

狭帯域周波数外乱に対するアクティブ振動絶縁制御*

千田 有一^{*1}, 石原 義之^{*2}, 翁 拓也^{*2}
古川 亮^{*3}, 大富 浩一^{*3}Active Vibration Isolation Control for Narrow-Band
Frequency DisturbancesYuichi CHIDA^{*4}, Yoshiyuki ISHIHARA, Takuya OKINA,
Ryou FURUKAWA and Koichi OHTOMI^{*4} Department of Mechanical Systems Engineering, Shinshu University,
4-17-1 Wakasato, Nagano-shi, Nagano, 380-8553 Japan

In this paper, we consider a vibration isolation control problem in case that narrow-band frequency disturbances are applied to a system. Though the velocity feedback control with notch filters is helpful for attenuation of the narrow-band disturbances, the parameter tuning of a controller is somewhat difficult because the vibration isolation performance is dramatically change according to slight changes of controller parameters. In this paper, we consider the vibration isolation control problem motivated by a rotating machine in space. We make a system model by system identification experiments, and a controller is designed by a frequency shaping method based on the H_∞ control. Control experiments were carried out successively, and it is verified that the controller provides the expected performances.

Key Words: Vibration Isolation, H_∞ control, Frequency Shaping, System Identification, Subspace Method, Controller Reduction

1. はじめに

本論文では、アクティブ振動絶縁制御問題にたいする、フィードバック制御系の設計について考える。具体的には、系の共振周波数と異なる周波数領域での強制振動外乱が加わった状況下において、フィードバック制御のみによって振動絶縁性を高める方法について検討する。システムに特定周波数（狭帯域周波数）の強制振動外乱が加わる場合には、外乱周波数でゲインを下げたノッチフィルタが効果的であると言われていた⁽⁶⁾。しかしながら、ノッチフィルタのディップ周波数と振動抑制される周波数は必ずしも一致せず、ディップの深さに比例して絶縁性能が高まるものでもない^(1,2,3)。そのため、意図した性能を出すためには、試行錯誤による制御器のパラメータ調整が不可欠となり見通しも悪い。これに対して、 H_∞ 制御などによれば、閉ループ伝達関数の周波数整形が可能であるため、振

動絶縁性能を直接的に調整できる。そのため、狭帯域外乱にたいする性能も容易に向上可能であると予想される。ただし、その場合の H_∞ 制御器は、結果的に制御対象のゲイン、位相情報を積極的に利用した形になるので、制御対象の精度の良いモデリング・同定が非常に重要となる。機械振動系の実験的モデリング手法としては、ランダム加振によって得られたデータを基に、ARXモデルを仮定した最小2乗同定法が効果的である。しかしながら、設定するARXモデルの次数は、物理モデルから予想される次数より非常に高次元となる傾向があること、制御対象が多入出力系であったとしても、それぞれの入出力に対応する一入出力系としての伝達関数が推定されるために極が共通化されないなどの問題がある。これに対して、部分空間法による同定では、システムの状態方程式の行列が求められるので、多入出力系の同定に有効であると予想される⁽⁸⁾。

本稿では、多入出力系である回転型の振動絶縁制御実験装置を対象とし、アクティブ振動絶縁制御のための適切な同定・制御のアプローチについて提案する。本稿で想定しているような制御問題は、文献(4)で述べられている宇宙システムにおける機械振動系でのニー

* 原稿受付 2004年7月20日。

^{*1} 正員, 信州大学工学部機械システム工学科(☎380-8553 長野市若里4-17-1)。^{*2} 信州大学大学院工学系研究科。^{*3} 正員, (株)東芝研究開発センター(☎212-8582 川崎市幸区小向東芝町1)。

