

差動歯車機構の軸トルク計算式 (第2報 3K型差動歯車機構)

両角 宗晴* 岸 佐年**
(昭和58年10月4日受理)

Torque Distribution in Differential Gears (2nd Report, 3K Type Differential Gears)

Muneharu MOROZUMI and Satoshi KISHI

3K type Differential gears were subjected to an analysis with a view to deriving formulas for the torque distribution on shafts. The analysis has revealed that the torque formulas are derivable by using the efficiency formula for the differential gear. All possible 3K type differential gears were worked out, and a tabulation has been made of the results obtained. The results tabulated can be utilized safely without requiring any understanding of the underlying theory.

1 緒 言

遊星歯車機構や差動歯車機構を設計する際には、あらかじめそれら機構の理論効率値や、三本の基本軸と中間軸とに作用するトルクの値を理論計算により確かめておかなければならない。3K型遊星歯車機構の軸トルクの理論計算式は既に著者等により明らかにされているが¹⁾、3K型差動歯車機構の軸トルクの理論計算式については未だ研究が成されていない。

そこで本研究では、既に求められている3K型差動歯車機構の理論効率計算式²⁾を用いて、この機構の三本の基本軸と中間軸とに作用するトルクの理論計算式を誘導した。そして3K型差動歯車機構の代表的な四つの型式について各軸トルクの理論計算式を求め、実際にこれら理論計算式を使用する際にその適用を誤る心配のない便利な型式別一覧表を作成した。

2 3K型差動歯車機構の軸トルク計算式の誘導

2.1 型式I-aの差動歯車機構

図1に示すごとき3K型差動歯車機構において、太陽外歯車Aを時計方向(正方向とす)に角速度 ω_A および太陽内歯車Cを角速度 $\omega_C (>0)$ で駆動し、太陽内歯車Eを角速

* 精密工学教室 教授

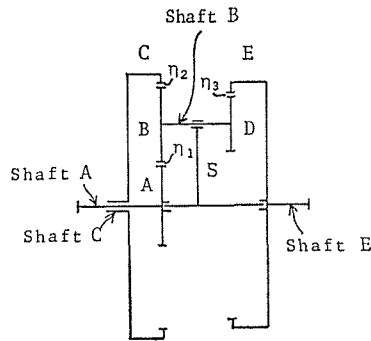
** 長野工業高等専門学校機械工学科 助手

度 $\omega_E (> 0)$ で従動させる場合を考える。ただし歯車 A, B, C, D, E の歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし、この場合は $Z_C > Z_E$ ($Z_C Z_D < Z_B Z_E$) とする。

いまキャリア S の角速度を $\omega_S (> 0)$ で表わし、各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表 1 が得られる。

Table 1 Solution by Tabulation

	A	B, D	C	E	S
Gear locked	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
Arm fixed	$\omega_A - \omega_S$	$-(\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_B}$	$-(\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_C}$	$-(\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_B} \cdot \frac{Z_D}{Z_E}$	0
Result	ω_A	$\omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_B}$	$\omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_C}$	$\omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}$	ω_S



この表 1 より

$$\omega_C = \omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_C}$$

を得、これより

$$\omega_S = \frac{\omega_A + i_o \omega_C}{1 + i_o} \quad (1)$$

を得る。同様に表 1 より

$$\omega_E = \omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}$$

Fig. 1 I-a Type Differential Gear

を得、これより

$$\omega_S = \frac{\omega_A + i_o'' \omega_E}{1 + i_o''} \quad (2)$$

を得る。この式(1), (2)より ω_S を消去すると

$$\omega_E = \frac{(i_o' - 1)\omega_A + (1 + i_o'')\omega_C}{i_o' + i_o''} \quad (3)$$

が得られる。ただし

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (4)$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} > 1, \quad (5)$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \cdot i_o' > 1. \quad (6)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式が既に著者の一人により求められている²⁾.

$$\eta = \frac{(i_o' - 1)\omega_A + (1 + i_o'')\omega_C}{\frac{(i_o' - 1)\omega_A}{\eta_I} + \frac{(1 + i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}} \quad (7)$$

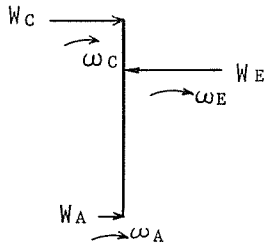
ただし

$$\eta_I = \frac{(i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_2 \eta_3)} \quad (8)$$

$$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o'')(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(1 + \eta_1 \eta_3 i_o'')} \quad (9)$$

ここで η_1, η_2, η_3 はキャリヤ S を固定した時の歯車 A と B , 歯車 B と C , 歯車 D と E とのかみあい効率であり, また η_I と η_{II} はこの 3 K 型差動歯車機構を二つの成分遊星歯車機構から成ると考えた時の各々の成分遊星歯車機構の理論効率計算式を示す.

そして遊星ピニオン B と D とに作用する, 歯車 A, C, E からの力 W_A, W_C, W_E の釣り合いからこれら力の大きさと方向とが定まり, 従って各々の力による機構中心まわりのトルクの大きさと方向とが定まる. また駆動軸ではトルクのかかる方向と回転方向とが同方向であり, 従動軸ではトルクのかかる方向と回転方向とが反対方向であることより, 各歯車およびキャリヤの回転方向が定まる. そして, これをいま考察している場合に当てはめると図 2 に示すごとくになる. そして図 2 より軸 A, C, E に作用するトルク M_A, M_C, M_E の釣り合い方程式として



$$M_A + M_C - M_E = 0 \quad (10)$$

Fig.2 Forces and Angular Velocities in Planet Gear

を得る. いまこの場合の差動歯車機構の効率 η を

$$\eta = \frac{M_E \omega_E}{M_A \omega_A + M_C \omega_C}$$

とおく, これに式(3), (7), および式(10)から得られる

$$M_E = M_A + M_C \quad (11)$$

を代入して

$$\frac{\frac{(i_o' - 1)\omega_A + (1 + i_o'')\omega_C}{\eta_I} + \frac{(1 + i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}}{\frac{(i_o' - 1)\omega_A}{\eta_I} + \frac{(1 + i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}} = \frac{(M_A + M_C) \frac{(i_o' - 1)\omega_A + (1 + i_o'')\omega_C}{i_o' + i_o''}}{M_A \omega_A + M_C \omega_C}$$

を得, これより

$$M_A = \frac{\eta_I \{\eta_{II}(i_o' + i_o'') - (1 + i_o'')\} \omega_C - \eta_{II}(i_o' - 1) \omega_A}{\eta_I(1 + i_o'') \omega_C - \eta_{II} \{\eta_I(i_o' + i_o'') - (i_o' - 1)\} \omega_A} \quad (12)$$

を得る, 次にこの結果を式(11)に代入して

$$M_E = \frac{\eta_I \eta_{II}(i_o' + i_o'') (\omega_C - \omega_A)}{\eta_I(1 + i_o'') \omega_C - \eta_{II} \{\eta_I(i_o' + i_o'') - (i_o' - 1)\} \omega_A} \quad (13)$$

を得る. 次の中間軸 B に作用するトルクについて考える. いま表 1 において "合計" の欄に示した運動を行なっている機構全体に対して, キャリヤの回転と反対方向に角速度 $(-\omega_S)$ の回転を与えてキャリヤを固定した場合の運動が "キャリヤ固定" の欄に示してあり, これら "合計" の欄の運動と "キャリヤ固定" の欄の運動とは, いずれも各要素に作用する力も各要素間の相対運動も変りが無いことは明らかである. そこで軸 B に作用するトルクについては "キャリヤ固定" の場合で考えると便利である. そして駆動軸ではトルクの作用する方向と軸の回転方向とが同方向, 従動軸ではトルクの作用する方向と軸の回転方向とが反対方向と考える. そこで式(1)を用いて

$$\omega_A - \omega_S = \omega_A - \frac{\omega_A + i_o \omega_C}{1 + i_o} = \frac{i_o(\omega_A - \omega_C)}{1 + i_o} \quad (14)$$

