

## K-H-V型歯車機構の効率 および軸トルク計算式

両角 宗晴\* 岸 佐年\*\*

(昭和59年2月14日受理)

### Efficiency and Torque Formulas for K-H-V Type Planetary Gear Mechanisms

Muneharu MOROZUMI and Satoshi KISHI

K-H-V type planetary and differential gears were subjected to an analysis with a view to deriving efficiency and torque formulas. All possible K-H-V type planetary and differential gears were worked out, and a tabulation has been made of the results obtained. The efficiency formulas and torque formulas obtained require as parameters only two quantities, the number of teeth and the efficiency of stationary gear trains. The results tabulated can be utilized safely without requiring any understanding of the underlying theory.

### 1 緒 言

遊星歯車機構の種類は非常に多いが、これらはいずれも三本の基本軸から成っており、そのうちで1個の太陽内歯車、その内歯車にかみあう遊星ピニオンおよびその遊星ピニオンを支持するキャリアのそれぞれの軸を基本軸としたものをK-H-V型遊星歯車機構と呼ぶ。この場合、遊星ピニオンは自転と公転をしているから、その絶対回転数を機構の中心線上にある軸に1:1で取り出すためにW機構を用いる。W機構としてはオルダム継手、ユニバーサル継手、平行クランク機構の応用である調節孔とピンによる継手、および歯数差零の内歯車とピニオン対<sup>1)</sup>などがある。なおこの場合、二つの軸に駆動を与えたとき第三の軸がこれら作用を同時に受けて回転したり、または一つの軸に駆動を与えたとき他の二つの軸が被動されるとき、この装置をK-H-V型差動歯車機構と呼ぶ。

これらK-H-V型遊星および差動歯車機構を設計する際には、あらかじめその機構の理論効率値を計算により求め、効率について充分検討しておくことが必要である。またこれと同時に、機構の各基本軸および中間軸に作用するトルクの値を理論計算により求め、軸の強度と寸法とを考慮した上で機構が成立することを確かめることが必要である。K-H-

\* 精密工学教室 教授

\*\* 長野工業高等専門学校機械工学科 助手

V型遊星歯車機構の理論効率計算式については既に明らかにされているが<sup>2)</sup>、K-H-V型遊星歯車機構の軸トルクおよび差動歯車機構の効率と軸トルクの理論計算式は未だに明らかにされていない。

そこで本論文では、K-H-V型遊星および差動歯車機構の効率と軸トルク計算式について考察し、著者の一人が以前に示した効率の分り易い計算法<sup>3)</sup>を応用して機構の効率および各基本軸と中間軸とに作用するトルクを求める理論計算式を誘導した。そして読者がこれら効率および軸トルクの理論計算式を使用する際に、その適用を誤るおそれのない便利な一覧表を作成した。

## 2 理論効率および理論軸トルク計算式の誘導

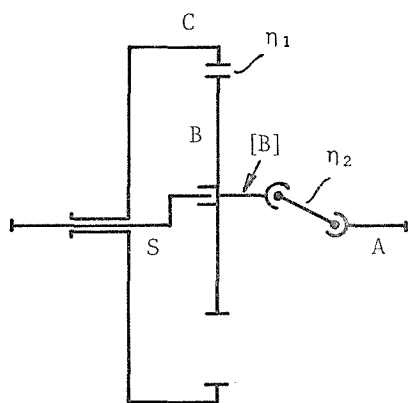


Fig.1 K-H-V Type Planetary Gear

### 2.1 K-H-V型遊星歯車機構

図1に示すときK-H-V型遊星歯車機構において、太陽内歯車Cを固定し、キャリアSを時計方向(正方向とする)に角速度 $\omega_S (> 0)$ で駆動し、遊星ピニオンBの軸にW機構で連結された軸Aを角速度 $\omega_A (= \omega_B < 0)$ で従動させる場合を考える。

いま各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表1が得られる。ただし遊星ピニオンBと太陽内歯車Cとの歯数を $Z_B, Z_C$ で表わす。

Table 1 Solution by Tabulation

	A	B	C	S
Gear locked	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$
Arm fixed	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B}$	$-\omega_S \frac{Z_C}{Z_B}$	$-\omega_S$	0
Result	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_B}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_B}\right)$	0	$\omega_S$

