

## 音響インテンシティベクトルの計測

小池 徳男\* ・ 柳沢 武三郎\*\*

### Measurement of Sound Intensity Vector

Norio KOIKE\*, Takesaburo YANAGISAWA\*\*

It is well known that sound intensity technique used two closely spaced microphones is useful to investigate for sound power determination. That is able to visualize sound power flow in sound field.

However, two-microphones technique has bias errors based on the finite difference approximation, measuring microphones phase mismatch and mispositions of setting. Therefore the measuring accuracy is not enough for field application.

In this paper, the new technique used rotation microphone method is proposed and it's performance for the cancellation of bias errors are confirmed experimentally.

#### 1. ま え が き

産業用大型機械等から放射される騒音の放射性状ならびに、空間を伝搬する音の反射、回折、干渉といった伝搬性状をベクトル量としてとらえる音響インテンシティベクトル計測法は、従来用いられて来た音圧測定法に比べ、音響エネルギーの流れが可視化できることから、騒音制御、音響パワー測定、音源探査等において有効な手段であると言われている。

しかし、近接する2点間の音圧から、音圧と粒子速度を同時計測する、いわゆる2マイクロホンによる音響インテンシティ計測は、マイクロホンを含む測定系の位相特性が測定精度に大きく影響を与えることから、長期に渡って実用化には到らなかった<sup>1)</sup>。

このような背景のなかで、音響計測の分野にデジタル信号処理が普及するにつれて、従来、困難とされていた信号処理系の位相補正が、実用に供し得る程度に可能となり実用段階に入って来たといえる。しかしながら、現在、実用化されている2マイクロホン法は、システムおよび測定原理に起因して生じるバイアス誤差を完全に消去できないことから、特に、測定条件が悪い現場および定在波音場<sup>2)</sup>における測定精度を確保することは困難であると考えられる。

本論文では、音響インテンシティ測定におけるバイアス誤差の影響について検討を行い、これらバイアス誤差が消去できる回転マイクロホン法<sup>3)</sup>を提案し、従来法に比べてより正確な音響インテンシティベクトルの計測が可能なことを理論ならびに実験により検証する。

\* (株)イチカワ(平成5年度大学院博士後期課程修了)

\*\*電気電子工学科 教授

## 2. 2 マイクロホン法による音響インテンシティ測定

### 2.1 測定原理

音響インテンシティは、音の伝搬方向に垂直な、単位断面を単位時間に通過する音のエネルギーとして、次式で定義される。

$$I_r = \langle p(t) \cdot v_r(t) \rangle . \quad (1)$$

ここで、 $p(t)$  : 音圧,  $v_r(t)$  : 粒子速度,  $\langle \rangle$  : 時間平均値をそれぞれ示す。

式(1)における音圧  $p(t)$  と粒子速度  $v_r(t)$  を、微小距離  $\Delta r$  離れた2点間の音圧  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  を用いて、平均音圧と音圧傾度より

$$p(t) \doteq \frac{p_1(t) + p_2(t)}{2} , \quad (2)$$

$$v_r(t) = \frac{-1}{\rho} \int_{-\infty}^t \frac{\partial p}{\partial r} dt \doteq \frac{-1}{\rho} \int_{-\infty}^t \frac{p_2(t) - p_1(t)}{\Delta r} dt , \quad (3)$$

で有限差近似するならば、式(1)で示す音響インテンシティ  $I_r$  は、次式で表される。

$$I_r \doteq \frac{-1}{2\rho\Delta r} \langle [p_1(t) + p_2(t)] \cdot \int_{-\infty}^t \frac{p_2(t) - p_1(t)}{\Delta r} dt \rangle . \quad (4)$$

式(4)は、2マイクロホン法による音響インテンシティ演算式<sup>1)</sup>を示しており、2点間の音圧の和と差に関する積分および乗算によって、 $\Delta r$ 方向の音響インテンシティベクトルが与えられることを表している。

