

## アルミニウム単結晶の圧縮変形挙動

加藤良雄\* 清水保雄\*\*

(昭和57年5月31日受理)

### The Deformation Behavior of Aluminum Single Crystal during Compression

Yoshio KATO and Yasuo SHIMIZU

The finite deformation theory and compression tests were applied to determine strains which an aluminum single crystal undergoes under deformative compression along the axial orientation [139]. The theoretical analysis assumed that the amount of glide shear due to slip for active slip systems, which furnishes us with essential information for complete understanding of the mechanism for the single crystal deformation, be proportional to the Schmid factor for slip systems. A series of compression tests on a specimen was conducted in seven steps, each of which was followed by a determination of the strain generated by measuring perpendicular distances between parallel specimen-faces along each specimen axis. The assumption that three slip systems, i.e., the primary slip system B1 and the secondary ones A3 and D2, be made active, gives a theoretical result in good agreement with the experimental result; an observation of slip traces on the deformed specimen surface gave a result in support of these three slip systems getting made active.

#### 1 ま え が き

工業材料としての金属，合金は一般的には多結晶体である．多結晶体の変形機構を明らかにするためには，その構成単位である単結晶の変形挙動の知識が，根本的に重要な一因子である．本研究はこのような見地から行なわれたもので，著者の一人らは先に有限変形理論を用いて，方位変化を解析した<sup>1)</sup>が，形状変化についてはふれなかった．

本研究では，FCC型金属 Al 単結晶の圧縮変形に関し，形状変化の解析と共に有効な活動すべり系について考察を試みた．

---

\* 機械工学教室 教授

\*\* 機械工学教室 教務員

## 2 実験方法

供試材料として市販の公称純度 99.99%Al を使い、ソフトモールド法により Fig. 1 に示す形状の単結晶を作製した。

このものから一辺が約 20mm の立方形試片を切出し、エメリー紙研磨を経て電解研磨仕上げした後、形状変化を確認、

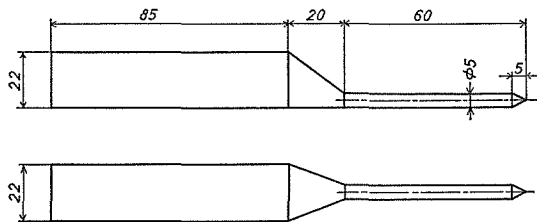


Fig. 1 Dimensions of the single crystal prepared by the soft mold technique.

測定するために試片表面に 1mm 間隔の格子線を印刷した。

結晶方位は背面反射ラウエ法で X 線的に決定した。結果を Fig. 2 に示した。

圧縮は順次 7 段階まで行ない、各段階 1% 程度の圧縮率を目標とした。圧縮各段階毎に試験片を圧縮試験機から取り外し、格子線の

測定、試片厚さの測定、方位の変化状況等を調べると共に、すべり線を光学顕微鏡観察した。なお、圧縮試験に際し、試験片上下端面に於いて試片と試験機プラテンとの摩擦が原因で、変形が拘束されやすく、均一変形が妨害されるので、これを防止する目的からテフロン薄膜<sup>2)</sup>を試片とプラテン間に挿入した。

以上の過程で得られた実験結果と理論解析の結果を比較、検討した。

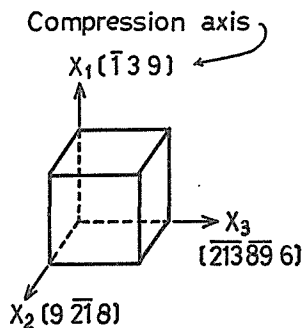


Fig. 2 Axial orientation of the specimen.

## 3 理論及び解析方法の概略

変形時に活動するすべり系はシュミット因子の大きさ、即ちそのすべり系に負荷される剪断応力の大きさによって判断するか、あるいは最大仕事の原理を基礎とした Bishop と Hill の方法<sup>3)</sup>によって判断できるが、本実験では前者の方法を採用した。また変形の解析には Chin らの提唱した有限変形理論<sup>4)</sup>を応用した。