を得, これに $\omega_A > 0$, $\omega_C > 0$ であることを考慮すると $(\omega_A - \omega_S) \geq 0$ となることがわかる. 従って $(\omega_A - \omega_S) > 0$ の場合は表 1 の "キャリヤ固定" の欄において, 軸 A の角速度 ω_A' ($=\omega_A - \omega_S$) の方向は正, 軸 C の角速度 ω_C' ($=-(\omega_A - \omega_S)Z_A/Z_C$) の方向は負, 軸 E の角速度 ω_E' ($=-(\omega_A - \omega_S)(Z_A Z_D)/(Z_B Z_E)$) の方向も負となり, また図 2 より軸 A のトルク M_A の方向は正, 軸 C のトルク M_C の方向も正, 軸 E のトルク M_E の方向は負となるから, 軸 A および E が駆動軸, 軸 C が従動軸となることがわかる. 一方, $(\omega_A - \omega_S) < 0$ の場合は, 表 1 の "キャリヤ固定" の欄において軸 A の角速度 ω_A' の方向は負, 軸 C の角速度 ω_C' の方向は正, 軸 E の角速度 ω_E' の方向も正となり, またトルク M_A , M_C , M_E の方向は前述と同様であるから, 軸 C が駆動軸, 軸 A および E が従動軸となることがわかる. これらのことより $\omega_B' \{=-(\omega_A - \omega_S)Z_A/Z_B\}$ を軸 B の "キャリヤ固定" の場合の角速度とすれば

$\omega_A - \omega_S > 0$ の場合

$$M_B |\omega_B'| \eta_2 = M_C |\omega_C'|$$

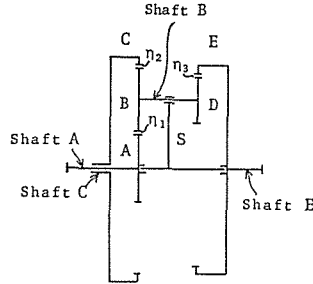
を得, これより

$$M_B = \frac{|\omega_C'|}{|\omega_B'|} \cdot \frac{1}{\eta_2} M_C = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{1}{\eta_2} M_C \quad (15)$$

を得る. 一方,

Table 2 (a) Efficiency Formulas for 3K Type Differential Gears

Type I-a



$$Z_C > Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} > 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \cdot i_o' > 1$$

$$\omega_A = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E - (1 + i_o'')\omega_C}{i_o' - 1}$$

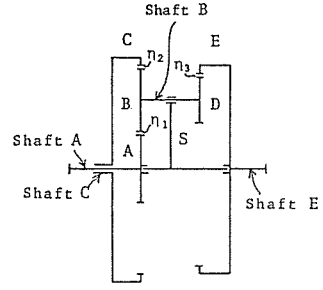
$$\omega_C = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E - (i_o' - 1)\omega_A}{1 + i_o'}$$

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_C + (i_o' - 1)\omega_A}{i_o' + i_o''}$$

Driver	Follower	Direction of rotation	Efficiency of differentials	Efficiency of component planetary trains	
A, C	E	All shafts: Same direction	$\eta = \frac{(i_o' - 1)\omega_A + (1 + i_o'')\omega_C}{\frac{(i_o' - 1)\omega_A}{\eta_I} + \frac{(1 + i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}}$	$\eta_I = \frac{(i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_2 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o'')(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(1 + \eta_1 \eta_3 i_o')}$
A, E	C	Shaft A only: Opposite direction	$\eta = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E - (i_o' - 1)\omega_A}{\frac{(i_o' + i_o'')\omega_E}{\eta_{II}} - \frac{(i_o' - 1)\omega_A}{\eta_I}}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_3 i_o'')}{(1 + i_o'')(i_o' - \eta_2 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o)(i_o'' + \eta_1 \eta_3)}{(1 + i_o'')(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}$
C, E	A	Shaft C only: Opposite direction	$\eta = \frac{(1 + i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E}{\frac{(1 + i_o'')\omega_C}{\eta_I} - \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E}{\eta_{II}}}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o'')(1 + \eta_2 \eta_3 i_o' - 1)}{(i_o' - 1)(i_o'' + \eta_1 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 (1 + i_o)(\eta_2 \eta_3 i_o' - 1)}{\eta_3 (i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}$
A	C, E	Shaft C only: Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_1 (1 + i_o'')\omega_C - \eta_1 (i_o' + i_o'')\omega_E}{(1 + i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_3 i_o'')}{(1 + i_o'')(i_o' - \eta_2 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{(i_o' - 1)(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_2 \eta_3)}$
C	A, E	Shaft A only: Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_1 (i_o' + i_o'')\omega_E - \eta_1 (i_o' - 1)\omega_A}{(i_o' + i_o'')\omega_E - (i_o' - 1)\omega_A}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o'')(1 + \eta_2 \eta_3 i_o' - 1)}{(i_o' - 1)(i_o'' + \eta_1 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o'')(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(1 + \eta_1 \eta_3 i_o')}$
E	A, C	All shafts: Same direction	$\eta = \frac{\eta_1 (i_o' - 1)\omega_A + \eta_{II} (1 + i_o'')\omega_C}{(i_o' - 1)\omega_A + (1 + i_o'')\omega_C}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 (1 + i_o)(\eta_2 \eta_3 i_o' - 1)}{\eta_3 (i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o)(i_o'' + \eta_1 \eta_3)}{(1 + i_o'')(1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}$

Table 2 (b) Torque Formulas for 3K Type Differential Gears

Type I-a



$$Z_C > Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} > 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \cdot i_o' > 1$$

$$\omega_A = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E - (1 + i_o'')\omega_C}{i_o' - 1}$$

$$\omega_C = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E - (i_o' - 1)\omega_A}{1 + i_o'}$$

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_C + (i_o' - 1)\omega_A}{i_o' + i_o''}$$

