

## 誤差解析手法を用いた四次差分法による後方ステップ流れの解析\*

邵長城<sup>\*1</sup>, 松田安弘<sup>\*1</sup>, 中西功<sup>\*2</sup>

## Backward-Facing Step Flow Analysis Using the Fourth-Order Finite-Difference Method

Changcheng SHAO<sup>\*3</sup>, Yasuhiro MATSUDA and Isao NAKANISHI<sup>\*3</sup> Department of Mechanical Systems Engineering, Shinshu University,  
4-17-1 Wakasato, Nagano-shi, Nagano, 380-8553 Japan

In the incompressible viscous fluid flow analyses, the backward-facing step flow problem has been investigated as a benchmark problem with the inflow and outflow boundary conditions for testing the effectiveness of a new numerical scheme. In this research, the corrected fourth-order finite difference method is employed for this fluid flow analysis. This method was originally proposed by authors through the error analysis approach and has been successfully applied for viscous fluid flow and natural convection problems in a square cavity. In this study, the backward-facing step flow was simulated for the Reynolds numbers of 800 and 1 000, and the steady solutions were obtained. The effects of the sizes of computational meshes to the reattachment lengths are investigated, and the mesh-independent solutions are obtained. We confirm the agreement of our results with other research works and the effectiveness of our corrected fourth-order finite difference method for viscous fluid flow analyses with inflow and outflow boundary conditions.

**Key Words:** Fourth-Order Finite-Difference Method, Backward-Facing Step Flow, Error Analysis Technique, Viscous Fluid Flow

## 1. 緒言

後方ステップ流れ問題は流入と流出境界条件を持つため、閉じられた領域内部での流れ問題に比べて流れ場はより複雑となり、数値解法の安定性への要求も厳しくなる。またダクト形状の変化による流れの分離や再付着、回流などの流動現象も工学上、広範囲に利用されているため、その実験と数値計算は古くから行われ<sup>(1~4)</sup>、数値解法の計算精度とその境界条件への依存性を評価するためのベンチマーク問題ともなっている<sup>(5)</sup>。その中には高レイノルズ数の乱流現象に関する検討例<sup>(4)</sup>や、 $Re=800$ での定常解の存在に関する議論があり<sup>(6,7)</sup>、この際の再付着点位置や安定性等に関する研究が数多く行われてきた<sup>(8~11)</sup>。

これらの背景のもとに、本研究では著者らが開発した四次差分法のFWA(C)法を用いて  $Re=800$  及び 1000 での数値解析を行った。また従来の計算結果との比較により本解法の計算精度とその有効性について検討した。さらに入り口での境界条件やメッシュ数等の各種計算条件による影響についても検討した。

FWA(C)法は二次元粘性流れ問題の差分解法として Fromm による 4 次ゼロ平均位相誤差手法(FZA)<sup>(12)</sup>に重みをつけた 4 次重み付き平均位相誤差差分法(FWA)に誤差解析手法により得られた補正係数を導入したものであり、すでにキャビティ内粘性流れについてレイノルズ数 5,000 までの解析に適用されてきた<sup>(13)</sup>。またこの FWA(C)法による自然対流問題の数値解析でもレイノルズ数  $Ra=10^6 \sim 10^{11}$  の範囲で合理的な結果が得られることを確認した<sup>(14,15)</sup>。

2. 四次差分法による定式化<sup>(13)</sup>

基礎式として、流れ関数  $\Psi$  と渦度  $\omega$  から成る非圧縮性粘性流体についてのナビエ・ストークス方程式及び連続の式を用いる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3)$$

\* 原稿受付 2000年11月8日。

\*\* 正員、信州大学工学部(〒380-8553 長野市若里4-17-1)。

\*\* 信州大学大学院。

E-mail: cslab01@gipwc.shinshu-u.ac.jp

ここで、

$$\begin{aligned} u, v &: x, y \text{ 方向の流速}, & t &: \text{時間}, \\ \psi &: \text{流れ関数}, & \omega &: \text{渦度}, \\ Re &: \text{レイノルズ数} \end{aligned}$$

である。

- 式(2)の時間方向の離散化は Euler 前進法により、空間方向は式(2)の移流項のみを FWA 法により、他の微分項は二次中心差分により定式化する。ここで式(2)の等長メッシュにおける離散化式を式(4)に示す。

$$\begin{aligned} \omega_{i,j}^{n+1} = & \omega_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{h_x} \left\{ W(F_{i-1/2,j}^n - F_{i+1/2,j}^n) + (1-W)(*F_{i-1/2,j}^n - *F_{i+1/2,j}^n) \right\} \\ & + \frac{\Delta t}{h_y} \left\{ W(F_{i,j-1/2}^n - F_{i,j+1/2}^n) + (1-W)(*F_{i,j-1/2}^n - *F_{i,j+1/2}^n) \right\} \\ & + r_x(\omega_{i+1,j}^n + \omega_{i-1,j}^n - 2\omega_{i,j}^n) + r_y(\omega_{i,j+1}^n + \omega_{i,j-1}^n - 2\omega_{i,j}^n) \quad (4) \end{aligned}$$

