

## 円板状薄板を検出要素とした傾斜計の試作

賀勢晋司\* 牧志龍男\*\*  
松岡浩仁\*\*\* 加藤育康\*\*\*\*  
(昭和63年10月24日受理)

### A Tilt-Angle Sensor Employing a Circular Sheet as a Sensing Element

Shinji KASEI\* Tatsuo MAKISHI\*\*  
Hirohito MATSUOKA\*\*\* Ikuyasu KATOH\*\*\*\*

A pendulum type tilt-angle sensor with a simple mechanism was constructed for such practical mechanical measurements as require no so high precision and subjected to tests for calibrating the input-output characteristics. The requirements initially set up were as follows: (1) a resolution higher than several seconds of arc and a measurable range over  $\pm$  several minutes of arc; (2) a capability of detecting two components of a tilt angle; (3) a capability of dynamic measurements up to several hertzes. The results of the calibration tests have proved that a resolution higher than about 2" and a linearity adequate over the range of more than  $\pm 100''$  have been obtained, and that the sensor is capable of responding fairly well up to about 3 Hz. Thus, the performance of the sensor meets the above requirements (1) and (3). As for the requirement (2), the capability level attained is not high enough to need no improvement.

### 1. 緒 言

精密あるいは機械工学の分野における傾斜測定としては、工作機械等のテーブルやベッド、定盤等の基準面が代表的な対象である。測定原理からみると、振子型や水準器型の重力方向基準方式とオートコリメーションあるいは光波干渉を利用する光学方式に大別でき

---

\* 精密工学科 助教授  
\*\* (株)共和電業  
\*\*\* 精密工学科 助手  
\*\*\*\* 大学院工学研究科精密工学専攻

る．最近では特に，後者に属する光電式オートコリメータ<sup>1)</sup>やレーザ干渉計<sup>2)</sup>が0.1秒（角度）以下の分解能を有する極めて高感度の測定装置として知られている．また，前者では，振子の変位を容量あるいはインダクタンス変化利用で検出するものに，上述のような高感度レベルのものもある<sup>3)</sup>．しかし，それらはそれ程までの分解能を要しない用途にはあまりに高価である．

ここで，数秒以下程度の分解能の場合を便宜的に中程度の分解能の場合と規定すると，それに合う測定器に手動のオートコリメータや精密水準器が考えられる．しかし，能率性と応答性の面からみると，それらは優れているとは言い難い．

本研究では，上述の観点から言えば，中程度の分解能を要する場合に対応する傾斜計の製作を試みる．振子型で簡単な機構とひずみゲージによる検出方法を採用し，簡便で応答性のよい測定器を目指す．以下，その設計と性能について述べる．

## 2. 基本構想と機構の解析

### 2.1 基本構想

試作における方針と目標を以下のように設定する．

- (1) 測定原理は重力利用の振子型とする．機構が単純で安定化させやすいからである
- (2) 検出要素には円板状の金属薄板を用いる
- (3) ひずみゲージにより傾きに伴う薄板のひずみを検出する．高感度が期待でき，検出部を比較的簡単に構成できるからである
- (4) 円板状薄板の等方性を利用して，傾きの2成分，傾斜方向の検出を可能とする
- (5) 測定分解能及び測定範囲の目標を各々，数秒以下及び±数分程度とする
- (6) 静的測定以外に，数ヘルツ程度まで動的測定を可能とする

### 2.2 機構の解析

図1に試作測定器のモデルを示す．図中には，コリオリの力や遠心力等を除いて，ここで必要な作用力（モーメント）だけを示している．支点0のまわりの微小角振動の方程式は，

$$I \frac{d^2(\theta - \phi)}{dt^2} = -mgl(\theta - \phi) + M + mll' \frac{d^2\theta}{dt^2} + cl \frac{d\phi}{dt}.$$

入力を $\theta$ ，出力を $\phi$ として整理すると，

$$I \frac{d^2\phi}{dt^2} + cl \frac{d\phi}{dt} + (mgl + k)\phi = (I - mll') \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgl\theta \quad (1)$$

ここで， $M = k\phi$ ， $k$ はモーメント $M$ に伴う薄板のばね定数に当たり， $\theta$ は傾斜角 $\phi$ は振子の振れ角， $I$ は支点0に関する振子の慣性モーメント， $m$ は振子の質量， $g$ は重力加速