	Driver	Follower	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	A, C	E	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_{II} (i_o' + i_o'') - (1 + i_o'')\omega_C - \eta_{II} (i_o' - 1)\omega_A}{\eta_1 (1 + i_o'')\omega_C - \eta_{II} \{ \eta_1 (i_o' + i_o'') - (i_o' - 1) \} \omega_A} M_C$	M_C	$M_E = \frac{\eta_1 \eta_{II} (i_o' + i_o'') (\omega_C - \omega_A)}{\eta_1 (1 + i_o'')\omega_C - \eta_{II} \{ \eta_1 (i_o' + i_o'') - (i_o' - 1) \} \omega_A} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C, M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \frac{M_C}{\eta_2}$ ($\omega_S > \omega_A$) ($\omega_S < \omega_A$)
	A, E	C	$M_A = \frac{\eta_1 \{ (i_o' + i_o'') - \eta_{II} (1 + i_o'') \} \omega_E - \eta_{II} (i_o' - 1) \omega_A}{\eta_1 \eta_{II} (1 + i_o'') (\omega_E - \omega_A)} M_C$	M_C	$M_E = \frac{\eta_1 (i_o' + i_o'') \omega_E - \eta_{II} \{ (i_o' - 1) + \eta_1 (1 + i_o'') \} \omega_A}{\eta_1 \eta_{II} (1 + i_o'') (\omega_E - \omega_A)} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{1}{\eta_2} M_C$
	C, E	A	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_{II} (i_o' - 1) (\omega_C - \omega_E)}{\eta_{II} (1 + i_o'') \omega_C - \eta_1 \{ (i_o' + i_o'') - \eta_{II} (i_o' - 1) \} \omega_E} M_C$	M_C	$M_E = \frac{\eta_{II} \{ (1 + i_o'') + \eta_1 (i_o' - 1) \} \omega_C - \eta_1 (i_o' + i_o'') \omega_E}{\eta_{II} (1 + i_o'') \omega_C - \eta_1 \{ (i_o' + i_o'') - \eta_{II} (i_o' - 1) \} \omega_E} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C$
	A	C, E	$M_A = \frac{(i_o' - 1) (\omega_E - \omega_C)}{\{ \eta_{II} (i_o' + i_o'') - (i_o' - 1) \} \omega_E - \eta_1 (1 + i_o'') \omega_C} M_C$	M_C	$M_E = \frac{\eta_{II} (i_o' + i_o'') \omega_E - \{ \eta_1 (1 + i_o'') + (i_o' - 1) \} \omega_C}{\{ \eta_{II} (i_o' + i_o'') - (i_o' - 1) \} \omega_E - \eta_1 (1 + i_o'') \omega_C} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{1}{\eta_2} M_C$
	C	A, E	$M_A = \frac{\eta_1 (i_o' - 1) \omega_A - \{ \eta_{II} (i_o' + i_o'') - (1 + i_o'') \} \omega_E}{(1 + i_o'') (\omega_A - \omega_E)} M_C$	M_C	$M_E = \frac{\{ (1 + i_o'') + \eta_1 (i_o' - 1) \} \omega_A - \eta_{II} (i_o' + i_o'') \omega_E}{(1 + i_o'') (\omega_A - \omega_E)} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C$
	E	A, C	$M_A = \frac{\eta_1 (i_o' - 1) \omega_A - \{ (i_o' + i_o'') - \eta_1 (1 + i_o'') \} \omega_C}{\{ (i_o' + i_o'') - \eta_1 (i_o' - 1) \} \omega_A - \eta_{II} (1 + i_o'') \omega_C} M_C$	M_C	$M_E = \frac{(i_o' + i_o'') (\omega_A - \omega_C)}{\{ (i_o' + i_o'') - \eta_1 (i_o' - 1) \} \omega_A - \eta_{II} (1 + i_o'') \omega_C} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \cdot \frac{1}{\eta_2} M_C, M_B = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C$ ($\omega_S > \omega_A$) ($\omega_S < \omega_A$)
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$			$M_A = \frac{i_o' - 1}{1 + i_o''} M_C$	M_C	$M_E = \frac{i_o' + i_o''}{1 + i_o''} M_C$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_C} M_C$

$\omega_A - \omega_S < 0$ の場合

$$M_C |\omega_C'| \eta_2 = M_B |\omega_B'|$$

を得、これより

$$M_B = \frac{|\omega_C'|}{|\omega_B'|} \eta_2 M_C = \frac{Z_B}{Z_C} \eta_2 M_C \quad (16)$$

を得る。以上の式(12), (13), (15)または(16)を用いることにより、駆動軸Cに作用するトルク M_C が既知の場合に、駆動軸A、従動軸Eおよび中間軸Bに作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により、この3K型差動歯車機構において〔AおよびE駆動、C従動〕、〔CおよびE駆動、A従動〕、〔A駆動、CおよびE従動〕、〔C駆動、AおよびE従動〕、〔E駆動、AおよびC従動〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め、各々の場合の機構の理論効率計算式および成分遊星歯車機構の理論効率計算式等と共に表2(a), (b)に一覧表として示す。

ところで、この3K型差動歯車機構に対して、 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると、各軸に作用するトルクを求める理論計算式は、上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり、これを表2(b)の最下段に示す。

また表2(a), (b)から、この3K型差動歯車機構の理論効率や軸トルクの理論値を計算するためには、三つの基本軸の角速度の値を定めなければならないことがわかる。そして一つの軸を駆動して他の二つの軸が被動されるいわゆる開路式遊星歯車装置では、これら基本軸の角速度の値は機構に作用する原動機と負荷との速度トルク特性によって決るのであり、一義的には決らないことに注意する必要がある³⁾。

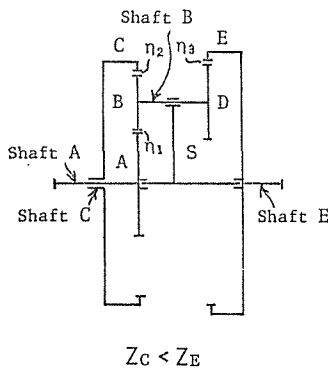


Fig.3 I-b Tybe Differential Gear

2.2 型式I-bの差動歯車機構

次に図3に示すとき3K型差動歯車機構において、太陽外歯車Aを角速度 $\omega_A (>0)$ および太陽内歯車Cを角速度 $\omega_C (<0)$ で駆動し、太陽内歯車Eを角速度 $\omega_E (<0)$ で従動させる場合を考える。前述と同様に各歯車の歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし、この場合は $Z_C < Z_E (Z_C Z_D > Z_B Z_E)$ とする。そしてこの場合、各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表1がそのまま使用できる。この表1より、前述と同様に各軸の角速度の関係式として

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_C - (1 - i_o')\omega_A}{i_o' + i_o''} \quad (17)$$

が得られ、またこの場合の効率を求める理論計算式が既に著者の一人により求められている²⁾。

$$\eta = \frac{\frac{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A}{\eta_{II}}}{\frac{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A}{\eta_I}} \quad (18)$$

ただし

$$\eta_I = \frac{\eta_2\eta_3(1-i_o')(1+\eta_1\eta_2i_o)}{(1+i_o)(1-\eta_2\eta_3i_o')}, \quad (19)$$

$$\eta_{II} = \frac{\eta_1\eta_3(1+i_o'')(i_o+\eta_1\eta_2)}{(1+i_o)(1+\eta_1\eta_3i_o')}, \quad (20)$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (21)$$

$$0 < i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} < 1, \quad (22)$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \cdot i_o' > 1. \quad (23)$$

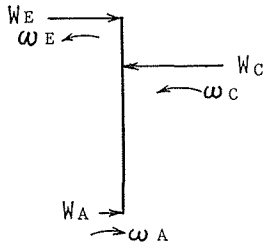


Fig.4 Forces and Angular Velocities in Planet Gear

そしてこの場合、遊星ピニオン B と D とに作用する、歯車 A , C , E からの力 W_A , W_C , W_E と角速度 ω_A , ω_C , ω_E の方向との関係は、前述の場合と同様に考えて図4に示すごとくなる。そしてこの図4より軸 A , C , E に作用するトルク M_A , M_C , M_E の釣り合い方程式として

$$M_A + M_E - M_C = 0 \quad (24)$$

を得る。いまこの場合の差動歯車機構の効率 η を

$$\eta = \frac{-M_E \omega_E}{M_A \omega_A - M_C \omega_C}$$

とおく。これに式(17), (18), および式(24)から得られる

$$M_E = M_C - M_A \quad (25)$$

を代入して

$$\frac{\frac{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A}{\eta_{II}}}{\frac{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A}{\eta_I}} = \frac{-(M_C - M_A) \frac{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A}{i_o' + i_o''}}{M_A \omega_A - M_C \omega_C}$$

を得、これより

$$M_C = \frac{\eta_I(1+i_o'')\omega_C - \eta_{II}\{(1-i_o') + \eta_I(i_o' + i_o'')\}\omega_A}{\eta_I\{(1+i_o'') - \eta_{II}(i_o' + i_o'')\}\omega_C - \eta_{II}(1-i_o')\omega_A} M_A \quad (26)$$

を得、これを式(25)に代入して整理し、

$$M_A = \frac{\eta_I \{(1 + i_o'') - \eta_{II}(i_o' + i_o'')\} \omega_C - \eta_{II}(1 - i_o') \omega_A}{\eta_I \eta_{II}(i_o' + i_o'')(\omega_C - \omega_A)} M_E \quad (27)$$

