

軸の回転精度のデータ処理法

張 華容* 坂口 博己**

(昭和59年5月31日受理)

Data Processing Technique for Evaluation of Machine Rotation Accuracy

Huarong ZHANG, Hiromi SAKAGUCHI

For the rotating machine design and working, it is an important item to consider how to evaluate the accuracy of rotation. However there have been no definite techniques for the evaluation because of difficulties in finding genuine axes of rotation. Thus, we propose a new definition and some mathematical formulae for the evaluation of accuracy. This has been made possible by paying attention to the Fourier spectral structure of the newly defined complex error motion function. This function is composed of a set of time sequencies which are measured at two points so as to be expressed as a complex function on Gaussian plane. The Fourier spectral structure of the complex error motion function is not symmetrical and therefore is more expressive of the behavior of axes of rotation than that of the real error motion. Thus, we have made analysis of associated Fourier spectra and of their influences on the shape of workpieces for various rotating machines. On the basis of the analytical results, Some mathematical techniques for the accuracy evaluation have been established.

1 ま え が き

軸の回転精度の測定と評価は精密機械の研究にとって重要な問題の一つである。例えば、工作機械主軸の回転精度は加工物の形状精度や仕上面粗さに大きな影響を与え、ジャイロスコープ主軸の回転精度は直接指向精度に関係する。但し、いまだ回転精度に関して明確な定義はない。普通エラーモーションと言うもので回転精度を表わし¹⁾、エラーモーションは軸の回転中心の空間における運動と定義されているが²⁾、一体、軸の回転中心と言うものは何を指すか、その答はなかなか明確ではない。

軸の回転精度の測定法と評価法は測定の目的や対象とする軸によって種種異なったものが用いられている。工作機械においては今まで主に主軸のエラーモーションが加工形状に

* 中華人民共和国研究留学生(陝西機械学院)

** 精密工学教室 助教授

与える影響によって回転精度を評価する。そのため工作機械を工具回転型と工作物回転型の二種類に大別し、センシティブ方向上のエラーモーションだけを測定する。測定シグナルを基礎円に加えて、それをシンクロスコープのブラウン管上に極座標表示することは常に使われるデータ処理方法である。この図形はある程度の加工形状を表わし、ポラプロットと呼ばれる。だが、センシティブ方向の方法は理論上にまだ検討すべき点がある。なお、どの測定対象、どんな測定方法でも、被測定物（例えば、マスタ球）の偏心があるので、その偏心運動を正しく計算して、それを測定データから取除く問題は完全に解決したとも言えない。

2 エラーモーションの複素型周波数解析

半径方向上のエラーモーション（ラジアルモーション）は点が平面における運動であり、それを時間についての複素関数で表示できる。その複素関数 $f(t)$ は図2のような装置を使って計測される。計測結果は図1のようになる。

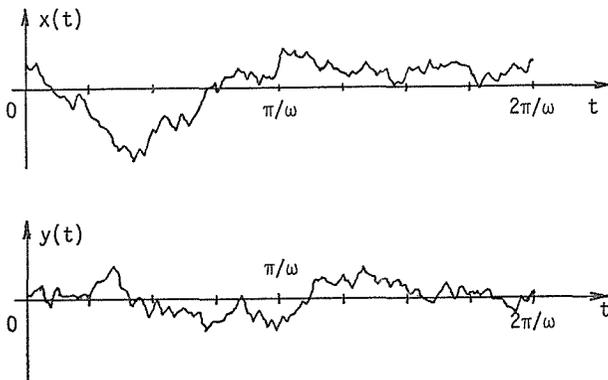


Fig.1 Setup for measurement of radial motion

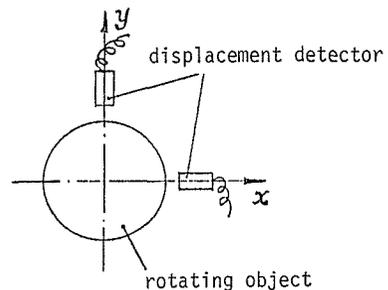


Fig.2 Waveforms of error motion

$$f(t) = x(t) + jy(t). \quad (1)$$

なお、式(1)は極座標式に書きなおすと、

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= r(t) e^{j\varphi(t)} \\ r(t) &= \sqrt{[x(t)]^2 + [y(t)]^2} \\ \varphi(t) &= \tan^{-1} \frac{y(t)}{x(t)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

