

等質化した年最大1・2・3日降水量の 非定常頻度分析

寒川典昭*・河上岳史**・吉永幹太***

(平成9年5月30日受理)

Nonstationary Frequency Analysis of Uniformized Annual Maximum 1・2・3 Day Precipitations

Noriaki SOGAWA*, Takeshi KAWAKAMI**
and Kanta YOSHINAGA***

The nonstationary frequency analysis of uniformized annual maximum 1・2・3 day precipitations was carried out by considering periodism. First, the nonstationarity of above data time series and the parameter time series of Gumbel distribution was checked. Next, the parameter time series was described by the periodism and the linear regression. Lastly, the time series of hydrological variable was calculated by the estimated parameter time series. The result said that the nonstationarity of the object time series existed in many cases and the time series of hydrological variable showed the various tendency.

1. はじめに

従来、水文量の頻度分析をする時、対象とする水文量の母集団分布に等質性及び定常性の仮定を置いていた。しかしながら現在、この2つの仮定の成立について見直さなければならぬ時代に達したと言えよう。

水文量母集団の等質性とは、個々の水文量が同一の母集団から得られたものと見なすことができる性質である。従って、この仮定は対象とする水文量の取り方によって、問題が生じる。この問題を解決するための1つの手段には、母集団を等質化することが揚げられる。寒川等¹⁾は、それを行うために、気象原因別に年最大1・2・3日降水量を抽出し、頻度分析を実施した。その結果、前線の1部分と台風の大部分で、気象原因別に分離した場合の確率水文量が、従来の気象原因別に分離しない場合の確率水文量より大きな値を取ることが分かった。

水文量母集団の定常性とは、厳密には任意時点間で全ての次数のモーメントが一致するという性質であるが、水文頻度分析上は4次モーメント程度まで一致すれば良からう。ところが、一般にこの仮定が成立しない場合が多々ある。寒川等^{2),3),4)}は、これまで長野県

* 社会開発工学科 助教授

** 富山県

*** (株)日本構造橋梁研究所

内における年、月、年最大1・2・3日降水量時系列に存在する非定常性を、原時系列及び1, 2乗の移動部分標本時系列を用いて検討してきた。その結果、多くの場合対象とした時系列に非定常性が存在することを見出した。一方、最近古期水文学の分野では、未観測の水文量が復元されるようになってきた。こうして復元された水文量の時系列を記録のある水文量の時系列と結合させると、合成された時系列には記録のある水文量時系列に存在する非定常性よりも強い非定常性を見ることが多い^{5),6),7)}。また、米国のEPAレポート⁸⁾は、地球の温暖化現象は将来の降水量の時系列パターンを変更する可能性があることを指摘している。このような現状に鑑み、寒川等^{2),3),4)}は、非定常頻度分析手法を提案した。ところが、これらの研究では、パラメータ時系列に周期性が考慮されておらず、また、対象とした降水量に対して、等質化することを行っていなかった。

本稿は、上述の課題を解決するために、非等質性の強い年最大1・2・3日降水量を用い、等質化した水文量の周期性を考慮した非定常頻度分析を行ったものである。

2. 用いたデータとその処理方法

用いたデータは長野県内5ヶ所の気象官署（長野、松本、飯田、諏訪、軽井沢）における昭和39年から平成4年までの日降水量である。昭和38年以前のデータは日降水量の日界がそれ以降と異なるため、今回は採用しなかった。この日降水量から気象原因別に分離した場合、及び従来のように分離しない場合（非分離）の年最大1・2・3日降水量を抽出した。気象原因としては、大雨の主要原因である前線、台風、低気圧の3つを取り上げた。また、気象原因がいくつかの組み合わせで降水が発生している場合は、その基となる単独の原因にそれぞれに属するものと見なした¹⁾。

3. 水文量時系列及びパラメータ時系列に存在する非定常性の検討

3.1 水文量時系列と回帰直線

まず、気象原因別及び非分離の水文量の経年変動を視覚的に捉えるために、水文量の時系列グラフを作成した。ここでいう水文量時系列とは以下に示す①～⑤の5つの時系列を指す。

①原時系列：気象原因別及び非分離の年最大1・2・3日降水量の時系列である。

②2乗の原時系列：原時系列のそれぞれのデータを2乗した時系列である。

③5年移動平均時系列：原時系列データ $x(i)$ ($i=1,2,\dots,N$) に対し、次式のように計算された時系列である。

$$\mu_j(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=j}^{m+j-1} x(i), \quad t = \frac{m+2j-1}{2} \quad (1)$$