を得る。さらにこの結果を式(26)に代入して

$$M_C = \frac{\eta_I(1 + i_o'') \omega_C - \eta_{II} \{(1 - i_o') + \eta_I(i_o' + i_o'')\} \omega_A}{\eta_I \eta_{II}(i_o' + i_o'')(\omega_C - \omega_A)} M_E \quad (28)$$

を得る。次に中間軸Bに作用するトルクについて前述と同様に“キャリヤ固定”の場合で考えると、AおよびCを駆動軸、Eを従動軸と考えることができる。従って $\omega_B' = -(\omega_A - \omega_S)Z_A/Z_B$ および $\omega_E' = -(\omega_A - \omega_S)(Z_A Z_D)/(Z_B Z_E)$ を“キャリヤ固定”の場合の軸BおよびEの角速度とすれば

$$M_B |\omega_B'| \eta_3 = M_E |\omega_E'|$$

を得、これより

$$M_B = \frac{|\omega_E'|}{|\omega_B'|} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E \quad (29)$$

を得る。以上の式(27), (28), (29)を用いることにより、従動軸Eに作用するトルク M_E が既知の場合に、駆動軸A, C, および中間軸Bに作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により、この3K型差動歯車機構において [AおよびE駆動, C従動], [CおよびE駆動, A従動], [A駆動, CおよびE従動], [C駆動, AおよびE従動], [E駆動, AおよびC従動] の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め、各々の場合の機構の理論効率計算式および成分遊星歯車機構の理論効率計算式等と共に表3(a), (b)に一覧表として示す。

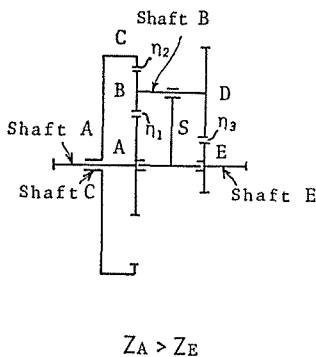


Fig.5 II-a Type Differential Gear

ところで、この3K型差動歯車機構に対して、 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると、各軸に作用するトルクを求める理論計算式は、上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり、これを表3(b)の最下段に示す。

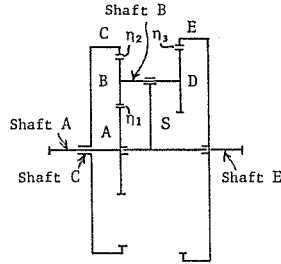
2.3 型式II-aの差動歯車機構

次に図5に示すとき3K型差動歯車機構において、太陽外歯車Aを角速度 $\omega_A (>0)$ および太陽内歯車Cを角速度 $\omega_C (<0)$ で駆動し、太陽外歯車Eを角速度 $\omega_E (>0)$ で従動させる場合を考える。そして各歯車の歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし、この場合は $Z_A > Z_E$ ($Z_A Z_D > Z_B Z_E$) とする。

前述と同様に各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表4が得られる。

Table 3 (a) Efficiency Formulas for 3K Type Differential Gears

Type I-b



$$Z_C < Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$0 < i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} < 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \cdot i_o' > 1$$

$$\omega_A = \frac{(1+i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E}{1 - i_o'}$$

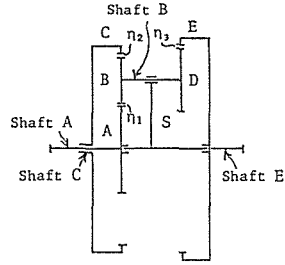
$$\omega_C = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E + (1 - i_o')\omega_A}{1 + i_o'}$$

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_C - (1 - i_o')\omega_A}{i_o' + i_o''}$$

Driver	Follower	Direction of rotation	Efficiency of differentials	Efficiency of component planetary trains	
A, C	E	Shaft A only: Opposite direction	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A}{(1+i_o'')\omega_C - (1-i_o')\omega_A} \cdot \frac{\eta_{II}}{\eta_I}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 - i_o') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o')}{(1 + i_o') (1 - \eta_2 \eta_3 i_o')}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o') (i_o' + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o') (1 + \eta_1 \eta_3 i_o')}$
A, E	C	All shafts: Same direction	$\eta = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E + (1 - i_o')\omega_A}{(i_o' + i_o'')\omega_E + (1 - i_o')\omega_A} \cdot \frac{\eta_{II}}{\eta_I}$	$\eta_I = \frac{(1 - i_o') (1 + \eta_1 \eta_3 i_o'')}{(1 + i_o'') (1 - \eta_2 \eta_3 i_o')}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o') (i_o'' + \eta_1 \eta_3)}{(1 + i_o'') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o')}$
C, E	A	Shaft E only: Opposite direction	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E}{(1+i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E} \cdot \frac{\eta_{II}}{\eta_I}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 (1 + i_o'') (\eta_2 \eta_3 - i_o')}{\eta_2 (1 - i_o') (i_o'' + \eta_1 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o') (\eta_2 \eta_3 - i_o')}{(1 - i_o') (i_o' + \eta_1 \eta_2)}$
A	C, E	Shaft E only: Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_I (1 + i_o'')\omega_C - \eta_{II} (i_o' + i_o'')\omega_E}{(1 + i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E}$	$\eta_I = \frac{(1 - i_o') (1 + \eta_1 \eta_3 i_o'')}{(1 + i_o'') (1 - \eta_2 \eta_3 i_o')}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 - i_o') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o')}{(1 + i_o') (1 - \eta_2 \eta_3 i_o')}$
C	A, E	All shafts: Same direction	$\eta = \frac{\eta_I (1 - i_o')\omega_A + \eta_{II} (i_o' + i_o'')\omega_E}{(1 - i_o')\omega_A + (i_o' + i_o'')\omega_E}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 (1 + i_o'') (\eta_2 \eta_3 - i_o')}{\eta_2 (1 - i_o') (i_o'' + \eta_1 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 + i_o') (i_o' + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o') (1 + \eta_1 \eta_3 i_o')}$
E	A, C	Shaft A only: Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_{II} (1 + i_o'')\omega_C - \eta_I (1 - i_o')\omega_A}{(1 + i_o'')\omega_C - (1 - i_o')\omega_A}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o') (\eta_2 \eta_3 - i_o')}{(1 - i_o') (i_o' + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o') (i_o'' + \eta_1 \eta_3)}{(1 + i_o'') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o')}$

Table 3 (b) Torque Formulas for 3K Type Differential Gears

Type I-b



$$Z_C < Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$0 < i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_C Z_D} < 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} = i_o \cdot i_o' > 1$$

$$\omega_A = \frac{(1+i_o'')\omega_C - (i_o' + i_o'')\omega_E}{1 - i_o'}$$

$$\omega_C = \frac{(i_o' + i_o'')\omega_E + (1 - i_o')\omega_A}{1 + i_o''}$$

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_C - (1 - i_o')\omega_A}{i_o' + i_o''}$$