### 2.2 バイアス誤差に関する検討

#### 2.2.1 マイクロホン間隔と有限差近似

式(4)によって与えられる2マイクロホン法による音響インテンシティ  $I_r$  は、マイクロホン間隔  $\Delta r$  による、有限差近似 ( $k\Delta r \ll 1$ ,  $k$ ; 波数) が成立する範囲内で理論的に求めることができる。しかしながら実際には、マイクロホン間隔  $\Delta r$  に起因して生じる有限差近似誤差により、測定上限周波数および、音源近傍における測定距離限界が決定される。

理想的な点音源と二重点音源の場合について有限差近似誤差<sup>4)</sup>を求めると、

点音源の場合

$$\frac{I_{AP}}{I_{EX}} = \left[ \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2/4} \right] , \quad (5)$$

二重点音源の場合

$$\frac{I_{AP}}{I_{EX}} = \left[ \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2/\beta^2 - \beta^2/4} \right] - \frac{\cos(\alpha)}{\alpha^2/\beta^2 - \beta^2/4} \right] \frac{1}{1 - \beta^2/4} , \quad (6)$$

となる。ここで、 $I_{EX}$  は理論値、 $I_{AP}$  は近似値、 $\alpha = k\Delta r$ ,  $\beta = \Delta r/r_0$  ( $r_0$ ; 測定距離) である。式(5)および式(6)の計算結果を Fig.1 に示す。

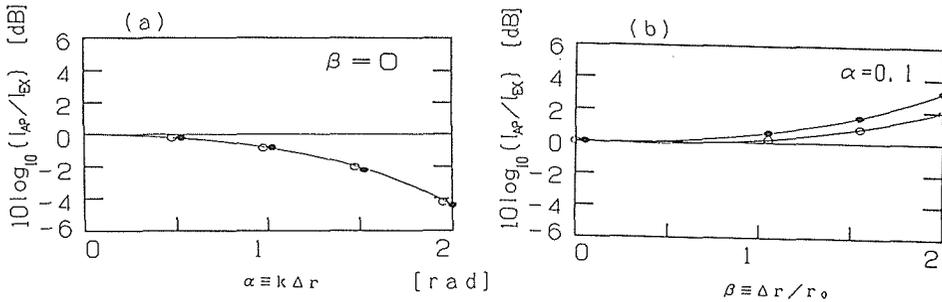


Fig.1 Measurement errors calculated for finite difference approximation with ideal sound source.

(-○-; monopole source, -●-; dipole source.)

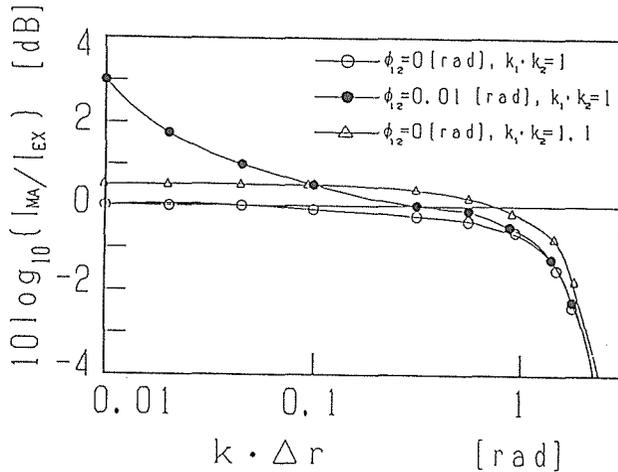


Fig.2 Measurement errors calculated for microphone amplitude and phase mismatch.

### 2. 2. 2 マイクロホン間の位相と感度

有限差近似により生じる理論的な測定の限界の他に、測定システム、特に、マイクロホンの位相特性に起因して生じる誤差の影響について検討する。

平面進行波音場において2マイクロホン法により測定される音響インテンシティ  $I_{MA}$  は、2つのマイクロホンの位相と感度特性を考慮すると、一般に次式のように表される。

$$I_{MA} = K_1 \cdot K_2 \cdot I_{EX} \left( 1 + \frac{\phi_1 - \phi_2}{k \Delta r} \right) \quad (7)$$