有限変形理論を用いると、結晶が均一でかつ体積変化なしに変形する時、結晶内の任意な一点  $X(X_1, X_2, X_3)$  が同一の直交座標系で  $x(x_1, x_2, x_3)$  へ移動せられたとすれば、このような変形は変形勾配行列  $F$  により、次の如く書かれる。

$$x = FX \quad (1)$$

この  $F$  の成分  $F_{ij}$  は  $\partial x_i / \partial X_j$  で

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

変形に関するすべての量はこの行列  $F$  の 9 個の成分を用いて表わすことができる。例えば材料線の変形後の長さの変形前の長さに対する比  $\lambda_p$  は

$$\lambda_p^2 = \sum_{i,j,k} \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \frac{\partial x_i}{\partial X_k} P_i P_k \quad (3)$$

$i=1, 2, 3 \quad j=1, 2, 3 \quad k=1, 2, 3$

$P(P_1, P_2, P_3)$  は材料線の変形前の方向を与える単位ベクトルで、これが変形後に  $p(p_1, p_2, p_3)$  になれば、次の如き成分を持つ。

$$p_i = \frac{1}{\lambda_p} \sum_j \frac{\partial x_i}{\partial X_j} P_j \quad i=1, 2, 3 \quad (4)$$

また対をなす平行な面間の距離の変化は  $\partial X_i / \partial x_j$  で表わすことができ、変形前の面間距離の後のそれに対する比  $f_Q$  は

$$f_Q^2 = \sum_{i,j,k} \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \frac{\partial X_k}{\partial x_j} Q_i Q_k \quad (5)$$

$i=1, 2, 3 \quad j=1, 2, 3 \quad k=1, 2, 3$

ここに  $\partial X_i / \partial x_j$  は  $F$  の逆行列  $F^{-1}$  の成分であり、 $Q(Q_1, Q_2, Q_3)$  は変形前の面の法線を表わす単位ベクトルである。

次に変位ベクトル  $u$  を  $u = x - X$  と定義すると、変位成分は  $u_i = x_i - X_i$  で、これから

$$F_{ij} = \partial x_i / \partial X_j = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \quad (6)$$

$\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。また(6)式を行列表示すると

$$F = I + U \quad (7)$$

ただし、 $I$  は単位行列、 $U$  は  $U_{ij} = \partial u_i / \partial X_j$  を成分とする行列である。

### 3.1 単一すべりの場合

さてすべり方向の単位ベクトルを  $m(m_1, m_2, m_3)$ 、すべり面法線方向の単位ベクトルを  $n(n_1, n_2, n_3)$  とすれば、変位は

$$u_i = a(X \cdot n) m_i \quad i=1, 2, 3 \quad (8)$$

$a$  はいま考えている単一すべり系での剪断の量である。 $X \cdot n = \sum_j X_j \cdot n_j$  であるから、式(8)と(6)から

$$\frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \delta_{ij} + am_i n_j \quad (9)$$

又は

$$F = \begin{pmatrix} 1 + am_1 n_1 & am_1 n_2 & am_1 n_3 \\ am_2 n_1 & 1 + am_2 n_2 & am_2 n_3 \\ am_3 n_1 & am_3 n_2 & 1 + am_3 n_3 \end{pmatrix} = I + amn^T \quad (10)$$

ここで  $n^T$  の添字  $T$  は転置行列を表す。こうして(10)式により、すべり系の活動に因り生じた変位(8)式と変形勾配行列(2)式が関連づけられる。

### 3・2 2つまたはそれ以上の多重すべりの場合

2つのすべり系、例えば A 系と B 系の両者が活動して変形が生じるとき、それぞれの変形勾配行列は

$$\begin{aligned} F_A &= I + am_A n_A^T \\ F_B &= I + bm_B n_B^T = I + \beta am_B n_B^T \end{aligned} \quad (11)$$

ただし  $\beta = b/a$ 。

いま最初にすべり系 A が活動し、それに続いてすべり系 B が活動したとすれば、変形勾配行列は

$$\begin{aligned} F_B \cdot F_A &= I + a(m_A n_A^T + \beta m_B n_B^T) + a^2(\beta m_B n_B^T m_A n_A^T) \\ &= I + aF_1 + a^2F_2 \end{aligned} \quad (12)$$