ただし、 $j=1,2,\dots,N-m+1$ である。ここに、 $\mu_j(t)$ は $x(i)$ の m 年移動平均を表わし、 $m=5$ とした。

④2乗の5年移動平均時系列：2乗の原時系列のデータから、上述の方法で求めた5年移動平均時系列である。

⑤5年移動不偏分散時系列：原時系列データ $x(i)$ ($i=1,2,\dots,N$) に対し、次式のように計算された時系列である。

$$\sigma_j(t)^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=j}^{m+i-1} \{x(i) - \mu_j(t)\}^2, \quad t = \frac{m+2j-1}{2} \quad (2)$$

ただし、 $j=1, 2, \dots, N-m+1$ である。ここに、 $\sigma_j(t)^2$ は $x(i)$ の m 年移動不偏分散を表わし、 $m=5$ とした。

次に、これらの時系列を最小自乗法により直線回帰した。

3.2 パラメータ時系列と回帰直線

ここでは、対象としている水文量は極値降水量であるため、その母集団分布として次の確率密度関数で与えられるグンベル分布を採用した。

$$f(x) = a \cdot \exp\{-a(x-b) - e^{-a(x-b)}\}, \quad (-\infty < x < \infty; a > 0) \quad (3)$$

ここに、 x は確率変数、 a は尺度母数、 b は位置母数である。そこで、まず、尺度母数、及び位置母数の経年変動を視覚的に捉えるために、原時系列から、5年移動部分標本毎にモーメント法及び最尤法を用いて、5年移動尺度母数時系列と5年移動位置母数時系列（以下、これらをパラメータ時系列と呼ぶ）のグラフを作成した。次に、これらの時系列を最小自乗法により直線回帰した。

3.3 回帰性の有無の検定

ここでは、3.2, 3.3で求めた回帰直線の回帰性の有無について有意水準5%で検定した。得られた結果を見ると、原時系列には回帰性を認めることはできなかったが、移動平均時系列や移動不偏分散時系列では、いくつかの場合で回帰性が認められ、更にパラメータ時系列では、半数近い値で回帰性を認めることができた。特に、パラメータ時系列の半数近くに回帰性が確認されたことから、年最大1・2・3日降水量の頻度分析を実施する際に、非定常性を考慮する必要があると言える。Table 1はパラメータ時系列の回帰係数の値の1例を示したものである。

4. パラメータ時系列に存在する周期性の検討

ここでは、前章で作成したパラメータ時系列に存在する周期の検出を行った。そのためには、コレログラム解析法及びペリオドグラム解析法を用いた。具体的には、まず、コレログラムとペリオドグラムを描き、それぞれのグラフの極大値の時点を周期の候補とした。次に、抽出した周期の候補を有意水準5%で検定し、有意な周期を確定した⁹⁾。得られた結果、1つのパラメータ時系列に複数の周期が同時に存在する場合もあったが、対象としたパラメータ時系列に周期が存在しない場合もあった。Table 2は有意な周期の値の1例を示したものである。

5. 周期変動の算定とパラメータ時系列の推定

5.1 周期変動の算定

ここでは、まず、本研究で用いる時系列の特性について概説する。時間 t の時系列 $x(t)$ は、一般に規則的な変動 $g(t)$ 、 $p(t)$ と母集団固有の偶然変動 $m(t)$ 、及び偶発誤差 $\varepsilon(t)$ の和から構成されるものと考え¹⁰⁾。すなわち、

Table 1 The trend of regression line of parameter time series (Annual maximum 2 days precipitation, *: The significant trend in level of signification 5%)