なお、式(4)での各項は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{h_x} F_{i-1/2,j}^n = & A_{11} b_x (\omega_{i-1,j}^n + \omega_{i,j}^n) + A_{21} b_x (\omega_{i-2,j}^n + \omega_{i+1,j}^n) \\ & + A_{12} b_x^2 (\omega_{i-1,j}^n - \omega_{i,j}^n) + A_{22} b_x^2 (\omega_{i-2,j}^n - \omega_{i+1,j}^n) \\ & + A_{13} b_x^3 (\omega_{i-1,j}^n + \omega_{i,j}^n) + A_{23} b_x^3 (\omega_{i-2,j}^n + \omega_{i+1,j}^n) \\ & + A_{14} b_x^4 (\omega_{i-1,j}^n - \omega_{i,j}^n) + A_{24} b_x^4 (\omega_{i-2,j}^n - \omega_{i+1,j}^n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{h_y} F_{i,j-1/2}^n = & A_{11} b_y (\omega_{i,j-1}^n + \omega_{i,j}^n) + A_{21} b_y (\omega_{i,j-2}^n + \omega_{i,j+1}^n) \\ & + A_{12} b_y^2 (\omega_{i,j-1}^n - \omega_{i,j}^n) + A_{22} b_y^2 (\omega_{i,j-2}^n - \omega_{i,j+1}^n) \\ & + A_{13} b_y^3 (\omega_{i,j-1}^n + \omega_{i,j}^n) + A_{23} b_y^3 (\omega_{i,j-2}^n + \omega_{i,j+1}^n) \\ & + A_{14} b_y^4 (\omega_{i,j-1}^n - \omega_{i,j}^n) + A_{24} b_y^4 (\omega_{i,j-2}^n - \omega_{i,j+1}^n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{h_x} *F_{i-1/2,j}^n = & A_{11}(b_x - 1)(\omega_{i-2,j}^n + \omega_{i-1,j}^n) + A_{21}(b_x - 1)(\omega_{i-3,j}^n + \omega_{i,j}^n) \\ & + A_{12}(b_x - 1)^2(\omega_{i-2,j}^n - \omega_{i-1,j}^n) + A_{22}(b_x - 1)^2(\omega_{i-3,j}^n - \omega_{i,j}^n) \\ & + A_{13}(b_x - 1)^3(\omega_{i-2,j}^n + \omega_{i-1,j}^n) + A_{23}(b_x - 1)^3(\omega_{i-3,j}^n + \omega_{i,j}^n) \\ & + A_{14}(b_x - 1)^4(\omega_{i-2,j}^n - \omega_{i-1,j}^n) + A_{24}(b_x - 1)^4(\omega_{i-3,j}^n - \omega_{i,j}^n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{h_y} *F_{i,j-1/2}^n = & A_{11}(b_y - 1)(\omega_{i,j-2}^n + \omega_{i,j-1}^n) + A_{21}(b_y - 1)(\omega_{i,j-3}^n + \omega_{i,j}^n) \\ & + A_{12}(b_y - 1)^2(\omega_{i,j-2}^n - \omega_{i,j-1}^n) + A_{22}(b_y - 1)^2(\omega_{i,j-3}^n - \omega_{i,j}^n) \\ & + A_{13}(b_y - 1)^3(\omega_{i,j-2}^n + \omega_{i,j-1}^n) + A_{23}(b_y - 1)^3(\omega_{i,j-3}^n + \omega_{i,j}^n) \\ & + A_{14}(b_y - 1)^4(\omega_{i,j-2}^n - \omega_{i,j-1}^n) + A_{24}(b_y - 1)^4(\omega_{i,j-3}^n - \omega_{i,j}^n) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_{11} = & \frac{7}{12}, \quad A_{12} = \frac{15}{24}, \quad A_{13} = -\frac{1}{12}, \quad A_{14} = -\frac{3}{24}, \\ A_{21} = & -\frac{1}{12}, \quad A_{22} = -\frac{1}{24}, \quad A_{23} = \frac{1}{12}, \quad A_{24} = \frac{1}{24}, \end{aligned}$$

W:重みパラメータ, n:時間方向の指標,  
i:x 方向座標の指標, h<sub>x</sub>:x 方向のメッシュ幅,  
h<sub>y</sub>:y 方向のメッシュ幅

である。また b<sub>x</sub>, b<sub>y</sub>:クーラン数, r<sub>x</sub>, r<sub>y</sub>:フーリエ数であり、次式で表される。

$$b_x = \frac{u \Delta t}{h_x}, \quad b_y = \frac{v \Delta t}{h_y} \quad (5)$$

$$r_x = \frac{\Delta t}{Re h_x^2}, \quad r_y = \frac{\Delta t}{Re h_y^2} \quad (6)$$