ただし  $F_1 = m_A n_A^T + \beta m_B n_B^T$ ,  $F_2 = \beta m_B n_B^T m_A n_A^T$

最終形状は  $F_B \cdot F_A$  なる変形が  $N$  回繰返された  $(F_B \cdot F_A)^N$  に関し、 $N \rightarrow \infty$  の極限で得られる変形勾配行列から求められるとする。 $N \rightarrow \infty$  のとき  $a \rightarrow 0$ , すなわち  $Na = \alpha$  がすべり系 A の総剪断量とを定める有限定数であるように  $\alpha$  をとれば、最終の変形勾配行列  $F$  は

$$\begin{aligned} F &= \lim_{a \rightarrow 0} (F_B F_A)^{\alpha/a} = \lim_{a \rightarrow 0} (I + aF_1 + a^2F_2)^{\alpha/a} \\ &= I + \alpha F_1 + \frac{1}{2} \alpha^2 F_1^2 + \frac{1}{3!} \alpha^3 F_1^3 + \dots \\ &= e^{\alpha F_1} \end{aligned} \quad (13)$$

により近似される。故に最終形状はすべり系の活動順序には無関係となる。

2つ以上のすべり系が活動する場合、 $F_1$  は一般に次のように書ける。

$$F_1 = m_A n_A^T + \beta m_B n_B^T + \gamma m_C n_C^T + \dots + \nu m_L n_L^T \quad (14)$$

(13)式の如く、 $F$  は  $e^{\alpha F_1}$  を求めればよい、そして  $F_1$  が行列  $S$  によって  $S(\alpha F_1)S^{-1} = \alpha \Lambda$  のように対角化可能であるなら、 $e^{\alpha \Lambda} = S(e^{\alpha F_1})S^{-1}$  であるから、

$$\begin{aligned}
 F &= e^{\alpha F_1} = S^{-1}[S(e^{\alpha F_1})S^{-1}]S \\
 &= S^{-1}(e^{\alpha \Lambda})S
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

の操作で  $F$  を求めることができる。

ところで、変形勾配行列を計算するにあたり、いかなるすべり系が活動するかを見出すこと、及び各活動すべり系での剪断量の比を与える係数  $\beta, \gamma, \dots$  の値を指定することが必要であるが、これらに関する情報は有限変形理論自体からは得られない。従って何らかの方法によって活動すべり系を見出し、それらの相対的活動量を予想せねばならない。本研究では前述したシュミット因子の値、すなわち、すべり系に作用する剪断応力の値の大なるもの程、活動の可能性が強く、かつその値に比例した相対的活動量をもつと仮定して解析した。

### 4 解析結果

#### 4.1 活動すべり系とシュミット因子

Table 1 に各すべり系に対し計算したシュミット因子の値を示した。すべり系の表示は Fig. 3 に示すような001標準ステレオ投影図に拠った。図中の文字 A, B, C, D はすべり面を、数字 1~6 はすべり方向を表わす。

Table 1. Schmid factors calculated for active slip systems.

Slip system	Schmid factor	Ratio
B4	0.296	0.600
B1	0.493	1
B5	0.197	0.400
D2	0.377	0.765
D3	0.251	0.509
D5	0.126	0.256
A4	0.350	0.710
A3	0.467	0.947
A6	0.117	0.237
C2	0.269	0.546
C1	0.224	0.454
C6	0.045	0.091

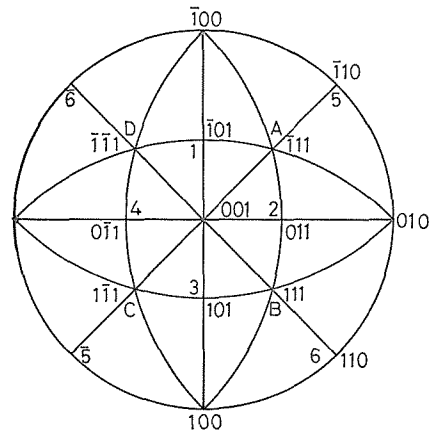


Fig. 3 Standard (001) stereographic projection representing slip systems in f.c.c. metal, where slip planes and slip directions are denoted by the letters A~D and figures 1~6, respectively.

#### 4.2 変形勾配行列並びに形状変化

本試料に対するすべり面及びすべり方向は立方軸系  $[100]-[010]-[001]$  で表現すると Fig. 3 の如くなる。一方、(8)式以下で採用してきた  $m, n$  は試料軸系  $X_1-X_2-X_3$  で定義されたものであったから、前者を試料軸系に変換する必要がある。先づ試料軸と立方軸の方向余弦を求めると Table 2 のようになる。試料軸の単位ベクトルを  $i(i_1, i_2, i_3)$ 、立方軸のそれを  $I(I_1, I_2, I_3)$  とする列ベクトルにとると

Table 2. Direction cosines of the cubic axes with respect to the specimen axes, which provide the transformation matrix from the cubic axes to the specimen axes.