Station	Weather factor	Method of moment		Method of maximum likelihood	
		Scale parameter	Location parameter	Scale parameter	Location parameter
Nagano	Front	-0.00079	0.02	*-0.00148	-0.03
	Typhoon	*0.00069	0.69	-0.00005	0.94
	Cyclone	-0.00074	*0.30	-0.00072	*0.32
	Non-separation	0.00058	0.29	-0.00014	0.23
Matsumoto	Front	0.00013	*-0.92	-0.00027	*-0.95
	Typhoon	0.00056	-0.52	0.00048	-0.53
	Cyclone	*-0.00179	*0.45	*-0.00200	0.50
	Non-separation	0.00049	*-0.73	0.00024	*-0.75
Iida	Front	-0.00079	*-1.18	-0.00088	*-1.30
	Typhoon	-0.00019	*-2.04	-0.00007	*-2.02
	Cyclone	*-0.00147	0.76	*-0.00149	*0.92
	Non-separation	-0.00048	*-1.25	-0.00066	*-1.39
Suwa	Front	*-0.00103	*-0.99	-0.00069	-0.84
	Typhoon	*-0.00062	*-1.02	-0.00033	-0.88
	Cyclone	-0.00018	0.34	-0.00045	0.36
	Non-separation	*-0.00104	*-1.15	-0.00058	*-0.99
Karuizawa	Front	-0.00151	0.12	-0.00175	0.12
	Typhoon	-0.00076	0.71	-0.00063	0.72
	Cyclone	-0.00025	*0.86	-0.00099	*0.87
	Non-separation	-0.00081	*1.01	-0.00062	*1.03

$$x(t) = g(t) + p(t) + m(t) + \epsilon(t) \quad (4)$$

ここに、 $g(t)$ は傾向変動であり、通常 t の多項式が仮定される。一方、 $p(t)$ は周期変動である。また、偶然変動や偶発誤差は不規則で偶然的な変動や誤差のことで、原時系列から規則的な変動を除去した残差で表現されることが多い。以上から、(4)式は次式のようなになる。

$$x(t) = \sum_{i=0}^M c_i t^i + \sum_{i=1}^N \left[a_i \cos \frac{2\pi}{T_i} t + b_i \sin \frac{2\pi}{T_i} t \right] + m(t) + \epsilon(t) \quad (5)$$

ここに、 a_i 、 b_i 、 c_i は係数、 T_i は周期、 M は t の多項式の最高次数、 N は周期の個数である。本研究では、これら 4 つの成分のうち傾向変動、及び周期変動について検討しているが、本節では周期変動を表わす $p(t)$ に着目する。ただし、 $p(t)$ は、計算の都合上、(5)式の第 2 番目の \sum 項に定数項を付加したものとして表わすことにした。尚、係数の同定は最小自乗法に従った。得られた周期変動をパラメータ時系列に適合させると、有意な周期が多いもの程、周期変動はパラメータ時系列に良く適合していた。

Table 2 The significant periodism of parameter time series (The method of moment, Unit : year)

Station	Weather factor	Annual maximum 1 day precipitation		Annual maximum 2 days precipitation		Annual maximum 3 days precipitation	
		Scale parameter	Location parameter	Scale parameter	Location parameter	Scale parameter	Location parameter
Nagano	Front	7	—	7,10	—	7	—
	Typhoon	7	—	—	—	7,9	—
	Cyclone	7,10,11	8	6	10	6,10	10
	Non-separation	—	—	22	—	7	—
Matsumoto	Front	22	7	—	—	—	—
	Typhoon	—	7,9	22	—	22	—
	Cyclone	7,10,20	9	10,14,18	—	10,13,19	—
	Non-separation	—	—	7,22	—	22	—
Iida	Front	6,7,10	7,9,11,13	6	7,8,20	6	7,13,14
	Typhoon	—	9,12	7	8	—	8
	Cyclone	5,8,9,16	—	6	7	6,19,21	8
	Non-separation	6,10	7	7	7,8	7	14
Suwa	Front	7,10	—	10	—	—	—
	Typhoon	8,9	9	10	8	—	7
	Cyclone	7,10	—	7	—	7	—
	Non-separation	10	—	10	—	10	—
Karuizawa	Front	—	—	—	7	—	6
	Typhoon	20,22	7	22	8	—	—
	Cyclone	—	—	—	—	—	—
	Non-separation	22	—	—	—	—	—

5.2 残差パラメータ時系列の作成

ここでは、前節で計算されたそれぞれのパラメータ時系列における周期変動 $p(t)$ をパラメータ時系列から除去し、残差パラメータ時系列を作成する。5年移動尺度母数時系列を $a(t)$ 、5年移動位置母数時系列を $b(t)$ とすると、周期変動の除去は次の2式で行われる。

$$z_a(t) = a(t) - p(t) \tag{6}$$

$$z_b(t) = b(t) - p(t) \tag{7}$$

ここに、 $z_a(t)$ 、 $z_b(t)$ は周期変動を除去した尺度母数及び位置母数の残差パラメータ時系列である。

5.3 パラメータ時系列の推定

ここでは、まず、前節で算定された残差パラメータ時系列の傾向変動を調べるために、直線回帰を行う。回帰直線を用いた理由は、 t の多項式の最も簡単な形であり、かつ傾向変動を調べる最も簡便な方法であると判断したからである。こうして得られた傾向変動 g