E-mail: chida@shinshu-u.ac.jp

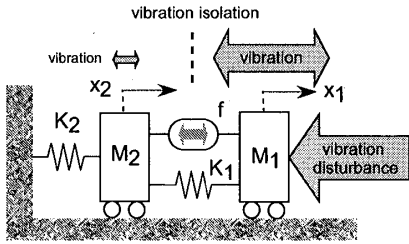


Fig.1 Controlled System

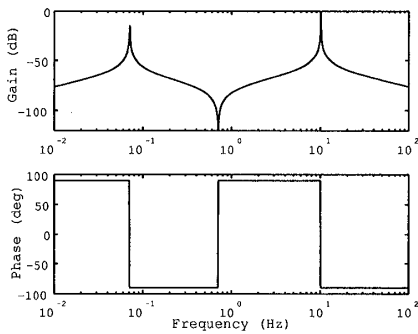


Fig.2 Bode Plot of Controlled System

ズが動機となっている。そこでは、限られたリソースで制御系を構築する必要があるため、簡便で正確なモデル化、および制御系の設計方法手法が望まれている。まず、ランダム加振による同定実験を行い、ARXモデルを仮定した同定法と部分空間法による同定結果を比較検討して制御系設計モデルを構築する。さらに、そのモデルに基づいて H_∞ 制御器を設計し、制御実験によって振動絶縁性能を評価する。

2. 振動絶縁制御問題

2.1 狭帯域外乱に対する振動絶縁制御問題

図1を例に説明する。マス1 (M_1) とマス2 (M_2) はバネとアクチュエータで結合されており、マス1には外部から振動外乱が加わっている。考える問題は、マス1に加わる振動外乱の影響をマス2に伝達しないように振動絶縁することである。そのため、マス1と2の間に用意したアクチュエータを用い、マス1とマス2の相対速度フィードバックによるアクティブ制御を行う。その際、制御系には振動絶縁効果と同時に、共振モードに適切な減衰を加えることが要求される。図1の系の運動方程式は、

$$M_1 \dot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) = f + d \quad (1)$$

$$M_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2 + K_1(x_2 - x_1) = -f \quad (2)$$

となる。ただし、 $M_1 = 2000, M_2 = 10$ はマスの質量、 $K_1 = 400, K_2 = 4 \times 10^4$ はバネ定数である。 f は制御力であり、相対速度 $y = x_1 - x_2$ が観測可能とする。 f から y までの周波数応答は図2に示す。また、 d はマス

1に加わる振動外乱であり、簡単のために1[Hz]の単一周波数とし、 A を振幅として $d = A \sin(2\pi t)$ と表す。いま、 $C(s)$ を制御器とする制御則 $f = -C(s)(x_1 - x_2)$ によって以下の制御系設計目標について考える。

制御系設計目標

1. 系の各振動モードに適切な減衰を付加する。
2. 狭帯域外乱の影響を除去し、振動を絶縁する。

2.2 古典的な方法の問題点

典型的な制御方法としては、 $C(s)$ としてローパスフィルタやノッチフィルタを用いた場合などが考えられる。そこで、以下のような制御器を比較する。

制御器 (a): ローパスフィルタ

$$C(s) = \frac{\alpha}{\tau s + 1}, \quad \alpha = 1000, \tau = 1/2\pi \quad (3)$$

制御器 (b) & (c): ローパス+ノッチフィルタ

$$C(s) = \frac{\alpha}{\tau s + 1} \prod_{i=1}^2 \frac{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (4)$$

ただし、 $\alpha = 1000, \tau = 1/2\pi, \omega_1 = 1.8\pi, \omega_2 = 1.7\pi, \xi_1 = \xi_2 = 0.02, \zeta_1 = \zeta_2 = 0.5$ (制御器 (b) の場合)、 $\zeta_1 = \zeta_2 = 1.0$ (制御器 (c) の場合) である。制御器の周波数応答は図3に示す。制御器 (b), (c) は、ノッチフィルタの併用によって1[Hz]での振動絶縁効果を高めることを狙っている。また、制御器 (c) のディップの深さは制御器 (b) より深くしており、より絶縁効果を高めることを目論んでいる。これに対し、 d から x_2 までのゲイン線図である図4によれば、制御器 (b), (c) は制御器 (a) よりも1[Hz]での振動絶縁効果が高まっているものの、制御器 (c) はディップ周波数が1[Hz]から大きくずれてしまうため、必ずしも (b) より性能が向上していない。また、図3と図4のディップの周波数は一致していないため、所望の周波数で絶縁性能を高めるためには、制御器のディップ周波数を試行錯誤で調整する必要がある。したがって、振動外乱周波数が複数ある場合などは調整が極めて難しくなる。また、系の共振モード周波数と狭帯域外乱の周波数が近接しているような場合には、安定化との両立が非常に難しくなる^(1,2,3)。これに対して、 H_∞ 制御などを用いると、振動絶縁性能が直接的に周波数整形できるため、見通しの良い設計が可能である^(1,2,3)。

