

## 遊星歯車機構の軸トルク計算式

(第1報 2K-H型遊星歯車機構)

両角 宗晴\* 岸 佐年\*\*

(昭和58年5月27日受理)

**Torque Distribution in Planetary Gears**  
**(1st Report. 2K-H Type Planetary Gears)**

Muneharu MOROZUMI and Satoshi KISHI

2K-H type planetary gears were subjected to an analysis with a view to deriving formula for the torque distribution on shafts. The analysis has revealed that torque formulas are derivable by using the efficiency formula for the planetary gear. All possible 2K-H type planetary gears were worked out, and a tabulation has been made of the results obtained. The torque formulas obtained require as parameters only two quantities, the number of teeth and the efficiency of stationary gear trains. The results tabulated can be utilized safely without requiring any understanding of the underlying theory.

### 1 緒 言

遊星歯車機構を設計する際には、あらかじめその遊星歯車機構の理論効率値を計算により求め、効率について充分検討することが必要である。またこれと同時にその遊星歯車機構の各基本軸と中間軸とに作用するトルクの値を理論計算により求め、軸の強度と寸法とを考慮した上で機構が成立することを確かめることが必要である。遊星歯車機構の理論効率計算式については多くの研究が発表されているが、著者の一人も別の方法により理論効率計算式を求めている<sup>1)</sup>。一方、軸トルク計算式については Merritt が 2K-H 型遊星歯車機構について、その著書<sup>2)</sup>の中に表で示しているのみである。しかしこの計算式はその適用方法が煩雑であり、また表の一部に誤りがあり、しかも基本軸以外の中間軸の軸トルク計算式は求められていない。

そこで本論文では、2K-H 型の遊星歯車機構の軸トルク計算式について考察し、著者の一人が以前に求めた 2K-H 型遊星歯車機構の理論効率計算式を用いることにより、機構の各基本軸と中間軸とに作用する軸トルクを求める理論計算式を誘導した。そしてこの誘導方法を 2K-H 型の遊星歯車機構の代表的な四つの型式について適用して、各々の場合の理論軸トルク計算式を求め、読者がこれらの計算式を使用する際にその適用に誤りを

\* 精密工学教室 教授

\*\* 長野工業高等専門学校機械工学科 助手

生ずる心配のない，便利な型式別一覧表を作成した。

## 2 遊星歯車機構の軸トルク計算式の誘導

### 2.1 型式 I の遊星歯車機構

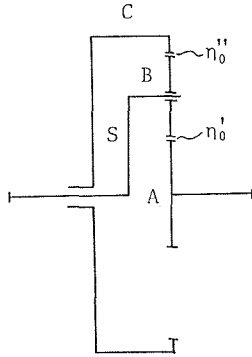


Fig.1 I-Type Planetary Gear ただし

いま図1に示すごとき 2K-H 型遊星歯車機構において，太陽内歯車 C を固定し，キャリア S を時計方向（正方向とする）に角速度  $\omega_S$  で駆動して，太陽外歯車 A を角速度  $\omega_A$  で従動させる場合を考える．この場合の角速度比  $u$  および効率  $\eta$  を求める理論計算式が既に著者の一人により求められている<sup>1)</sup>．すなわち

$$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = 1 + i_o, \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\eta_o(1 + i_o)}{\eta_o + i_o}. \quad (2)$$

$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1, \quad (3)$$

$$\eta_o = \eta_o' \times \eta_o''. \quad (4)$$

ここで  $Z_A$  および  $Z_C$  は歯車 A および C の歯数を示す．そして遊星ピニオン B に対する力の釣り合いから，これら力の大きさと方向が定まり，従って各々の力による機構中心まわりのトルクの大きさと方向が定まる．また駆動軸ではトルクのかかる方向と回転方向とが同方向であり，従動軸ではトルクのかかる方向と回転方向とが反対方向であることより，各歯車およびキャリアの回転方向が定まる．そして，これをいま考察している場合にあてはめると図2に示すごとくになる．ここで  $W_A$ ,  $W_C$ ,  $W_S$  は歯車 A, C およびキャリア S から遊星ピニオン B に作用する力を示す．そして図2より各々の軸トルクの関係式として次式を得る．