	$I_1$ [100]	$I_2$ [010]	$I_3$ [001]
$i_1$ [ $\bar{1}$ 3 9]	$-1/\sqrt{91}$	$3/\sqrt{91}$	$9/\sqrt{91}$
$i_2$ [9 $\bar{2}$ 18]	$9/\sqrt{586}$	$-21/\sqrt{586}$	$8/\sqrt{586}$
$i_3$ [ $\bar{2}1\bar{3}$ $\bar{8}9$ 6]	$-213/\sqrt{53326}$	$-89/\sqrt{53326}$	$6/\sqrt{53326}$

Table 3. Unit vectors  $\mathbf{m}$  along the slip direction and unit vectors  $\mathbf{n}$  normal to the slip plane, which are referred to the coordinate system coinciding with the specimen axes for each slip system.

	n			m		
	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$m_1$	$m_2$	$m_3$
B4	$\frac{11}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{-4}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{-296}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{6}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{29}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{95}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
B1	$\frac{11}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{-4}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{-296}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{10}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-1}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{219}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
B5	$\frac{11}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{-4}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{-296}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{4}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-30}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{124}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
D2	$\frac{7}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{20}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{308}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{12}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-13}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{-83}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
D3	$\frac{7}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{20}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{308}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{8}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{17}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{-207}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
D5	$\frac{7}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{20}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{308}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{4}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-30}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{124}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
A4	$\frac{13}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{-22}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{130}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{6}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{29}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{95}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
A3	$\frac{13}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{-22}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{130}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{8}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{17}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{-207}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
A6	$\frac{13}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{-22}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{130}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-12}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{-302}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
C2	$\frac{5}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{38}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{-118}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{12}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-13}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{-83}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
C1	$\frac{5}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{38}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{-118}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{10}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-1}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{219}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$
C6	$\frac{5}{\sqrt{3}\sqrt{91}}$	$\frac{38}{\sqrt{3}\sqrt{586}}$	$\frac{-118}{\sqrt{3}\sqrt{53326}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{91}}$	$\frac{-12}{\sqrt{2}\sqrt{586}}$	$\frac{-302}{\sqrt{2}\sqrt{53326}}$

$$I = D^T i \quad (16)$$

$D$  は Table 2 の方向余弦を成分とする変換マトリクスである。よって

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{1}{\sqrt{91}}i_1 + \frac{9}{\sqrt{586}}i_2 - \frac{213}{\sqrt{53326}}i_3 \\ I_2 &= \frac{3}{\sqrt{91}}i_1 - \frac{21}{\sqrt{586}}i_2 - \frac{89}{\sqrt{53326}}i_3 \\ I_3 &= \frac{9}{\sqrt{91}}i_1 + \frac{8}{\sqrt{586}}i_2 + \frac{6}{\sqrt{53326}}i_3 \end{aligned} \quad (17)$$

いますべり系  $B_4$  について、すべり面法線の単位ベクトルを  $n_{B_4}$ 、すべり方向の単位ベクトルを  $m_{B_4}$  とすれば、(17)式を用いて

$$\begin{aligned} n_{B_4} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(I_1 + I_2 + I_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{11}{\sqrt{91}}i_1 - \frac{4}{\sqrt{586}}i_2 - \frac{296}{\sqrt{53326}}i_3\right) \\ m_{B_4} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-I_1 + I_3) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{6}{\sqrt{91}}i_1 + \frac{29}{\sqrt{586}}i_2 + \frac{95}{\sqrt{53326}}i_3\right) \end{aligned} \quad (18)$$