この表1より

$$\omega_A = \omega_S \left(1 - \frac{Z_C}{Z_B}\right) = \omega_S(1 - i_o) = -(i_o - 1)\omega_S$$

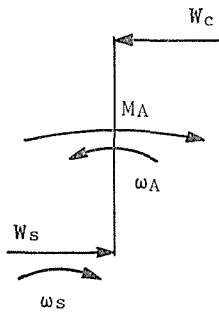
を得、これよりこの場合の角速度比 $u$ として

$$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = -(i_o - 1) \quad (1)$$

を得る。ただし

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_B} > 1 \tag{2}$$

である。そして遊星ピニオンBに作用する、太陽内歯車CとキャリアSからの力  $W_C$ ,  $W_S$  によるトルク  $M_C$ ,  $M_S$  と、軸Aからのトルク  $M_A$  との釣り合いから、機構中心まわりの各トルクの大きさや方向とが定まる。また駆動軸ではトルクの作用する方向と回転方向とが同方向であり、従動軸ではトルクの作用する方向と回転方向とが反対方向であることより、各歯車およびキャリアの回転方向が定まる。そしてこれをいま考察している場合にあってはめると図2に示すごとくになる。この図2より、各々の軸トルクの釣り合い方程式として



$$M_A + M_S - M_C = 0 \tag{3}$$

Fig.2 Torque, Forces, and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

を得る。

いま表1において“合計”の欄に示した運動を行なっている機構全体に対し、キャリアの回転と反対方向に角速度  $(-\omega_S)$  の回転を与えて、キャリアを固定した場合の運動が“キャリア固定”の欄に示してあり、これら“合計”の欄の運動と“キャリア固定”の欄の運動とは、いずれも各要素に作用する力とそれによるトルクおよび各要素間の相対運動には変りが無いと考えられる。従って式(3)は“キャリア固定”の場合でも成立することがわかる。そこで“キャリア固定”の場合で考えると、表1から軸Aの角速度  $\omega_A' (= -\omega_S Z_C / Z_B)$  は負、軸Cの角速度  $\omega_C' (= -\omega_S)$  も負となり、一方図2から軸Aのトルク  $M_A$  の方向は正、軸Cのトルク  $M_C$  の方向は負であるから、軸Cが駆動軸、軸Aが従動軸であることがわかる。そして“キャリア固定”の場合の機構の基準効率  $\eta_o$  を

$$\eta_o = \frac{M_A |\omega_A'|}{M_C |\omega_C'|} = \frac{M_A}{M_C} \cdot \frac{Z_C}{Z_B}$$

とおく。これに式(2)、および式(3)から得られる

$$M_C = M_A + M_S \tag{4}$$

を代入して

$$\eta_o = \frac{M_A}{M_A + M_S} i_o$$

を得、これより

$$M_A = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S \quad (5)$$

を得る. 次にこの結果を式(4)へ代入して

$$M_C = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S + M_S = \frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S \quad (6)$$

を得る. ただし

$$\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2 \quad (7)$$

であり,  $\eta_1$  は歯車BとCとのかみあい効率を示し, また  $\eta_2$  はW機構の効率を示す. 次に中間軸Bについて考えると, 軸Cが駆動軸, 軸Aが従動軸であることから

$$M_C |\omega_C'| \eta_1 = M_B |\omega_B'|$$

を得, これより

$$M_B = M_C \left| \frac{\omega_C'}{\omega_B'} \right| \eta_1 = M_C \frac{Z_B}{Z_C} \eta_1$$

を得, これに式(2)および式(6)を代入して

$$M_B = \frac{i_o}{i_o - \eta_o} \cdot M_S \cdot \frac{1}{i_o} \cdot \eta_1 = \frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S \quad (8)$$

を得る. または

$$M_B |\omega_B'| \eta_2 = M_A |\omega_A'|$$

を得, これより

$$M_B = \frac{1}{\eta_2} M_A$$

を得, 式(5)を代入して

$$M_B = \frac{1}{\eta_2} \cdot \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S = \frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S \quad (8)$$

を得る.