なおW=0, 0.5, 1とした際には、FWA法はそれぞれ上流差分、FZA法、中心差分に相当する。

いま数値解の精度向上のために式(2)の粘性項と慣性項にそれぞれ補正係数 f および g をかけるが、結局、これらは誤差解析手法により次式の形となる<sup>(13)</sup>。

$$f = 1 + \frac{b_x b_y}{r_x + r_y}, \quad g = 1 \quad (7)$$

したがって補正係数の導入により、式(4)での r<sub>x</sub> と r<sub>y</sub> は f × r<sub>x</sub> と f × r<sub>y</sub> となる。なお式(7)の補正係数をFWA法に導入した方式をFWA(C)法と呼ぶ。

### 3. Re=800 での数値計算結果

3.1 境界条件 図1に後方ステップ流れ問題の計算領域と流れ場の構造を示す。ここで各境界条件は以下のように設定した。

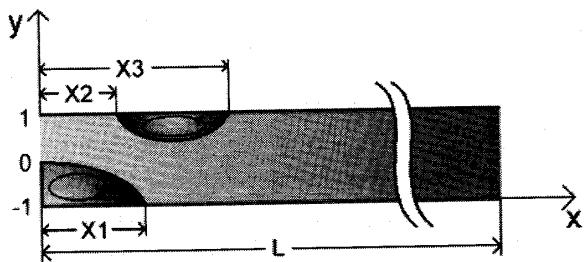


Fig. 1 Computational domain

(1) 入り口：

$$\text{流速 } u = 12y(1-y), \quad v = 0 \quad (8)$$

$$\text{流れ関数 } \psi = -1 + 2y^2(3-2y) \quad (9)$$

$$\text{渦度 } \omega = 12(2y-1) \quad (10)$$

式(9)は流れ関数の定義から、式(8)の積分により、式(10)は渦度の定義から式(8)の微分により得られたものであり、x方向での変化は無いとした。

(2) 出口：完全発達流れ条件として次式を与えた。

$$\text{流速 } u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$\text{流れ関数 } \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (12)$$

$$\text{渦度 } \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

(3) 壁：滑り無し条件として次式を与えた。

$$\text{流速 } u = v = 0 \quad (14)$$

$$\text{流れ関数 } \psi = 1(\text{上壁}), \quad \psi = -1(\text{下壁}) \quad (15)$$

$$\text{渦度 } \omega_B = \frac{3}{h_x^2}(\psi_B - \psi_N) - \frac{\omega_N}{2} \quad (16)$$

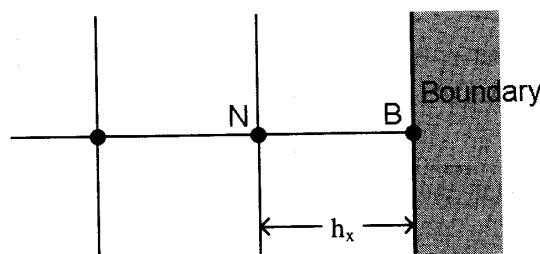


Fig. 2 Nodes in Eq. (16)

なお式(16)での各添字は図2に示す節点の位置を意味している。また初期条件としては入り口を除いて一様流れとした。

なお重みパラメータ W は文献(13)での検討により W=0 とした。また計算領域の長さ L は出口の位置が計算結果に影響しないように検討の上、決定した。すなわち表1での L=30 と 35 での分離・再付着点の差は 0.01 以下となっているため、以下の検討では L=35 を採用した。また表1の各メッシュはいずれも等間隔メッシュを用いている。

Table 1 Effects of "L"-length in a computational domain (Re=800)

Meshes	430×90	500×90
$h_x$	0.070	
$\Delta t$	0.010	
L	30	35
X1	11.991	11.987
X2	9.557	9.553
X3	20.610	20.609

数値計算では次式の相対渦度変化率が  $\delta\omega < 0.01$  となった状態を定常状態と判断して計算を終了させた。

$$\delta\omega = \text{Max} \left| \frac{\omega_{i,j}^{n-1} - \omega_{i,j}^n}{\omega_{i,j}^n} \right| \times 100 \quad (\%) \quad (17)$$

ただし、 $\omega_{i,j}^n = 0$  の格子点もあるので、 $|\omega_{i,j}^n| > |\omega_{i,j}^n|_{\max} \times 0.001$  の格子点のみについて、式(17)の検討を行う。

表2に各メッシュ数での計算結果を示す。但し、 $b_x = u_{\max} \Delta t / h_x$  であり、 $u_{\max}$  は入り口での最大流速で、各ケースにおいて  $r_y$  は  $r_x$  の約 4~34 倍である。また文献(17)の FZA(C)法による移流拡散問題の安定性理論解析結果を参照すると、 $b_y = 0$  の一方向流れ場では  $r_x = r_y = 0$  と 0.1 の際、 $b_{x\max} \leq 1$  と 0.6 までは安定であり、また  $b_y = b_x$  の二方向流れ場では、 $b_{x\max} \leq 0.2$  まで安定である。本解析対象の流れ分布から、 $b_{x\max} = 0.2$  から 1 まで安定域にあると考えられる。最終的にはタイム・ステップ  $\Delta t$  は、相対渦度変化率の収束状況を確認しながら、定常解を与える最大値として設定した。また表2に示す  $b_{x\max}$  は理論解析の予測範囲内に入っている。なお表中の ( $\Delta t$ ) は計算が発散した際の  $\Delta t$  を意味している。なお最も多いメッシュ数 (1000×120) と (1200×150) の計算結果では X1, X2, X3 の値が小数点以下 2 衔目で異なっていたが、その詳細な考察は 3.3 節に述べる。図3(a)に最大メッシュ数 (1200×150) での流線、渦度分布、及び速