(t) に周期変動 $p(t)$ を合成するとパラメータ時系列が推定される。その方法は $g(t)+p(t)$ の左端を時間 t の原点として延長し、 $t=0,10,20,\dots,200$ 年の時点の値を求め、それらをデータ存在期間及びそれより未来のパラメータ推定値とするものである。残差パラメータ時系列 $z_a(t)$ 、 $z_b(t)$ への回帰直線をそれぞれ $g_a(t)$ 、 $g_b(t)$ とするとき、パラメータ時系列の算定式は次の2式となる。

$$\hat{a}(t) = g_a(t) + p(t) \quad (8)$$

$$\hat{b}(t) = g_b(t) + p(t) \quad (9)$$

ここに、 $\hat{a}(t)$ 、 $\hat{b}(t)$ は尺度母数時系列及び位置母数時系列の推定値である。

6. 非定常確率水文学の算定

6.1 確率水文学の経年変化の算定法

ここでは、5.3で得られた $t=0,10,20,\dots,200$ 年の時点のパラメータ推定値を用いて、気象原因別及び非分離の $T=30,50,100,200$ 年超過確率水文学を求め、その算定式は次式より与えられる。

$$x_T(t) = -\frac{\ln\left\{\ln\left[\frac{T}{T-1}\right]\right\}}{\hat{a}(t)} + \hat{b}(t) \quad (10)$$

ここに、 $x_T(t)$ は T 年超過確率水文学の時系列である。

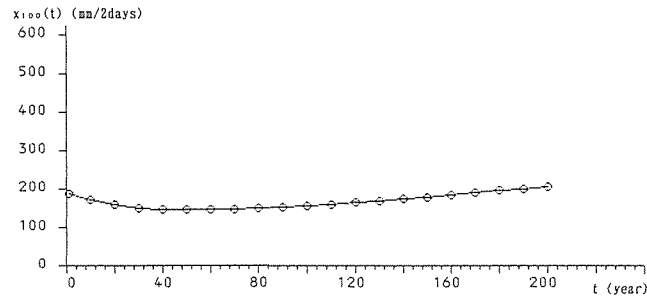
次に、求めた確率水文学の経年変化を見るために、縦軸を確率水文学 $x_T(t)$ 、横軸を t (年) とした時系列グラフを作成する。

6.2 水文学への適用と考察

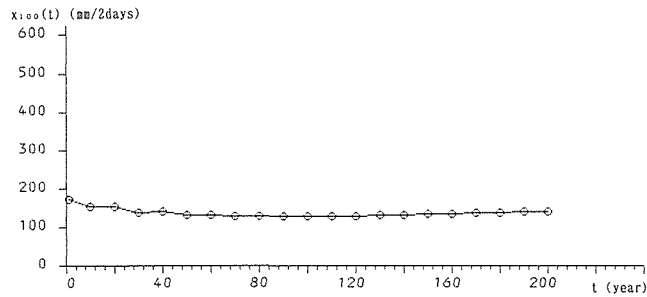
千曲川及び犀川の建設省直轄区間では治水計画規模として、年最大2日降水量の100年超過確率水文学を対象としている。従って、以下に述べる考察も年最大2日降水量の $T=100$ 年について行うものとする。年最大2日降水量の $T=30,50,200$ 年の考察は年最大2日降水量の $T=100$ 年の考察と同様であるので省略する。また、年最大1,3日降水量の $T=30,50,100,200$ 年超過確率水文学も計算しているが、紙面の都合上これも省略する。以下の考察では、確率水文学の存在する期間、その傾向変動、及びその信頼性について特徴的なことのみ概説するとともに、信頼できる確率水文学が $t=30$ 年以上存在する場合で、しかも気象原因別の確率水文学が非分離を上回っているもののみ、そのことについても触れている。