次にこの場合の機構全体の効率を

$$\eta = \frac{M_A |\omega_A|}{M_S |\omega_S|}$$

とおく. これに式(1), および式(5)から得られる

$$\frac{M_A}{M_S} = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o}$$

を代入して

$$\eta = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} \cdot (i_o - 1) = \frac{\eta_o(i_o - 1)}{i_o - \eta_o} \quad (9)$$

を得る.

同様な方法により, このK-H-V型遊星歯車機構において, [S駆動, C従動, A固定]の場合, [C駆動, A従動, S固定]の場合, [A駆動, S従動, C固定]の場合, [C駆動, S従動, A固定]の場合, [A駆動, C従動, S固定]の場合における角速度比, 効率, 各軸トルクの理論計算式を求め表2に一覧表として示す. そしてこの表2より, 各々の場合の角速度比, 効率, 各軸トルクの理論値は, 機構を構成する歯車の歯数と“キャリア固定”の場合の基準効率とにより計算できることがわかる.

なお, このK-H-V型遊星歯車機構において  $\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2 = 1$  と考えると, 各軸トルクを求める理論計算式は上記の六つの場合とも凡て同一に成ることがわかり, これを表2の最下段に示す.

この表2において減速機として用いられるのは, 表の上から1行目と2行目の場合であり, 大幅に減速するためには, 太陽内歯車Cと遊星ピニオンBとの歯数差をできるだけ小さくすればよく, 歯数差  $(Z_C - Z_B) = 1$  となったとき最も減速され, この場合が多く使用されている. ただしこの場合, 太陽内歯車と遊星ピニオンとの間の種々の干渉を避けるため両者に適当な転位を与えることが必要である<sup>4)</sup>. そこでこのK-H-V型遊星歯車機構において, [S駆動, A従動, C固定]の場合について  $(Z_C - Z_B) = 1$  のときの角速度比, 効率および各軸トルクを求める理論計算式について考える. いま式(2)より

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_B} \left( = \frac{Z_C}{Z_C - 1} \right) = \frac{Z_B + 1}{Z_B} = 1 + \frac{1}{Z_B} \quad (10)$$

を得る. そしてこれを式(1)に代入して

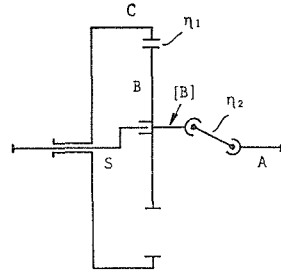
$$u = -(i_o - 1) = - \left( 1 + \frac{1}{Z_B} - 1 \right) = - \frac{1}{Z_B} < 0 \quad (11)$$

を得, 同様に式(5), (6), (8)に代入して

$$M_A = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S = \frac{\eta_o}{1 + \frac{1}{Z_B} - \eta_o} M_S = \frac{\eta_o Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S, \quad (12)$$

$$M_C = \frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S = \frac{\frac{Z_C}{Z_C - 1}}{\frac{Z_C}{Z_C - 1} - \eta_o} M_S = \frac{Z_C}{Z_C - \eta_o(Z_C - 1)} M_S = \frac{Z_C}{\eta_o + Z_C(1 - \eta_o)} M_S, \quad (13)$$

Table 2 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for K-H-V Type Planetary Gears

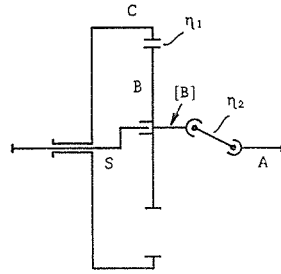


$$i_o = \frac{Z_C}{Z_B} > 1$$

$$\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio $u$	Efficiency $\eta$	Torque on shaft			
						$M_A$	$M_C$	$M_S$	$M_B$
$\eta_o \neq 1$	S	A	C	$\frac{\omega_A}{\omega_S} = -(i_o - 1) < 0$	$\frac{\eta_o(i_o - 1)}{i_o - \eta_o}$	$\frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S$	$\frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S$
	S	C	A	$\frac{\omega_C}{\omega_S} = \frac{i_o - 1}{i_o}$	$\frac{i_o - 1}{i_o - \eta_o}$				
	C	A	S	$\frac{\omega_A}{\omega_C} = i_o$	$\eta_o$	$\frac{1}{\eta_o i_o - 1} M_S$	$\frac{\eta_o i_o}{\eta_o i_o - 1} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_2}{\eta_o i_o - 1} M_S$
	A	S	C	$\frac{\omega_S}{\omega_A} = -\frac{1}{i_o - 1} < 0$	$\frac{\eta_o i_o - 1}{i_o - 1}$				
	C	S	A	$\frac{\omega_S}{\omega_C} = \frac{i_o}{i_o - 1}$	$\frac{\eta_o i_o - 1}{\eta_o (i_o - 1)}$				
	A	C	S	$\frac{\omega_C}{\omega_A} = \frac{1}{i_o}$	$\eta_o$				
$\eta_o = 1$					$\eta = 1$	$\frac{1}{i_o - 1} M_S$	$\frac{i_o}{i_o - 1} M_S$	$M_S$	$\frac{1}{i_o - 1} M_S$

