

年降水量に対応する確率分布の種類の変遷

寒川典昭*・林 久志**

(平成11年5月15日受理)

Secular Change of Type of Probability Distribution Matching Annual Precipitation

Noriaki SOGAWA* and Hisashi HAYASHI**

A conventional nonstationary hydrological frequency analysis has fixed the type of a probability distribution, and has changed the parameters of the probability distribution depending on time. This study focuses the change of the type of the probability distribution. The data used are the annual precipitation of Nagano, Matsumoto, Iida, Suwa and Karuizawa which are weather offices in Nagano prefecture. A normal distribution and a 2 parameter logarithmic normal distribution were adopted as object probability distributions. An AIC is the judgment criterion whether the probability distribution is good or bad. The results obtained said that a minimum AIC distribution translated the logarithmic normal distribution into the normal distribution at Nagano, Iida and Karuizawa. The fitting of the both distributions to the histogram of moving partial data was accurate enough for practically. Therefore, the hydrological variable was estimated for each moving partial data in non-exceedance return period 5, 10, 20 and 30 years. The time series of this hydrological variable had an increase trend at Matsumoto and a decrease trend at the other weather offices.

1. はじめに

現在、水文量の頻度分析が取り組まなければならない大きな課題は2つある。それは、水文量の等質性の問題と定常性の問題である。

水文量の等質性とは、水文量が1つの母集団からえられたものと見なすことができる性質である。従って、この仮定は厳密には成立しない場合が多い。例えば、治水計画に用いられる年最大1, 2, 3日降水量を考えると、それは、前線、低気圧、台風、及びそれらが複合したものからなっている。ところが、これらの降水量を頻度分析する時、それらを同一の母集団から得られたものと見なしている。寒川等¹⁾はこの問題に対処するために、降水量をそれをもたらした気象原因別に分離して頻度分析することを試みている。このように対処することにより、降水量の等質性は高まっているが、しかし、複合した原因の取り扱いに問題を残している。また、月、季節、年降水量等はどのようにして等質性を高めれば良いのか未解決である。実用的にどこまで等質性を要求するのかという問題を含め、

*社会開発工学科 助教授

**常盤工業(株)

この問題は、まだ緒についたばかりである。

一方、水文量の定常性とは、厳密に言えば、任意時点で水文量の母集団の任意次数の統計モーメントが一致することであるが、水文量の頻度分析の立場から見れば4次モーメント程度まで一致すれば良からう。ところが、水文量時系列には一般にこの定常性の仮定が成り立たない場合が多々見受けられる。寒川等^{2~4)}は従来長野県内の観測所における月、年、年最大1, 2, 3日降水量を分析してきているが、多くの場合そこには非定常性が存在する。また、古期水文学の分野で復元された水文量には非定常性が存在するが多い^{5~7)}し、EPAレポート⁸⁾によると、地球の温暖化は降水の時系列パターンに変更をもたらすことを指摘している。このような現状に対処するために、寒川等^{2~4),9,10)}は、母集団と仮定した確率分布のパラメータが時間に依存するという立場から非定常頻度分析法を提案し、その手法を月降水量、年降水量、年最大1, 2, 3日降水量に適用して、その有効性を確認した。しかしながら、ここでは、月降水量は対数正規分布に、年降水量は正規分布に、年最大1, 2, 3日降水量はグンベル分布に従うと仮定して、確率分布の型は時間に依存しないとして取り扱ってきたが、その保証はどこにもない。従って、本稿では年降水量を取り上げ、確率分布のパラメータはもちろんのこと、確率分布の種類も経年的に変化しているかどうか検討したので、その結果について報告する。

2. 用いた確率分布とデータ

2.1 用いた確率分布

ここでは、年降水量が従う母集団の候補として、その可能性の大きい正規分布と2母数対数正規分布（以下、対数正規分布と呼ぶ）を用いた。確率変数を x としたとき、正規分布と対数正規分布の確率密度関数は、それぞれ(1), (2)式で与えられる。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (1)$$

ここに μ , σ はパラメータである。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right\} \quad (0 < x < \infty) \quad (2)$$

ここに μ_y , σ_y はパラメータである。

2.2 用いたデータ

用いたデータは Table 1 に示す通りである。長野では109個、松本・飯田では100個、

Table 1 The used data

Weather offices	Section of data	Number of data	Moving partial data
Nagano	1889~1997	109	k=1~79
Matsumoto	1898~1997	100	k=1~70
Iida	1898~1997	100	k=1~70
Suwa	1945~1997	53	k=1~23
Karuizawa	1926~1997	72	k=1~42

諏訪では53個、軽井沢では72個の年降水量を採用している。これが各観測所で記録が残っている最大の長さである。移動部分標本とは、31個単位で1年ずつ移動させた標本の集合である。例えば長野の場合、 $k=1$ とは1889年から1919年の31個のデータ、 $k=2$ とは1890年から1920年の31個のデータ、...、 $k=79$ とは1967年から1997年の31個のデータである。ここで、移動部分標本の長さは、あまり短すぎると確率水文量が安定せず¹¹⁾、あまり長すぎると非定常性が判断し難くなるため、両者の折り合いのつく長さとして31個を採用した。

3. 確率分布の良否の検討

3.1 AICの算定法

モデル（ここでは、確率分布）を評価するとき、データへの適合度が良いことと、パラメータ数が多すぎないことの両者が要求される。この両者の調和をとって、最適なモデルを見つける指標の一つにAIC¹²⁾がある。AICは次式で算定される。

$$AIC = -2 \times (\text{モデルの最大対数尤度}) + 2 \times (\text{モデルの自由パラメータ数}) \quad (3)$$

(3)式で示されるAICが最も小さい値が最適なモデルである。ところで、本研究で用いたモデル、すなわち確率分布の自由パラメータ数は、(1)、(2)式で示したように、どちらも2個であるから、AICの優劣は確率分布の最大対数尤度で決まる。いま、データ x_1, x_2, \dots, x_n が得られたとき、正規分布、対数正規分布の最大対数尤度はそれぞれ次式で表される。

$$\ln L(\mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (4)$$

$$\ln L(\mu_y, \sigma_y^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma_y^2 - \ln \left[\prod_{i=1}^n x_i \right] - \frac{1}{2\sigma_y^2} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu_y)^2 \quad (5)$$