同様の計算手順を経て、12個のすべり系について  $n$  と  $m$  を求め、一括して Table 3 に示した。

次にこれら  $n$  と  $m$  の値を用い、さらにシュミット因子が最大のすべり系  $B_1$  のすべり量を  $a$  とし、他のすべり系のすべり量は各系のシュミット因子と  $B_1$  のそれとの比に比例して縮小されると仮定して変形勾配行列(10)式を計算すると以下の如くなる。

$$F_{B_4} = \begin{bmatrix} 1-0.1776a & 0.0255a & 0.1975a \\ -0.3384a & 1+0.0485a & 0.3762a \\ -0.1162a & 0.0166a & 1+0.1291a \end{bmatrix} \quad (19-1)$$

$$F_{B_1} = \begin{bmatrix} 1-0.4935a & 0.0707a & 0.5486a \\ 0.0194a & 1-0.0028a & -0.0216a \\ -0.4465a & 0.0640a & 1+0.4963a \end{bmatrix} \quad (19-2)$$

$$F_{B_5} = \begin{bmatrix} 1-0.0790a & 0.0113a & 0.0878a \\ 0.2334a & 1-0.0334a & -0.2594a \\ -0.1011a & 0.0145a & 1+0.1124a \end{bmatrix} \quad (19-3)$$

$$F_{D_2} = \begin{bmatrix} 1-0.2883a & -0.3246a & -0.5240a \\ 0.1231a & 1+0.1386a & 0.2237a \\ 0.0824a & 0.0927a & 1+0.1497a \end{bmatrix} \quad (19-4)$$

$$F_{D_3} = \begin{bmatrix} 1-0.1279a & -0.1440a & -0.2324a \\ -0.1071a & 1-0.1206a & -0.1946a \\ 0.1367a & 0.1539a & 1+0.2484a \end{bmatrix} \quad (19-5)$$

$$F_{D_5} = \begin{bmatrix} 1-0.0322a & -0.0362a & -0.0585a \\ 0.0950a & 1+0.1070a & 0.1728a \\ -0.0412a & -0.0464a & 1-0.0749a \end{bmatrix} \quad (19-6)$$

$$F_{A_4} = \begin{bmatrix} 1-0.2484a & 0.1656a & -0.1026a \\ -0.4732a & 1+0.3156a & -0.1955a \\ -0.1625a & 0.1084a & 1-0.0671a \end{bmatrix} \quad (19-7)$$

$$F_{A_3} = \begin{bmatrix} 1-0.4418a & 0.2947a & -0.1825a \\ -0.3400a & 1+0.2467a & -0.1528a \\ 0.4723a & -0.3150a & 1+0.1951a \end{bmatrix} \quad (19-8)$$

$$F_{A_6} = \begin{bmatrix} 1-0.0276a & 0.0184a & -0.0114a \\ 0.0654a & 1-0.0436a & 0.0270a \\ 0.1724a & -0.1150a & 1+0.0712a \end{bmatrix} \quad (19-9)$$

$$F_{C_2} = \begin{bmatrix} 1-0.1470a & -0.4402a & 0.1433a \\ 0.0627a & 1+0.1879a & -0.0612a \\ 0.0420a & 0.1258a & 1-0.0409a \end{bmatrix} \quad (19-10)$$

$$F_{C_1} = \begin{bmatrix} 1-0.1018a & -0.3050a & 0.0993a \\ 0.0040a & 1+0.0120a & -0.0039a \\ -0.0921a & -0.2759a & 1+0.0898a \end{bmatrix} \quad (19-11)$$

$$F_{C_6} = \begin{bmatrix} 1-0.0041a & -0.0122a & 0.0040a \\ 0.0097a & 1+0.0289a & -0.0094a \\ 0.0255a & 0.0763a & 1-0.0248a \end{bmatrix} \quad (19-12)$$

変形がシュミット因子最大の系 B1 のみの単一すべりで最終段階にまで達せられたとすると、変形勾配行列は(19-2)式となる。これに対し、適当な数値をすべり量  $a$  に代入して(19-2)式を求め、その逆行列を求めた後、式(5)から  $X_1, X_2, X_3$  軸に垂直な面の間隔の変化を計算した結果が Table 4 の第 1 欄である。

シュミット因子の上位 2 個の系、すなわち B1 と A3 の系の 2 重すべりを仮定した場合(14)式から

$${}_2F_1 = \begin{bmatrix} -0.9353 & 0.3654 & 0.3661 \\ -0.3206 & 0.2439 & -0.1744 \\ 0.0258 & -0.2510 & 0.6914 \end{bmatrix} \quad (20)$$

(20)式に対する固有値を  $\lambda$  とすると、固有方程式  $\phi = \det|\lambda E - {}_2F_1| = 0$  の根で  $\lambda$  が与えられ、3 実根  $\lambda_1 = 0.793, \lambda_2 = 0.016, \lambda_3 = -0.809$  を得る。固有値に対する固有ベクトルを  $X_i$  とすると、 $X_i$  は  ${}_2F_1 X_i = \lambda_i X_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) から求まる。 $X_i$  を単位ベクトル化すると