Table 3 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for K-H-V Type Planetary Gears



$$Z_C - Z_B = 1$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_B} = 1 + \frac{1}{Z_B} > 1$$

$$\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio $u$	Efficiency $\eta$	Torque on shaft			
						$M_A$	$M_C$	$M_S$	$M_B$
$\eta_o \neq 1$	S	A	C	$\frac{\omega_A}{\omega_S} = -\frac{1}{Z_B} < 0$	$\frac{\eta_o}{1 + Z_B(1 - \eta_o)}$	$\frac{\eta_o Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$\frac{Z_C}{\eta_o + Z_C(1 - \eta_o)} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_1 Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S$
	S	C	A	$\frac{\omega_C}{\omega_S} = \frac{1}{Z_C}$	$\frac{1}{1 + Z_B(1 - \eta_o)}$				
	C	A	S	$\frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{1 + Z_B}{Z_B}$	$\eta_o$				
	A	S	C	$\frac{\omega_S}{\omega_A} = -Z_B < 0$	$1 - Z_C(1 - \eta_o)$	$\frac{Z_B}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$\frac{\eta_o Z_C}{1 - Z_C(1 - \eta_o)} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_2 Z_B}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$
	C	S	A	$\frac{\omega_S}{\omega_C} = Z_C$	$\frac{1 - Z_C(1 - \eta_o)}{\eta_o}$				
	A	C	S	$\frac{\omega_C}{\omega_A} = \frac{Z_B}{1 + Z_B}$	$\eta_o$				
$\eta_o = 1$					$\eta = 1$	$Z_B M_S$	$Z_C M_S$	$M_S$	$Z_B M_S$

$$M_B = \frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S = \frac{\eta_1}{1 + \frac{1}{Z_B} - \eta_o} M_S = \frac{\eta_1 Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S \quad (14)$$

を得る．また全体の効率  $\eta$  は式(9)に式(10)を代入して

$$\eta = \frac{\eta_o(i_o - 1)}{i_o - \eta_o} = \frac{\eta_o \left(1 + \frac{1}{Z_B} - 1\right)}{1 + \frac{1}{Z_B} - \eta_o} = \frac{\eta_o}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} \quad (15)$$

を得る．

同様な方法により、 $(Z_C - Z_B) = 1$  のときの〔S駆動、C従動、A固定〕の場合、〔C駆動、A従動、S固定〕の場合、〔A駆動、S従動、C固定〕の場合、〔C駆動、S従動、A固定〕の場合、〔A駆動、C従動、S固定〕の場合、および  $\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2 = 1$  の場合について、角速度比、効率、各軸トルクの理論計算式を求め、表3に一覧表として示す。

## 2.2 K-H-V型差動歯車機構

次に図1に示すK-H-V型遊星歯車機構において、二つの軸に駆動を与えたとき第三の軸がこれら作用を同時に受けて被動をしたり、また一つの軸に駆動を与えたとき他の二つの軸が被動される、いわゆるK-H-V型差動歯車機構として用いる場合について考える。そして各々の記号を前述のK-H-V型遊星歯車機構の場合と同様に定め、この場合の各軸の角速度を求めるための重ね合わせ法として表4が得られる。

Table 4 Solution by Tabulation

	A	B	C	S
Gear locked	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$
Arm fixed	$(\omega_C - \omega_S) \frac{Z_C}{Z_B}$	$(\omega_C - \omega_S) \frac{Z_C}{Z_B}$	$\omega_C - \omega_S$	0
Result	$\omega_S + (\omega_C - \omega_S) \frac{Z_C}{Z_B}$	$\omega_S + (\omega_C - \omega_S) \frac{Z_C}{Z_B}$	$\omega_C$	$\omega_S$