ここで、それぞれのパラメータ同定法は当然最尤法を用いている。

3.2 AICの結果と考察

ここでは、正規分布と対数正規分布のそれぞれの確率分布から得られたAICの値から最適な確率分布を見つけ出す。長野県内の5つの気象官署について、上述の2個の確率分布のAICの値をTable 2～Table 6に示す。

長野では $k=1 \sim 39$ では対数正規分布の方がほぼ小さな値をとり、 $k=40 \sim 79$ では正規分布の方がほぼ小さな値をとった。松本では $k=1 \sim 70$ のほとんどで正規分布の方が小さな値をとった。飯田では $k=1 \sim 29$ では対数正規分布の方がほぼ小さな値をとり、 $k=30 \sim 70$ では正規分布の方がほぼ小さな値をとった。諏訪では $k=1 \sim 23$ の全てで正規分布の方が小さな値をとった。軽井沢では $k=1 \sim 34$ では全て対数正規分布の方が小さな値をとり、 $k=35 \sim 42$ では全て正規分布の方が小さな値をとった。

この結果、長野、飯田、軽井沢では、以前は対数正規分布の方が年降水量の確率分布モデルとして良いモデルであると言えることができるが、近年では正規分布の方が良い確率分布モデルであると言えることができる。松本、諏訪では、全ての対象期間を通じて正規分布の方が良い確率分布モデルであると言えることができる。以上より、長野県内の5つの気象官署において、良い確率分布の種類が移行してきている場合とそうでない場合のあることが分かった。

Table 2 The AIC (Nagano)

k	ND	LND
1	401.006	399.729
5	403.815	402.959
10	405.156	404.655
15	404.549	404.302
20	402.845	402.838
25	405.413	404.049
30	405.351	404.283
35	408.280	407.659
40	401.565	401.579
45	404.140	404.430
50	401.153	401.587
55	397.157	396.934
60	398.619	398.720
65	393.700	393.656
70	403.896	407.403
75	402.945	406.425

Table 3 The AIC (Matsumoto)

k	ND	LND
1	425.106	428.502
5	425.207	429.550
10	422.952	425.962
15	425.585	428.028
20	426.267	427.295
25	426.873	428.167
30	414.057	417.498
35	417.474	419.308
40	415.093	417.485
45	408.520	409.251
50	400.557	400.607
55	400.098	400.281
60	409.183	411.711
65	413.329	414.906
70	419.870	420.309

Table 4 The AIC (Iida)

k	ND	LND
1	435.019	435.771
5	434.766	434.645
10	427.158	426.790
15	429.047	429.019
20	433.773	432.624
25	432.256	431.188
30	433.902	434.025
35	439.221	439.211
40	438.601	438.995
45	431.907	431.930
50	427.234	427.668
55	422.906	421.761
60	434.468	436.593
65	437.761	438.148
70	440.733	441.729

Table 5 The AIC (Suwa)

k	ND	LND
1	414.324	415.407
5	412.109	412.263
10	419.656	426.384
15	429.416	434.069
20	431.677	437.465

Table 6 The AIC (Karuizawa)

k	ND	LND
1	432.997	431.853
5	432.464	430.514
10	432.764	430.930
15	431.489	429.947
20	426.859	425.217
25	425.177	423.569
30	420.416	420.272
35	413.997	414.886
40	419.141	420.767

4. ヒストグラムと確率分布の適合性

4.1 ヒストグラムへの正規分布の適合性

ヒストグラムへの正規分布の適合性を判断するために、移動部分標本毎にヒストグラムとそれに適合させた正規分布の確率密度関数のグラフを描いた。その枚数は長野では79枚、松本では70枚、飯田では70枚、諏訪では23枚、軽井沢では42枚である。

適合度の1例として、長野 ($k=1$) を Fig. 1(a)に、長野 ($k=41$) を Fig. 1(b)に、長野 ($k=79$) を Fig. 1(c)に、松本 ($k=1$) を Fig. 2(a)に、松本 ($k=41$) を Fig. 2(b)に、松本 ($k=70$) を Fig. 2(c)に、飯田 ($k=1$) を Fig. 3(a)に、飯田 ($k=41$) を Fig. 3(b)に、飯田 ($k=70$) を Fig. 3(c)に、諏訪 ($k=5$) を Fig. 4(a)に、諏訪 ($k=23$) を Fig. 4(b)に、軽井沢 ($k=1$) を Fig. 5(a)に、軽井沢 ($k=21$) を Fig. 5(b)に、軽井沢 ($k=42$) を Fig. 5(c)に示す。ヒストグラムは移動部分標本の長さが31個のため十分整っていない場合もあるが、