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.119 \\ -0.363 \\ 0.924 \end{bmatrix} \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0.045 \\ -0.646 \\ 0.762 \end{bmatrix} \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0.955 \\ 0.296 \\ 0.033 \end{bmatrix} \quad (21)$$



Table 4. Ratios of final to initial perpendicular distances between parallel specimen faces along the axis  $X_1$ ,  $X_2$  or  $X_3$ , as derived by the finite deformation theory. The values of  $a$  and  $\alpha$  in table correspond to the amount of the glide shear in the primary slip system.

No.	active slip system	amount of glide shear & ratio of parallel plane distance along $X$ axes				
		$a$	0.05	0.1	0.2	
1	B1	$X_1$	0.976	0.952	0.906	
		$d/d_0 : X_2$	1.000	1.000	0.999	
		$X_3$	1.025	1.051	1.110	
2	B1 & A3	$\alpha$	0.01	0.02	0.03	0.05
		$X_1$	0.982	0.965	0.948	0.916
		$d/d_0 : X_2$	1.008	1.017	1.025	1.043
		$X_3$	1.009	1.017	1.026	1.043
3	B1, A3 & D2	$\alpha$	0.01	0.02	0.05	0.08
		$X_1$	0.988	0.976	0.942	0.908
		$d/d_0 : X_2$	1.008	1.007	1.019	1.030
		$X_3$	1.009	1.017	1.042	1.068
4	all of the 12 systems	$\alpha$	0.01	0.02	0.04	0.05
		$X_1$	0.980	0.960	0.923	0.904
		$d/d_0 : X_2$	1.007	1.013	1.025	1.031
		$X_3$	1.012	1.025	1.052	1.066

対角化行列  $S$  は  $X_i$  を連ねたもので

$$S = \begin{pmatrix} 0.119 & 0.045 & 0.955 \\ -0.363 & -0.646 & 0.296 \\ 0.924 & 0.762 & 0.033 \end{pmatrix} \quad (22)$$

(15)式の  $e^{\alpha\Lambda}$  は固有値  $\lambda$  を用いて

$$e^{\alpha\Lambda} = \begin{pmatrix} e^{0.793\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{0.016\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-0.809\alpha} \end{pmatrix} \quad (23)$$

(22), (23)及び(15)式から最終の変形勾配行列を求めると

$${}_2F = \begin{pmatrix} -0.102A - 0.911B + 2.012C & -0.038A - 1.621B + 1.660C \\ 0.117A + 1.102B - 1.220C & 0.044A + 1.961B - 1.006C \\ 0.132A + 0.062B - 0.193C & 0.050A + 0.110B - 0.159C \\ -0.815A + 0.743B + 0.072C \\ 0.943A - 0.899B - 0.044C \\ 1.057A - 0.050B - 0.007C \end{pmatrix} \quad (24)$$

ここに  $A = e^{0.793\alpha}$ ,  $B = e^{0.016\alpha}$ ,  $C = e^{-0.809\alpha}$

同様にしてシュミット因子の上位3個の系, すなわち B1, A3, D2 が活動したと仮定した場合と, 12個の全すべり系が活動したと仮定した場合の最終の変形勾配行列をそれぞれ  ${}_3F$ ,  ${}_{12}F$  とおくと,

$${}_3F = \begin{pmatrix} -0.004A + 0.010B + 0.994C & -0.002A - 0.061B + 0.062C \\ -0.010A - 0.169B + 0.179C & -0.004A + 0.993B + 0.011C \\ 0.075A - 0.005B - 0.080C & 0.032A - 0.027B - 0.005C \\ -0.053A - 0.008B + 0.060C \\ -0.136A + 0.125B + 0.011C \\ 1.008A - 0.003B - 0.005C \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$A = e^{0.816\alpha}, \quad B = e^{0.392\alpha}, \quad C = e^{-1.209\alpha}$$

$${}_{12}F = \begin{pmatrix} 0.003A + 0.099B + 0.898C & 0.013A + 0.314B - 0.328C \\ 0.009A + 0.272B - 0.281C & 0.038A + 0.859B + 0.103C \\ 0.047A - 0.060B + 0.013C & 0.195A - 0.190B - 0.005C \\ 0.066A - 0.068B + 0.003C \\ 0.187A - 0.187B - 0.001C \\ 0.958A + 0.041B + 0.00004C \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$A = e^{1.318\alpha}, \quad B = e^{0.988\alpha}, \quad C = e^{-2.306\alpha}$$