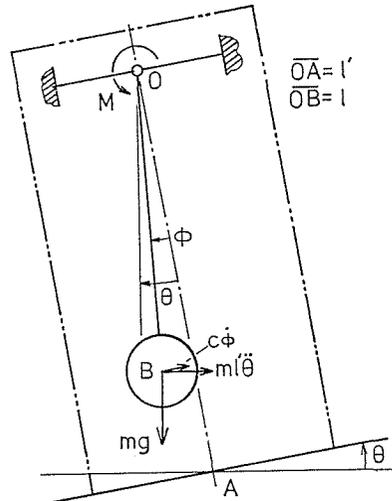


Fig. 1 Model for the sensor.

度,  $c$  は制動油の粘性制動係数, 点Aは傾きの中心, 点Bは振子の重心である.  $l, l'$  については図1参照.

図2に円板状薄板(内, 外径:  $2b, 2a$ )のモーメント負荷の様子を示す. 傾斜に伴い振子から  $\theta_t = 0$  の断面において支点OのまわりにモーメントMを受け, 非軸対称変形をしている.

微小変形として板の弾性理論<sup>4)</sup>を適用し,  $r = b$ におけるたわみ角  $\phi_{tb}$  を解くと,

$$\phi_{tb} = \frac{M}{Eh^3} \frac{3(1-\nu^2)}{\pi(\beta^2+1)} \{(\beta^2-1) - (\beta^2+1)\ln\beta\} \cos\theta_t \quad (2)$$

ここで,  $E$  は縦弾性係数,  $\nu$  はポアソン比,  $h$  は板厚,  $\beta = b/a$  である.

式(2)において  $\theta_t = 0$  とすれば,  $\phi$  が得られ, 式(1)の  $k$  は次式で与えられる.

$$k = \frac{Eh^3\pi(\beta^2+1)}{3(1-\nu^2)\{(\beta^2-1) - (\beta^2+1)\ln\beta\}} \quad (3)$$

本研究ではひずみゲージを利用し, 薄板の半径方向ひずみ  $\varepsilon_r$  を検出する. 板の上及び下表面における  $\varepsilon_r$  を解くと次式が得られる.

$$\varepsilon_r = \frac{-3(1-\nu^2)M}{2\pi(\beta^2+1)ah^2E} \{3\rho - \beta^2\rho^{-3} - (\beta^2+1)\rho^{-1}\} \cos\theta_t \quad (4)$$

ここで  $\rho = r/a$  である.

なお, 薄板にはMのほか, 振子の重量が作用し, 支点Oに対しほぼ対称な変形が重なることが予想されるが, その変形には影響されない検出方法を考える(図4参照).

動特性を考察する場合のため, 式(1)より伝達関数  $G_1(s)$  を求めると,

$$G_1(s) = \frac{(1-p)s^2 + q}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5)$$

ただし,  $\omega_n^2 = (mgl + k)/I$ ,  $\zeta = cl/2\omega_n I$ ,

$p = mll'/\omega_n^2(mgl + k)$ ,  $q = mgl\omega_n^2/(mgl + k)$ .

動的な測定の場合, 傾斜角  $\theta$  の変化のほか上下動が加わることもあるが, その影響が無視できない程の場合は対象としないので, 式(1)ではそれを考慮していない.

### 3. 傾斜計の実現

#### 3.1 構造とセンシング方法

図3に傾斜計の構造を示す. 円板状薄板は外周部を2つのリングではさんで固定され, 内周部は振子の支持部となっている. 振子はアームと鉛製の重りからなる. 薄板材料には, 強度が比較的に高く, 種々の厚さのものが入手しやすいリン青銅を用いる. 不意の場合の薄板保護のため, 振れ角制限用のストップが設けられ, 同時にそれは重りの回りに充たされる制動油(バイク用ショックアブソーバ油)の揺動防止用となる.

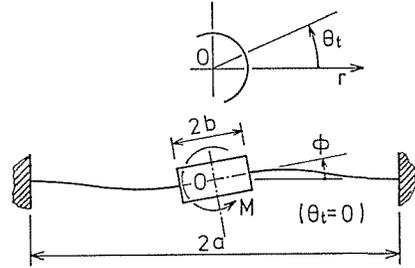


Fig. 2 Circular sheet subjected to moment-load.