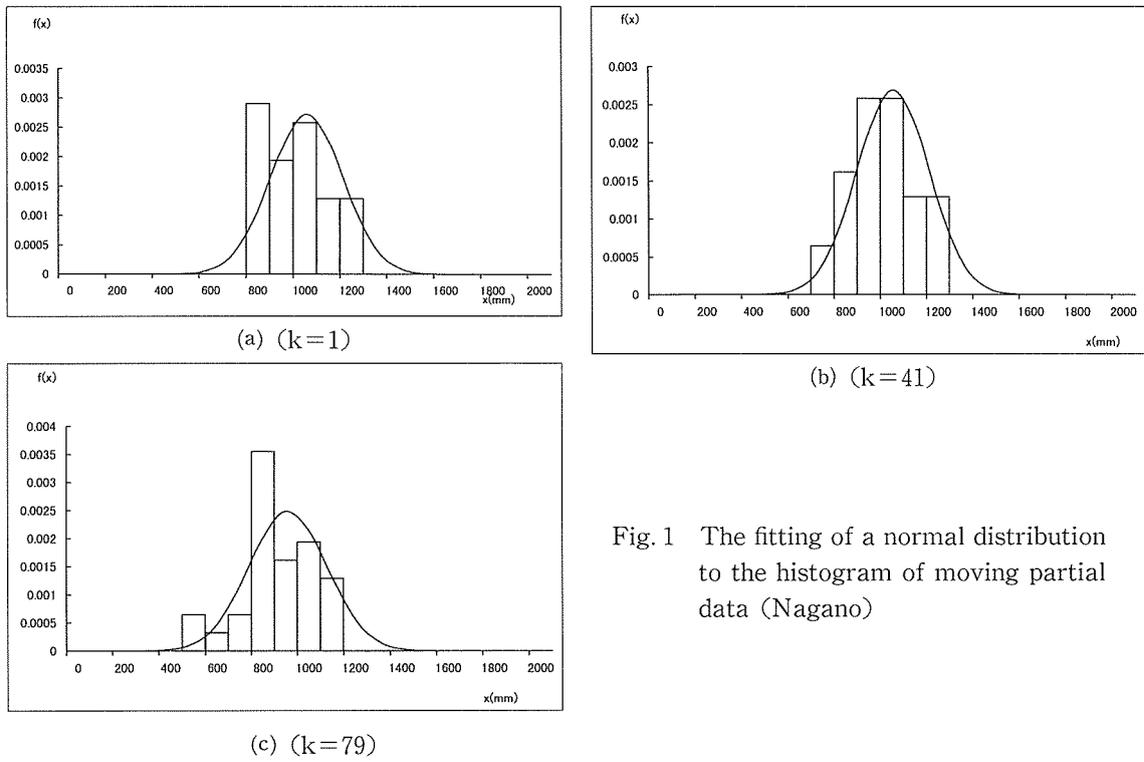


Fig. 1 The fitting of a normal distribution to the histogram of moving partial data (Nagano)

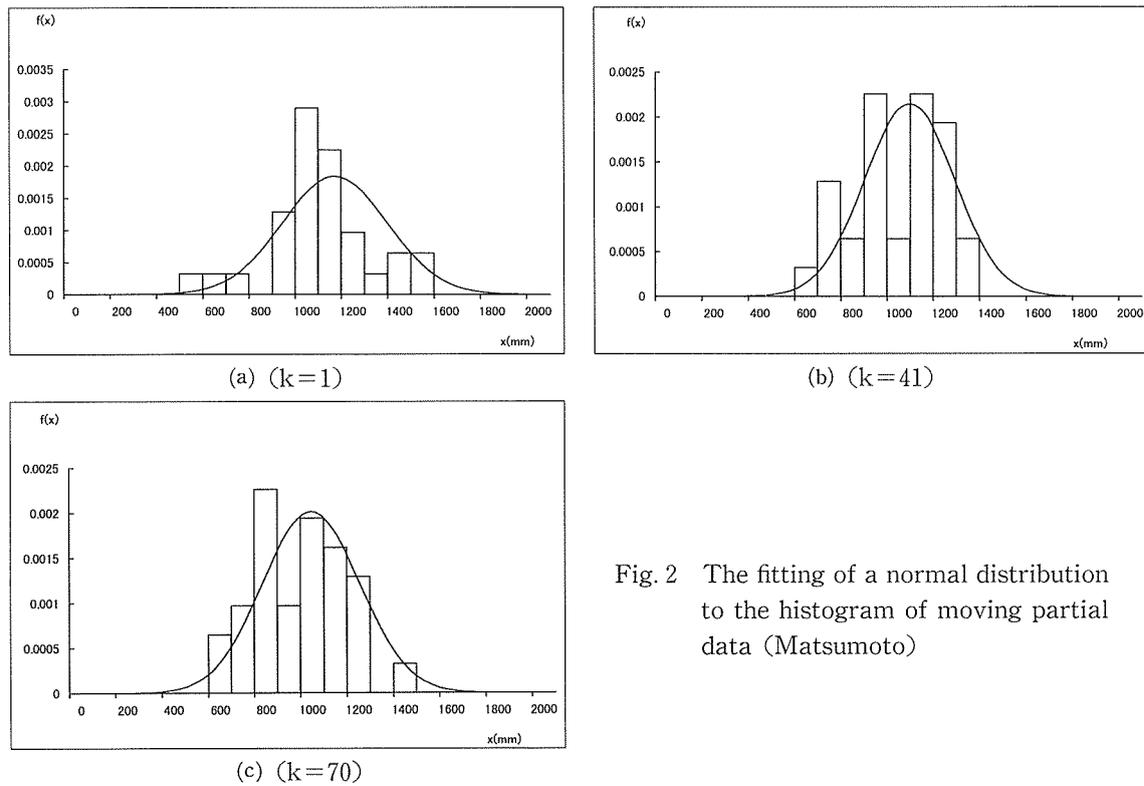


Fig. 2 The fitting of a normal distribution to the histogram of moving partial data (Matsumoto)