(24)~(26)式において, 前述の単一すべりの仮定による計算と同様にして, 剪断すべり量  $\alpha$  を適当な数値として代入して変形勾配行列を定めた後,  $X_1 \sim X_3$  軸に垂直な面の間隔の変化を求めた結果を Table 4 の第2段以下に載せた.

## 5 実験結果

Table 5 に各圧縮段階で得た試料軸  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  に垂直な各面の間隔の変化を塑性歪

Table 5. Experimental values, obtained at seven compression steps, for the plastic strain on perpendicular distances between parallel specimen faces along the axis  $X_1$ ,  $X_2$ , or  $X_3$ .

Compression step	$X_1(\%)$	$X_2(\%)$	$X_3(\%)$
1	-1.42	0.64	1.16
2	-2.41	0.76	2.00
3	-4.90	0.90	2.92
4	-5.65	1.07	3.99
5	-5.83	1.52	4.68
6	-6.18	2.04	5.21
7	-8.00	2.20	6.13

(%)として示した.  $X_1$  軸は圧縮軸であり, この方向の面間隔は圧縮に伴ない縮小された.  $X_2$ ,  $X_3$  軸方向における面間隔は拡げられたが,  $X_3$  軸方向の歪は  $X_2$  軸に関するそれより大となり, 単結晶の塑性異方性を具現した結果といえる.

圧縮変形により活動したすべり系を確認する目的で,  $X_2$  軸に垂直な面の表面を光学顕微鏡観察し, すべり線を解析した. 結果の一例を Photo. 1 に示した. Photo. 1 a は圧縮第一段階のもので, 既に A, B 及び D の3つの面のすべり活動の結果を示唆するすべり線を認めた. そしてこれらす

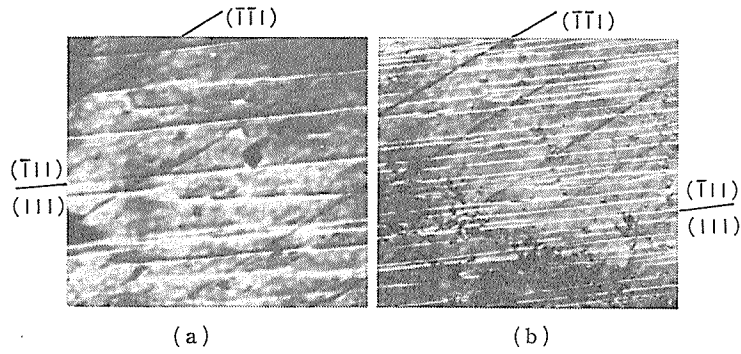


Photo. 1. Slip traces on the  $X_3$  plane in the 1st step (a) and 7th step (b) of compression.

べり面の活動は、Photo. 1 b に観察されるように、最終圧縮段階でも変化せず、すべり線の密度が増ただけであった。

### 6 解析結果と実験結果の比較及び考察

Fig. 4 に Table 4 の計算結果と Table 5 の実験結果をまとめた。

主すべり系である B1 系のみを単一すべりを仮定した計算結果は、 $X_2$  軸に関する面間隔比が圧縮段階の進行とともに 1 以下、すなわち面間隔の縮小を与え、実験結果と明らかに矛盾した。シュミット因子の上位 2 位までの B1 系と A3 系の 2 重すべりを仮定した

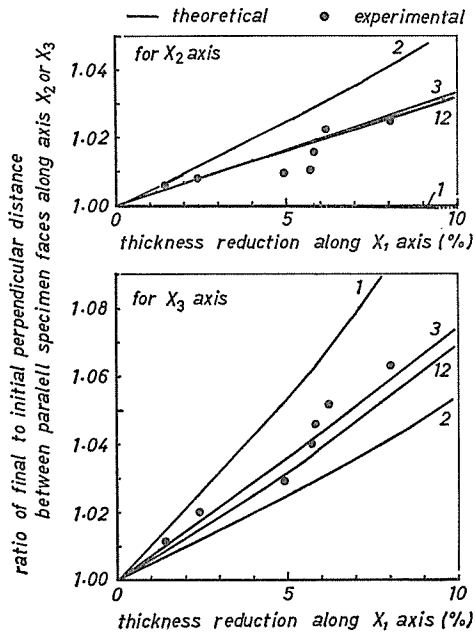


Fig. 4 Variation in the ratio of the final to initial perpendicular distance between parallel specimen faces along axis  $X_2$  or  $X_3$  during compressive deformation along axis  $X_1$ . The figures 1~12 indicate the number of slip systems assumed in the theoretical analysis.