になる。

普通軸のエラーモーションは一回転ごとに大体同じ軌跡に沿って繰り返しているの、それを近似的に周期関数とみなしても良い。軸の回転周期を T 、角速度を ω とし、 $(\omega T = 2\pi)$ 、仮に被測定物のラジアルモーション $f(t)$ は周期が T である関数であれば、それをフーリエ級数の複素型に展開できる。

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2) \tag{3}$$

$$C_n = r_n e^{j\varphi_n} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega t} dt. \tag{4}$$

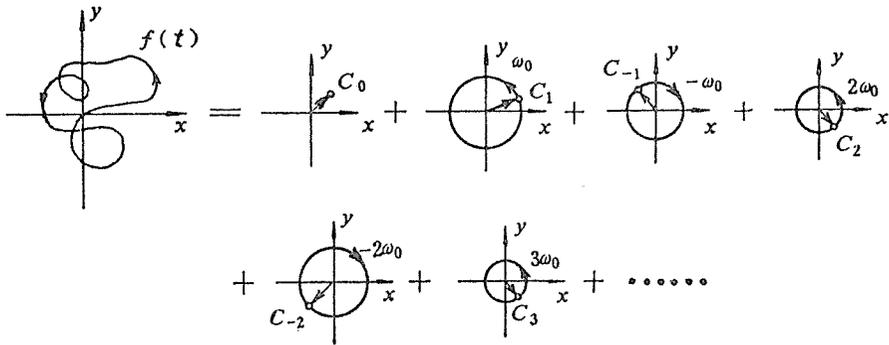


Fig.3 Decomposition of a periodic plane motion

式(3)と(4)の幾何学的意味は周期ラジアルモーションが沢山の円周運動である周波数成分に分解されることである。ここで、 $n\omega$ は各円周運動の角速度 (n はプラスなら、その回転方向は軸と同じく、マイナスなら逆)、 r_n は運動半径、 φ_n は出発点の位相である (図3参照)。 C_0 は固定点で、軸心の平均位置を表わす (普通の動的変位計測器の出力に直流成分はないので、 C_0 はゼロになる)。 $+1$ 次周波数成分 C_1 は軸の同期運動だから、これは被測定物の偏心運動なのである。

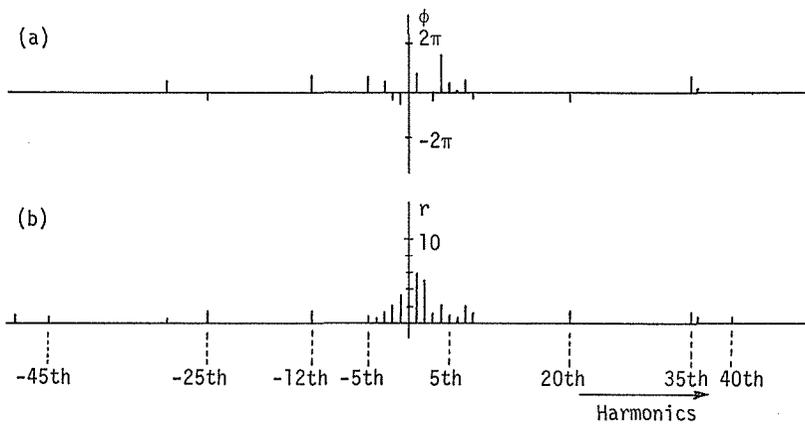


Fig.4 Spectra of error motion

周期エラーモーションの各次周波数成分の計算は普通の高速フーリエ変換方法(FFT)を使えば良い。図2に示すデータをFFT方法で計算して得たスペクトルを表わすと図4のようになる。ここで、図(a)は位相スペクトル、図(b)は振幅スペクトルである。実関数のフーリエ変換は偶関数だが、複素関数であるエラーモーションのフーリエ変換は偶関数ではないから、そのスペクトルは非対称である。

現実には、軸のエラーモーションの軌跡は一回転ごとに少し変わっているのだから、もっと精密に計算するために、数回転分のエラーモーションを一周期としなければならないこともある。例えば a 回転分を一周期として、周波数成分の次数を a で割算すれば、整数次数の成分が前述のと同じだが、分数次数の成分もできるようになる。本文では分数次数の周波数成分を準周期成分とよぶことにする。