そしてこの表4より、各軸の角速度の関係式として

$$\begin{aligned} \omega_A &= \omega_S + (\omega_C - \omega_S) \frac{Z_C}{Z_B} = \omega_S + (\omega_C - \omega_S) i_o \\ &= i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S \end{aligned} \quad (16)$$

を得、またこの式(16)を変形してそれぞれ

$$\omega_C = \frac{\omega_A + (i_o - 1) \omega_S}{i_o}, \quad (17)$$



$$\omega_S = \frac{i_o \omega_C - \omega_A}{i_o - 1} \quad (18)$$

を得る.

いまこのK-H-V型差動歯車機構において、キャリアSを角速度  $\omega_S (<0)$  および太陽内歯車Cを角速度  $\omega_C (>0)$  で駆動し、遊星ピニオンBの軸にW機構で連結された軸Aを角速度  $\omega_A (= \omega_B >0)$  で従動させる場合の効率  $\eta$  を求める. そしてこのK-H-V型差動歯車機構は、キャリアSを固定したとき太陽内歯車Cからの入力  $N_{i1}$  によって生じた軸Aの角速度  $\omega_{A1}$  と軸Aに伝達された出力  $N_{o1}$  からなる遊星歯車装置 (第1成分遊星歯車装置), および太陽内歯車Cを固定したときキャリアSからの入力  $N_{i2}$  によって生じた軸Aの角速度  $\omega_{A2}$  と軸Aに伝達された出力  $N_{o2}$  からなる遊星歯車装置 (第2成分遊星歯車装置) から成ると考える.

第1成分遊星歯車装置 [C駆動, A従動, S固定]

$\omega_S = 0$  であるから式(16)より

$$\omega_{A1} = i_o \omega_C \quad (19)$$

を得, またこの場合の効率  $\eta_I$  は表2により

$$\eta_I = \eta_o \quad (20)$$

を得る. 従ってこの時の軸Cからの入力  $N_{i1}$  は

$$N_{i1} = \frac{N_{o1}}{\eta_I} = \frac{N_{o1}}{\eta_o} \quad (21)$$

を得る.

第2成分遊星歯車装置 [S駆動, A従動, C固定]

$\omega_C = 0$  であるから式(16)より

$$\omega_{A2} = -(i_o - 1) \omega_S \quad (22)$$

を得, またこの場合の効率  $\eta_{II}$  は表2より

$$\eta_{II} = \frac{\eta_o(i_o - 1)}{i_o - \eta_o} \quad (23)$$

を得る. 従ってこの時の軸Sからの入力  $N_{i2}$  は

$$N_{i2} = \frac{N_{o2}}{\eta_{II}} = \frac{(i_o - \eta_o)}{\eta_o(i_o - 1)} N_{o2} \quad (24)$$

を得る.

いま従動軸Aの出力トルクを  $M_A$ ，出力を  $N_o$  とすれば

$$N_o = M_A \omega_A = M_A (\omega_{A1} + \omega_{A2}) = N_{o1} + N_{o2}$$

を得，従って

$$M_A = \frac{N_o}{\omega_A} = \frac{N_{o1}}{\omega_{A1}} = \frac{N_{o2}}{\omega_{A2}} \quad (25)$$

が得られ，これよりそれぞれ

$$N_{o1} = \frac{\omega_{A1}}{\omega_A} N_o = \frac{i_o \omega_C}{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S} N_o, \quad (26)$$

$$N_{o2} = \frac{\omega_{A2}}{\omega_A} N_o = \frac{-(i_o - 1) \omega_S}{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S} N_o \quad (27)$$

を得る．そこで全体の入力を  $N_i$  とすれば全体の効率  $\eta$  は

$$\eta = \frac{N_o}{N_i} = \frac{N_o}{N_{i1} + N_{i2}}$$

となり，これに式(21)，(24)，(26)，(27)を代入して

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{N_o}{\frac{1}{\eta_o} \cdot \frac{i_o \omega_C}{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S} N_o + \frac{i_o - \eta_o}{\eta_o (i_o - 1)} \cdot \frac{-(i_o - 1) \omega_S}{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S} N_o} \\ &= \frac{\eta_o \{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S\}}{i_o \omega_C - (i_o - \eta_o) \omega_S} \end{aligned} \quad (28)$$