3. 制御対象

3.1 実験装置の概要

図1のシステムを回転型で模擬した系を実験装置として構築した。装置概略を図5に示す。上部のイナーシャ J_2 は壁面とバネ K_2 を介して結合されている。また、上部イナーシャ J_2 と下

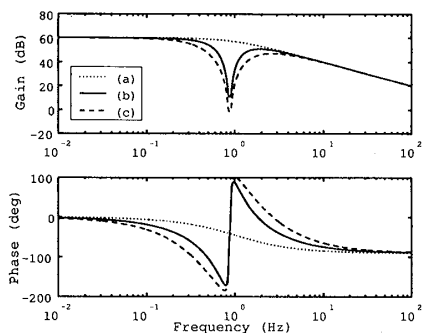
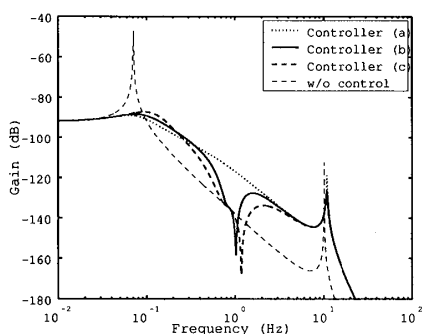
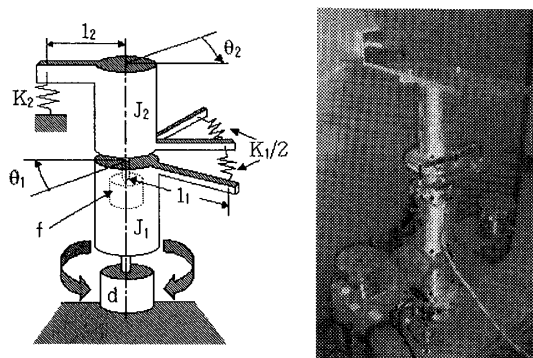
Fig.3 Bode Plot of Conventional $C(s)$ Fig.4 Gain from d to x_2 

Fig.5 Experimental System

部のイナーシャ J_1 との間は、バネ K_1 、制御トルク f を介して結合されており、イナーシャ J_1 には最下部に設置したモータによって外乱トルク d が加わる。上部モータ、下部モータの粘性摩擦係数をそれぞれ C_1, C_d とする。回転角度 θ_1, θ_2 の定義は図に示した通りの絶対角度であるが、フィードバック信号には J_1 と J_2 の相対角度である $\theta_1 - \theta_2$ のみ利用可能であるとしておく。運動方程式は次式となる。

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + K_1 l_1^2 (\theta_1 - \theta_2) + C_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + C_d \dot{\theta}_1 = f + d \quad (5)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + K_2 l_2^2 \theta_2 + K_1 l_1^2 (\theta_2 - \theta_1) + C_1 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = -f \quad (6)$$

ただし、 l_1, l_2 は回転軸からバネまでの距離である。 d は狭帯域振動外乱であるが、簡単のために $3[\text{Hz}]$ の単一周波数とし、 A を適当な振幅として $d = A \sin(6\pi t)$

と表されるとしておく。次式で表される制御系によって、前節で示した制御系設計目標を達成することを考える。ただし、 $C(s)$ はフィードバック制御器である。

$$f = -C(s)(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \quad (7)$$

3.2 実験装置の構成 制御実験システムはPCをベースに構築している。回転角はエンコーダで検出し、カウンタボードを介してPCに取り込む。制御演算はPC内で処理しており、制御周期は $10[\text{msec}]$ である。制御演算の処理後、D/Aボードを介してモータドライバに指令電圧を加え、サーボモータを駆動する。フィードバック制御では $\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$ を用いるが、角速度信号はエンコーダによる相対角度を数値微分によって作成している。制御演算等によって位相遅れが発生するが、それらはシステム同定時に一括してモデル化する。制御器は連続時間ベースで設計し、それを双一次変換によって離散化することにより、PC内に実装している。