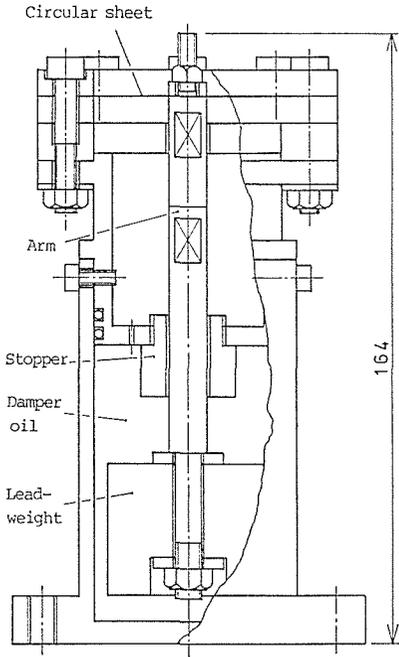


Fig. 3 View of the sensor constructed.

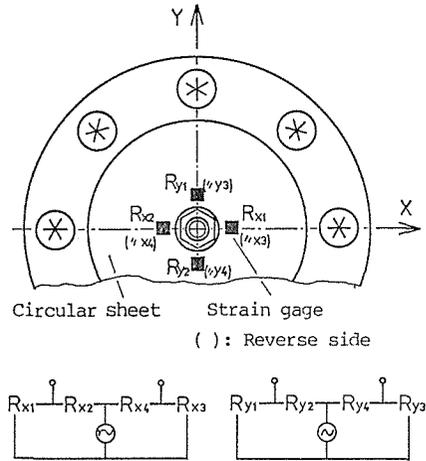


Fig. 4 Relation between circular sheet and strain gages.

Table 1 Dimensional and characteristic values of the sensor.

$a = 25 \text{ mm}$	$b = 5 \text{ mm}$	$h = 0.2 \text{ mm}$
$l = 108 \text{ mm}$	$l' = 148 \text{ mm}$	$E = 120 \text{ GPa}$
$\nu = 0.3$	$m = 0.6 \text{ kg}$	$k = 1.6 \text{ kNmm}$
$f_n = 2.9 \text{ Hz}$	$\zeta = 0.5$	

表1に2.1の考え方に沿って与えられた設計値及び特性値を示す。ここで、板厚  $h$  は薄板についての強度にも配慮して決め、ばね定数  $k$  は式(3)を用いて求めている。固有振動数  $f_n (= \omega_n / 2\pi)$  と制動比  $\zeta$  は自由振動実験から得られたものである。

この傾斜計においてはひずみゲージをセンサとする。式(4)によると、 $\theta_t$  が一定値の場合、ひずみ  $\epsilon_r$  は内周端において絶対値が最大で外周に向って単調に減小する。ただし、途中でゼロとなり、その点の内外で符号が異なる。上述の寸法を用い、 $\theta_t = 0$  について内周端 ( $\rho = 0.2$ ) における  $M = 1 \text{ Nmm}$  あたりの  $\epsilon_r$  を求めると、ほぼ  $33 \times 10^{-6}$  である。 $\epsilon_r$  をひずみゲージで検出する場合、内周に近い程、検出感度を高くできるが、それでも数秒程度の傾斜角の場合には  $\epsilon_r$  が  $10^{-7}$  以下と極微小となり得ることを考慮しておく必要がある。

図4に薄板とひずみゲージの関係を示す。X、Y軸方向について薄板の表、裏面に貼られたゲージを各々4ゲージ法で用い、感度向上、温度補償及びモーメント  $M$  以外の負荷の

影響の除去を図る，ゲージによるブリッジ回路（5kHz，2v 印加）からの出力は専用の AC 増幅器を用いて高倍率に増幅する．AC 増幅器の方がノイズ・ドリフトが小さく，高倍率が得やすく，本研究の場合に適切と考えるからである．

### 3.2 特性の改善

式(5)によれば，この傾斜計そのものではあまり適切な動的測定はできない．また，静的測定の場合を含めて増幅度に少しでも余裕を持たせておく方がよい．これらに対する特性改善策として増幅回路を有する能動形の低域ろ波回路（以下，L. P. F.）を付加することを考える．