ここで、 $I_{EX}$ :理論値、 $I_{MA}$ :測定値、 $K_1, K_2$ :マイクロホン感度、 $\phi_1, \phi_2$ :マイクロホンの位相をそれぞれ示す。式(7)を代表的な位相( $\phi_{12} = \phi_1 - \phi_2$ )と感度( $K_1 \cdot K_2$ )について計算した結果をFig.2に示す。同図より、マイクロホン感度に関する誤差は、周波数によらず一様に生じている。一方、位相に関する誤差は、 $k \Delta r$ が小さくなる低周

波数領域に向かうにつれて誤差が増加しており、実用上、測定周波数の下限を決める要因であると言える。

### 2. 2. 3 マイクロホン対の設定

これら2つのバイアス誤差の他に、測定対象とする音源方向とマイクロホン軸の幾何学的な配置により生じる音響インテンシティの誤差について検討する。観測点において、音源が $\theta$ 方向にあると仮定し、マイクロホン軸を $\theta_m$ 方向に設定した場合、測定される音響インテンシティ $I_{MA}$ は、次式で与えられる。

$$I_{MA} = I_{EX} \cdot \cos(\theta - \theta_m). \quad (8)$$

式(8)より、音源とマイクロホン軸の方向が一致していない( $\theta \neq \theta_m$ )場合には、マイクロホン対の設定に起因する誤差が生じる。

## 3. 回転マイクロホン法による音響インテンシティベクトル測定

本節では、2.において検討したバイアス誤差を消去し、正確な音響インテンシティベクトル計測を可能にするために、我々が提唱している回転マイクロホン法の測定原理ならびに実験による原理の検証結果について述べる。

### 3. 1 測定原理

回転マイクロホン法の原理を、簡単な2次元の場合について記述する。Fig. 3は、測定点Mを原点とし、その回りに対面配置した、2個のマイクロホン $M_1$ 、 $M_2$ と点音源Sとを含むX-Y平面を表す。同図において、X軸から $\theta_i$ 方向に、 $r_0$ の距離に配置された、点音源Sからの放射音を、X軸から $\theta_m$ だけ回転した状態で、 $M_1$ と $M_2$ がそれぞれ同時に受音するならば、それら音圧 $p_1$ 、 $p_2$ は、次式で表される。

$$p_1 = \frac{j\omega\rho U}{4\pi r_1} \cdot \exp[j(\omega t - kr_1 + \phi_1)], \quad (9)$$

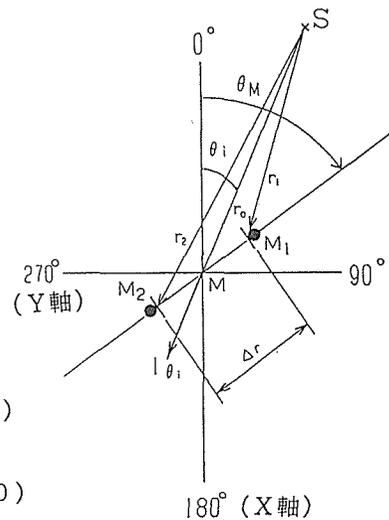
$$p_2 = \frac{j\omega\rho U}{4\pi r_2} \cdot \exp[j(\omega t - kr_2 + \phi_2)]. \quad (10)$$

ここで、 $\rho$ : 空気の密度、 $U$ : 体積速度、 $r_1$ 、 $r_2$ : Fig.3 Configuration of sound source S and microphones.

Fig. 3より、 $r_1$ 、 $r_2$ は、次式で表される。

$$r_1 = \left[ \left\{ r_0 - \frac{\Delta r}{2} \cos(\theta_m - \theta_i) \right\}^2 + \left\{ \frac{\Delta r}{2} \sin(\theta_m - \theta_i) \right\}^2 \right]^{1/2}, \quad (11)$$

$$r_2 = \left[ \left\{ r_0 + \frac{\Delta r}{2} \cos(\theta_m - \theta_i) \right\}^2 + \left\{ \frac{\Delta r}{2} \sin(\theta_m - \theta_i) \right\}^2 \right]^{1/2}. \quad (12)$$



式(9)および式(10)を、式(4)で示す音響インテンシティ演算式に代入することにより、 $\theta_M$ 方向の音響インテンシティ  $I_{\theta_M}$ は

$$I_{\theta_M} = \frac{\omega \rho U^2}{32\pi^2 \Delta r r_1 r_2} [\sin \{k(r_2 - r_1) + \phi_{12}\}] \quad (13)$$