4. システム同定によるモデル化

4.1 同定実験 制御対象のモデル化はシステム同定実験による方法を用いる。制御対象は、外乱まで入力と考えると、 d と f の2入力、 $\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$ と θ_2 の2出力系となっている。この系の周波数応答の概略は机上モデルから予測できる。その結果、振動モードは2つあり、 $0.65[\text{Hz}]$ と $9.1[\text{Hz}]$ に存在することが分かった。そこで、同定周波数は両者の周波数帯域を含ませる必要性から、 $0.1 \sim 50[\text{Hz}]$ を同定周波数帯域と考えた。このような低周波数からの周波数特性を同定するために、ランダム加振による方法を用いることにした。また、加振用のランダム信号としては、広く用いられているM系列信号を用いる⁽⁷⁾。本実験では15段のシフトレジスタを用いてM系列を発生させた。その場合、1周期は $327.67[\text{sec}]$ であるので、 $0.1[\text{Hz}]$ の同定には十分なランダム信号となっている。同定実験は、外乱 d と制御トルク f を同時にM系列によって加振することによりデータ取得した。その際、 d と f では、シフトレジスタの初期値を変えることにより、両者の信号を無相関とした。また、M系列の発生周期は制御周期と同様に $10[\text{msec}]$ とした。取得したデータは θ_2 と $\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$ である。同定実験で取得したデータの一例を図6に示す。

4.2 同定結果 同定方法として、ARXモデルを仮定した最小二乗法と部分空間法の2つの方法を比較する。いずれの方法もMatlabのSystem Identification Toolboxを利用して計算している。

1) ARXモデルを仮定した最小二乗同定

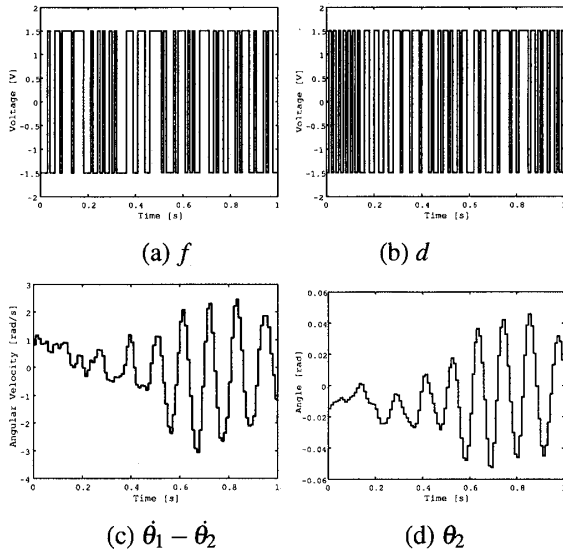


Fig.6 Input and Output Data of Identification Experiments

d , f を入力, $\theta_1 - \theta_2$, θ_2 を出力とする 4 つの伝達関数はそれぞれ別々に同定される. ARX モデルの次数は 70 次と仮定した. それ以上の次数を仮定しても, 同定結果に改善は見られず, 逆に次数を下げると周波数応答に劣化が見られたため, 70 次程度が妥当であると判断した. 同定結果は図 7 の破線で示している. 図 7 の点線は, 物理モデルに設計時のパラメータを用いて, 計算機シミュレーションによって求めた結果である.

2) 部分空間法による同定

部分空間法によれば, 状態方程式の行列が直接推定できるため, 多入出力系であっても極の共通性を保ったままモデル化が可能である (8). 得られた同定結果は図 7 の実線に示す. ARX の結果と比較すると, ほぼ同様の結果になっている. ただし, 制御モデルの次数は 7 次元としており, 物理モデル (パディ近似による位相遅れを含む) から考えた伝達関数とさほど次数の違いが無い. また, 4 つの伝達関数の極は共通化されているので, その意味からも非常に扱いやすいモデルとして同定されている. 同定結果から明らかなように, システムの 1 次振動モードの固有振動数は 0.65 [Hz], 2 次振動モードの固有振動数は 9.13 [Hz] であることが分かる. 以下の制御系設計には, 部分空間法による同定モデルを用いることにした. ただし, 同定結果は離散時間モデルであるので, Tustin 変換によって連続時間モデルに逆変換したモデルを制御系設計モデルとして利用した.