(a) モーメント法

長野の年最大2日降水量は、前線が $t=70$ 年、低気圧が $t=150$ 年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。 $t=60$ 年で比較すると、前線は増加が激しく、非分離の値を大きく上回っている。松本の年最大2日降水量は、低気圧が $t=40$ 年以降で尺度母数が負になり計算不可能となっているので、その傾向が読み取れないが、それ以外の気象原因では同じような減少傾向を示している。また、ここでは前線と台風はほとんどの時点で非分離の値を上回っている。飯田の年最大2日降水量は、非分離以外はすべての気象原因で増加傾向を示している。諏訪の年最大2日降水量は、前線及び台風が $t=60$ 年、低気圧が



(a) Typhoon



(b) Non-separation

Fig. 1 The calculated value of the secular change of hydrological variable (Nagano, Annual maximum 2 days precipitation, The method of moment)

t = 120年, 非分離が t = 50年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。また, ここではすべての気象原因で増加傾向を示しており, 台風についてはどの時点でも非分離を上回っている。軽井沢の年最大2日降水量は, 前線が t = 50年, 台風が t = 60年, 非分離が t = 80年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。また, ここでもすべての気象原因で増加傾向を示しており, 前線及び台風が t = 40年で非分離を上回っている。Fig. 1はモーメント法による確率水文量の経年変化の1例を示したものである。

(b) 最尤法

長野の年最大2日降水量は, 前線が t = 50年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。また, 低気圧の t = 120年以降は非現実的で信頼性に乏しい。t = 40年で比較すると, 前線及び台風が非分離を上回っている。松本の年最大2日降水量は, 前線が t = 190年, 低気圧が t = 40年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。また, 台風と非分離は減少傾向を示し, 経年変化も非常に似ている。飯田の年最大2日降水量は, 前線, 低気圧及び非分離が t = 60年, 台風が t = 160年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。また, 台風は減少傾向を示している。諏訪の年最大2日降水量は, 前線及び低気圧が t = 70年, 台風が t = 110年, 非分離が t = 90年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。軽井沢の年最大2日降水量は, 前線が t = 50年, 台風が t = 60年, 低気圧が t = 100年以降で尺度母数が負になり計算不可能となった。前線と台風の t = 20年以降及び低気圧の t = 80年以降は非現実的で信頼性に欠けている。

7. あとがき

現在、水文頻度分析が取りまなければならない重要な課題に、水文学の非等質性、非定常性の問題がある。本稿は、この問題を解決するために、等質化した年最大1・2・3日降水量の非定常頻度分析手法を提案したものである。この手法は、移動部分標本を用いて求めたパラメータ時系列を、周期変動と傾向変動で記述し、データの存在する区間及び未来のパラメータを推定して、そのパラメータを持つ確率分布から、確率水文学の経年変化を求めるものであった。残された課題は、尺度母数の推定パラメータ時系列がある時点から負になる場合が存在するという点であり、この点を改善していかなければならない。最後に、本稿は合理的で新しい確率水文学の算定法を提案するものであり、今後、水工計画の基本量としての確率水文学がこのような立場から検討されることを希望する。

参考文献

- 1) 寒川典昭, 河上岳史, 福本徹: 年最大1・2・3日降水量の等質化とその頻度分析, 京都大学防災研究所水資源研究センター研究報告, 第15号, pp.43-50, 1995.
- 2) 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹: 年降水量時系列の経年変化と非定常水文頻度分析, 環境システム研究, 第20巻, pp.25-32, 1992.
- 3) 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹: 長野県における月降水量時系列の経年変化と確率水文学, 第4回水資源に関するシンポジウム前刷集, pp.775-780, 1992.
- 4) 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹: 年最大1・2・3日降水量時系列に存在する非定常性と非定常確率水文学の推定, 日本統計学会誌, 第23巻, 第2号, pp.249-262, 1993.
- 5) Webb, R. H.: Late Holocene Flooding on the Escalante River, South-central Utah, Ph.D. Dissertation, The University of Arizona, Tucson, AZ, 1985.
- 6) Knox, J. C.: Responses of Floods to Holocene Climate Change in the Upper Mississippi Valley, Quaternary Research, Vol. 23, pp.287-300, 1985.
- 7) 寒川典昭, 山下伊千造, 南 志郎: 千曲川下流の歴史洪水の復元と考察, 土木史研究, 第12号, pp.251-262, 1992.
- 8) 地球温暖化影響研究会: 地球温暖化による社会影響, 技法堂, pp.8-49, 1990.
- 9) 鈴木栄一: 気象統計学, 地人書館, pp.140-141, 1968.
- 10) 長尾正志: びわ湖流入量の経年変化について, 京都大学防災研究所年報, 第7号, pp.254-264, 1964.