によって表示される。

以下において、式(13)を測定距離  $r_0$ とマイクロホン間隔  $\Delta r$ との比によって、平面進行波音場 ( $r_0 \gg \Delta r$ )と近傍音場 ( $r_0 \approx \Delta r$ )に分けて検討する。

### 3. 1. 1 平面進行波音場の場合

測定距離がマイクロホン間隔に比べて十分に大きいとき ( $r_0 \gg \Delta r$ )、入射する音波は平面進行波とみなせる。このとき、 $r_1, r_2$ は

$$r_1 \approx r_0 - \frac{\Delta r}{2} \cos(\theta_M - \theta_i), \quad (14)$$

$$r_2 \approx r_0 + \frac{\Delta r}{2} \cos(\theta_M - \theta_i). \quad (15)$$

で近似できる。従って、式(14)、式(15)を、式(13)へ代入し、平面進行波音場における音響インテンシティ  $I_{\theta_M}$ は、次式となる。

$$I_{\theta_M} = \frac{P_0^2}{\rho c} \left\{ \cos(\theta_M - \theta_i) + \frac{\phi_{12}}{k \Delta r} \right\}. \quad (16)$$

ここで、 $P_0$ : 実効値音圧、 $P_0^2 / \rho c$ : 平面進行波音場における音響インテンシティの理論値、 $\phi_{12} / k \Delta r$ : 位相誤差 (マイクロホンの位相に起因するバイアス誤差)をそれぞれ示す。

式(16)の第2項で示す位相誤差を消去するために、ここで、回転角度に同期した複素指数関数  $\exp(j\theta_M)$ を式(16)に乗算し、回転1周期に渡って積分操作を行うと、次式が得られる。

$$I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_{\theta_M} \cdot \exp(j\theta_M) d\theta_M = \frac{P_0^2}{\rho c} (\cos\theta + j \sin\theta). \quad (17)$$

式(16)で示す従来法と式(17)で示す回転法の理論結果とを比較すると、回転法によれば、位相誤差項が完全に消去されているとともに、実部(X方向)と虚部(Y方向)から音響インテンシティを2次元ベクトルとして表示できることがわかる。

式(17)から、音響インテンシティベクトルの大きさ  $|I|$ と方向  $\theta$ は、

$$|I| = \frac{P_0^2}{\rho c} [\cos^2\theta + \sin^2\theta]^{1/2} = \frac{P_0^2}{\rho c}, \quad (18)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sin\theta_i}{\cos\theta_i} \right) = \theta_i. \quad (19)$$

によって与えられる。

### 3. 1. 2 近傍音場の場合

測定距離がマイクロホン間隔と同程度になる近傍音場 ( $r_0 \approx \Delta r$ )における音響イン

テンシティは、 $r_1, r_2$ を式(13)で示す音響インテンシティ演算式に直接代入し、次式によって表される。

$$I_{\theta_M} \cong \frac{P_0^2}{\rho c} \cdot \frac{\cos \theta_M}{\left\{ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta r}{r_0} \right) \cos 2\theta_M \right\}} \cdot \frac{\sin(k\Delta r)}{k\Delta r} \quad (20)$$