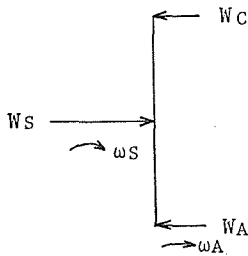


Fig.2 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

$$M_S - M_A - M_C = 0. \quad (5)$$

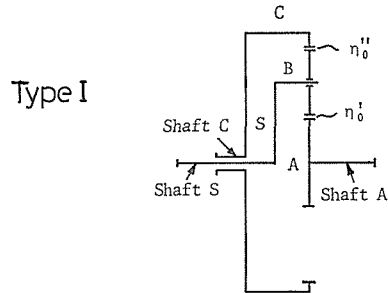
ただし  $M_A$ ,  $M_C$ ,  $M_S$  はそれぞれ軸 A, C および S に作用するトルクを示す．

いまこの場合の遊星歯車機構の効率  $\eta$  を次のごとくおく．

$$\eta = \frac{M_A \omega_A}{M_S \omega_S}.$$

これより

Table 1 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 2K-H Type Planetary Gears



$$i_o = \frac{Z_C}{Z_A} > 1$$

$$\eta_o = \eta_o' \cdot \eta_o''$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on C	Torque on S
$\eta_o \neq 1$	S	A	C	$U = \frac{\omega_A}{\omega_S} = 1 + i_o$	$\eta = \frac{\eta_o(1+i_o)}{\eta_o + i_o}$	$M_A = \frac{\eta_o}{\eta_o + i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{i_o}{\eta_o + i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)
	C	S	A	$U = \frac{\omega_S}{\omega_C} = \frac{i_o}{1+i_o}$	$\eta = \frac{\eta_o + i_o}{1+i_o}$			
	C	A	S	$U = \frac{\omega_A}{\omega_C} = -i_o < 0$	$\eta = \eta_o$			
	S	C	A	$U = \frac{\omega_C}{\omega_S} = \frac{1+i_o}{i_o}$	$\eta = \frac{\eta_o(1+i_o)}{1+\eta_o i_o}$	$M_A = \frac{1}{1+\eta_o i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{\eta_o i_o}{1+\eta_o i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)
	A	S	C	$U = \frac{\omega_S}{\omega_A} = \frac{1}{1+i_o}$	$\eta = \frac{1+\eta_o i_o}{1+i_o}$			
	A	C	S	$U = \frac{\omega_C}{\omega_A} = -\frac{1}{i_o} < 0$	$\eta = \eta_o$			
$\eta_o = 1$					$\eta = 1$	$M_A = \frac{1}{1+i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_C = \frac{i_o}{1+i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)

$$M_A = \eta \frac{\omega_S}{\omega_A} M_S$$

を得，ここへ式 (1)，(2) を代入して次式を得る．

$$M_A = \frac{\eta_o (1 + i_o)}{\eta_o + i_o} \cdot \frac{1}{1 + i_o} M_S.$$

$$\therefore M_A = \frac{\eta_o}{\eta_o + i_o} M_S. \quad (6)$$

次に式 (5) より

$$M_C = M_S - M_A$$

を得，これに式 (6) を代入して次式を得る．

$$M_C = M_S - \frac{\eta_o}{\eta_o + i_o} M_S.$$

$$\therefore M_C = \frac{i_o}{\eta_o + i_o} M_S. \quad (7)$$

以上の式 (6)，(7) を用いることにより，駆動軸  $S$  に作用するトルク  $M_S$  が既知の場合に従動軸  $A$ ，固定軸  $C$  に作用するトルクを求めることができる．

同様な誘導方法により図 1 に示すとき 2K-H 型遊星歯車機構に対して〔 $C$  駆動， $S$  従動， $A$  固定〕の場合，〔 $C$  駆動， $A$  従動， $S$  固定〕の場合，〔 $S$  駆動， $C$  従動， $A$  固定〕の場合，〔 $A$  駆動， $S$  従動， $C$  固定〕の場合，〔 $A$  駆動， $C$  従動， $S$  固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め，表 1 に一覧表として示す．