3 エラーモーションの定義

軸が回転する時、エラーモーションがあれば、軸の横断面ではすべての点は皆動いているので、まったく動かない回転中心と言う点は存在しないはずである。ここでまず軸の回転中心を代表できるものは平均回転中心とよぶことにする。

平均回転中心は次のように定義する。回転軸の横断面において、平面運動の $+1$ 次周波数成分がゼロになる点は、軸に従って回転していないので、この点はその横断面の平均回転中心である。二つの横断面の平均回転中心を通る直線はその軸の平均回転中心線である。

平均回転中心線が基準に対して行なう運動は軸のエラーモーションである。

なお、直接エラーモーションを定義しても良い。即ち被測定物の平面運動から $+1$ 次周波数成分を引くと、それは被測定物のある横断面上のラジアルモーションになる。

4 ラジアルモーションが加工形状に与える影響

工作機械主軸のラジアルモーションは加工形状に歪みを起こさせるわけである。ほかの原因の影響を除けば、加工形状は次の二式で表わされる。

$$\text{工具回転型 } g(t) = Re^{j(\omega t + \theta)} + f(t) \quad (5)$$

$$\text{工作物回転型 } g(t) = -\{R + f(t)\}e^{-j\omega t} \quad (6)$$

ここで、 $f(t)$ は加工横断面上のラジアルモーション、 R は加工半径、 ω は主軸の回転角速度である。 θ は刃物の初期位相、即ち取付角である。

ラジアルモーション各次周波数成分の各々の影響による加工形状の歪みは皆サイクロイドになる。これらの図5に示す。その中に、心臓形の歪みの外はすべて座標中心に対称なのである。実は心臓形の歪みはほとんど加工形状の真円度に影響しない³⁾。

ラジアルモーションの準周期成分が工作物回転型の加工形状に起こさせる歪みの例は図6に示す。ここで、 N の値は準周期成分の次数である。

Harmonics of error motion	Polar plot	
	Tool rotating type	Workpiece rotating type
1		
2		
3		
4		
-1		
-2		
-3		
-4		

Fig.5 Influences of each spectral component on the shape of workpieces

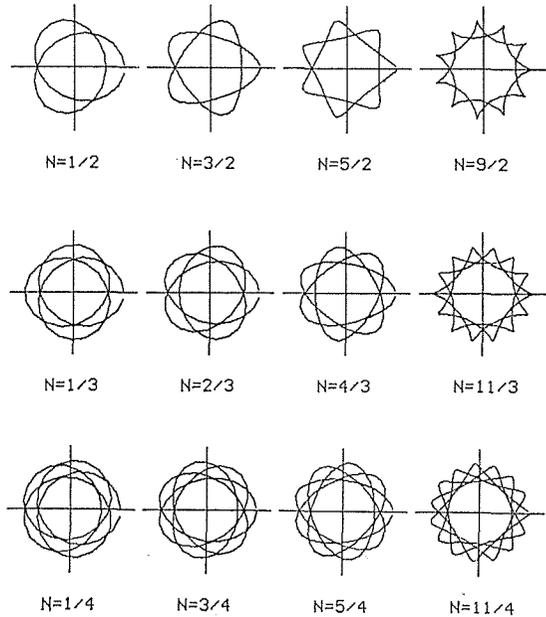


Fig.6 Influences of almost periodic spectral components on polar plots of the workpiece rotating type.

5 回転精度のデータ処理

1) 一般回転軸

普通軸のエラーモーションを求めるには、被測定物のエラーモーションから +1 次周波数成分を引けば良い。即ち次のように書く。

$$f'(t) = f(t) - C_1 e^{j\omega t} \tag{7}$$

図7はエラーモーションの軌跡である。ここで、図(a)は被測定物のエラーモーション、図(b)は軸自身のエラーモーションである。そのグラフから、被測定物の運動範囲は偏心運動の影響でわりに広いことがわかるだろう。