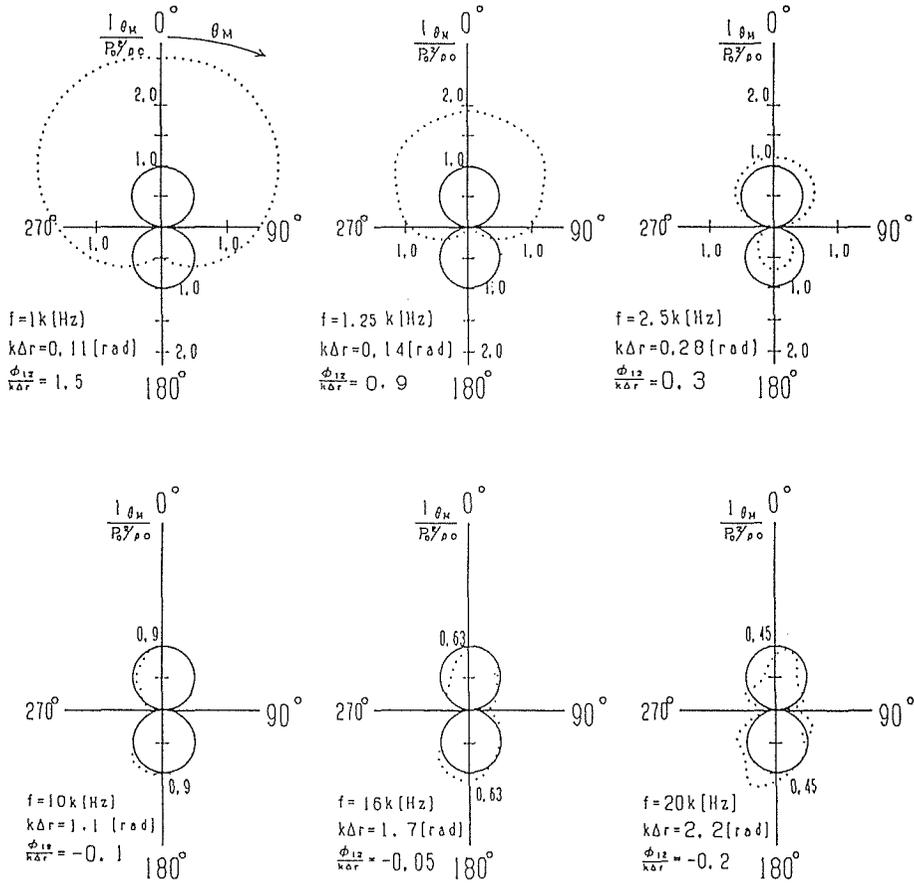


Fig.4 Comparison of sound intensity measured in far field.  
 .....;conventional method, —;rotation method proposed here.

なお、式(20)は、 $\theta_i = 0$  すなわち音源はX軸上に、 $\phi_{12}/k\Delta r = 0$  すなわち位相誤差を無視した結果である。

さらに、式(20)は、 $(\Delta r/r_0) = \beta$  とおき、回転角  $\theta_M$  に関して展開することにより、

$$I_{\theta M} \doteq \frac{P_0^2}{\rho c} \left[ \left\{ 1 + \frac{1}{8}\beta^2 + \frac{47}{1024}\beta^4 + \dots \right\} \cos \theta_M \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{8}\beta^2 + \frac{1}{64}\beta^4 + \dots \right\} \cos(3\theta_M) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{64}\beta^4 + \dots \right\} \cos(5\theta_M) \right] \cdot \frac{\sin(k\Delta r)}{k\Delta r} \quad (21)$$

と書き改めることができる。

式(21)で示す、近傍音場における音響インテンシティ表示式に、式(17)で示す回転法の演算処理を行うと、

$$I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_{\theta M} \cdot \exp(j\theta_M) d\theta_M \\ \doteq \frac{P_0^2}{\rho c} \left[ \left\{ 1 + \frac{1}{8}\beta^2 + \frac{47}{1024}\beta^4 + \dots \right\} \right] \cdot \frac{\sin(k\Delta r)}{k\Delta r} \quad (22)$$

が得られる。

回転法によって得られた式(22)と、従来法に相当する音響インテンシティ表示式(21)の比較から、従来法は、回転法に比べて  $\theta_M$  に関する奇数次の誤差項を含み、 $\beta$  が大きくなる音源の近傍において、誤差が大きくなると言える。