ところで図 1 に示すとき 2K-H 型遊星歯車機構について， $\eta_o = \eta_o' \times \eta_o'' = 1$  と考えると，各軸に作用するトルクを求める理論計算式は上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり，これを表 1 の最下段に示す．

## 2.2 型式 II の遊星歯車機構

次に図 3 に示すとき 2K-H 型遊星歯車機構において太陽外歯車  $D$  を固定し，キャリア  $S$  を正方向に角速度  $\omega_S$  で駆動し，太陽外歯車  $A$  を角速度  $\omega_A$  で従動させる場合を考える．ただし歯車  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  の歯数を  $Z_A$ ， $Z_B$ ， $Z_C$ ， $Z_D$  で表わし，この場合は  $Z_A >$

Table 2 Solution by Tabulation

	$A$	$B$	$C$	$D$	$S$
Gear locked	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$
Arm fixed	$-\omega_S \frac{Z_D}{Z_C} \cdot \frac{Z_B}{Z_A}$	$\omega_S \frac{Z_D}{Z_C}$	$\omega_S \frac{Z_D}{Z_C}$	$-\omega_S$	0
Result	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_D}{Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_D}{Z_C}\right)$	0	$\omega_S$

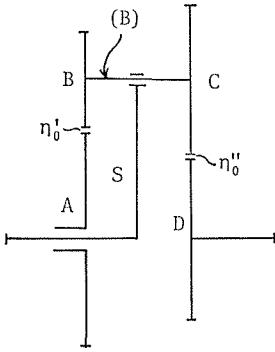


Fig.3 II-Type Planetary Gear

$Z_D$  ( $Z_A Z_C > Z_B Z_D$ ) とする。

いま各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表2が得られる。

表2よりこの場合の角速度比  $u$  が次式のごとく求められる。

$$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = \left(1 - \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C}\right) = 1 - i_o. \quad (8)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式が既に求められている<sup>1)</sup>。

$$\eta = \frac{1 - i_o}{1 - \eta_o i_o}. \quad (9)$$

ただし

$$i_o = \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C} < 1, \quad (10)$$

$$\eta_o = \eta_o' \times \eta_o''. \quad (4)$$

そしてこの場合、遊星ピニオン  $B$  と  $C$  に作用する歯車  $A$ 、 $D$  とキャリヤ  $S$  からの力  $W_A$ 、 $W_D$ 、 $W_S$  と角速度  $\omega_A$ 、 $\omega_S$  の方向の関係は、前述の場合と同様に考えて図4に示すごとくなる。そしてこの図4より軸  $A$ 、 $D$ 、 $S$  に作用するトルク  $M_A$ 、 $M_D$ 、 $M_S$  の関係式として次式を得る。