2) 工具回転型主軸

直接工作物形状公式(5)を用いて主軸回転精度のポラプロット $g'(t)$ は描ける。この場合に、被測定物の偏心運動を引く必要はないが、+2 次周波数成分によって心臓形歪みが生ずるので、それを除かなければならない。即ち

$$g'(t) = R_0 e^{j(\omega t + \theta)} + f(t) - C_2 e^{j2\omega t} \tag{8}$$

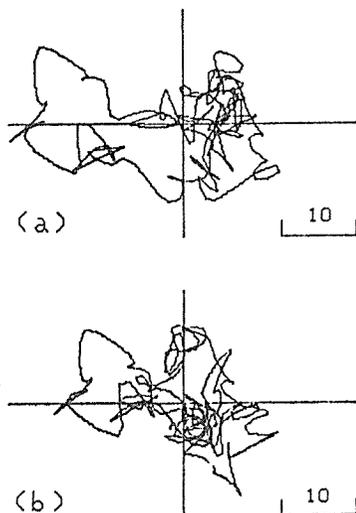


Fig.7 Loci of error motion

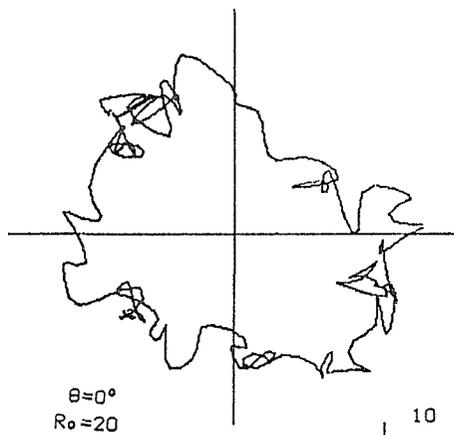


Fig.8 Polar plot drawn by the method of shape formula

になる。ここで、 R_0 は基礎円半径である。図8は式(8)を用いて描いたポラプロットの例である。

なお、センシティブ方向の方法でポラプロットを作ることもしできる。エラーモーションのセンシティブ方向上の射影 $f(t)$ は実関数である。それは次の二式の一つによって求められる。

$$f(t) = r(t) \cos\{\varphi(t) - \omega t - \theta\}, \quad (9)$$

$$f(t) = x(t) \cos(\omega t + \theta) + y(t) \sin(\omega t + \theta). \quad (10)$$

センシティブ方向法で描かれるポラプロットは次の式に表示する。

$$g''(t) = \{R_0 + f(t)\} e^{j(\omega t + \theta)}. \quad (11)$$

エラーモーションの各次周波数成分を各各センシティブ方向上に射影すれば、その射影 $f_n(t)$ の計算式は式(9)から誘導して次のように書ける。

$$\begin{aligned} f_n(t) &= r_n \cos(n\omega t + \varphi_n - \omega t - \theta) \\ &= r_n \cos\{(n-1)\omega t + \varphi_n - \theta\} \end{aligned} \quad (12)$$

$n=2$ とおき、

$$f_2(t) = r_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - \theta), \quad (13)$$

$n=0$, $r_0 \neq 0$ とおき、即ち測定基準が偏心である場合に、

$$f_0(t) = r_0 \cos(\omega t - \varphi_0 + \theta) \quad (14)$$

になる。式(13)と(14)から、センシティブ方向上のエラーモーション $f(t)$ の一次周波数成分は二つの要素を含み、それはエラーモーション $f(t)$ の +2 次周波数成分と測定基準の偏心であることが分かる。それらは皆ポラプロットに心臓形の歪みを起させる。普通よく使われるセンシティブ方向の測定法は測定基準の偏心を除くために測定データの一次成分を取除く。そうすると、同時にエラーモーションの +2 次周波数成分も取除くようになってしまうけれども、もした加工物の真円度だけによって主軸の回転精度を評価すれば、このような処理は適当とも言える。

図 1 に示すような測定装置を使えば、測定基準の偏心と言うことは問題にならないので、センシティブ方向法のポラプロットを画くには、エラーモーションの +2 次周波数成分だけを取除いてよい。この場合に、式(11)は次のように書きなおせる。

$$g''(t) = [R_0 + \{x(t) - r_2 \cos(2\omega t + \varphi_2)\} \cos(\omega t + \theta) + \{y(t) - r_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)\} \sin(\omega t + \theta)] e^{j(\omega t + \theta)}. \quad (15)$$