	Driver	Follower	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	A, C	E	$M_A = \frac{\eta_1(1+i_o'') - \eta_1(i_o' + i_o'')\omega_C - \eta_1(1-i_o')\omega_A}{\eta_1 \eta_{II}(i_o' + i_o'')(\omega_C - \omega_A)} M_E$	$M_C = \frac{\eta_1(1+i_o'')\omega_C - \eta_1(1-i_o') + \eta_1(i_o' + i_o'')\omega_A}{\eta_1 \eta_{II}(i_o' + i_o'')(\omega_C - \omega_A)} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E$
	A, E	C	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_{II}(1+i_o'') - (i_o' + i_o'')\omega_C - \eta_1(1-i_o')\omega_A}{\eta_1(i_o' + i_o'')\omega_C - \eta_1 \eta_{II}(1+i_o'') - (1-i_o')\omega_A} M_E$	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_{II}(1+i_o'')(\omega_C - \omega_A)}{\eta_1(i_o' + i_o'')\omega_C - \eta_1 \eta_{II}(1+i_o'') - (1-i_o')\omega_A} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E, M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \frac{M_E}{\eta_3}$ ($\omega_S > \omega_A$) ($\omega_S < \omega_A$)
	C, E	A	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_{II}(1-i_o')(\omega_C - \omega_E)}{\eta_{II}(1+i_o'') - \eta_1(1-i_o')\omega_C - \eta_1(i_o' + i_o'')\omega_E} M_E$	$M_C = \frac{\eta_{II}(1+i_o'')\omega_C - \eta_1(i_o' + i_o'') + \eta_1(1-i_o')\omega_E}{\eta_{II}(1+i_o'') - \eta_1(1-i_o')\omega_C - \eta_1(i_o' + i_o'')\omega_E} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
	A	C, E	$M_A = \frac{(1-i_o')(\omega_C - \omega_E)}{\eta_{II}(i_o' + i_o'')\omega_E - \{ \eta_1(1+i_o'') - (1-i_o') \} \omega_C} M_E$	$M_C = \frac{\{ \eta_{II}(i_o' + i_o'') + (1-i_o') \} \omega_E - \eta_1(1+i_o'')\omega_C}{\eta_{II}(i_o' + i_o'')\omega_E - \{ \eta_1(1+i_o'') - (1-i_o') \} \omega_C} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \frac{1}{\eta_3} M_E$
	C	A, E	$M_A = \frac{\eta_1(1-i_o')\omega_A + \{ \eta_{II}(i_o' + i_o'') - (1+i_o'') \} \omega_E}{\{ (1+i_o'') - \eta_1(1-i_o') \} \omega_A - \eta_{II}(i_o' + i_o'')\omega_E} M_E$	$M_C = \frac{(1+i_o'')(\omega_A - \omega_E)}{\{ (1+i_o'') - \eta_1(1-i_o') \} \omega_A - \eta_{II}(i_o' + i_o'')\omega_E} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \frac{M_E}{\eta_3}, M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$ ($\omega_S > \omega_A$) ($\omega_S < \omega_A$)
	E	A, C	$M_A = \frac{\eta_1(1-i_o')\omega_A - \{ \eta_{II}(1+i_o'') - (i_o' + i_o'') \} \omega_C}{(i_o' + i_o'')(\omega_A - \omega_C)} M_E$	$M_C = \frac{\{ (i_o' + i_o'') + \eta_1(1-i_o') \} \omega_A - \eta_{II}(1+i_o'')\omega_C}{(i_o' + i_o'')(\omega_A - \omega_C)} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$			$M_A = \frac{1 - i_o''}{i_o' + i_o''} M_E$	$M_C = \frac{1 + i_o''}{i_o' + i_o''} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} M_E$

差動歯車機構の軸トルク計算式

Table 4 Solution by Tabulation

	A	B, D	C	E	S
Gear locked	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
Arm fixed	$\omega_A - \omega_S$	$-(\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_B}$	$-(\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_C}$	$(\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}$	0
Result	ω_A	$\omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_B}$	$\omega_S - (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A}{Z_C}$	$\omega_S + (\omega_A - \omega_S) \frac{Z_A Z_D}{Z_B Z_E}$	ω_S

この表4より、前述と同様に各軸の角速度の関係式として

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_A - (i_o'' - i_o)\omega_C}{1 + i_o} \quad (30)$$

が得られ、またこの場合の効率を求める理論計算式が既に著者の一人により求められている²⁾。

$$\eta = \frac{(1 + i_o'')\omega_A - (i_o'' - i_o)\omega_C}{\frac{(1 + i_o'')\omega_A}{\eta_I} - \frac{(i_o'' - i_o)\omega_C}{\eta_{II}}} \quad (31)$$

ただし

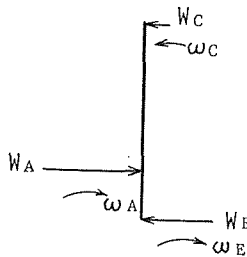
$$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_o'') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}, \quad (32)$$

$$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o') (i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}, \quad (33)$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (34)$$

$$0 < i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} < 1, \quad (35)$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1, \quad (i_o < i_o''). \quad (36)$$



そしてこの場合、遊星ピニオンBとDとに作用する、歯車A, C, Eからの力 W_A, W_C, W_E と角速度 $\omega_A, \omega_C, \omega_E$ の方向との関係は前述の場合と同様に考えて図6に示すごとくになる。そしてこの図6より、軸A, C, Eに作用するトルク M_A, M_C, M_E の釣り合い方程式として

$$M_A - M_C - M_E = 0 \quad (37)$$

を得る。いまこの場合の差動歯車機構の効率 η を

$$\eta = \frac{M_E \omega_E}{M_A \omega_A - M_C \omega_C}$$

Fig. 6 Forces and Angular Velocities in Planet Gear

とおく．これに式(30)，(31)および式(37)から得られる

$$M_E = M_A - M_C \quad (38)$$

を代入して

$$\frac{(1+i_o'')\omega_A - (i_o''-i_o)\omega_C}{\eta_I} = \frac{(M_A - M_C) \frac{(1+i_o'')\omega_A - (i_o''-i_o)\omega_C}{1+i_o}}{M_A\omega_A - M_C\omega_C}$$

を得，これより

$$M_C = \frac{\eta_{II} \{(1+i_o'') - \eta_I(1+i_o)\} \omega_A - \eta_I (i_o'' - i_o) \omega_C}{\eta_{II}(1+i_o'')\omega_A - \eta_I \{(i_o'' - i_o) + \eta_{II}(1+i_o)\} \omega_C} M_A \quad (39)$$

を得，これを式(38)に代入して整理し

$$M_A = \frac{\eta_{II}(1+i_o'')\omega_A - \eta_I \{(i_o'' - i_o) + \eta_{II}(1+i_o)\} \omega_C}{\eta_I \eta_{II}(1+i_o)(\omega_A - \omega_C)} M_E \quad (40)$$

を得，この結果を式(39)へ代入して

$$M_C = \frac{\eta_{II} \{(1+i_o'') - \eta_I(1+i_o)\} \omega_A - \eta_I (i_o'' - i_o) \omega_C}{\eta_I \eta_{II}(1+i_o)(\omega_A - \omega_C)} M_E \quad (41)$$

を得る．次に中間軸 B に作用するトルクについて前述と同様に“キャリヤ固定”の場合で考えると，軸 A および C を駆動軸， E を従動軸と考えることができる．従って $\omega_B' \{=-(\omega_A - \omega_S)Z_A/Z_B\}$ および $\omega_E' \{=(\omega_A - \omega_S)(Z_A Z_D)/(Z_B Z_E)\}$ を“キャリヤ固定”の場合の軸 B および E の角速度とすれば

$$M_B |\omega_B'| \eta_3 = M_E |\omega_E'|$$

を得，これより

$$M_B = \frac{|\omega_E'|}{|\omega_B'|} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E \quad (42)$$

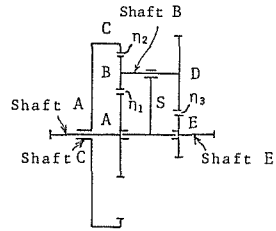
を得る，以上の式(40)，(41)，(42)を用いることにより，従動軸 E に作用するトルク M_E が既知の場合に，駆動軸 A ， C ，および中間軸 B に作用するトルクを求めることができる．

同様な方法により，この3K型差動歯車機構において，〔 A および E 駆動， C 従動〕，〔 C および E 駆動， A 従動〕，〔 A 駆動， C および E 従動〕，〔 C 駆動， A および E 従動〕，〔 E 駆動， A および C 従動〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め，各々の場合の機構の理論効率計算式および成分遊星歯車機構の理論効率計算式等と共に表5(a)，(b)に一覧表として示す．

