ぶ直線の式を求めると、平均ヌッセルト数はレーリー数の1/4乗にほぼ比例していることが確認できる。Ra=10⁸の場合にも平均ヌッセルト数の収束解が得られたが、境界付近の解像度の観点から、さらにより多いメッシュ数での検討が必要であろう。また実験結果によると⁽¹²⁾Ra数が1.4×10³~1.4×10⁵までは1/4乗に比例し、Ra数が1.5×10⁵~7.8×10⁶までは1/3乗に比例すると報告されているが、本解法と多少の差違はあるものの、ほぼ同様の傾向が確認できた。

5. 結論

対称マトリックスと補正方式から成る変形ガレルキン法とSIMPLER法とを組み合わせたMSR解法を用いて、三次元キャビティ内自然対流問題の解析を行った。そしてレーリー数Ra=710, 7100, 10⁵, 10⁶, 10⁷および10⁸を対象に解析した結果、以下の結論を得た。

- (1) Ra=710~10⁷において定常状態までの計算を行った結果、定常解が得られた。また他の研究例ともほぼ同様の結果が得られ、本解法の有効性が確認できた。
- (2) Ra=10⁸の計算結果として、高・低温壁での平均ヌッセルト数の収束解が得られたが、流れは小さな振動を伴う準定常のものとなっている。さらによ

り多いメッシュ数での検討が必要であろう。

- (3) Ra=10⁷までのレーリー数と平均ヌッセルト数との関係は、両軸とも対数をとった際にほぼ一直線となり、レーリー数の1/4乗に比例することが確認できた。

謝辞

本研究にご援助頂いた、当研究室の元大学院生 藤田弘志氏及び山本貴之氏に感謝します。

文献

- (1) 松田・他3名, 機論, 59-561, B(1993), 1580.
- (2) 松田・他2名, 機論, 61-590, B(1995), 3684.
- (3) 松田・他2名, 第7回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1993), 565.
- (4) 松田・他4名, 機論, 66-641, B(2000), 17.
- (5) 数値流体力学編集委員会, 非圧縮性流体解析, (1995), 18-21, 東京大学出版社.
- (6) 岡永・棚橋, 機論, 56-530, B(1990), 96.
- (7) Patankar, S. V. 原著, 水谷・香月訳, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, (1985), 森北出版.
- (8) 邵・他2名, 機論, 63-606, B(1996), 444.
- (9) 角田・他2名, 機論, 60-572, B(1994), 1210.
- (10) Le Peutrec, Y. and Lauriat, G., Trans. ASME, J. Heat Transfer, 112(1990), 370.
- (11) B. Ramaswamy, R. Moreno, Int. J. Numer. Methods. Heat Fluid Flow., 7-4, (1997), 297.
- (12) 関信弘, 伝熱工学, (1994), 森北出版.