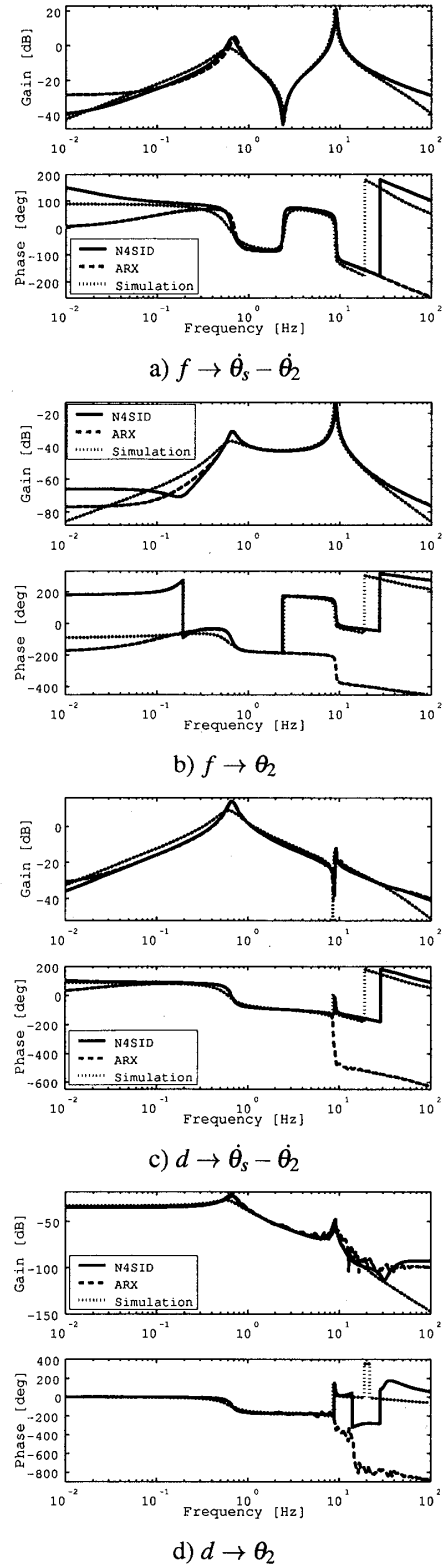


Fig.7 Bode Plot of Identified Transfer Functions

5. 制御器の設計

5.1 H_∞ 制御による周波数整形 制御器は H_∞ 制御を用いて設計する. H_∞ 制御によれば, 振動外乱 d から出力 θ_2 までの閉ループ伝達関数を直接的に整形

できるため、振動絶縁性能を直接的に指定できる。ただし、考える制御問題は速度フィードバック制御であるため、位置制御の場合と閉ループ伝達関数の概形が大きく異なる。そのため、重み関数の設定においても、位置制御問題における常識的な重みとは異なった周波数特性となるので注意が必要である。例えば、速度制御系の場合には制御対象が $s=0$ に零点をもつので、感度関数や相補感度関数について $S(0)=1$, $T(0)=0$ となる。したがって、低周波数帯域でも感度を下げることができない。用いた拡大形は図 8 に示す。図 8 において、 $P(s)$ は制御対象、 $C(s)$ は制御器、 $W_n(s)$, $W_r(s)$, $W_s(s)$ は重み関数、 ε は定数重みである。 d は振動外乱、 $u=-f$ は制御トルク、 $y_1=\theta_2$, $y_2=\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2:=y$ は制御出力である。設定した重み関数は以下である。

$$W_r(s) = \frac{9.0 \cdot 10^3 (s+10)^2 (16.666s+1)}{(s+1000)^2 (50s+1)} \quad (8)$$