ところで，この3K型差動歯車機構に対して， $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると，各軸に作用するトルクを求める理論計算式は，上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり，

Table 5 (a) Efficiency Formulas for 3K Type Differential Gears

Type II-a



$$Z_A > Z_E$$

$$i_o' = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$0 < i_o'' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} < 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1$$

$$(i_o < i_o'')$$

$$\omega_A = \frac{(1+i_o)\omega_E + (i_o''-i_o)\omega_C}{1+i_o''}$$

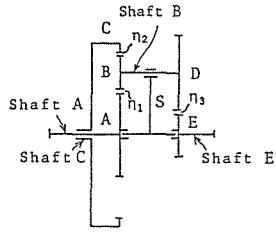
$$\omega_C = \frac{(1+i_o'')\omega_A - (1+i_o)\omega_E}{i_o'' - i_o}$$

$$\omega_E = \frac{(1+i_o')\omega_A - (i_o''-i_o)\omega_C}{1+i_o}$$

Driver	Follower	Direction of rotation	Efficiency of differentials	Efficiency of component planetary trains
A, C	E	Shaft C only : Opposite direction	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_A - (i_o''-i_o)\omega_C}{(1+i_o'')\omega_A - (i_o''-i_o)\omega_C} \cdot \frac{\eta_I}{\eta_{II}}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}{(1+i_o)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}$ $\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (1-i_o')(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1+i_o)(1-\eta_1 \eta_3 i_o')}$
A, E	C	Shaft E only : Opposite direction	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_A - (1+i_o)\omega_E}{(1+i_o'')\omega_A - (1+i_o)\omega_E} \cdot \frac{\eta_I}{\eta_{II}}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_3 - i_o')}{\eta_1 (1-i_o')(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}$ $\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_o)(\eta_1 \eta_3 - i_o')}{(1-i_o')(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}$
C, E	A	All shafts : Same direction	$\eta = \frac{(i_o''-i_o)\omega_C + (1+i_o)\omega_E}{(i_o''-i_o)\omega_C + (1+i_o)\omega_E} \cdot \frac{\eta_I}{\eta_{II}}$	$\eta_I = \frac{(1-i_o')(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}{(1+i_o'')(1-\eta_1 \eta_3 i_o')}$ $\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_o)(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}{(1+i_o')(i_o + \eta_1 \eta_2)}$
A	C, E	All shafts : Same direction	$\eta = \frac{\eta_I (1+i_o)\omega_E + \eta_{II} (i_o''-i_o)\omega_C}{(1+i_o)\omega_E + (i_o''-i_o)\omega_C}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}{(1+i_o)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}$ $\eta_{II} = \frac{\eta_2 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_3 - i_o')}{\eta_1 (1-i_o')(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}$
C	A, E	Shaft E only : Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_I (1+i_o'')\omega_A - \eta_{II} (1+i_o)\omega_E}{(1+i_o'')\omega_A - (1+i_o)\omega_E}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_3 (1-i_o')(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1+i_o)(1-\eta_1 \eta_3 i_o')}$ $\eta_{II} = \frac{(1-i_o')(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}{(1+i_o'')(1-\eta_1 \eta_3 i_o')}$
E	A, C	Shaft C only : Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_I (1+i_o'')\omega_A - \eta_{II} (i_o''-i_o)\omega_C}{(1+i_o'')\omega_A - (i_o''-i_o)\omega_C}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_o)(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}{(1+i_o'')(i_o + \eta_1 \eta_2)}$ $\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_o)(\eta_1 \eta_3 - i_o')}{(1-i_o')(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}$

Table 5 (b) Torque Formulas for 3K Type Differential Gears

Type II-a



$$Z_A > Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$0 < i'_o = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} < 1$$

$$i''_o = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i'_o} > 1$$

$$(i_o < i''_o)$$

$$\omega_A = \frac{(1+i_o)\omega_E + (i''_o - i_o)\omega_C}{1+i_o}$$

$$\omega_C = \frac{(1+i_o)\omega_A - (1+i_o)\omega_E}{i''_o - i_o}$$

$$\omega_E = \frac{(1+i''_o)\omega_A - (i''_o - i_o)\omega_C}{1+i_o}$$

	Driver	Follower	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	A, C	E	$M_A = \frac{\eta_1(1+i_o)\omega_A - \eta_1(i''_o - i_o) + \eta_1(1+i_o)\omega_C}{\eta_1 \eta_1(1+i_o)(\omega_A - \omega_C)} M_E$	$M_C = \frac{\eta_1(1+i_o) - \eta_1(1+i_o)\omega_A - \eta_1(i''_o - i_o)\omega_C}{\eta_1 \eta_1(1+i_o)(\omega_A - \omega_C)} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E$
	A, E	C	$M_A = \frac{\eta_1(1+i_o)\omega_A - \eta_1(1+i_o) + \eta_1(i''_o - i_o)\omega_C}{\eta_1(1+i_o) - \eta_1(i''_o - i_o)\omega_A - \eta_1(1+i_o)\omega_C} M_E$	$M_C = \frac{\eta_1 \eta_1(i''_o - i_o)(\omega_A - \omega_E)}{\eta_1(1+i_o) - \eta_1(i''_o - i_o)\omega_A - \eta_1(1+i_o)\omega_C} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
	C, E	A	$M_A = \frac{\eta_1 \eta_1(1+i_o)(\omega_C - \omega_E)}{\eta_1(1+i_o)\omega_E - \eta_1(\eta_1(1+i_o) - (i''_o - i_o)\omega_C)} M_E$	$M_C = \frac{\eta_1(\eta_1(1+i_o) - (1+i_o)\omega_E - \eta_1(i''_o - i_o)\omega_C)}{\eta_1(1+i_o)\omega_E - \eta_1(\eta_1(1+i_o) - (i''_o - i_o)\omega_C)} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{M_E}{\eta_3}, M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$ ($\omega_5 > \omega_A$) ($\omega_5 < \omega_A$)
	A	C, E	$M_A = \frac{(1+i_o)(\omega_C - \omega_E)}{\{(1+i_o) - \eta_1(i''_o - i_o)\omega_C - \eta_1(1+i_o)\omega_E} M_E$	$M_C = \frac{\eta_1(i''_o - i_o)\omega_C + \{\eta_1(1+i_o) - (1+i_o)\omega_E} M_E}{\{(1+i_o) - \eta_1(i''_o - i_o)\omega_C - \eta_1(1+i_o)\omega_E}$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E, M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \frac{M_E}{\eta_3}$ ($\omega_5 > \omega_A$) ($\omega_5 < \omega_A$)
	C	A, E	$M_A = \frac{\{\eta_1(1+i_o) + (i''_o - i_o)\omega_C - \eta_1(1+i_o)\omega_A} M_E}{\eta_1(1+i_o)\omega_E - \{\eta_1(1+i_o) - (i''_o - i_o)\omega_A}$	$M_C = \frac{(i''_o - i_o)(\omega_E - \omega_A)}{\eta_1(1+i_o)\omega_E - \{\eta_1(1+i_o) - (i''_o - i_o)\omega_A} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \cdot \frac{1}{\eta_3} M_E$
	E	A, C	$M_A = \frac{\{(1+i_o) + \eta_1(i''_o - i_o)\omega_C - \eta_1(1+i_o)\omega_A} M_E}{(1+i_o)(\omega_C - \omega_A)}$	$M_C = \frac{\eta_1(i''_o - i_o)\omega_C - \{\eta_1(1+i_o) - (1+i_o)\omega_A} M_E}{(1+i_o)(\omega_C - \omega_A)}$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} \eta_3 M_E$
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$			$M_A = \frac{1+i''_o}{1+i_o} M_E$	$M_C = \frac{i''_o - i_o}{1+i_o} M_E$	M_E	$M_B = \frac{Z_D}{Z_E} M_E$

