

## 紡錐形フライスカッタによる ねじの軸平行切削

岸 佐年\* 両角宗晴\*\*

(昭和57年2月6日受理)

### The Screw Thread Cutting Performed with a Cone-shaped Milling Cutter Whose Axis is Parallel to the Screw Axis

Satoshi KISHI and Muneharu MOROZUMI

The cutting of the title was subject to a precise analytical investigation, in steps as follows. (1) The relation between the cutter surface and the helicoidal surface generated is made clear. (2) A method is presented to calculate the limit cutter pressure angle for eliminating the interference between the cutter surface and the helicoidal surface generated. (3) A method is given to evaluate both the limit cutter pressure angle and the limit cutter width which are essential for obtaining practicable screw threads. (4) A calculation procedure is set up for the sectional shape of the screw thread to be generated. (5) A demonstration of the theory used is given through a comparison between results of a theoretical drawing of the sectional shape of the screw thread generated and of the corresponding practical screw thread cuttings.

#### 1 緒 言

フライスカッタによりねじを切削するには、一般に工具軸をねじ素材軸に対しねじの基準有効径進み角だけ傾むけて取り付け、カッタに所定の切り込みを与えた後ねじ素材軸まわりにねじ運動を与えてねじ面を創成切削する方法が多く用いられている。JIS B1723「円筒ウォームギヤの寸法」にはこの切削法により得られるねじとして、軸断面で直線母線を有する紡錐形のフライスカッタを用いて切削される3形ウォームが規定されており、この切削法により創成されるねじの軸断面山形の計算式が著者の一人により与えられている<sup>1)</sup>。また著者等はこのねじ切削において生ずるねじ面と工具面との干渉問題について詳述している<sup>2)</sup>。ところがこの場合、ねじ軸と工具軸とを平行にした時はねじホブを用いるねじ切削法と同様になり、この場合は正確なインボリュートヘリコイドが創成されること

\* 昭和56年度文部省内地研究員，長野工業高等専門学校

\*\* 精密工学教室 教授

が著者の一人により明らかにされている<sup>3)</sup>。しかしこの軸平行切削法において考慮すべきいくつかの問題が残されている。

本論文では紡錐形フライスカッタによるねじの軸平行切削について厳密な解析的研究を行ない、この切削法により得られるねじ面と工具面との関係を明らかにし、実用に供し得るねじを得るための工具圧力角の限界と工具刃幅の限界とを明らかにし、また創成されたねじの輪郭を求める計算手順を示し、更に実際にねじを切削して理論の検証を行なう。

## 2 解析理論

### 2.1 軸平行フライス切りねじ面と同時接触線

図1(a)に示すごとくねじ軸を $z$ 軸とし、 $x$ 軸がねじみぞの中央を通るような $o-xyz$ 座標系を考える。次に $x$ 軸上で $x=a$ なる点を原点とし、 $x$ 軸と方向が逆な $X$ 軸を持ち、 $Z$ 軸が $z$ 軸と平行な $O-XYZ$ 座標系を考える。この $O-XYZ$ 座標系において、図1(b)に示すように軸断面で直線母線を有する紡錐形の回転工具の下側の面は次式により表わされる。

$$\left. \begin{aligned} X &= \rho \cos \theta \\ Y &= \rho \sin \theta \\ Z &= -\frac{W}{2} + (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで $\rho_c$ は工具のピッチ円半径、 $\rho_a$ は工具外半径、 $\rho$ は工具の任意半径、 $\alpha_c$ は工具圧力角、 $W$ は工具半径 $\rho_c$ における刃幅、 $\theta$ は工具面を表わすための $XZ$ 平面からの偏角を示す。この工具面をねじの座標系で表わすと次式のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} x &= a - \rho \cos \theta \\ y &= -\rho \sin \theta \\ z &= -\frac{W}{2} + (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \end{aligned} \right\} \quad (1)'$$