### 3. 2 実験による検証結果

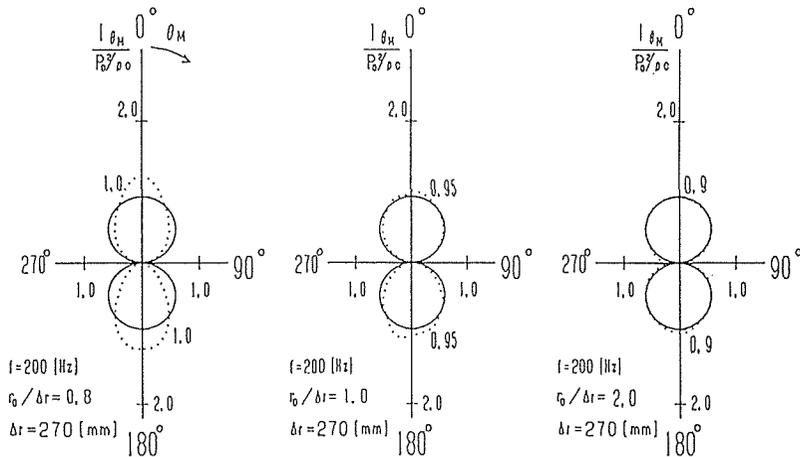


Fig.5 Comparison of sound intensity measured in near field.

.....;conventional method, —;rotation method proposed here.

Fig. 4 は、平面進行波音場における音響インテンシティ測定結果の比較を示す。図中の点線は、従来法による結果を、実線は回転法による結果を示す。

これら測定結果の比較から従来法による結果は、低域において測定結果に関して  $\cos \theta_M + \text{定数項} (\phi_{12}/k \Delta r)$  の特性を示し、周波数の増加とともに  $\cos \theta_M$  曲線に近づき、さらに高い周波数のところでは、有限差近似による測定限界と、マイクロホンの指向性の影響がともに現れていることがわかる。

これに対して、回転法は低域における位相誤差の影響はみられず、さらに、高域における指向性による影響も軽減されているといえる。

Fig. 5 は、近傍音場における音響インテンシティの測定結果の比較を示す。図中の点線は従来法による結果を、実線は回転法による結果を示す。

同図より、 $r_0/\Delta r = 0.8$  の音源近傍において、従来法は、音源方向の音響インテンシティの大きさが理論値である  $\cos \theta_M$  曲線に比べかなり大きくなることがわかる。一方、回転法は、音源近傍においても音源方向の音響インテンシティの増加は、従来法に比べてわずかである。

従って、近傍音場における  $r_0/\Delta r$  によるバイアス誤差の影響もまた、提案する回転法により、理論的な検討結果のように軽減できることがわかる。また、 $r_0/\Delta r$  の値が1から2へと増加するにつれて両方法による測定結果は同程度に求められていることから、この測定においては、位相誤差の影響は無視できることがわかる。

#### 4. ま と め

2マイクロホンによる音響インテンシティベクトルの測定原理について述べ、測定におけるバイアス誤差の検討を行った。その結果、高周波数領域においては、マイクロホン間隔に起因する有限差近似誤差が生じること、低周波数領域においては、マイクロホン間の位相に起因する誤差が生じること、また、測定においては、マイクロホン対の方向設定に関する誤差が生じることを示した。

これらバイアス誤差が消去でき、正確な音響インテンシティベクトルの測定を目的として、回転マイクロホン法を提案し、理論ならびに実験によってその有効性の検証を行った。その結果、平面進行波音場における実験結果から、回転法は、マイクロホンに付随する位相誤差が完全に消去できるので、低周波数領域における測定下限周波数を下方へ拡張できることが実証された。さらに、回転法は、音源とマイクロホン軸の設定に起因する方向設定誤差を含まないとともに、高周波数領域におけるマイクロホンの指向性による影響も低減できることがわかった。

また、近傍音場における実験結果から、回転法は、音源からの距離とマイクロホン間隔の比に起因するバイアス誤差も、従来法に比べ低減できることが実証された。従って、回転法によれば、より音源の近傍へ測定領域を拡張することが可能であり、これまで困難であった音源近傍における音の放射性状をより明確に把握できることが期待できるといえる。

#### 文 献

- 1) T.J.Schultz : J.Acoust.Soc.Am. **28**,693(1956).
- 2) 小池徳男, 柳沢武三郎, 信学論 (A), **J75-A**,1623(1992).
- 3) T.Yanagisawa and N.koike : J.Sound Vib. **113**,117(1987).
- 4) J.K.Thompson and D.R.Tree : J.Sound Vib. **75**,229(1981).