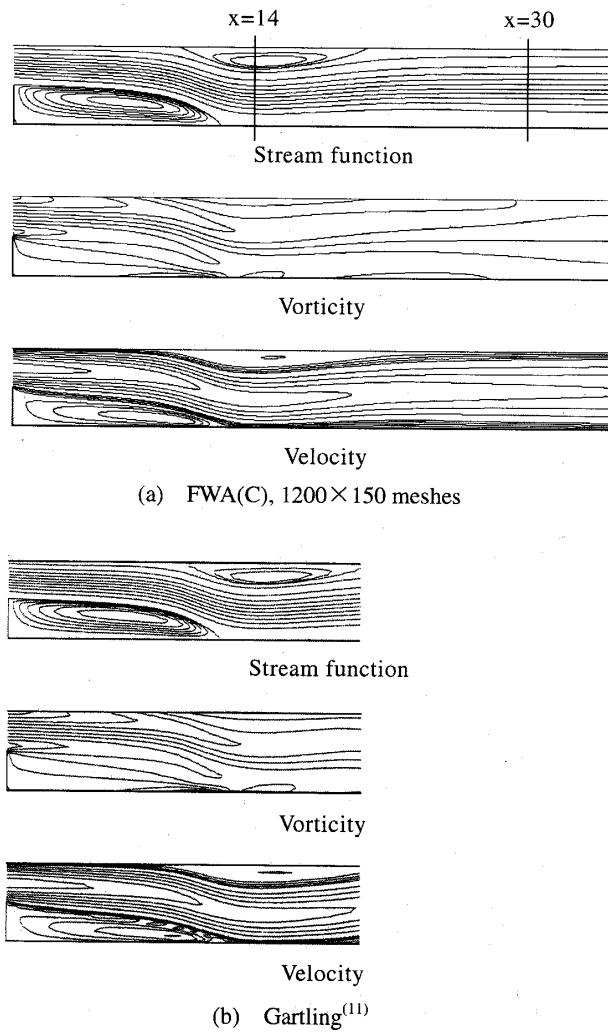


Fig. 3 Stream function, vorticity and velocity distributions ( $Re=800$ )

$$\begin{aligned} \psi = & -1.12, -1.1, -1.08, -1.06, -1.04, -1.02, -1.0, -0.8, \\ & -0.6, -0.4, -0.2, 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.96, 1.0, \\ & 1.008, 1.016 \\ \omega = & 10.0, 8.0, 6.0, 4.0, 2.0, 0.0, -2.0, -4.0, -6.0, -8.0 \\ \sqrt{u^2 + v^2} = & 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0, 2.4, 2.8 \end{aligned}$$

度分布を示したが、いずれも図3(b)のガートリング(Gartling)<sup>(11)</sup>の結果とよく一致していることがわかる。

(なお図3(a)の流れ関数分布図内の  $x=14$  及び  $30$  の座標線は 4.4 節での考察のために入れたものである。)

3.2 収束性の検討 図4に  $180 \times 60$  メッシュと  $1200 \times 150$  メッシュでの分離・再付着点の時間変化を示す。これより  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  が漸近的に推移している