$$W_n(s) = \frac{0.28125(s+0.1) s^2 + 263.89s + 355.30}{s+100} \frac{s^2 + 628.32s + 9.8696 s^2 + 5654.9s + 3197.7}{s^2 + 0.1885s + 355.30} \quad (9)$$

$$W_s(s) = \frac{40(0.4s+1) s^2 + 380.44s + 2953.8}{20s+1} \frac{s^2 + 3.1416s + 9.8696 s^2 + 197.92s + 3197.7}{s^2 + 2.1740s + 2953.8} \quad (10)$$

$$\varepsilon = 10^{-1.65} \quad (11)$$

重み関数のゲイン線図を図 9 に示す。 d から $y_1=\theta_2$ までの閉ループ伝達関数が振動絶縁性能を表す。そこで、重み関数 $W_n(s)$ に 3[Hz] のピークゲインを持たせ、その周波数での振動絶縁効果を高めた。 $W_s(s)$ は 2 次振動モードに適当な減衰を付加するため、2 次振動モードの固有振動数である 9.13[Hz] でピークゲインを持つように設定している。振動絶縁効果を高周波数帯域で劣化させないためには、その周波数帯域でフィードバック制御ゲインを下げる必要がある。そのため、 $W_r(s)$ については高周波数帯域でゲインを上げ、制御ゲインが上がるのを抑制している。一方、 ε は、0[Hz] における感度関数の制約を侵さないため、つまり、 $|S(0)| \ll 1$ とするために設定している。以上によって H_∞ 制御問題を設定し、制御器を求めた。 H_∞ 制御問題は、よく知られているように $\|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma < 1$ とする制御器 $u=C(s)y$ を見つける問題である。ただし、 $G_{zw}(s)$ は w から z までの閉ループ伝達関数である。一般化プラントを構成し、Matlab の μ -synthesis toolbox を用いて解を求めた。その結果、 $\gamma=0.98$ で解くことができ、20 次元の制御器が得られた。図 10 は制御器のボード線図である。

5.2 制御器の低次元化 得られた H_∞ 制御器は、制御装置に実装するには次数が高いため、低次元化を行う。用いた方法は、周波数応答データに基づいて次数を下げる方法である⁽⁵⁾。この方法の概略を以下に示す。まず、低次元制御器を $C_r(s) := \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$ としておく。基本方針は、フルオーダーの制御器を用いた一巡伝達関数 $L_m(s) = P(s)C(s)$ を規範モデルと考え、 $L_m(s)$ に $L(s) = P(s)C_r(s)$ の周波数応答がマッチングするように $d_c(s)$ と $n_c(s)$ の係数を決めるというものである。良い近似ができれば、周波数応答は劣化しないので所望の絶縁性能が確保できる。低次元制御器による一巡伝達関数と $L_m(s)$ との誤差として次式を考える。

$$E(j\omega) = \frac{d_c(j\omega)}{d_q(j\omega)} \left(L_m(j\omega) - P(j\omega) \frac{n_c(j\omega)}{d_c(j\omega)} \right) \quad (12)$$

$$= \frac{L_m(j\omega)d_c(j\omega)}{d_q(j\omega)} - \frac{P(j\omega)n_c(j\omega)}{d_q(j\omega)} \quad (13)$$

$$=: E^r(\omega) + jE^i(\omega) \quad (14)$$

ここで、 $d_q(s)$ は設計者が指定する多項式であり、 $\frac{d_c(s)}{d_q(s)}$ は重み関数となっている。式(14)は $d_c(s)$, $n_c(s)$ の係数に関して線形となっている。そこで次式の評価関数

$$J = \sum_{k=1}^N [E^r(\omega_k), E^i(\omega_k)] \begin{bmatrix} E^r(\omega_k) \\ E^i(\omega_k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

を考えると、 J を最小化する解が容易に求められる⁽⁵⁾。ただし、 ω_k は規範モデルと低次元モデルをマッチングさせる周波数帯域における周波数であり、マッチング周波数帯域を適当な刻みで分割した離散的な周波数データである。結果として、その周波数における $L(j\omega_k)$ が合致するように制御器が決められる。