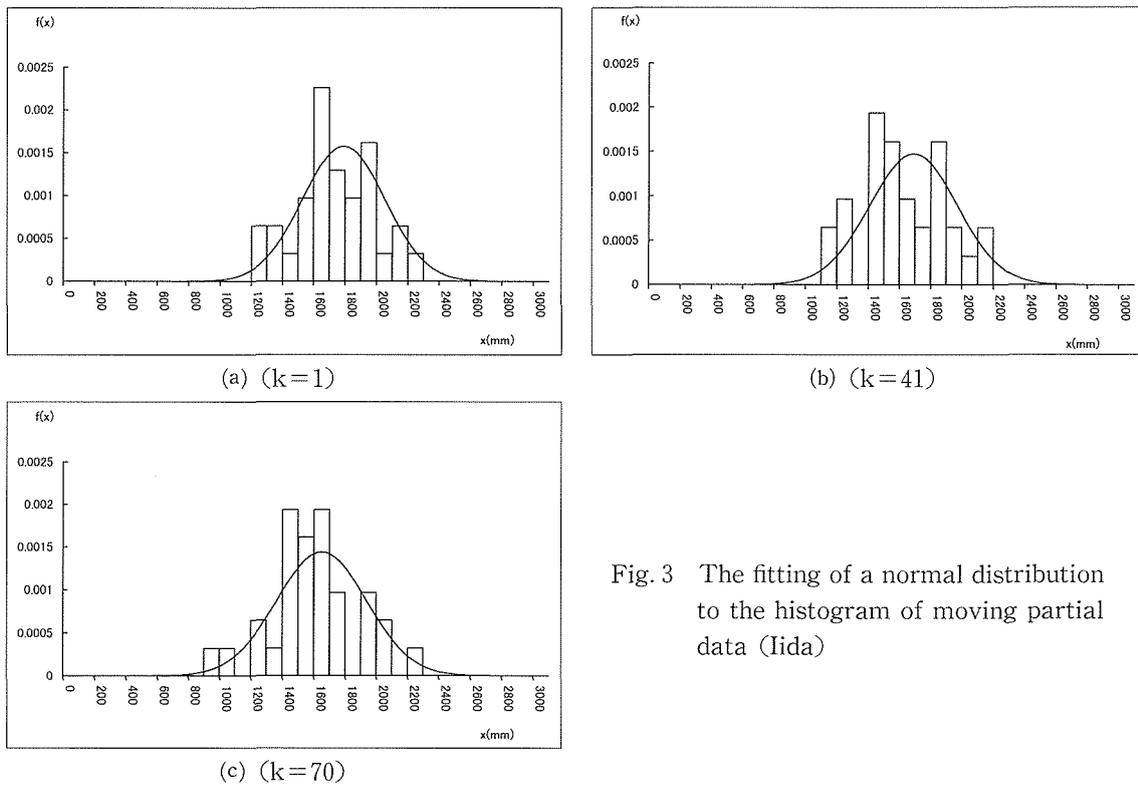


Fig. 3 The fitting of a normal distribution to the histogram of moving partial data (Iida)

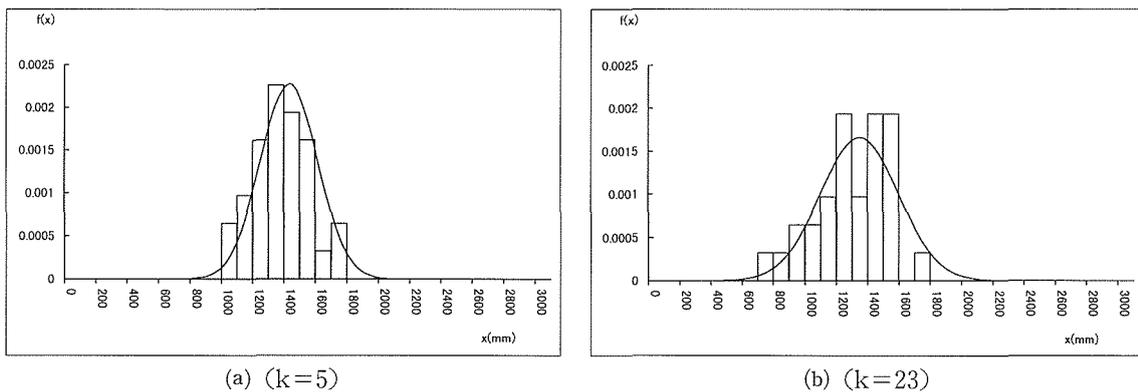


Fig. 4 The fitting of a normal distribution to the histogram of moving partial data (Suwa)

明らかに正規分布が不適合というグラフはなく、頻度分析をする上で十分良く適合していると思なすことができた。ただし、正規分布は左右対称の分布であるため、歪んだヒストグラムへの適合度が悪くなる点に注意しなければならない。

4.2 ヒストグラムへの対数正規分布の適合性

ヒストグラムへの対数分布の適合性を判断するために、移動部分標本毎にヒストグラムとそれに適合させた対数正規分布の確率密度関数のグラフを描いた。その枚数は長野では79枚、松本では70枚、飯田では70枚、諏訪では23枚、軽井沢では42枚である。

適合度の1例として、長野 ($k=1$) を Fig. 6(a)に、長野 ($k=41$) を Fig. 6(b)に、長野 ($k=79$) を Fig. 6(c)に、松本 ($k=1$) を Fig. 7(a)に、松本 ($k=41$) を Fig. 7(b)に、松本