図5に L. P. F. の回路図を示す<sup>5)</sup>．この回路の伝達関数を  $G_2(s)$  とすると<sup>5)</sup>，

$$G_2(s) = \frac{A\omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0s + \omega_0^2} \quad (6)$$

$$\text{ただし, } A = R_f/R_1, \quad \omega_0 = 1/\sqrt{R_4R_5C_1C_2},$$

$$\alpha = \sqrt{C_2/C_1} (\sqrt{R_5/R_4} + \sqrt{R_4/R_5} + \sqrt{R_4R_5/R_3}),$$

本体(式(5))との合成伝達関数  $G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$  が適切な特性を示すよう，先ず  $\omega_0 = \omega_n$  として試行錯誤的に  $\alpha = 2.8$  とした．増幅率  $A = 10$  と決め，回路素子の値を以下のように選ぶ： $R_1 = R_2 = 100K\Omega$ ， $R_f = 1M\Omega$ ， $R_3 = R_4 = 820K\Omega$ ， $R_5 = 430K\Omega$ ， $c_1 = c_2 = 0.1\mu F$ ．特性改善の結果については後述する．

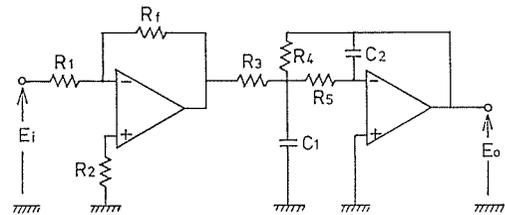


Fig. 5 Circuit of the active type low pass filter used for the improvement of characteristics.

## 4. 校正実験の方法

図6に校正実験装置の概略を示す．偏心軸を可変速の DC モータで回転させて傾斜計の

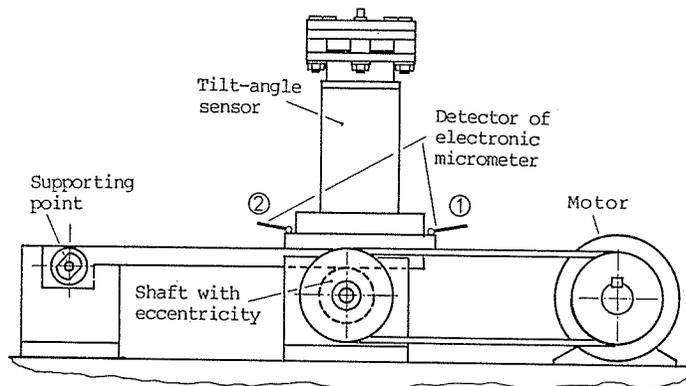


Fig. 6 Apparatus for the calibration test.

台を傾斜変化させる。傾斜角は二本の電気マイクロメータの検出子により常に正確に測定され、モータの回転速度の測定にはストロボスコープが用いられる。この装置では±103秒の角度変化を与えることができる。なお、静的な校正の場合にはモータによらず、手動で段階的な操作を行う。

図7に実験における全体的な構成を示す。データ集録とその処理は全てパソコン援用で行う。インターバルタイマはサンプリング時間の設定用である。

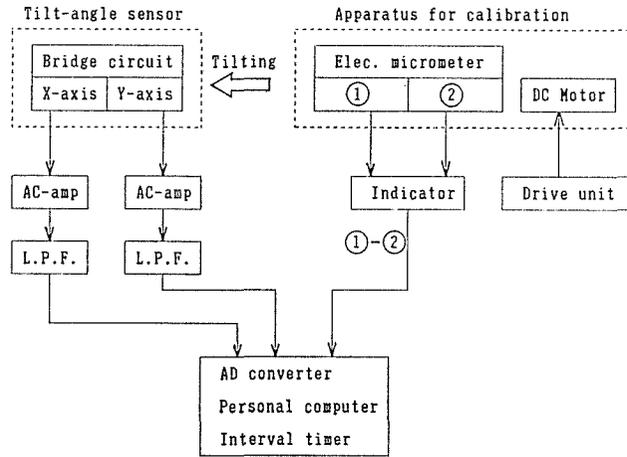


Fig. 7 Overall expression of the calibration test.