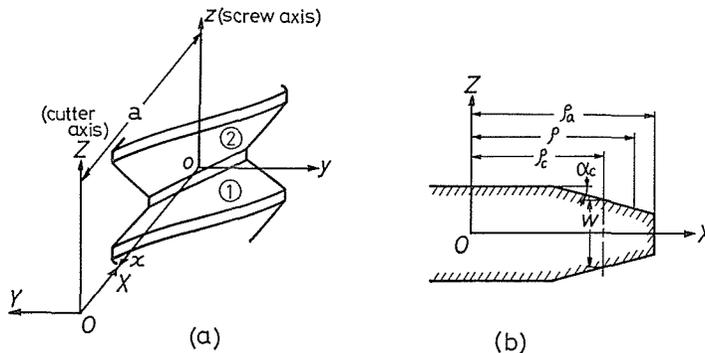


Fig. 1 Coordinate system of screw thread and profile of cutter.

この回転工具をねじ軸まわりに右ねじ運動させた時に得られる曲面群は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} x &= (a - \rho \cos \theta) \cos \lambda + \rho \sin \theta \sin \lambda = r \cos \theta \\ y &= (a - \rho \cos \theta) \sin \lambda - \rho \sin \theta \cos \lambda = r \sin \theta \\ z &= -\frac{W}{2} + (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c + \frac{l}{2\pi} \lambda \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし

$$a = r_c + \rho_c = r_b + \rho_a \quad (3)$$

$$l = n \cdot P = 2\pi r_c \tan \beta_c \quad (4)$$

$$r = \sqrt{a^2 + \rho^2 - 2a\rho \cos \theta} \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{(a - \rho \cos \theta) \tan \lambda - \rho \sin \theta}{a - \rho \cos \theta + \rho \sin \theta \tan \lambda} \quad (6)$$

$$\tan \lambda = \frac{(a - \rho \cos \theta) \tan \theta + \rho \sin \theta}{a - \rho \cos \theta - \rho \sin \theta \tan \theta} \quad (6')$$

ここで  $a$  はねじ軸と工具軸との最短距離,  $r_c$  はねじの基準有効半径,  $r_b$  はねじの谷半径,  $l$  はねじのリード,  $P$  はねじのピッチ,  $n$  はねじの条数,  $\beta_c$  はねじの基準有効径における進み角,  $r$  はねじの任意半径,  $\theta$  はねじ面を表わすための  $xz$  平面からの偏角,  $\lambda$  は工具のねじ軸まわりの回転角を表わす。そしてこの曲面群の包絡面を求めるための条件式は, 式(2)について次のヤコビアンを計算して求められる。すなわち

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial z}{\partial \rho} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial x}{\partial \lambda} & \frac{\partial y}{\partial \lambda} & \frac{\partial z}{\partial \lambda} \end{vmatrix} = 0$$

より次式を得る。

$$\sin \theta = \frac{-l}{2\pi a \tan \alpha_c} \quad (7)$$

この式(7)から, ねじと工具の諸元が与えられた時,  $\theta$  は一定 ( $\theta < 0$ ) となることがわかり, これを工具面を表わす式(1)' に代入すると式(1)' は直線を表わし, 従って同時接触線は直線となることがわかる。いまこの直線と  $xy$  平面との交点を  $Q_1$ ,  $xz$  平面との交点を  $Q_2$  とすれば, 式(1)' より  $Q_1, Q_2$  点の座標値が求まる。すなわち式(1)' において

$$z=0 \text{ として } \rho = \rho_c + \frac{W}{2} \cot \alpha_c$$

$$\therefore x = a - \left( \rho_c + \frac{W}{2} \cot \alpha_c \right) \cos \theta, \quad y = - \left( \rho_c + \frac{W}{2} \cot \alpha_c \right) \sin \theta$$

$$\therefore Q_1 \left[ a - \left( \rho_c + \frac{W}{2} \cot \alpha_c \right) \cos \theta, - \left( \rho_c + \frac{W}{2} \cot \alpha_c \right) \sin \theta, 0 \right]$$

$$y=0 \text{ として } \rho = 0 \quad (\sin \theta \neq 0)$$

$$\therefore x = a, \quad z = - \left( \rho_c \tan \alpha_c + \frac{W}{2} \right)$$

$$\therefore Q_2 \left[ a, 0, - \left( \rho_c \tan \alpha_c + \frac{W}{2} \right) \right]$$