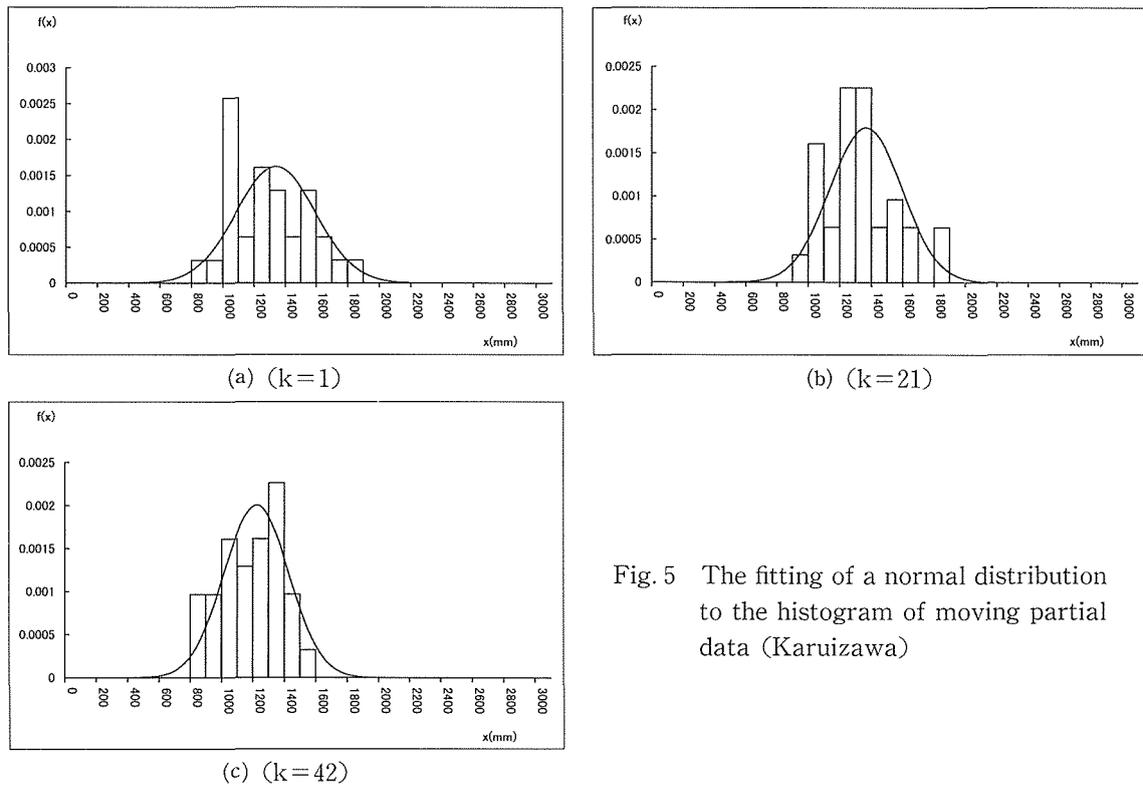


Fig. 5 The fitting of a normal distribution to the histogram of moving partial data (Karuizawa)

(k=70) を Fig. 7(c) に、飯田 (k=1) を Fig. 8(a) に、飯田 (k=41) を Fig. 8(b) に、飯田 (k=70) を Fig. 8(c) に、諏訪 (k=5) を Fig. 9(a) に、諏訪 (k=23) を Fig. 9(b) に、軽井沢 (k=1) を Fig. 10(a) に、軽井沢 (k=21) を Fig. 10(b) に、軽井沢 (k=42) を Fig. 10(c) に示す。ここでも、明らかに対数正規分布が不適合というグラフはなく、頻度分析をする上で十分良く適合していると見なすことができた。ただし、対数正規分布は正に歪んだ分布であるため、右裾にデータがない場合はその部分の適合度が悪くなる点に注意しなければならない。

なお、目視から正規分布と対数正規分布のどちらの方がヒストグラムへの適合度が良いかと言うことは判断し難かった。

5. 確率水文学の算定

5.1 正規分布による非超過確率水文学の算定

利水計画を実施するとき、非超過確率水文学が必要である。そこで、ここでは、非定常な正規分布を用いて、非超過リターン期間 5 年、10 年、20 年、30 年の非定常な非超過確率水文学を、5 つの気象官署毎に各 4 系列、合計 20 系列求めた。その結果、非定常な非超過確率水文学の経年変化は、長野では減少傾向、松本では増加傾向、飯田では減少傾向、諏訪では減少傾向、軽井沢では減少傾向になっていることが分かった。ただし、確率水文学の経年変化の変動は激しく、それを回帰した直線が減少・増加しているということである。Fig. 11 には長野の非超過リターン期間 30 年の非定常な非超過確率水文学の経年変化を示している。

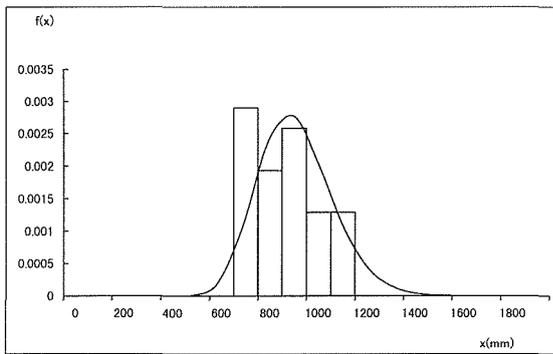
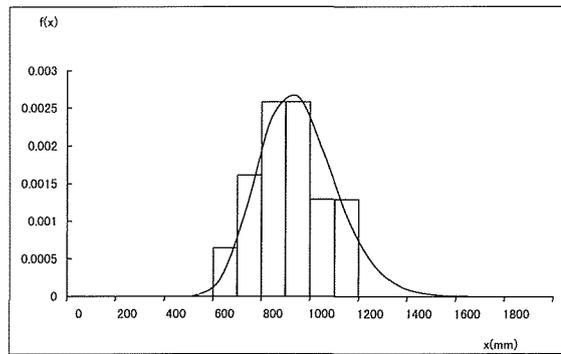
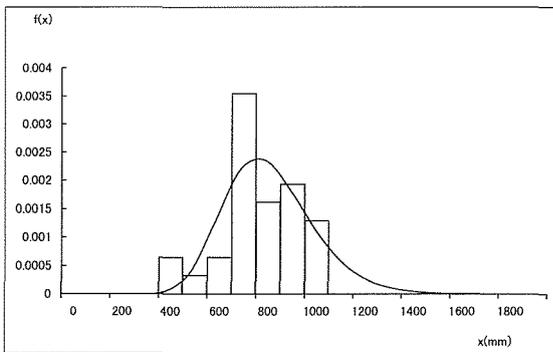
(a) ($k=1$)(b) ($k=41$)(c) ($k=79$)

Fig. 6 The fitting of a logarithmic normal distribution to the histogram of moving partial data (Nagano)