差動歯車機構の軸トルク計算式

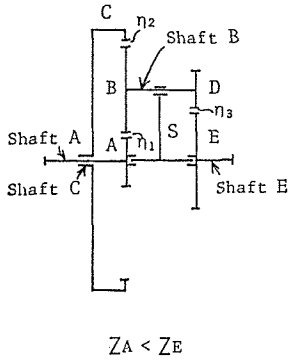


Fig.7 II-b Type Differential Gear

これを表5(b)の最下段に示す。

2.4 型式II-bの差動歯車機構

次に図7に示すとき3K型差動歯車機構において、太陽外歯車Aを角速度 $\omega_A (>0)$ および太陽内歯車Cを角速度 $\omega_C (>0)$ で駆動し、太陽外歯車Eを角速度 $\omega_E (>0)$ で従動させる場合を考える。前述と同様に各歯車の歯数を Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E で表わし、この場合は $Z_A < Z_E$ ($Z_A Z_D < Z_B Z_E$)とする。

そしてこの場合、各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表4がそのまま使用でき、この表4よりこの場合の各軸の角速度の関係式として

$$\omega_E = \frac{(1 + i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}{1 + i_o} \quad (43)$$

が得られ、またこの場合の効率を求める理論計算式が既に著者の一人により求められている²⁾。

$$\eta = \frac{(1 + i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}{\frac{(1 + i_o'')\omega_A}{\eta_I} + \frac{(i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}} \quad (44)$$

ただし

$$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_o') (1 + \eta_1 \eta_2 i_o)}{(1 + i_o) (i_o'' + \eta_2 \eta_3)}, \quad (45)$$

$$\eta_{II} = \frac{(i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1 + i_o)(i_o' - \eta_1 \eta_3)}, \quad (46)$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (47)$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} > 1, \quad (48)$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1, \quad (i_o > i_o''). \quad (49)$$

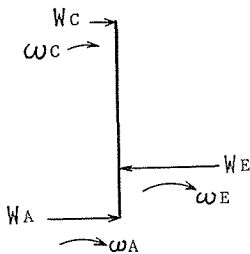


Fig.8 Forces and Angular Velocities in Planet Gear

そしてこの場合、遊星ピニオンBとDとに作用する、歯車A, C, Eからの力 W_A, W_C, W_E と角速度 $\omega_A, \omega_C, \omega_E$ の方向との関係は、前述の場合と同様に考えて図8に示すごとくになる。そしてこの図8より、軸A, C, Eに作用するトルク M_A, M_C, M_E の釣り合い方程式として

$$M_A + M_C - M_E = 0 \quad (50)$$

を得る。いまこの場合の効率 η を

$$\eta = \frac{M_E \omega_E}{M_A \omega_A + M_C \omega_C}$$

とおく。これに式(43), (44), および式(50)から得られる

$$M_E = M_A + M_C \quad (51)$$

を代入して

$$\frac{\frac{(1+i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_I} + \frac{(i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}}{(1+i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C} = \frac{(M_A + M_C) \frac{(1+i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}{1+i_o}}{M_A \omega_A + M_C \omega_C}$$

を得、これより

$$M_C = \frac{\eta_I (i_o - i_o'') \omega_C - \eta_{II} \{ \eta_I (1+i_o) - (1+i_o'') \} \omega_A}{\eta_I \{ \eta_{II} (1+i_o) - (i_o - i_o'') \} \omega_C - \eta_{II} (1+i_o'') \omega_A} M_A \quad (52)$$

を得る。この結果を式(51)に代入して

$$M_E = \frac{\eta_I \eta_{II} (1+i_o) (\omega_C - \omega_E)}{\eta_I \{ \eta_{II} (1+i_o) - (i_o - i_o'') \} \omega_C - \eta_{II} (1+i_o'') \omega_A} M_A \quad (53)$$

を得る。次に中間軸 B に作用するトルクについて前述と同様に "キャリヤ固定" の場合で考えると, $(\omega_A - \omega_S) > 0$ の場合は軸 A を駆動軸, 軸 C および E を従動軸と考えられ, $(\omega_A - \omega_S) < 0$ の場合は軸 C および E を駆動軸, 軸 A を従動軸と考えることができる。従って $\omega_{A'} (= \omega_A - \omega_S)$ および $\omega_{B'} (= -(\omega_A - \omega_S) Z_A / Z_B)$ を "キャリヤ固定" の場合の軸 A および B の角速度とすれば

$\omega_A - \omega_S > 0$ の場合

$$M_A |\omega_{A'}| \eta_1 = M_B |\omega_{B'}|$$

を得、これより

$$M_B = \frac{|\omega_{A'}|}{|\omega_{B'}|} \eta_1 M_A = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A \quad (54)$$

を得る。一方

$\omega_A - \omega_S < 0$ の場合

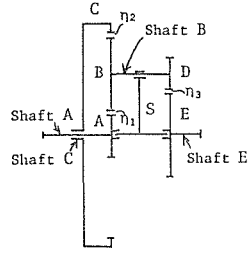
$$M_B |\omega_{B'}| \eta_1 = M_A |\omega_{A'}|$$

を得、これより

$$M_B = \frac{|\omega_{A'}|}{|\omega_{B'}|} \cdot \frac{1}{\eta_1} M_A = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{1}{\eta_1} M_A \quad (55)$$

Table 6 (a) Efficiency Formulas for 3K Type Differential Gears

Type II-b



$$Z_A < Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} > 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1$$

$$(i_o > i_o'')$$

$$\omega_A = \frac{(1+i_o)\omega_E - (i_o - i_o'')\omega_C}{1+i_o'}$$

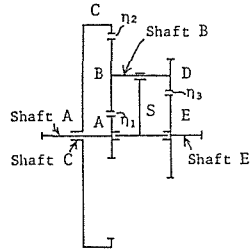
$$\omega_C = \frac{(1+i_o)\omega_E - (1+i_o'')\omega_A}{i_o - i_o'}$$

$$\omega_E = \frac{(1+i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}{1+i_o}$$

Driver	Follower	Direction of rotation	Efficiency of differentials	Efficiency of component planetary trains	
A, C	E	All shafts: Same direction	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}{(1+i_o'')\omega_A + \frac{(i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_{II}}}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}{(1+i_o)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{(i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1+i_o)(i_o' - \eta_1 \eta_3)}$
A, E	C	Shaft A only: Opposite direction	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_A - (1+i_o)\omega_E}{(1+i_o'')\omega_A - \frac{(1+i_o)\omega_E}{\eta_{II}}}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_3 i_o' - 1)}{(i_o' - 1)(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_2 (1+i_o)(\eta_1 \eta_3 i_o' - 1)}{\eta_3 (i_o' - 1)(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}$
C, E	A	Shaft C only: Opposite direction	$\eta = \frac{(1+i_o)\omega_E - (i_o - i_o'')\omega_C}{(1+i_o)\omega_E - \frac{(i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_I}}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_3 (i_o' - 1)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}{(1+i_o'')(i_o' - \eta_1 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_o)(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}{(1+i_o'')(i_o + \eta_1 \eta_2)}$
A	C, E	Shaft C only: Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_{II} (1+i_o'')\omega_A - \eta_I (i_o - i_o'')\omega_C}{(1+i_o)\omega_E - (i_o - i_o'')\omega_C}$	$\eta_I = \frac{\eta_2 \eta_3 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}{(1+i_o)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_2 \eta_3 (1+i_o'')(1+\eta_1 \eta_3 i_o' - 1)}{(i_o' - 1)(1+\eta_2 \eta_3 i_o')}$
C	A, E	Shaft A only: Opposite direction	$\eta = \frac{\eta_{II} (1+i_o'')\omega_A - \eta_I (1+i_o)\omega_E}{(1+i_o'')\omega_A - (1+i_o)\omega_E}$	$\eta_I = \frac{(i_o' - 1)(i_o + \eta_1 \eta_2)}{(1+i_o)(i_o' - \eta_1 \eta_3)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_1 \eta_3 (i_o' - 1)(i_o'' + \eta_2 \eta_3)}{(1+i_o'')(i_o' - \eta_1 \eta_3)}$
E	A, C	All shafts: Same direction	$\eta = \frac{\eta_I (1+i_o'')\omega_A + \eta_{II} (i_o - i_o'')\omega_C}{(1+i_o'')\omega_A + (i_o - i_o'')\omega_C}$	$\eta_I = \frac{\eta_1 \eta_2 (1+i_o)(1+\eta_2 \eta_3 i_o'')}{(1+i_o'')(i_o + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta_{II} = \frac{\eta_2 (1+i_o)(\eta_1 \eta_3 i_o' - 1)}{\eta_3 (i_o' - 1)(1+\eta_1 \eta_2 i_o)}$