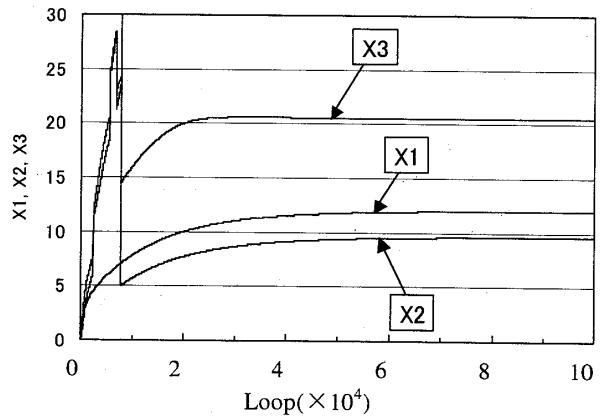
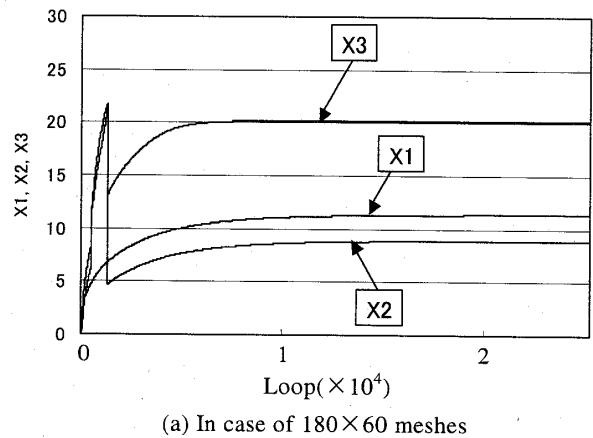
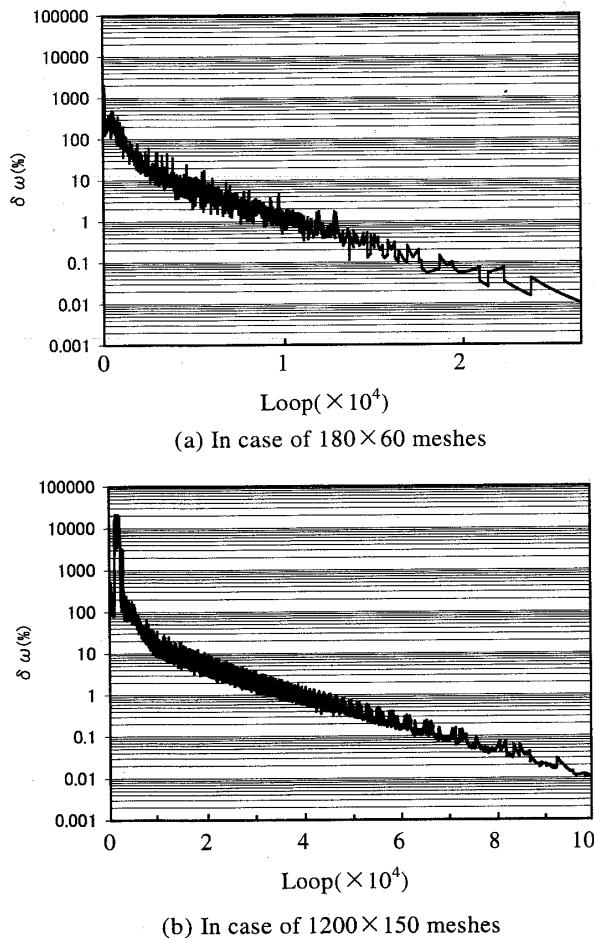


Fig. 4 Convergence histories of reattachment lengths ( $Re=800$ )

Table 2 Computational results ( $Re=800$ )

Meshes	$180 \times 60$	$300 \times 60$	$350 \times 60$	$500 \times 90$	$700 \times 90$	$1000 \times 120$	$1200 \times 150$
$\Delta t$	0.019	0.015	0.013	0.010	0.007	0.005	0.004
$(\Delta t)$	0.020	0.016	0.014	0.011	0.008	0.006	0.005
$h_x$	0.194	0.117	0.100	0.070	0.050	0.035	0.029
$r_x$	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006
$b_{x_{max}}$	0.29	0.39	0.39	0.39	0.42	0.43	0.41
Loop	25260	35400	40270	46750	62700	84450	99680
$X_1$	11.36	11.73	11.82	11.99	12.06	12.06	12.02
$X_2$	8.89	9.29	9.40	9.55	9.65	9.65	9.60
$X_3$	20.21	20.56	20.65	20.61	20.66	20.58	20.52

Fig. 5 History of  $\delta\omega$  ( $Re=800$ )

ことから、定常解の得られていることがわかる。また計算開始直後における  $X_2$ ,  $X_3$  での大幅な変動は、複数の渦が非定常に発生しているためこれら各渦の入れ替えにより発生したものである。図5は式(17)の相対渦度変化率であるが、これよりいずれの数値解も単調に収束することがわかる。すなわち著者らが採用したタイム・ステップ値の妥当性が確認できる。

**3.3 出口での境界条件の影響** 出口では完全発達流れとしたが、本論文のように流れ関数-渦度-速度を未知数とした場合には出口での境界条件としていくつかの選択肢が考えられるため、これら各種境界条件の計算結果への影響について検討した。

境界条件(A)：式(8)～(16)

境界条件(B)：式(11)の代わりに  $u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$ ,  $v = 0$

境界条件(C)：式(12)の代わりに  $\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$

表3にこれら境界条件での比較結果を示す。これより分離・再付着点の位置は小数点以下2桁まで一致する

ことがわかる。すなわち出口をステップから十分離れたところに置いた場合には完全発達流れ境界条件の変化による影響は無いと言えよう。

Table 3 Effects of boundary conditions ( $Re=800$ )

	(A)	(B)	(C)
Meshes	$500 \times 90$		
L	35		
$\Delta t$	0.01		
$b_x$	0.39		
Loop	46,750		
X1	11.99	11.99	11.99
X2	9.55	9.55	9.55
X3	20.61	20.61	20.61

**3.4 分離点と再付着点の位置に関する検討** 表2より、再付着点と分離点の位置はメッシュ数と  $\Delta t$  に依存することがわかる。この依存性による影響を低減するため表2のような発散直前の  $\Delta t$  を用いた分離点及び再付着点と  $x$  方向メッシュ幅  $h_x$  との関係を調べる。すなわち図6より  $X_1 \sim X_3$  は  $h_x$  に対して直線的に変化することがわかる。したがって最小二乗法により求めた近似式(図中)により、 $h_x \rightarrow 0$  での各  $X_1 \sim X_3$  の値を数値計算の最終結果として採用することとした。