$$M_S + M_D - M_A = 0. \quad (11)$$

いまこの場合の遊星歯車機構の効率  $\eta$  を次のごとくおく。

$$\eta = \frac{M_A \omega_A}{M_S \omega_S}.$$

これより

$$M_A = \eta \frac{\omega_S}{\omega_A} M_S$$

を得、ここへ式 (8)、(9) を代入して次式を得る。

$$M_A = \frac{1 - i_o}{1 - \eta_o i_o} \cdot \frac{1}{1 - i_o} M_S.$$

$$\therefore M_A = \frac{1}{1 - \eta_o i_o} M_S. \quad (12)$$

次に式(11)より

$$M_D = M_A - M_S$$

を得、式(12)を代入して次式を得る。

$$M_D = \frac{1}{1 - \eta_o i_o} M_S - M_S.$$

$$\therefore M_D = \frac{\eta_o i_o}{1 - \eta_o i_o} M_S. \quad (13)$$

ここで中間軸 $B$ に作用する軸トルクについて考える。いま表2において“合計”の欄に示した運動を行なっている機構全体に対し、キャリアの回転と反対方向に角速度 $(-\omega_S)$ の回転を与えてキャリアを固定した場合の運動が“キャリア固定”の欄に示してあり、これら“合計”と“キャリア固定”の欄の運動は、いずれも各要素に作用する力も各要素間の相対運動も変わらないことは明らかである。そこで軸 $B$ に作用するトルクは“キャリア固定”の場合で考えると便利である。そして駆動軸はトルク的作用する方向と軸の回転方向とが同方向、従動軸はトルク的作用する方向と軸の回転方向とは反対方向と考えると、軸 $A$ は表2の“キャリア固定”の欄から角速度 $\omega_{A'}$ の方向は負、式(11)からトルク $M_A$ の方向は負であるから駆動軸と考えられ、一方軸 $D$ は同様に角速度 $\omega_{D'}$ の方向は負、トルク $M_D$ の方向は正だから従動軸と考えられる。このことより次式を得る。ただし $\omega_{A'}$ 、 $\omega_{B'}$ 、 $\omega_{D'}$ は“キャリア固定”の場合の角速度を示す。

$$M_A |\omega_{A'}| \eta_o' = M_B |\omega_{B'}|.$$

$$\therefore M_B = \left| \frac{\omega_{A'}}{\omega_{B'}} \right| \eta_o' M_A = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta_o'}{1 - \eta_o i_o} M_S. \quad (14)$$

または

$$M_B |\omega_{B'}| \eta_o'' = M_D |\omega_{D'}|.$$

$$\therefore M_B = \left| \frac{\omega_{D'}}{\omega_{B'}} \right| \frac{1}{\eta_o''} M_D = \frac{Z_C}{Z_D} \cdot i_o \cdot \frac{\eta_o}{\eta_o''} \cdot \frac{1}{1 - \eta_o i_o} M_S.$$

$$\therefore M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta_o'}{1 - \eta_o i_o} M_S. \quad (14)$$

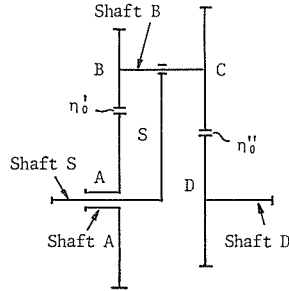
以上の式(12)、(13)、(14)を用いることにより駆動軸 $S$ に作用するトルク $M_S$ が既知の場合に従動軸 $A$ 、固定軸 $D$ および中間軸 $B$ に作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により、図3に示すごとく2K-H型遊星歯車機構に対して〔 $S$ 駆動、 $D$ 従動、 $A$ 固定〕の場合、〔 $A$ 駆動、 $D$ 従動、 $S$ 固定〕の場合、〔 $A$ 駆動、 $S$ 従動、 $D$ 固定〕の場合、〔 $D$ 駆動、 $S$ 従動、 $A$ 固定〕の場合、〔 $D$ 駆動、 $A$ 従動、 $S$ 固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め表3に一覧表として示す。

ところで、この2K-H型遊星歯車機構に対して、 $\eta_o = \eta_o' \times \eta_o'' = 1$ と考えると、各軸に作用するトルクを求める理論計算式は、上記の六つの場合とも全て同一となることがわ

Table 3 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 2K-H Type Planetary Gears

Type II



$$Z_A > Z_D$$

$$(Z_A Z_C > Z_B Z_D)$$

$$0 < i_o = \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C} < 1$$

$$\eta_o = \eta'_o \cdot \eta''_o$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on D	Torque on S	Torque on B
$\eta_o \neq 1$	S	A	D	$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = 1 - i_o$	$\eta = \frac{1 - i_o}{1 - \eta'_o i_o}$	$M_A = \frac{1}{1 - \eta'_o i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_D = \frac{\eta_o i_o}{1 - \eta'_o i_o} M_S$ (C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta'_o}{1 - \eta'_o i_o} M_S$
	S	D	A	$u = \frac{\omega_D}{\omega_S} = -\frac{1 - i_o}{i_o} < 0$	$\eta = \frac{\eta_o (1 - i_o)}{1 - \eta'_o i_o}$				
	A	D	S	$u = \frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{1}{i_o}$	$\eta = \eta_o$				
	A	S	D	$u = \frac{\omega_S}{\omega_A} = \frac{1}{1 - i_o}$	$\eta = \frac{\eta_o - i_o}{\eta_o (1 - i_o)}$	$M_A$ (C.W.)	$M_D = \frac{i_o}{\eta_o} M_A$ (C.C.W.)	$M_S = \frac{\eta_o - i_o}{\eta_o} M_A$ (C.C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{1}{\eta_o} M_A$
	D	S	A	$u = \frac{\omega_S}{\omega_D} = -\frac{i_o}{1 - i_o} < 0$	$\eta = \frac{\eta_o - i_o}{1 - i_o}$				
	D	A	S	$u = \frac{\omega_A}{\omega_D} = i_o$	$\eta = \eta_o$				
$\eta_o = 1$					$\eta = 1$	$M_A = \frac{1}{1 - i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_D = \frac{i_o}{1 - i_o} M_S$ (C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{1}{1 - i_o} M_S$