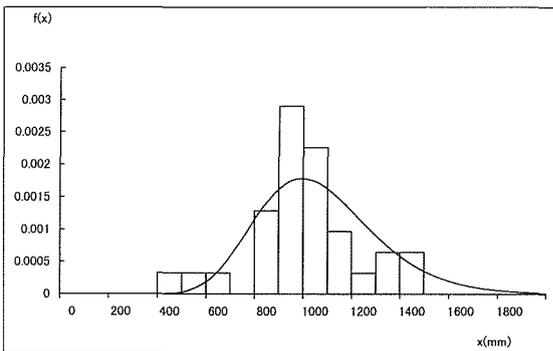
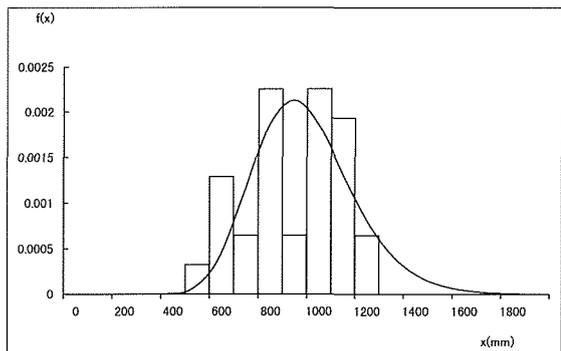
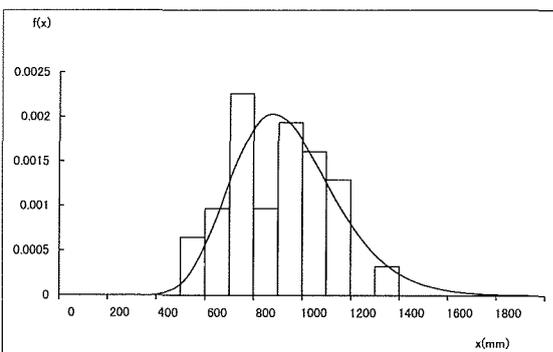
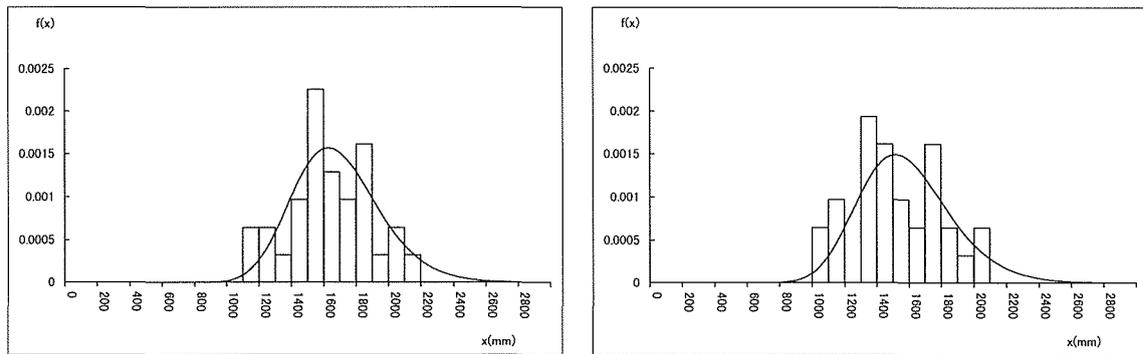
(a) ($k=1$)(b) ($k=41$)(c) ($k=70$)

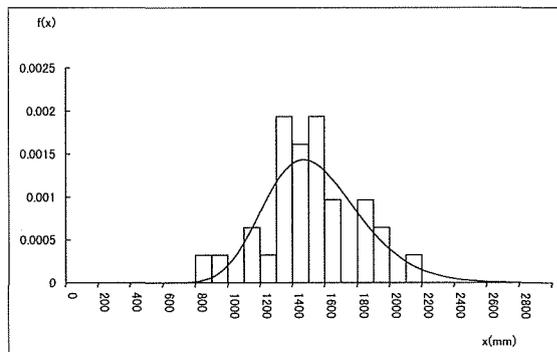
Fig. 7 The fitting of a logarithmic normal distribution to the histogram of moving partial data (Matsumoto)



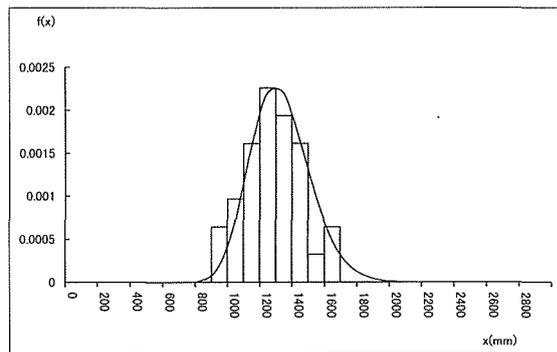
(a) ($k=1$)

(b) ($k=41$)

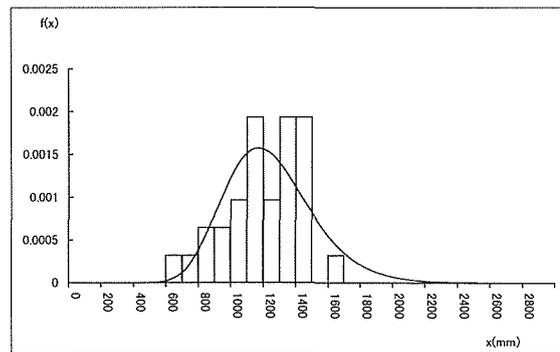
Fig. 8 The fitting of a logarithmic normal distribution to the histogram of moving partial data (Iida)



(c) ($k=70$)



(a) ($k=5$)



(b) ($k=23$)

Fig. 9 The fitting of a logarithmic normal distribution to the histogram of moving partial data (Suwa)

5.2 対数正規分布による非超過確率水文学量の算定

ここでは、上述の正規分布を対数正規分布に変えて、非定常な非超過確率水文学量を20系列求めた。その結果、非定常な確率水文学量の経年変化は、長野では減少傾向、松本では増加傾向、飯田では減少傾向、諏訪では減少傾向、軽井沢では減少傾向になっていることが分かった。しかし、ここでも確率水文学量の経年変化の変動は激しく、それを回帰した直線が減少・増加しているということである。Fig. 12には長野の非超過リターンピリオド30年の非定常な非超過確率水文学量の経年変化を示している。