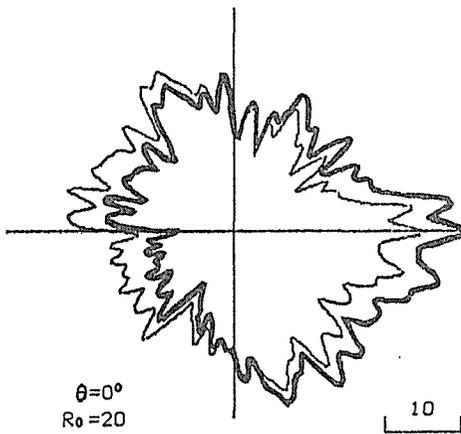


Fig.9 Polar plots drawn by the sensitive direction method

センシティブ方向法で画いたポラプロットを図 9 に示し、その中に太線の図形は式(11)、細線の図形は式(15)で画かれたのである。太線の図形は心臓形歪みで著しく座標中心から外れている。

工具回転型主軸にとっては工作物の形状と真円度は刃物の取付角 θ によって変わるので、取付角 θ を 0° から 360° まで変化させて、形状の違うポラプロットを数多く得る必要がある。このようにセンシティブ方向法で画かれるポラプロットは図 10 のようになり、それによって求められた座標中心円の半径差を表 1 に示す。これら結果から、次のことがわかる。 0° から 180° までの結果を 180° から 360° までの結果に比べると、ポラプロットの形状は違うが、座標中心円半径差の値はすべて等しい。だから真円度を計算するには、取付角を 0° から 180° まで変化させれば充分である。

以上ポラプロットを描く方法を二つ述べた。その一つは工作物形状式で直接画く方法、もう一つはセンシティブ方向法である。基礎円半径 R_0 がエラーモーションの値よりはるかに大きければ、この二つの方法で描いた図形はほぼ同じである。具体例を図 11 に示す。図(a)は式(15)、図(b)は式(8)で画かれたものである。ところが基礎円半径 R_0 がわりに小さい時、式(8)を使うと、エラーモーションの値は $g'(t)$ の位相に対する影響が大きいため、図形の線は絡み合ってしまう(図 8 参照)。したがって、ポラプロットは不規則になる。式(15)を使えば、 $g''(t)$ の位相はエラーモーションによって変わることがないので、得ら

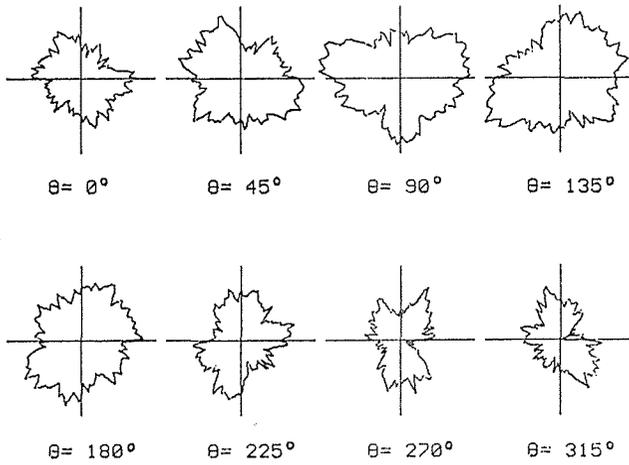


Fig.10 Polar plots of the tool rotating type

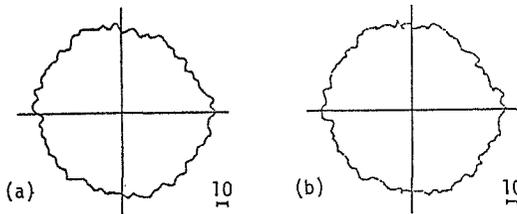


Fig.11 Comparison of the two kinds of polar plots

Table 1 Values of the roundness

Angle θ	Radial separation based on polar chart center
0.0°	15.55
22.5°	15.99
45.0°	17.51
67.5°	21.18
90.0°	23.54
112.5°	24.81
135.0°	22.89
157.5°	19.27
180.0°	15.55
202.5°	15.99
225.0°	17.51
247.5°	21.18
270.0°	23.54
292.5°	24.81
315.0°	22.89
337.5°	19.27