Table 6 (b) Torque Formulas for 3K Type Differential Gears

Type II-b



$$Z_A < Z_E$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$i_o' = \frac{Z_B Z_E}{Z_A Z_D} > 1$$

$$i_o'' = \frac{Z_C Z_D}{Z_B Z_E} = \frac{i_o}{i_o'} > 1$$

$$(i_o > i_o'')$$

$$\omega_A = \frac{(1+i_o)\omega_E - (i_o-i_o'')\omega_C}{1+i_o''}$$

$$\omega_C = \frac{(1+i_o)\omega_E - (1+i_o'')\omega_A}{i_o - i_o''}$$

$$\omega_E = \frac{(1+i_o'')\omega_A + (i_o-i_o'')\omega_C}{1+i_o}$$

	Driver	Follower	Torque on A	Torque on C	Torque on E	Torque on B
$\eta_1 \neq 1$ $\eta_2 \neq 1$ $\eta_3 \neq 1$	A, C	E	M_A	$M_C = \frac{\eta_1(i_o - i_o'')\omega_C - \eta_1\eta_1(1+i_o) - (1+i_o'')\omega_A}{\eta_1\{\eta_1(1+i_o) - (i_o - i_o'')\omega_C - \eta_1(1+i_o'')\omega_A\}} M_A$	$M_E = \frac{\eta_1\eta_1(1+i_o)(\omega_C - \omega_E)}{\eta_1\{\eta_1(1+i_o) - (i_o - i_o'')\omega_C - \eta_1(1+i_o'')\omega_A\}} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{M_A}{\eta_1}, M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A$ ($\omega_S > \omega_A$) ($\omega_S < \omega_A$)
	A, E	C	M_A	$M_C = \frac{\eta_1\eta_1(i_o - i_o'')(\omega_A - \omega_E)}{\eta_1(1+i_o'')\omega_A - \eta_1(1+i_o) - \eta_1(i_o - i_o'')\omega_E} M_A$	$M_E = \frac{\eta_1\{(1+i_o'') + \eta_1(i_o - i_o'')\}\omega_A - \eta_1(1+i_o)\omega_E}{\eta_1(1+i_o'')\omega_A - \eta_1(1+i_o) - \eta_1(i_o - i_o'')\omega_E} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A$
	C, E	A	M_A	$M_C = \frac{\eta_1\{(1+i_o) - \eta_1(1+i_o'')\}\omega_E - \eta_1(i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_1\eta_1(1+i_o'')(\omega_E - \omega_C)} M_A$	$M_E = \frac{\eta_1(1+i_o)\omega_E - \eta_1\{(i_o - i_o'') + \eta_1(1+i_o'')\}\omega_C}{\eta_1\eta_1(1+i_o'')(\omega_E - \omega_C)} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{1}{\eta_1} M_A$
	A	C, E	M_A	$M_C = \frac{\eta_1(i_o - i_o'')\omega_C - \{\eta_1(1+i_o) - (1+i_o'')\}\omega_E}{(1+i_o'')(\omega_C - \omega_E)} M_A$	$M_E = \frac{\{(1+i_o'') + \eta_1(i_o - i_o'')\}\omega_C - \eta_1(1+i_o)\omega_E}{(1+i_o'')(\omega_C - \omega_E)} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A$
	C	A, E	M_A	$M_C = \frac{(i_o - i_o'')(\omega_A - \omega_E)}{\eta_1(1+i_o'')\omega_A - \{\eta_1(1+i_o) - (i_o - i_o'')\}\omega_E} M_A$	$M_E = \frac{\{(i_o - i_o'') + \eta_1(1+i_o'')\}\omega_A - \eta_1(1+i_o)\omega_E}{\eta_1(1+i_o'')\omega_A - \{\eta_1(1+i_o) - (i_o - i_o'')\}\omega_E} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{1}{\eta_1} M_A$
	E	A, C	M_A	$M_C = \frac{\{(1+i_o) - \eta_1(1+i_o'')\}\omega_A - \eta_1(i_o - i_o'')\omega_C}{\eta_1(1+i_o'')\omega_A - \{(1+i_o) - \eta_1(i_o - i_o'')\}\omega_C} M_A$	$M_E = \frac{(1+i_o)(\omega_A - \omega_C)}{\eta_1(1+i_o'')\omega_A - \{(1+i_o) - \eta_1(i_o - i_o'')\}\omega_C} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_1 M_A, M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{M_A}{\eta_1}$ ($\omega_S > \omega_A$) ($\omega_S < \omega_A$)
$\eta_1 = 1$ $\eta_2 = 1$ $\eta_3 = 1$			M_A	$M_C = \frac{i_o - i_o''}{1 + i_o''} M_A$	$M_E = \frac{1 + i_o}{1 + i_o''} M_A$	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} M_A$

差動歯車機構の軸トルク計算式

を得る。以上の式(52), (53), (54)または(55)を用いることにより, 駆動軸 A に作用するトルク M_A が既知の場合に, 駆動軸 C , 従動軸 E および中間軸 B に作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により, この3 K型差動歯車機構において, [AおよびE駆動, C従動], [CおよびE駆動, A従動], [A駆動, CおよびE従動], [C駆動, AおよびE従動], [E駆動, AおよびC従動]の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め, 各々の場合の機構の理論効率計算式および成分遊星歯車機構の理論効率計算式等と共に表6(a), (b)に一覧表として示す。

ところで, この3 K型差動歯車機構に対して $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ と考えると, 各軸に作用するトルクを求める理論計算式は, 上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり, これを表6(b)の最下段に示す。

3 結 言

三つの基本軸がいずれも太陽歯車からなる3 K型遊星歯車機構を, 3 K型差動歯車機構として用いた場合の軸トルク計算式について考察し, この3 K型差動歯車機構の理論効率計算式を用いることにより, 軸トルクの理論計算式を誘導できる分りやすい方法を明らかにした。そしてこの誘導方法を3 K型の基本的な四つの型式の差動歯車機構に対して適用して各々の場合の理論軸トルク計算式を求め, 読者がこれら計算式を使用する際に適用を誤るおそれのない, 便利な型式別一覧表を作成した。ところで, これらの理論計算式を用いて軸トルクを厳密に計算するためには, 各基本軸の角速度の値が分らなければならないが, 開路式遊星歯車装置では, これら角速度の値は, 原動機と負荷との速度トルク特性によって決るので, 一義的には決らない。その場合は近似的に軸トルクを計算するために, $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ の場合の軸トルク計算式を用いればよい。

参 考 文 献

- 1) 両角宗晴, 岸 佐年: 遊星歯車機構の軸トルク計算式(第2報 3 K型遊星歯車機構), 信州大学工学部紀要, 第54号(1983), 15.
- 2) 両角宗晴: 差動歯車機構の効率計算式について(第2報 3 K型差動歯車機構), 信州大学工学部紀要, 第40号(1976), 61.
- 3) 矢田恒二: 開路式遊星歯車装置(1), 機械の研究, 21, 7(1969), 969.