を得る．

次にこの場合に各基本軸および中間軸に作用するトルクを求める．いま第1成分遊星歯車装置の出力  $N_{o1}$  と第2成分遊星歯車装置の出力  $N_{o2}$  は式(25)よりそれぞれ次式で表わされる．

$$N_{o1} = M_A \omega_{A1} \quad (29)$$

$$N_{o2} = M_A \omega_{A2} \quad (30)$$

また軸Cのトルク  $M_C$  は

$$M_C = \frac{N_{i1}}{\omega_C} \quad (31)$$

で表わされ，この式(31)に式(19)，(21)，(29)を代入して

$$M_C = \frac{i_o}{\eta_o} M_A \quad (32)$$

を得る。同様に軸Sのトルクを  $M_S$  とすれば

$$M_S = \frac{N_{i2}}{\omega_S} \quad (33)$$

となり、この式(33)に式(22), (24), (30)を代入して

$$M_S = - \frac{i_o - \eta_o}{\eta_o} M_A \quad (34)$$

を得、これより

$$M_A = - \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S \quad (35)$$

を得る。そしてこの結果を式(32)へ代入して

$$M_C = \frac{-i_o}{\eta_o} \cdot \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S = \frac{-i_o}{i_o - \eta_o} M_S \quad (36)$$

を得る。

次に中間軸Bに作用するトルクについて考える。いまこの場合の遊星ピニオンBに作用する、太陽内歯車CおよびキャリアSからの力  $W_C$ ,  $W_S$  と軸Aからのトルク  $M_A$  との釣り合い関係を、前述と同様に駆動軸ではトルクまたは力の作用する方向と回転方向とが同方向、従動軸ではトルクまたは力の作用する方向と回転方向とが反対方向であると考えると図3を得る。この図3より軸Aに作用するトルク  $M_A$  の方向は負、軸Cに作用するトルク  $M_C$  の方向は正であることがわかる、一方、 $\omega_C > 0$ ,  $\omega_S < 0$  であることから表4の“キャリア固定”の場合で考えると、軸Aの角速度  $\omega_A' \{= (\omega_C - \omega_S) Z_C / Z_B\}$  の方向は正、軸Cの角速度

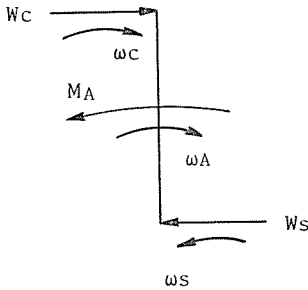


Fig.3 Torque, Forces, and Angular Velocities on a Planetary Gear

$\omega_C' (= \omega_C - \omega_S)$  の方向も正であることがわかり、軸Cが駆動軸、軸Aが従動軸となることがわかる。従って

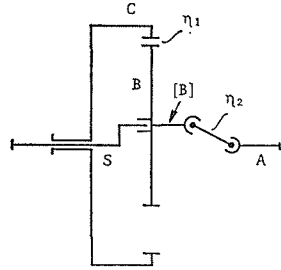
$$M_C |\omega_C'| \eta_1 = M_B |\omega_B'|$$

を得、これより

$$M_B = \left| \frac{\omega_C'}{\omega_B'} \right| \eta_1 M_C = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_1 M_C$$

を得、ここへ式(2)および式(36)を代入して

Table 5 Efficiency and Torque Formulas for K-H-V Type Differential Gears



$$i_o = \frac{Z_C}{Z_B} > 1$$

$$\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2$$

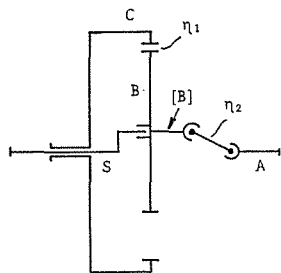
$$\omega_A = i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S$$