以上の方法によって制御器を低次元化した。マッチングさせる周波数帯域を 0.1[Hz] から 30[Hz] とし、300 点の周波数応答データに基づいて計算した。ただし、上記手順を $d_q(s)$ を修正パラメータとした 3 回のイタレーションによって $C_r(s)$ を求めている。つまり、 $d_q(s)$ の初期値を $d_q(s)=1$ とし、得られた $d_c(s)$ を次回の $d_q(s)$ と設定して再度計算を行った。その結果、9 次元の制御器が得られた。低次元制御器を図 10 の破線で示す。図から明らかのように、低次元制御器はフルオーダー制御器とほとんど差が無く、性能の劣化が避けられていることが分かる。

5.3 設計された制御器の性能評価 計算機シミュレーションによって、設計した制御器の性能を確認する。振動絶縁性能は図 11 に示す。 d から θ_2 までの閉ループ伝達関数は実線で示されている。3[Hz] における振動絶縁性能は重み関数 $W_n(s)$ で指定した通り、望ましい性能となっている。点線は無制御時の周波数応

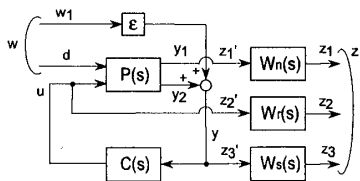


Fig. 8 Augmented System

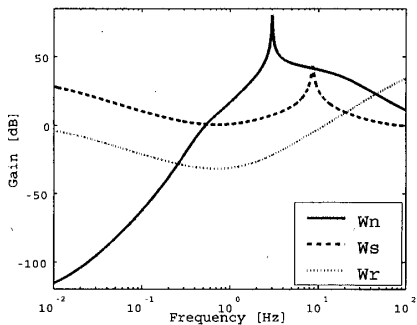


Fig. 9 Weighting Functions

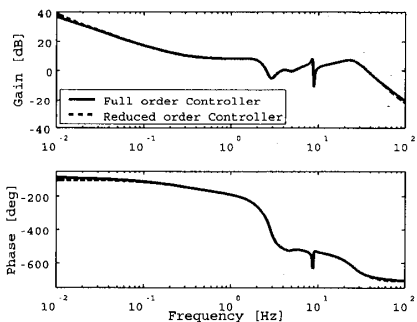
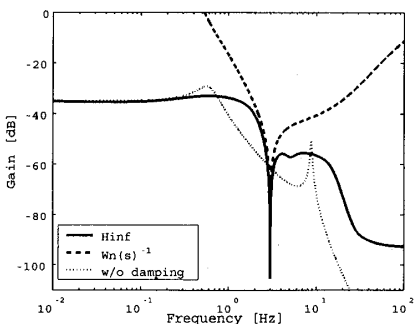
(W_n:solid, W_s:dashed, W_r:dotted)Fig. 10 H_∞ Controller

Fig. 11 Vibration Isolation Performance

(Solid: H_∞ , Dashed: $|W_n(j\omega)|^{-1}$, Dotted: $|P(j\omega)|$)

答であるが、制御しない場合に比較しても振動絶縁性能が大幅に改善されている。

6. 制御実験結果

6-1 周波数応答の測定 システム同定手法によって閉ループ系の周波数応答を求めた。同定実験方法は

制御対象の同定を行った方法と同様であり、M系列を用いてシステムを加振し、部分空間法を用いて伝達関数を求めた。図12に d から θ_2 までの同定結果を示す。破線は計算機シミュレーション結果である。図より所望の結果になっていることが分かる。よって、本稿の手順によって、所期の性能を示す制御系が設計できたことが確認できた。

6-2 時間応答の測定 3[Hz]の正弦波外乱を加えたときの θ_2 の応答を図13に示す。 H_∞ 制御器による実験結果が実線であり、点線は計算機シミュレーション結果である。図より、振動絶縁効果が得られていることが確認できる。比較の対象として、定数フィードバックやノッチフィルタ(古典的な方法で最良の性能となるようにチューニングした4次のフィルタ)を制御器とした場合の実験結果を図14に示す。定数フィードバック制御の場合(図中破線)は、振動外乱の絶縁効果が小さいために振動が絶縁されていない。一方、ノッチフィルタを用いた場合には絶縁効果が向上しているが、制御対象の共振周波数に近いために制御器のパラメータチューニングが難しく、これ以上性能が向上する安定化制御器は設計出来なかった。