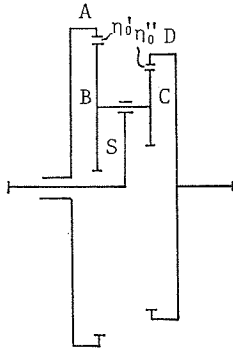


Fig. 5 III-Type Planetary Gear

かり，これを表 3 の最下段に示す。

### 2.3 型式Ⅲの遊星歯車機構

次に図 5 に示すとき 2K-H 型遊星歯車機構において，太陽内歯車  $D$  を固定し，キャリア  $S$  を正方向に角速度  $\omega_S$  で駆動し，太陽内歯車  $A$  を角速度  $\omega_A$  で従動させる場合を考える。ただし歯車  $A, B, C, D$  の歯数を  $Z_A, Z_B, Z_C, Z_D$  で表わし，この場合は  $Z_A > Z_D$  ( $Z_A Z_C < Z_B Z_D$ ) とする。

前述と同様に各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表 4 が得られる。

これよりこの場合の角速度比  $u$  として次式を得る。

Table 4 Solution by Tabulation

	A	B	C	D	S
Gear locked	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$
Arm fixed	$-\omega_S \frac{Z_D}{Z_C} \cdot \frac{Z_B}{Z_A}$	$-\omega_S \frac{Z_D}{Z_C}$	$-\omega_S \frac{Z_D}{Z_C}$	$-\omega_S$	0
Result	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_D}{Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_D}{Z_C}\right)$	0	$\omega_S$

$$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = \left(1 - \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C}\right) = -(i_o - 1) < 0. \quad (15)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式が既に求められている<sup>1)</sup>。

$$\eta = \frac{\eta_o(i_o - 1)}{i_o - \eta_o}. \quad (16)$$

ただし

$$i_o = \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C} > 1, \quad (17)$$

$$\eta_o = \eta_o' \times \eta_o''. \quad (4)$$

そしてこの場合，遊星ピニオン  $B$  と  $C$  に作用する，歯車  $A, D$  およびキャリア  $S$  からの力  $W_A, W_D, W_S$  と角速度  $\omega_A, \omega_S$  の方向との関係は前述の場合と同様に考えて図 6 に示すごとくになる。この図 6 より軸  $A, D, S$  に作用するトルク  $M_A, M_D, M_S$  の関係式として次式を得る。

$$M_S + M_A - M_D = 0. \quad (18)$$

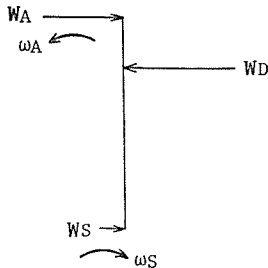


Fig. 6 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear



いまこの場合の遊星歯車機構の効率 $\eta$ を次式のごとくにおく。

$$\eta = \frac{M_A |\omega_A|}{M_S |\omega_S|}$$

これより

$$M_A = \eta \left| \frac{\omega_S}{\omega_A} \right| M_S$$

を得、式(15)、(16)を代入して次式を得る。

$$M_A = \frac{\eta_o (i_o - 1)}{i_o - \eta_o} \cdot \frac{1}{i_o - 1} M_S = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S \quad (19)$$

次に式(18)より

$$M_D = M_S + M_A$$

を得、式(19)を代入して

$$M_D = M_S + \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S = \frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S \quad (20)$$