## 5. 校正実験の結果と考察

### 5.1 静的な場合について

傾斜方向がX軸またはY軸方向に合致する場合とそれがX軸及びY軸からはずれる場合について、校正範囲を±10秒、±30秒及び±100秒に設定して実験を行う。データ取得にあたっては、外部の微小振動や回路（特にAD変換部）によるばらつきの影響をできるだけ除くため、一点のデータの値はサンプリング30回の平均値とする。なお、出力としてはL.P.F.からの出力電圧 $E_0$ を用いる。

図8に±10秒と±100秒のX軸についての校正結果を示す。前者では、ばらつきの概略を示すため、一点につき数個をプロットしているが、後者では、各点5回の平均値を示している。図8によると線形性は十分で、分解能もかなり高そうである。また、±100秒以上の範囲でも十分の線形性があるものと推測される。

$\theta$ と $E_0$ の関係は十分に線形回帰できると判断し、各点におけるばらつきは同一と仮定して線形回帰の信頼限界曲線を次式より求める<sup>6)</sup>。

$$P\left\{m+b\theta-t_{\alpha/2}s\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{\theta^2}{\sum\theta_i^2}}\leq E_0\leq m+b\theta+t_{\alpha/2}s\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{\theta^2}{\sum\theta_i^2}}\right\}=1-\alpha \quad (7)$$

ここで、 $\alpha$ は危険率、 $m+b\theta$ は最小二乗近似による回帰直線、 $m$ は切片、 $b$ は感度、 $s$ はデータ総数 $n$ についての標準偏差、 $t_{\alpha/2}$ は厳密には $t_{\alpha/2;n-2}$ で表わされる $t$ 分布の値

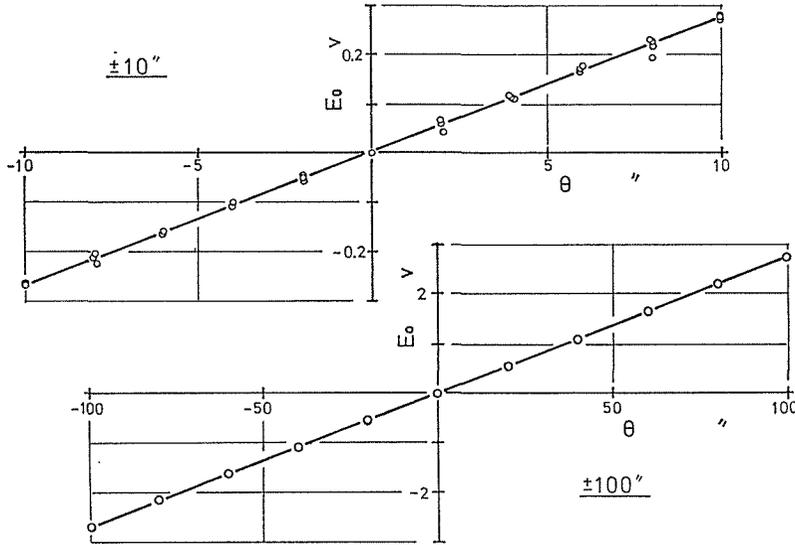


Fig. 8 Results of the static calibration test.

である。

$E_{0m}(\theta) = m + b\theta$ ,  $E_{0s}(\theta) = t_{\alpha/2} S \sqrt{1/n + \theta^2 / \sum \theta_i^2}$  と置いて、図9に式(7)の概略の関係を示す。上、下限曲線間に回帰直線が  $1 - \alpha$  の信頼度で存在するので、分解能  $R$  を次式で表現する。

$$R = 2E_{0s}(\theta_r) / b \tag{8}$$

表2に三つの校正範囲について、X軸及びY軸の感度  $b$  と  $\alpha = 0.01$  の場合の式(8)による分解能  $R$  の結果をまとめる。いずれも5回の校正実験データによる。表2によると、 $R$ はX軸の方がよい特性を示している。Y軸側にはひずみゲージの接着、はんだ付け等に微妙な不良があり、ノイズの混入がより大きいと思われる。両軸についての  $b$  の違いはひずみゲージの接着位置の多少の違いによるものであろう。しかし、全体的にみると、約2秒より高いかなりの分解能と感度が実現していると思われる。

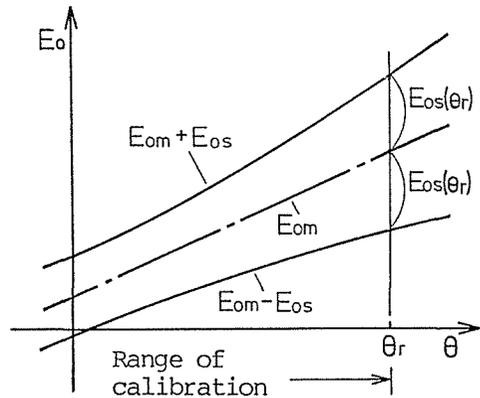


Fig. 9 Limit curves of the reliability on linear regression.