5.3 最適な AIC を持つ確率分布による非超過確率水文学量の算定

ここでは、正規分布、対数正規分布の内、最適な AIC、すなわち小さい方の AIC を持

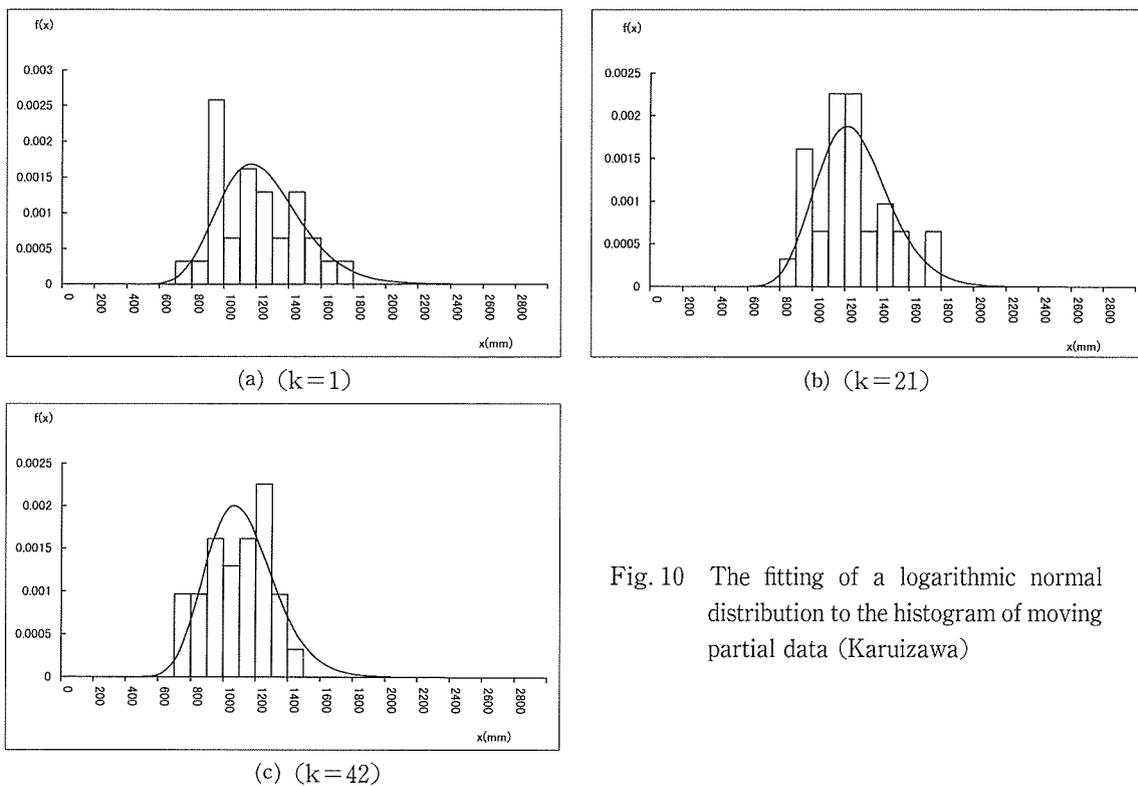


Fig. 10 The fitting of a logarithmic normal distribution to the histogram of moving partial data (Karuizawa)

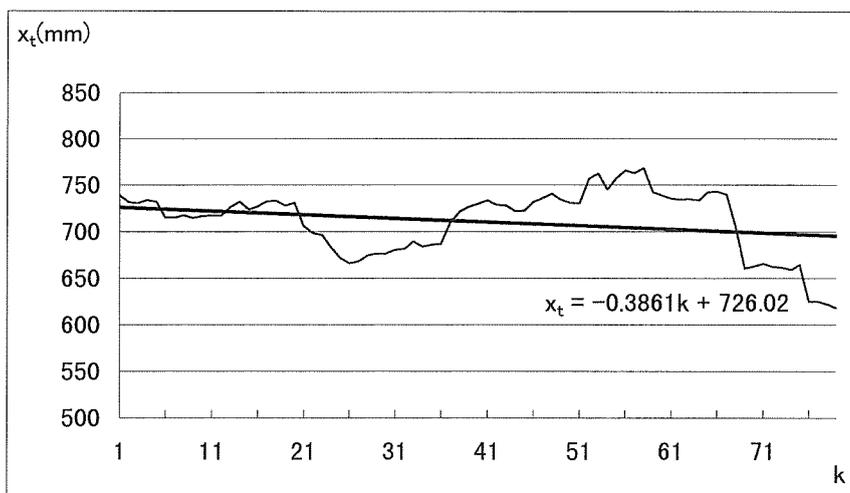


Fig. 11 The time series of a hydrological variable (Nagano, normal distribution, return period 30 years)

つ確率分布を用いて、非定常な非超過確率水文学量を20系列求めた。その結果、非定常な確率水文学量の経年変化は、長野では減少傾向、松本では増加傾向、飯田では減少傾向、諏訪では減少傾向、軽井沢では減少傾向になっていることが分かった。しかし、ここでも確率水文学量の経年変化の変動は激しく、それを回帰した直線が減少・増加しているということである。Fig. 13には長野の非超過リターン期間30年の非定常な非超過確率水文学量の経年変化を示している。なお、本稿が提案しているように、利水計画には最適なAICを

持つ確率分布による非超過確率水用量を用いるべきである。そこで、この結果を見ると非超過確率水用量は、松本以外減少しており、他の4つの気象官署に代表される地域の利水計画はより厳しい対応が迫られることになる。

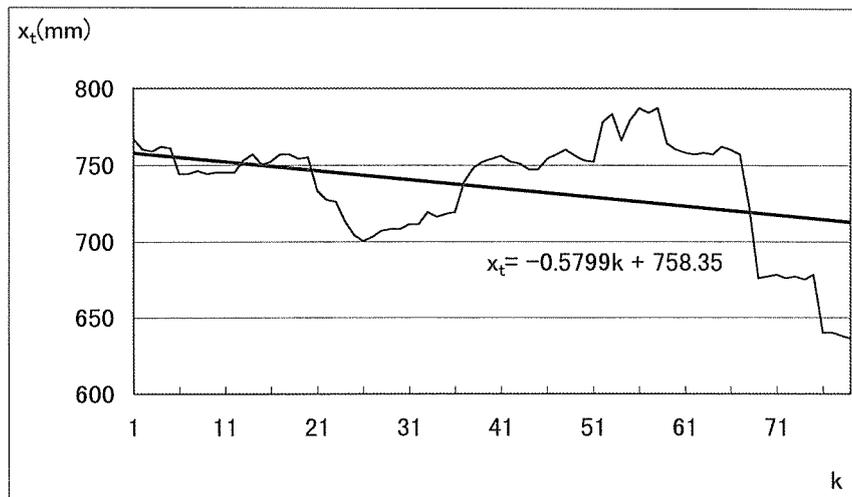


Fig. 12 The time series of a hydrological variable (Nagano, logarithmic normal distribution, return period 30 years)