ここで中間軸 $B$ に作用するトルクについて考える。前述と同様にキャリヤ固定の場合で考えると、式(18)と表4の“キャリヤ固定”の欄とを用いて、 $D$ を駆動軸、 $A$ を従動軸と考えることができる。そこで次式を得る。ただし $\omega_B'$ 、 $\omega_D'$ は“キャリヤ固定”の場合の角速度を示す。

$$\begin{aligned} M_D |\omega_D'| \eta_o'' &= M_B |\omega_B'| \\ \therefore M_B &= \left| \frac{\omega_D'}{\omega_B'} \right| \eta_o'' M_D = \frac{Z_C}{Z_D} \eta_o'' \frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S \\ \therefore M_B &= \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta_o''}{i_o - \eta_o} M_S \end{aligned} \quad (21)$$

以上の式(19)、(20)、(21)を用いることにより、駆動軸 $S$ に作用するトルク $M_S$ が既知の場合に従動軸 $A$ 、固定軸 $D$ および中間軸 $B$ に作用するトルクを求めることができる。

同様な方法により図5に示すごとき2K-H型遊星歯車機構に対して〔 $S$ 駆動、 $D$ 従動、 $A$ 固定〕の場合、〔 $D$ 駆動、 $A$ 従動、 $S$ 固定〕の場合、〔 $A$ 駆動、 $S$ 従動、 $D$ 固定〕の場合、〔 $D$ 駆動、 $S$ 従動、 $A$ 固定〕の場合、〔 $A$ 駆動、 $D$ 従動、 $S$ 固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め、表5に一覧表として示す。

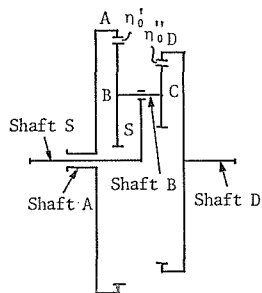
ところで、この2K-H型遊星歯車機構に対して、 $\eta_o = \eta_o' \times \eta_o'' = 1$ と考えると、各軸に作用するトルクを求める理論計算式は上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり、これを表5の最下段に示す。

#### 2.4 型式Ⅳの遊星歯車機構

次に図7に示すごとき2K-H型遊星歯車機構において、太陽内歯車 $D$ を固定し、キャ

Table 5 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 2K-H Type Planetary Gears

Type III



$$Z_A > Z_D$$

$$(Z_A Z_C < Z_B Z_D)$$

$$i_o = \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C} > 1$$

$$\eta_o = \eta_o' \cdot \eta_o''$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on D	Torque on S	Torque on B
$\eta_o \neq 1$	S	A	D	$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = -(i_o - 1) < 0$	$\eta = \frac{\eta_o (i_o - 1)}{i_o - \eta_o}$	$M_A = \frac{\eta_o}{i_o - \eta_o} M_S$ (C.W.)	$M_D = \frac{i_o}{i_o - \eta_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta_o''}{i_o - \eta_o} M_S$
	S	D	A	$u = \frac{\omega_D}{\omega_S} = \frac{i_o - 1}{i_o}$	$\eta = \frac{i_o - 1}{i_o - \eta_o}$				
	D	A	S	$u = \frac{\omega_A}{\omega_D} = i_o$	$\eta = \eta_o$				
	A	S	D	$u = \frac{\omega_S}{\omega_A} = -\frac{1}{i_o - 1} < 0$	$\eta = \frac{i_o \eta_o - 1}{i_o - 1}$	$M_A$ (C.W.)	$M_D = \eta_o i_o M_A$ (C.C.W.)	$M_S = (\eta_o i_o - 1) M_A$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \eta_o' M_A$
	D	S	A	$u = \frac{\omega_S}{\omega_D} = \frac{i_o}{i_o - 1}$	$\eta = \frac{\eta_o i_o - 1}{\eta_o (i_o - 1)}$				
	A	D	S	$u = \frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{1}{i_o}$	$\eta = \eta_o$				
$\eta_o = 1$					$\eta = 1$	$M_A = \frac{1}{i_o - 1} M_S$ (C.W.)	$M_D = \frac{i_o}{i_o - 1} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{1}{i_o - 1} M_S$