表4に他文献の結果との比較を示す。各研究結果でのばらつきの原因には数値解法の計算精度のみならずメッシュ幅やタイム・ステップによる影響等が考えられる。なお表中、 $h_x \rightarrow 0$  での著者らの FWA(C)による結果(FWA(C\*))と従来から比較的高精度と評価されているガートリング<sup>(11)</sup>の結果との差は約1%であった。なお文献(11)の有限要素解では  $L=60$  の計算領域において  $800 \times 40$  分割までの双2次要素を使用し、分離点と再付着点についてはメッシュに依存しない解析結果が得られている。また同文献では定常方程式を解いているため  $\Delta t$  の影響は無い。

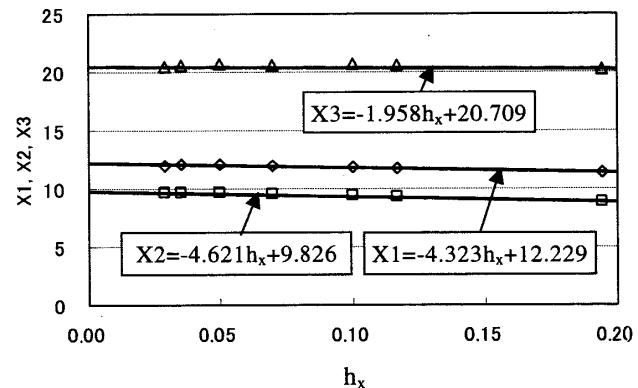
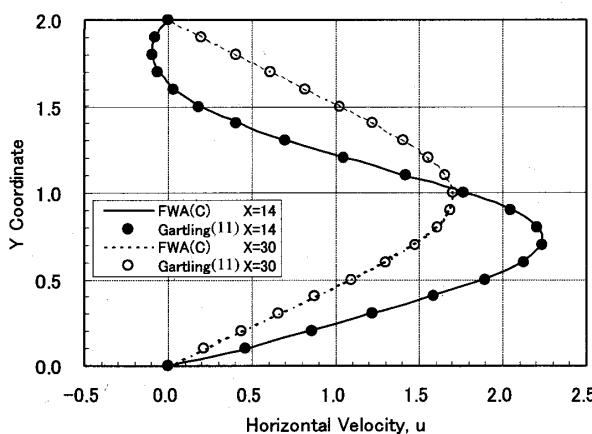
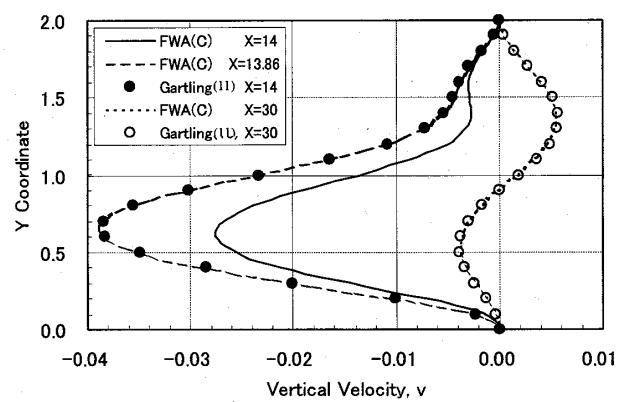
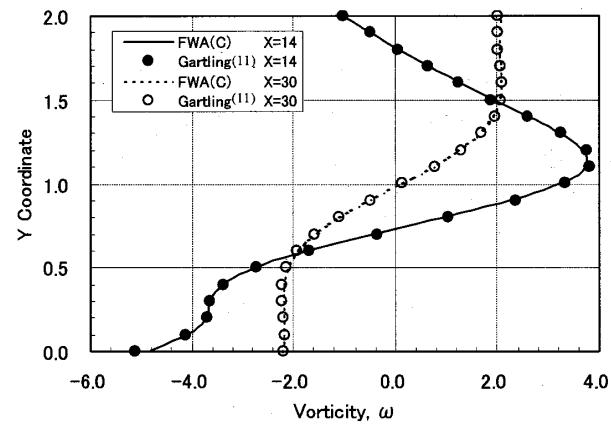
Fig.6 Change of  $X_1$ ,  $X_2$  and  $X_3$  vs.  $h_x$  ( $Re=800$ )

Table 4 Comparison of X1, X2 and X3 (Re=800)

Sources	Manzan et al. <sup>(8)</sup> (1995)	Marcela <sup>(9)</sup> (1998)	Barton <sup>(10)</sup> (1998)	Gartling <sup>(11)</sup> (1990)	FWA(C)	FWA(C)*
Meshes	$120 \times 8$	$450 \times 20$	$90 \times 70$	$800 \times 40$	$1200 \times 150$	—
L	30	30	40	60	35	35
$h_x$	0.250	0.067	0.440	0.075	0.029	→0
X1	12.12	12.00	12.19	12.20	12.02	12.23
X2	9.60	9.40	9.75	9.70	9.60	9.83
X3	20.90	19.40	20.89	20.96	20.52	20.71