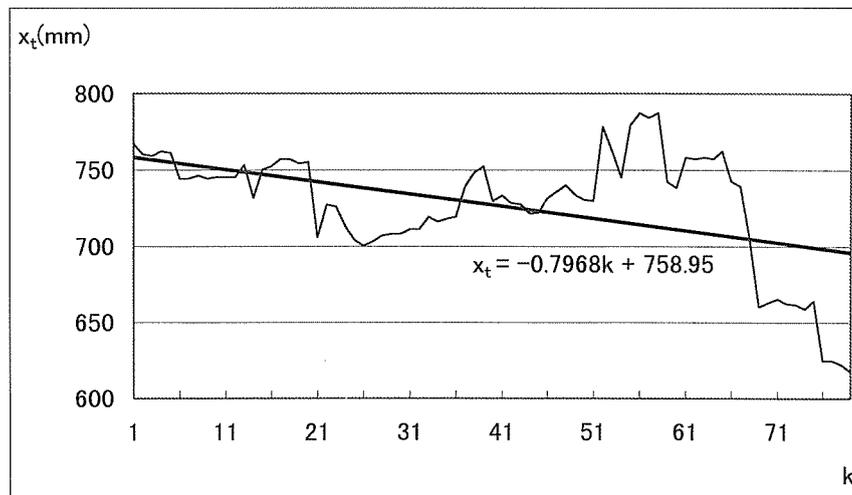


Fig. 13 The time series of a hydrological variable (Nagano, minimum AIC distribution, return period 30 years)

6. あ と が き

実務における現在の水文量の頻度分析は定常頻度分析である。著者等はこの数年来確率分布のパラメータが時間と共に変化する非定常頻度分析を主張し続けている。しかしながら、この非定常頻度分析は、確率分布の種類の非定常性をもたらすものでなかった。本稿はこの点に着目した。すなわち、長野県内の5つの気象官署の年降水量を用いて、この年降水量が従う分布形が、正規分布と対数正規分布を対象として、時間と共に変化しているかを見た。もちろん、この分析には確率分布のパラメータの非定常性も組み込んでいる。

得られた成果は以下のようである。

- 1) AICにより分布形の良否を判断した結果次のようになった。長野では前半部で対数正規分布の方がほぼ良い分布であり、後半部で正規分布の方がほぼ良い分布である。松本ではほとんど全てで正規分布の方が良い分布である。飯田では前半部で対数正規分布の方がほぼ良い分布であり、後半部で正規分布の方がほぼ良い分布である。諏訪では全てで正規分布の方が良い分布である。軽井沢では前半部で全て対数正規分布の方が良い分布であり、後半部で全て正規分布の方が良い分布である。
- 2) 移動部分標本毎の284個の全てのヒストグラムに正規分布と対数正規分布を適合させた。その結果は、明らかに不適合と判断されるものはなく、実用的に十分適合していた。ただし、適合度の度合いは1)で述べた通りである。
- 3) 正規分布による非超過確率水文学量、対数正規分布による非超過確率水文学量、最適なAICを持つ確率分布による非超過確率水文学量を算定した。その経年変化は、この3つの算定法全てにおいて、長野、飯田、諏訪、軽井沢では減少傾向、松本では増加傾向を示した。

今後に残された課題は次の通りである。

- 1) 季節降水量、月降水量についても同様な分析を行う。
- 2) 正規分布、対数正規分布以外の分布を含めて同様な分析を行う。

参 考 文 献

- 1) 寒川典昭, 河上岳史, 福本 徹: 年最大1・2・3日降水量の等質化とその頻度分析, 京都大学防災研究所附属水資源研究センター研究報告, 第15号, pp.43-50 (1995).
- 2) 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹: 長野県における月降水量時系列の経年変化と確率水文学量, 第4回水資源に関するシンポジウム前刷集, pp.775-780 (1992).
- 3) 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹: 年降水量時系列の経年変化と非定常水文頻度分析, 環境システム研究, 第20巻, pp.25-32 (1992).
- 4) 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹: 年最大1・2・3日降水量時系列に存在する非定常性と非定常確率水文学量の推定, 日本統計学会誌, 第23巻, 第2号, pp.249-262 (1993).
- 5) Webb, R. H.: Late holocene flooding on the Escalante river, south-central Utah, Ph. D. Dissertation, The University of Arizona, Tucson, AZ (1985).
- 6) Knox, J. C.: Responses of floods to holocene climate change in the upper Mississippi Valley, Quaternary Research, Vol. 23, pp.287-300 (1985).
- 7) 寒川典昭, 山下伊千造, 南 志郎: 千曲川下流の歴史洪水の復元と考察, 土木史研究, 第12号, pp.251-262 (1992).
- 8) 地球温暖化影響研究会: 地球温暖化による社会影響, 技報堂出版, pp.8-49 (1992).
- 9) 寒川典昭, 小牧健二, 永江正一: 周期性を考慮した年降水量時系列の非定常な確率水文学量の算定, 天気, 第43巻, 第3号, pp.159-165 (1996).
- 10) 寒川典昭, 吉永幹太: ロジスチック曲線を用いた年最大1・2・3日降水量の非定常頻度分析, 信州大学工学部紀要, 第79号, pp.1-11 (1998).
- 11) 寒川典昭, 荒木正夫, 渡辺輝彦: 確率分布の推定母数の不確定性評価法, 土木学会論文集, 第375号/II-6, pp.133-141 (1986).
- 12) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎: 情報量統計学, 共立出版, p.53 (1983).