Table 6 Solution by Tabulation

	A	B	C	D	S
Gear locked	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$	$\omega_S$
Arm fixed	$\omega_S \frac{Z_D}{Z_C} \cdot \frac{Z_B}{Z_A}$	$-\omega_S \frac{Z_D}{Z_C}$	$-\omega_S \frac{Z_D}{Z_C}$	$-\omega_S$	0
Result	$\omega_S \left(1 + \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_D}{Z_C}\right)$	$\omega_S \left(1 - \frac{Z_D}{Z_C}\right)$	0	$\omega_S$

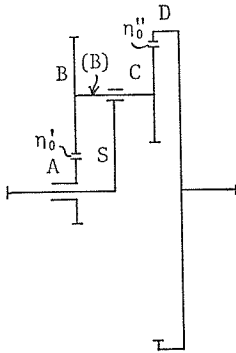


Fig. 7 IV-Type Planetary Gear

リヤ S を正方向に角速度  $\omega_S$  で駆動し、太陽外歯車 A を角速度  $\omega_A$  で従動させる場合を考える。

前述と同様に各軸の角速度を求める重ね合わせ法として表 6 が得られる。

これよりこの場合の角速度比  $u$  として次式が得られる。

$$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = 1 + i_o \quad (22)$$

またこの場合の効率を求める理論計算式が既に求められている<sup>1)</sup>。

$$\eta = \frac{\eta_o(1 + i_o)}{\eta_o + i_o} \quad (23)$$

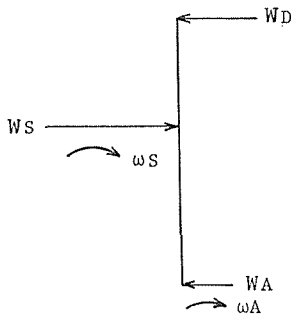


Fig. 8 Forces and Angular Velocities Acting on a Planetary Gear

ただし

$$i_o = \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C} > 1, \quad (24)$$

$$\eta_o = \eta_o' \times \eta_o'' \quad (4)$$

そしてこの場合、遊星ピニオン B と C に作用する、歯車 A, D とキャリヤ S からの力  $W_A, W_D, W_S$  と角速度  $\omega_A, \omega_S$  の方向との関係は前述の場合と同様に考えて図 8 に示すごとくになる。この図 8 より軸 A, D, S に作用するトルク  $M_A, M_D, M_S$  の関係式として次式を得る。

$$M_S - M_A - M_D = 0. \quad (25)$$

いまこの場合の遊星歯車機構の効率  $\eta$  を次式のごとくにおく。

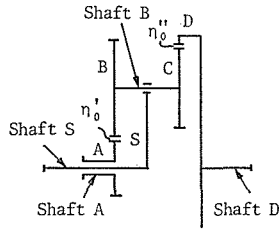
$$\eta = \frac{M_A \omega_A}{M_S \omega_S}$$

これより

$$M_A = \eta \frac{\omega_S}{\omega_A} M_S$$

Table 7 Speed Ratio, Efficiency, and Torque Formulas for 2K-H Type Planetary Gears

Type IV



$$i_o = \frac{Z_B Z_D}{Z_A Z_C} > 1$$

$$\eta_o = \eta'_o \cdot \eta''_o$$

	Driver	Follower	Fixed	Angular velocity ratio	Efficiency	Torque on A	Torque on D	Torque on S	Torque on B
$\eta_o \neq 1$	S	A	D	$u = \frac{\omega_A}{\omega_S} = 1 + i_o$	$\eta = \frac{\eta_o(1+i_o)}{\eta_o + i_o}$	$M_A = \frac{\eta_o}{\eta_o + i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_D = \frac{i_o}{\eta_o + i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{\eta''_o}{\eta_o + i_o} M_S$
	D	S	A	$u = \frac{\omega_S}{\omega_D} = \frac{i_o}{1+i_o}$	$\eta = \frac{\eta_o + i_o}{1+i_o}$				
	D	A	S	$u = \frac{\omega_A}{\omega_D} = -i_o < 0$	$\eta = \eta_o$				
	S	D	A	$u = \frac{\omega_D}{\omega_S} = \frac{1+i_o}{i_o}$	$\eta = \frac{\eta_o(1+i_o)}{1+\eta_o i_o}$	$M_A = \frac{1}{1+\eta_o i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_D = \frac{\eta_o i_o}{1+\eta_o i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{\eta'_o}{1+\eta_o i_o} M_S$
	A	S	D	$u = \frac{\omega_S}{\omega_A} = \frac{1}{1+i_o}$	$\eta = \frac{1+\eta_o i_o}{1+i_o}$				
	A	D	S	$u = \frac{\omega_D}{\omega_A} = -\frac{1}{i_o} < 0$	$\eta = \eta_o$				
$\eta_o = 1$					$\eta = 1$	$M_A = \frac{1}{1+i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_D = \frac{i_o}{1+i_o} M_S$ (C.C.W.)	$M_S$ (C.W.)	$M_B = \frac{Z_B}{Z_A} \frac{1}{1+i_o} M_S$