図10は傾斜方向をX軸またはY軸の方向に限定せずに傾斜計を図6の台上で0度(X軸方向)から30度ずつ方向を変え、X軸とY軸からの各々の出力  $E_X$ ,  $E_Y$  の合成値  $E_{XY}$  を次式で求めた例である。

$$E_{XY} = \sqrt{E_X^2 + (\eta E_Y)^2} \tag{9}$$

Table 2 Performance of the sensor evaluated from the static calibration test.

Range ( " )		Sensitivity b (mV/1" )	Resolution R ( " )
± 10	X	27.3	0.44
	Y	32.6	1.25
± 30	X	28.0	0.69
	Y	31.8	1.19
± 100	X	27.2	0.94
	Y	31.7	1.26

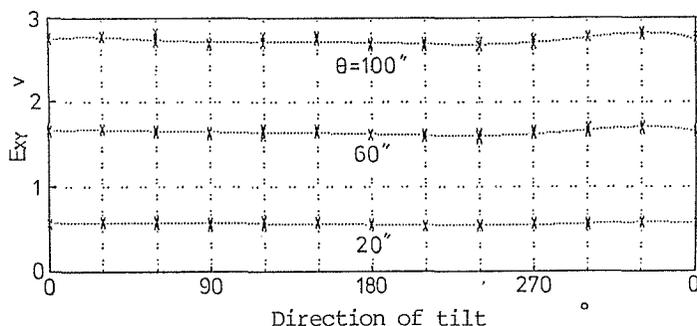


Fig.10 Resultant values of X and Y outputs accompanying change in tilt-direction.

ここで、 $\eta$ は感度の補正係数である。

$E_{XY}$ が傾斜方向によらず一定であれば、いかなる場合でも傾斜角の2成分を正しく分解し、どの方向に傾いたかを完全に検出できる。図10によると全体的に大きな狂いはないが、十分に満足できる程ではない、特に支持方法の影響で薄板の等方性が十分には確保できていないことやひずみゲージの貼り付け方向の多少の狂いに主な原因が求められる。

## 5.2 動的な場合について

傾斜入力 $\theta$ の周波数 $f$ を10Hzまでとして、X軸方向に傾斜方向を合わせた場合のX軸出力の周波数応答を検討する。 $\theta$ の振幅は103秒である。

図11にゲイン線図、図12に位相線図を示す、両図ともL.P.F.を用いない場合と用いる場合を比較している。なお、図11のゲイン $G$ は静的入力の場合を基準(=1)として整理している。

図11によると、L.P.F.の採用は大きな特性改善をもたらしている。すなわち、固有振動数 $f_n$ (=2.9Hz)付近まで十分にフラットで、 $\pm 5\%$ 帯域は2.5Hz程度まで広がっている。また、L.P.F.は電気的ノイズ等の高周波成分の除去にも効果を示しているはずである。ただし、 $f_n$ 付近では制動比 $\zeta$ の変化の影響が入りやすいことに注意する必要がある。

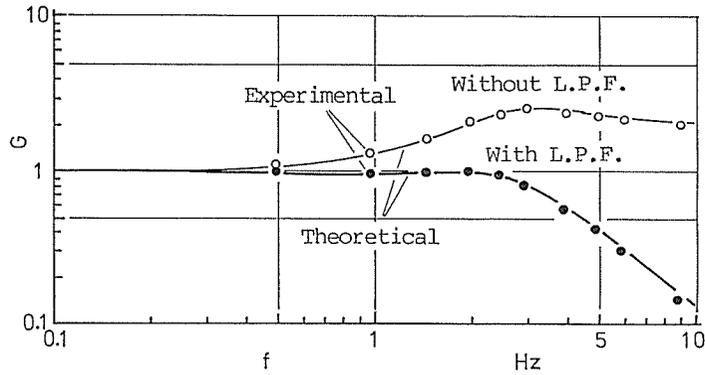


Fig. 11 Gain diagram obtained from the frequency response test.