$$\omega_C = \frac{\omega_A + (i_o - 1) \omega_S}{i_o}$$

$$\omega_S = \frac{i_o \omega_C - \omega_A}{i_o - 1}$$

	Driver	Follower	Direction of rotation	Efficiency $\eta$	Torque on shaft			
					$M_A$	$M_C$	$M_S$	$M_B$
$\eta_o \neq 1$	C, S	A	Shaft S only : Opposite direction	$\frac{\eta_o \{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S\}}{i_o \omega_C - (i_o - \eta_o) \omega_S}$	$\frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S$	$\frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S$
	S	A, C	Shaft A only : Opposite direction	$\frac{(i_o - 1)(\eta_o \omega_A - i_o \omega_C)}{(i_o - \eta_o)(\omega_A - i_o \omega_C)}$				
	A, C	S	Shaft A only : Opposite direction	$\frac{(\eta_o i_o - 1)(\omega_A - i_o \omega_C)}{(i_o - 1)(\omega_A - \eta_o i_o \omega_C)}$	$\frac{1}{\eta_o i_o - 1} M_S$	$\frac{\eta_o i_o}{\eta_o i_o - 1} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_2}{\eta_o i_o - 1} M_S$
	A	C, S	Shaft S only : Opposite direction	$\frac{\eta_o i_o \omega_C - (\eta_o i_o - 1) \omega_S}{i_o \omega_C - (i_o - 1) \omega_S}$				
	A, S	C	All shafts : Same direction	$\frac{\eta_o \{ \omega_A + (i_o - 1) \omega_S \}}{\omega_A + \eta_o (i_o - \eta_o) \omega_S}$	$\frac{1}{\eta_o (i_o - \eta_o)} M_S$	$\frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S$	$M_S$	$\frac{1}{\eta_o (i_o - \eta_o)} M_S$
	C	A, S	All shafts : Same direction	$\frac{\eta_o^2 \omega_A + (\eta_o i_o - 1) \omega_S}{\eta_o \{ \omega_A + (i_o - 1) \omega_S \}}$				
$\eta_o = 1$				$\eta = 1$	$\frac{1}{i_o - 1} M_S$	$\frac{i_o}{i_o - 1} M_S$	$M_S$	$\frac{1}{i_o - 1} M_S$

Table 6 Efficiency and Torque Formulas for K-H-V Type Differential Gears



$$Z_C - Z_B = 1$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_B} = 1 + \frac{1}{Z_B} > 1$$

$$\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2$$

$$\omega_A = \frac{Z_C \omega_C - \omega_S}{Z_B}$$

$$\omega_C = \frac{Z_B \omega_A + \omega_S}{Z_C}$$

$$\omega_S = Z_C \omega_C - Z_B \omega_A$$

	Driver	Follower	Direction of rotation	Efficiency $\eta$	Torque on shaft			
					$M_A$	$M_C$	$M_S$	$M_B$
$\eta_o \neq 1$	C, S	A	Shaft S only : Opposite direction	$\frac{\eta_o(Z_C \omega_C - \omega_S)}{Z_C \omega_C - \{Z_C - \eta_o(Z_C - 1)\} \omega_S}$	$\frac{\eta_o Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$\frac{Z_C}{\eta_o + Z_C(1 - \eta_o)} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_1 Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S$
	S	A, C	Shaft A only : Opposite direction	$\frac{(Z_C - 1) \eta_o \omega_A - Z_C \omega_C}{\{\eta_o + Z_C(1 - \eta_o)\} \{Z_C - 1\} \omega_A - Z_C \omega_C}$				
	A, C	S	Shaft A only : Opposite direction	$\frac{\{1 - Z_C(1 - \eta_o)\} \{Z_C - 1\} \omega_A - Z_C \omega_C}{(Z_C - 1) \omega_A - \eta_o Z_C \omega_C}$	$\frac{Z_B}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$\frac{\eta_o Z_C}{1 - Z_C(1 - \eta_o)} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_2 Z_B}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$
	A	C, S	Shaft S only : Opposite direction	$\frac{\eta_o Z_C \omega_C - \{1 - Z_C(1 - \eta_o)\} \omega_S}{Z_C \omega_C - \omega_S}$				
	A, S	C	All shafts : Same direction	$\frac{\eta_o(Z_B \omega_A + \omega_S)}{Z_B \omega_A + \eta_o(1 + Z_B(1 - \eta_o)) \omega_S}$	$\frac{Z_B}{\eta_o(1 + Z_B(1 - \eta_o))} M_S$	$\frac{1 + Z_B}{1 + Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$M_S$	$\frac{Z_B}{\eta_o(1 + Z_B(1 - \eta_o))} M_S$
	C	A, S	All shafts : Same direction	$\frac{\eta_o^2 Z_B \omega_A + \{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)\} \omega_S}{\eta_o(Z_B \omega_A + \omega_S)}$	$\frac{\eta_o^2 Z_B}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$\frac{\eta_o(1 + Z_B)}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$	$M_S$	$\frac{\eta_o^2 Z_B}{\eta_o - Z_B(1 - \eta_o)} M_S$
$\eta_o = 1$				$\eta = 1$	$Z_B M_S$	$Z_C M_S$	$M_S$	$Z_B M_S$