3.5 流速と渦度の比較  $1200 \times 150$  メッシュによる  $x=14$  及び  $30$  の位置 (図 3(a)) での流速  $u$  と  $v$ , 及び渦度  $\omega$  を文献(11)と比較した結果を図 7, 8, 及び 9 に示す。図 8 の  $x=14$  での流速  $v$  を除きかなり良く一致していることがわかる。なお  $x=14$  付近は、図 3 からわかるように  $y$  方向の流速が負から正に向きが変化する部分であり、再付着点の位置(X1) (図 1) と深く関係している。表 4 より  $1200 \times 150$  メッシュでの FWA(C) 法による X1 の値は文献(11)のそれに比べて 0.18 小さく、 $y$  方向の流速変化もそれだけ早く現わることがわかる。その結果、図 8 の  $x=14$  での  $v$  の絶対値は文献(11)の値より小さくなっている。一方、図 8 より、 $x=13.86$  での FWA(C) による流速  $v$  は文献(11)の  $x=14$  での値とよく一致している。これらのことから、図 8 の  $x=14$  での結果は文献(11)と我々の X1 との微妙な違いに由来すると考えられる。

Fig. 7 Horizontal velocity profiles across the channel at  $x=14$  and  $30$  (Re=800)Fig. 8 Vertical velocity profiles across the channel at  $x=14$  and  $30$  (Re=800)Fig. 9 Vorticity profiles across the channel at  $x=14$  and  $30$  (Re=800)

## 4. Re=1,000 での数値計算結果

この際の境界条件としては式(8)～(16)を採用した。表 5 に計算領域の長さ  $L$  を  $30, 35, 40$  と変化させて検討した結果を示す。この際のメッシュ数としては、境界

層厚さが $1/\sqrt{Re}$ に比例する<sup>(18)</sup>ため境界層内に同数の格子点が入るよう表1のRe=800におけるメッシュ数に $\sqrt{1,000/800}$ をかけた値として設定した。これよりL=35とL=40の結果は分離・再付着点の位置が小数点以下3桁まで一致することがわかったため、最終的にはL=35での検討を行った。

Table 5 Effects of "L"-length in a computational domain (Re=1,000)

Meshes	480×100	560×100	640×100
$h_x$	0.0625		
$\Delta t$	0.008		
L	30	35	40
X1	13.069	13.069	13.069
X2	10.343	10.343	10.343
X3	24.655	24.662	24.662

表6に4種類のメッシュ数による計算結果を示す。なおこのメッシュ数も表2の右寄り四通りの各メッシュ数に $\sqrt{1,000/800}$ をかけた値である。この結果、二つの最多メッシュ数(1080×130)と(1360×170)では小数点以下2桁目で差が現れた。なお図10に最大メッシュ数(1360×170)での流れ関数、渦度及び流速分布を示すが、それぞれの値は図3と同様である。

図11は1360×170メッシュでの分離・再付着点の時間変化を、図12は相対渦度変化率の時間変化を示す。これらの図より定常解の得られていることがわかる。

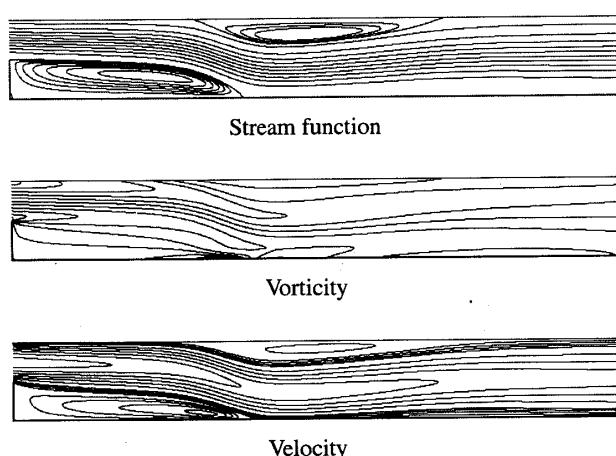


Fig. 10 Stream function, vorticity and velocity distributions (Re=1,000, 1360×170 meshes)

図13にX1~X3と $h_x$ との関係を示したが、いずれも直線の関係になっていることがわかる。したがって最小二乗法により求めた近似式による $h_x \rightarrow 0$ でのX1~X3値を最終の数値計算結果として、(X1=13.32, X2=10.61, X3=24.87)を得た。

Table 6 Computational results (Re=1,000)

Meshes	560×100	780×100	1080×130	1360×170
$\Delta t$	0.008	0.006	0.004	0.003
( $\Delta t$ )	0.009	0.007	0.005	0.004
$h_x$	0.063	0.045	0.032	0.026
$r_x$	0.002	0.003	0.004	0.004
$b_{x\max}$	0.38	0.40	0.38	0.35
Loop	65,540	87,360	115,750	152,340
X1	13.07	13.21	13.22	13.20
X2	10.34	10.50	10.50	10.48
X3	24.66	24.79	24.79	24.76