を得、式(22), (23)を代入して次式を得る.

$$M_A = \frac{\eta_o(1+i_o)}{\eta_o+i_o} \cdot \frac{1}{1+i_o} M_S = \frac{\eta_o}{\eta_o+i_o} M_S. \quad (26)$$

また式(25)より

$$M_D = M_S - M_A$$

を得、式(26)を代入して次式を得る.

$$M_D = M_S - \frac{\eta_o}{\eta_o+i_o} M_S = \frac{i_o}{\eta_o+i_o} M_S. \quad (27)$$

ここで中間軸 $B$ に作用するトルクについて考える. 前述と同様にキャリヤ固定の場合で考えると、式(25)と表6の“キャリヤ固定”の欄とを用いて、 $D$ を駆動軸、 $A$ を従動軸と考えることができる. 従って次式を得る. ただし $\omega_{A'}$ 、 $\omega_{D'}$ は“キャリヤ固定”の場合の角速度を示す.

$$\begin{aligned} M_D |\omega_{D'}| \eta_o'' &= M_B |\omega_{B'}|. \\ \therefore M_B &= \left| \frac{\omega_{D'}}{\omega_{B'}} \right| \eta_o'' M_D = \frac{Z_C}{Z_D} \eta_o'' \frac{i_o}{\eta_o+i_o} M_S. \\ \therefore M_B &= \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{\eta_o''}{\eta_o+i_o} M_S. \end{aligned} \quad (28)$$

以上の式(26), (27), (28)を用いることにより、駆動軸 $S$ に作用するトルク $M_S$ が既知の場合に従動軸 $A$ 、固定軸 $D$ 、中間軸 $B$ に作用するトルクを求めることができる.

同様な方法により、図7に示すごとき2K-H型遊星歯車機構に対して〔 $D$ 駆動、 $S$ 従動、 $A$ 固定〕の場合、〔 $D$ 駆動、 $A$ 従動、 $S$ 固定〕の場合、〔 $S$ 駆動、 $D$ 従動、 $A$ 固定〕の場合、〔 $A$ 駆動、 $S$ 従動、 $D$ 固定〕の場合、〔 $A$ 駆動、 $D$ 従動、 $S$ 固定〕の場合に各軸に作用するトルクの理論計算式を求め、表7に一覧表として示す.

ところで、この2K-H型遊星歯車機構に対して $\eta_o = \eta_o' \times \eta_o'' = 1$ と考えると、各軸に作用するトルクを求める理論計算式は、上記の六つの場合とも全て同一となることがわかり、これを表7の最下段に示す.

### 3 結 言

遊星歯車機構として最も基本的な2K-H型遊星歯車機構の軸トルク計算式について考察し、この遊星歯車機構の理論効率計算式を用いて、基準効率と歯数比により軸トルクを計算することのできる理論計算式のわかりやすい導き方を明らかにした. そしてこの方法を適用して2K-H型の基本的な四つの型式の遊星歯車機構に対する軸トルク計算式を求め、読者がこれらの計算式の使用に際し適用を誤るおそれのない便利な一覧表を作成した.

## 文 献

- 1) 両角宗晴：遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法，信州大学工学部紀要，第31号 (1971)，105.
- 2) H. E. Merritt: Gears, Pitman & Sons (London), (1942).