$$M_B = \frac{1}{i_o} \cdot \eta_1 \cdot \frac{-i_o}{i_o - \eta_o} M_S = - \frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S \quad (37)$$

を得る. または

$$M_B |\omega_B'| \eta_2 = M_A |\omega_A'|$$

を得, これより

$$M_B = \frac{1}{\eta_2} M_A$$

を得, これに式(35)を代入して

$$M_B = \frac{1}{\eta_2} \cdot \frac{-\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S = - \frac{\eta_1}{i_o - \eta_o} M_S \quad (37)$$

を得る. 式(35), (36), (37)で負号がついているから,  $M_S$  の方向 (すなわち  $\omega_S$  の方向) が負であると, これらは正となる. 同様な方法により, このK-H-V型差動歯車機構において, [S駆動, AおよびC従動] の場合, [AおよびC駆動, S従動] の場合, [A駆動, CおよびS従動] の場合, [AおよびS駆動, C従動] の場合, [C駆動, AおよびS従動] の場合の効率と軸トルクの計算式を求め, 表5に示す.

この表5から, K-H-V型差動歯車機構の場合は, 効率の理論値を求めるためには三つの基本軸の角速度の値を定める必要があるが, 一つの軸を駆動して他の二つの軸が被動されるいわゆる開路式遊星歯車装置では, これら基本軸の角速度の値は機構に作用する原動機と負荷との速度トルク特性によって決るのであり, 一義的には決らない<sup>5)</sup>. 一方, 各軸のトルクの理論値は機構を構成する歯車の歯数と "キャリア固定" の場合の基準効率のみにより計算することのできる事がわかる.

またこの場合,  $\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2 = 1$  と考えると, 各軸トルクを求める理論計算式は上記の六つの場合とも凡て同一となる事がわかり, これを表5の最下段に示す.

次に前述したK-H-V型遊星歯車機構の場合と同様に, 最も多く使用される太陽内歯車Cと遊星ピニオンBとの歯数差 ( $Z_C - Z_B = 1$ ) の場合について考えると, 式(10)の  $i_o = 1 + 1/Z_B$  を上記の六つの場合および  $\eta_o = \eta_1 \cdot \eta_2 = 1$  の場合とに代入して, 効率および各軸トルクの理論計算式を求め表6に一覧表として示す.

### 3 結 言

K-H-V型遊星および差動歯車機構の効率および軸トルク計算式について考察し, 著者の一人が以前に示した効率の分り易い計算法を応用して, これら効率および軸トルクを求める理論計算式を誘導した. そして読者がこれら理論計算式を使用する際にその適用を誤るおそれのない便利な一覧表を作成した. またこの機構において最も多く用いられる, 太陽内歯車と遊星ピニオンとの歯数差が1の場合についても考察し, 効率および各軸トルクを求める理論計算式の一覧表を作成した.

## 参 考 文 献

- 1) 両角宗晴, 八重島公郎: 歯数差零の転位インボリュート内歯車に関する研究, 信州大学工学部紀要 27 (1969), 149.
- 2) 小方源之助: 遊星歯車装置の形式別伝達比( $i$ )と伝達効率( $\eta$ ) (5), 機械と工具, 24, 10 (1980), 111.
- 3) 両角宗晴: 遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法, 信州大学工学部紀要, 31 (1971), 105.
- 4) 両角宗晴: 転位インボリュート内歯車用干渉線図, 信州大学工学部紀要, 22 (1967), 65.
- 5) 矢田恒二: 開路式遊星歯車装置 (1), 機械の研究, 21, 7 (1969), 969.