場合の計算結果は実測値に近づく傾向を示したが、未だ隔りが大きい。又  $X_2$ ,  $X_3$  軸に関する計算値はほぼ等しい割合で変化する、いわゆる等方的な変形を与え、この点でも実験値と合致しなかった。シュミット因子の値が上位 3 個までの B1, A3, D2 の系のすべり活動を仮定した計算結果は実験値と最も近接した値を得た。このことは、すべり線の観察結果 Photo. 1 でみられた如く、実際上でも A, B, D 系のすべり活動が確認された事実とも反しない。ところで、一般にすべり線の観察のみからは、すべり面は解析できるが、すべり方向を決定することは困難である。それはシュミット因子の値を評価することからも選定可能であるが、本報で論じたような変形の解析を通じて更に検証され得る。故に本実験で得た Photo. 1 のすべり線は B1, D2, A3 の系の活動に因ると考えるのが妥当である。12個全部のすべり系の活動を仮定した場合は、上述の 3 個のすべり系を仮定した場合と大差の無い計算値を与えたが、この仮定を直ちに容認することは以下の理由から適切ではない。すなわち、すべり線観察結果は光学顕微鏡による比較的マクロな観察ではあるが、3 個以上のすべり面の活動を確認していないこと、さらに、本解析ではすべり剪断量をシュミット因子に比例するとする仮定を設けて計算した性格上、必然的にシュミット因子の大きさの下位なる系の作動の変形に及ぼす効果は漸減され、結果的に、上述のすべり系 3 個の仮定に基づく計算結果と大きく変移することはないと考えられることからである。

以上のように、単結晶 Al の圧縮変形を有限変形理論により解析する場合、変形に寄与するすべり系を何らかの方法で見出しさえすれば、理論的に変形が予測され得ることが判明した。またすべり系のすべり剪断量をシュミット因子に比例するとした本研究の解析法は概ね妥当な結果を与えるといえる。

## 7 ま と め

圧縮軸を  $[1\ 3\ 9]$ , 横方向をそれぞれ  $[9\ 2\ 1\ 8]$ ,  $[2\ 1\ 3\ 8\ 9\ 6]$  とする Al の立方体試料の圧縮変形に関し、有限変形理論による解析と実験を行ない、以下の結論を得た。

- 1) 変形に係わるすべり系の相対的すべり剪断量をシュミット因子に比例するとした理論解析結果により概ね実験結果を説明できた。
- 2) 理論解析結果と実験結果を比較することにより、変形に有効なすべり系を予想できた。
- 3) 予想された有効すべり系は B1, A3, D2 で、これらはシュミット因子の大きさが上位の 3 系であった。
- 4) これらの 3 つのすべり系は、すべり線観察によって認められたものと一致した。

附記：本論文はかつての院生、藤本、樋口、原並びに卒研生の池田の諸君の労に負うところが大きいことを附言する。

## 文 献

- 1) 加藤、佐藤、石浦：アルミニウム単結晶の圧延変形挙動；信州大学工学部紀要，(45)，7-21，1978.

- 2) Lyman Johnson: Secondary Slip in Copper Single Crystal; Trans. Met. Soc. of AIME, 245, 275-282, 1969.
- 3) J.F.W. Bishop and R. Hill: A Theory of Plastic Distortion of a Polycrystalline Aggregate under Combined Stresses; Phil. Mag. 42, 414-427, 1951.  
J.F.W. Bishop and Hill: A Theoretical Derivation of the Plastic Properties of a Polycrystalline Face-Centered Metal; *ibid.* 42, 1298-1308, 1951
- 4) G.Y. Chin, R.N. Thurston and E.A. Nesbit: Finite Plastic Deformation Due to Crystallographic Slip; Trans. Met. Soc. of AIME, 236, 69-76, 1966.