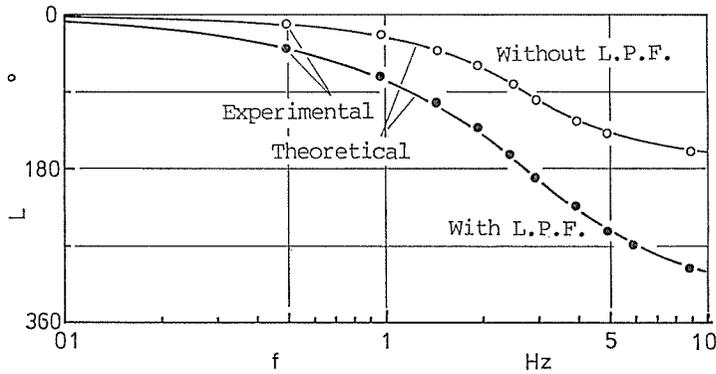


Fig. 12 Phase diagram obtained from the frequency response test.

る。

図12によると、L.P.F. を付加した場合、位相遅れがより大きくなる。しかし、線図を通常スケールの座標に書き直して観察すると、近似的にはLは  $f_n$  の近くまでは、 $f$  に比例するとしてもよさそうである。この比例関係を仮定すれば、ゲイン  $G$  が一定 ( $=G_c$ ) の領域では、入力  $\theta$ 、出力  $E_o$  は次式で表わすことができる<sup>7)</sup>。

$$\theta = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \sin \left( m \frac{2\pi}{T} t + \phi_m \right)$$

$$E_o = \sum_{m=0}^{\infty} G_c a_m \sin \left\{ m \frac{2\pi}{T} (t - t_d) + \phi_m \right\}. \quad (10)$$

上式は周波数成分項のみを表わし、 $T$  は周期であり、各成分の位相遅れを  $L_m = t_{dm} \cdot (2\pi/T)$  ( $t_d$ : 比例定数) としている。

式(10)によれば、 $E_o$  は  $\theta$  に対して時間軸で  $t_d$  ずれるだけで波形はひずまない。

以上、ゲインと位相についての検討から、固有振動数に近いところまでは動的な測定も

可能と考えられる。ただ、ここでは入力振幅を 103 秒とした場合のみの動特性を検討したに過ぎない。より小さな振幅状態についての検討も今後必要である。

## 6. 結 言

本研究の結果は次のようである。

- (1) 円板状の金属薄板を検出要素とする振子型の傾斜測定法を考え、その基本特性を解析して試作目標に基づく一つの傾斜計を作った。
- (2) 能動型の低域ろ波回路により、静特性における感度、動特性におけるゲイン特性の向上を図った。
- (3) 静的校正実験を行い、 $\pm 100$  秒以上の範囲にわたるよい直線性と約 2 秒より高い分解能が可能であることを示した。ただ、薄板の等方性を利用して傾斜成分と方向を確実に検出する目標は十分には果たせなかった。薄板の支持方法等に再検討の余地がある。
- (4) 動的校正実験を行い、上述(2)の特性改善がほぼ十分に果たせたこと、約 3Hz という固有振動数近くまでの動的測定を行い得ることを示した。ただし、より小さい入力振幅における検討も必要である。

なお、本研究の計測方式は偏位法であるが、今後の課題にフィードバック方式による零位法の採用がある。より高精度の測定を考える場合には検討する必要があるであろう。

## 参 考 文 献

- 1) 日本光学：光電式オートコロリメータカタログ
- 2) YHP：レーザトランスジューサカタログ
- 3) 青山ほか：傾斜角の精密測定—振子式高感度傾斜計の性能試験—, 昭61年度精密工学会秋季大会講演論文集(2), 459, (1986)
- 4) 関谷, 浜田, 角：平板構造強度設計便覧, 42, 朝倉書店, 1982
- 5) 角田秀夫：オペアンプの基本と応用, 144, 東京電機大出版局, 1982
- 6) 吉本 勇：工学統計解析, 88, 養賢堂, 1981
- 7) 森田矢次郎：機械計測学, 133, 共立出版, 1984