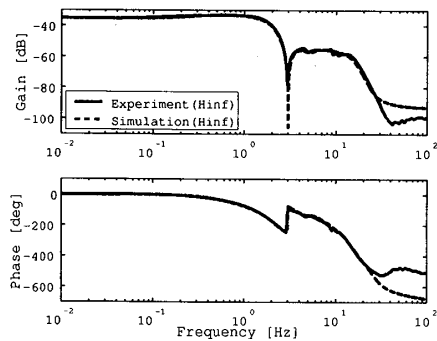
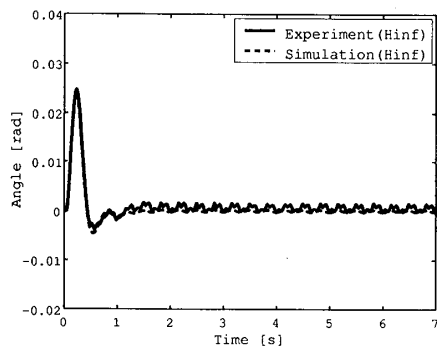
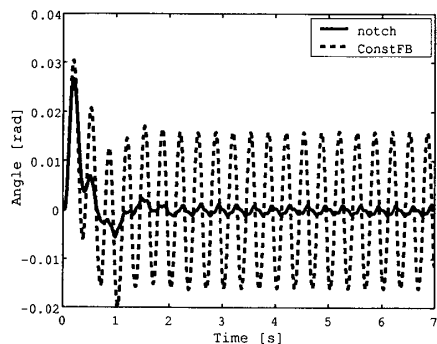
7. まとめ

本稿では、狭帯域周波数の外乱を想定した振動絶縁制御系の設計方法について考え、システム同定によるモデル化から制御器設計までを一貫して行った。その結果、部分空間法によるシステム同定によって、扱いやすいモデルを容易に得ることが出来、 H_∞ 制御による直接的な周波数整形によって、振動絶縁効果を高めた制御器がシステムティックに得られることを確認した。設計した制御器は実験によって検証しており、計算機シミュレーションによる予測結果とほぼ同様の結果を得ることが出来た。本稿で用いた方法は、実用的な設計方法として有効であると言える。最後に、有益なコメントを頂いた、校閲委員の方々に感謝致します。

文 献

- (1) Chida, Y. and Y. Ishihara, "Vibration Isolation Controller Design by Frequency Shaping with Pole Placement Constraints", 2004 IEEE International Conference on Control Applications, (2004), pp. 412-417.
- (2) 石原, 千田, "振動絶縁制御系の設計に関する一研究", 第20回誘導制御シンポジウム資料, (2003), pp. 19-22.
- (3) 石原, 千田, "周波数成形によるアクティブ振動絶縁制御", D&D2003, 116, 2003.
- (4) F. Otsuki, H. Uematsu, Y. Nakamura, Y. Chida, O. Nishimura, K. Ohtomi & M. Tanaka, "Vibration Isolation Control of Centrifuge Rotor", Proc. of the 5th International Conference on Motion and Vibration Control, (2000), pp. 415-420.

- (5) 千田, 重政, “周波数モデルマッチングによる制御器の低次元化”, 計測自動制御学会論文集, **34-7**, (1998), pp. 660-665.
- (6) Sievers, L.A. and A.H. von Flotow, “Linear Control Design for Active Vibration Isolation of Narrow Band Disturbances”, *Proc. of the 27th CDC*, (1988), pp. 1032-1037.
- (7) 足立修一, ユーザーのためのシステム同定理論, コロナ社, 1993
- (8) 佐野昭, “制御のためのシステム同定と部分空間法”, *SICE* セミナー「制御のためのシステム同定」テキスト, (2002)

Fig. 12 Frequency Response ; $d \rightarrow \theta_2$ Fig. 13 Time Response (H_∞ controller)
(Solid:experiment, Dashed:simulation)Fig. 14 Time Response (Conventional Controllers)
(Solid:notch filter, Dashed:constant FB)