れたポラプロットはかえって、より工作物の形状に相似する。それこそセンシティブ方向法の長所である(図9参照)。従来よく用いられるVUOSOの方法によるポラプロットの形状はセンシティブ方向測定法で画かれたのと大部違う^{4,5)}。その原因についてそれぞれ説があったが、実はVUOSOの方法は工作物形状公式の方法に属するので、根本的な原因は以上述べた如くである。

3) 工作物回転型主軸

工作物形状公式でポラプロットを画けば、+1次周波数成分は図形に歪みを起すことがないが、図形を座標中心からはずれさせ、-1次周波数成分は心臟形の歪みを生ずる。だからこの二つの成分を去除しなければならぬ。即ち式(6)を次のように書き直す。

$$\begin{aligned} g'(t) &= -[R_0 + f(t) - C_1 e^{j\omega t} - C_{-1} e^{-j\omega t}] e^{-j\omega t} \\ &= -[R_0 + f(t)] e^{-j\omega t} + C_1 + C_{-1} e^{-j2\omega t} \end{aligned} \quad (16)$$

工作物回転型主軸のセンシティブ方向上のエラーモーションはエラーモーションの実軸上の射影 $x(t)$ なのである。 $x(t)$ の一次成分には二つの要素があり、それはエラーモーションの+1次と-1次の周波数成分である。センシティブ方向法でポラプロットを画く公式は

$$g''(t) = -[R_0 + x(t) - r_1 \cos(\omega t + \varphi_1) - r_{-1} \cos(\omega t + \varphi_{-1})]e^{-j\omega t} \quad (17)$$

である。

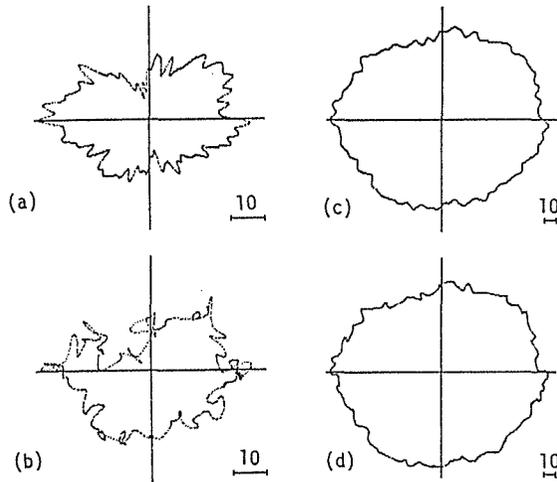


Fig.12 Polar plots of the workpiece rotating type

図(12)は図2のデータによって画かれた工作物回転型主軸のポラプロットである。(a)と(c)は(17)で、(b)と(d)は式(16)式で画かれたのである。(a)と(b)基礎円半径はわりに小さく、(c)と(d)の基礎円半径はわりに大きい。

6 む す び

1) 回転軸のラジアルモーションを複素関数として取扱うと、それは数多くの円周運動に分解できる、このような数学処理は回転精度の分析とデータ処理に対して非常に有利だけでなく、厳密に回転精度の定義を下すこともできるようになる。なお、この方法を二次元ベクトルであるアンギュラモーションの取扱いにも利用できる。

2) 被測定物の偏心運動はラジアルモーション +1 次周波数成分である。但し偏心運動とセンシティブ方向上の測定データの一次成分は等しいと考えるわけにはいかない。

3) 本研究で提案した方法はさまざまな主軸回転精度の測定装置を一種類に統一できる。それは図1のような装置である。

本文のあげた回転精度のデータは実測ではなくて、コンピューターでシミュレーションしたものである。最後に、本研究に御協力いただいた研究室の小山安正技官及び大学院生、卒研生に感謝します。

文 献

- 1) J.B. Bryan & P. Vanherck, Unification of Terminology Concerning the Error Motion of Axes of Rotation, Ann. CIRP 24, 2(1975).

- 2) 黃長芸, 盧文祥, 機械製造中的測試技術, 中国機械工業出版社 (1981).
- 3) 張華容, 機床主軸回轉精度的数学描述和分析, 中国機械工程學報 Vol. 18, No. 4(1982).
- 4) 垣野義昭ほか, 軸の回轉精度に関する研究(第1報), 精密機械, 43, 6(1977), 720.
- 5) 垣野義昭ほか, 軸の回轉精度に関する研究(第2報), 精密機械, 44, 6(1978), 730.