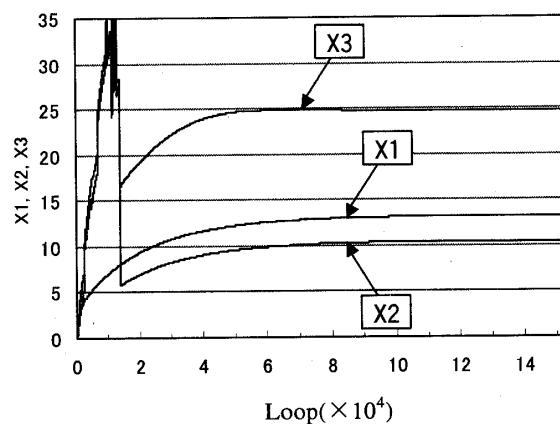


Fig. 11 Convergence histories of reattachment lengths (Re=1,000, 1360×170 meshes)

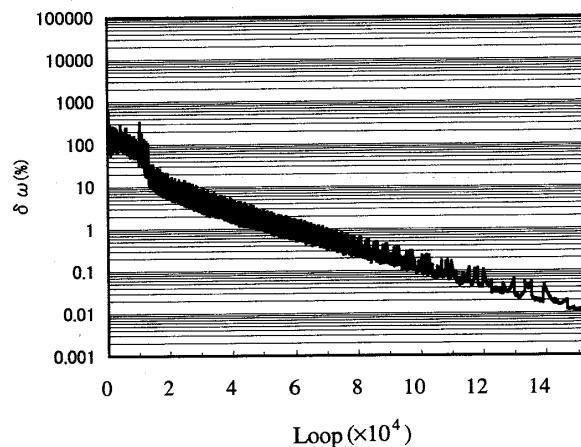
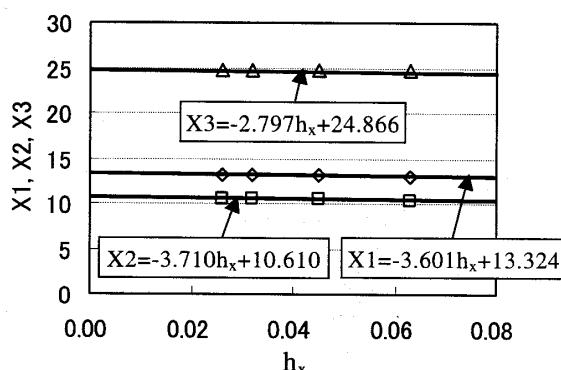


Fig. 12 History of  $\delta\omega$  (Re=1,000, 1360×170 meshes)

Fig. 13 Change of  $X_1$ ,  $X_2$ , and  $X_3$  vs.  $h_x$  ( $Re=1,000$ )

- (10) I.E.Barton, Int. J. Numer. Meth. Fluids, **26**(1998),459.
- (11) D.K.Gartling, Int. J. Numer. Meth. Fluids, **11**(1990), 953.
- (12) J.E.Fromm, The Phys. Fluid Suppl. **II**(1969),II-3.
- (13) 松田・三木, 機論, **60**-577,B(1994),3032.
- (14) 松田・他3名, 機論, **64**-617,B(1998),10.
- (15) 邵・他2名, 機論, **66**-642, B(2000),332.
- (16) C.L.Woods, Aeronaut. Q.,**5**-3(1954),176.
- (17) 松田・邵, 機論, **59**-559,B(1993),833.
- (18) S.Hermann, Boundary-Layer Theory, (1979),128, McGRAW-HILL.

## 5. 結 論

- (1) 四次重み付き平均位相誤差差分法(FWA)に補正方式を導入した FWA(C)法を用いて  $Re=800$  と  $1,000$  での後方ステップ流れ問題の解析を行い、定常解が得られることを確認した。
- (2) 定常解が得られる範囲での最大タイム・ステップを用いて各種メッシュ数で検討した結果、分離・再付着点とメッシュ数との間に直線的な関係が観察された。
- (3) 他文献との比較・検討の結果、FWA(C)法は流入・流出を有する粘性流動問題の解析にも有効であることを確認した。
- (4) 出口での完全発達流れに関する各種境界条件を検討したが、計算結果における有意な差は確認できなかった。

## 文 献

- (1) B.F.Arvaly, et al., J. Fluid Mech.,**127**(1983),473.
- (2) J.L.Sohn, Int. J. Numer. Meth. Fluids, **8**(1988), 1469.
- (3) U.Ghia, et al., J. Comput.Phys.,**48**(1982),387.
- (4) 一之瀬・他2名, 機論, **57**-543,B(1991),3715.
- (5) M.G.Philip, Int. J. Numer.Meth.Fluids, **11**(1990),951.
- (6) M.G.Philip, et al., Int. J. Numer. Meth. Fluids, **17**(1993), 501.
- (7) L.Kaiktsis, et al., J.Fluid Mech.,**231**(1991),501.
- (8) M.Manzan, G.Comini, Commun. in Numer. Meth. Engng., **11**(1995), 33.
- (9) A.C.Marcela, Commun. in Numer. Meth. Engng., **14**(1998), 697.