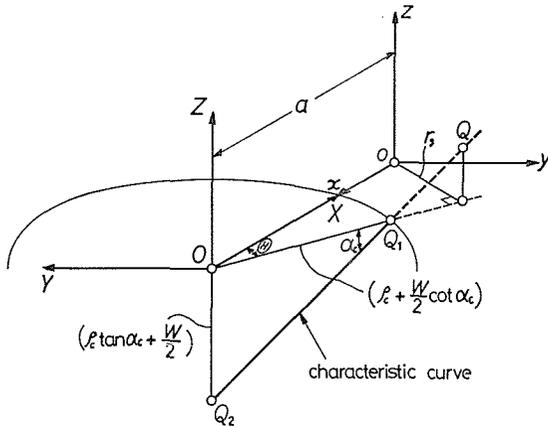


Fig. 2 Schematic diagram of characteristic curve.

以上のことよりこの直線を図示すると図2のごとくなる。図2において $Q_2$ 点を $xy$ 平面に投影した点を $O'$ とすると $\overline{Q_1O'} = (\rho_c + W/2 \cot \alpha_c)$ となり、また $Q_1$ 点と $Q_2$ 点との $z$ 座標値の差は $(\rho_c \tan \alpha_c + W/2)$ となるから、この直線は $Q_1$ 点と $Q_2$ 点を通り、 $xy$ 平面に対し角度 $\alpha_c$ 傾いた直線であることがわかる。またこの直線を $xy$ 平面に投影した $\overline{Q_1O'}$ までの $z$ 軸からの最短距離を $r_g$ とすれば次式が得られる。

$$r_g = -a \sin \theta = \frac{l}{2\pi \tan \alpha_c} \quad (\theta < 0) \quad (8)$$

以上のことより、この直線を $z$ 軸まわりに右ねじ運動させた時、創成されるねじ面は基礎円筒半径 $r_g$ 、基礎円筒における進み角 $\beta_g = \alpha_c$ のインボリュートヘリコイドであることがわかる<sup>3)</sup>。

ここで式(7)から $\theta$ は一定( $\theta < 0$ )、従って式(5)から $r = r(\rho)$ となるから、 $\rho$ に対する $r$ の極値を考え次式を得る。

$$\frac{dr}{d\rho} = \frac{\rho - a \cos \theta}{r}, \quad \frac{d^2r}{d\rho^2} = \frac{a^2 \sin^2 \theta}{r^3}$$

$dr/d\rho = 0$ とおくと $\rho = a \cos \theta$ となり、その時 $d^2r/d\rho^2 > 0$ となるから $r$ は $\rho = a \cos \theta$

を満足する点で極小値  $r_{min}$  となる. よって式 (5) に  $\rho = a \cos \theta$  を代入して次式を得る.

$$r_{min} = -a \sin \theta \quad (\theta < 0) \quad (8)'$$

従って式 (8) と式 (8)' から  $r_{min} = r_g$  となることがわかる. そして  $r_{min} (= r_g)$  に対応する  $\rho$  を  $\bar{\rho}$  と表わせれば次式を得る.

$$\bar{\rho} = a \cos \theta \quad (9)$$

次に  $xz$  平面でのねじ山形を考え, 式(2)に  $\theta = 0$  を代入し,  $\theta = 0$  における  $\lambda$  を  $\lambda_{\theta=0}$  と表わせれば次式を得る.

$$G(z, r) = z + \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c - \frac{l}{2\pi} \lambda_{\theta=0} = 0 \quad (10)$$

この式(10)より

$$\frac{\partial G}{\partial z} = 1, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial r} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial r} &= \left( \frac{\partial G}{\partial \rho} + \frac{\partial G}{\partial \lambda_{\theta=0}} \frac{d\lambda_{\theta=0}}{d\rho} \right) \frac{d\rho}{dr} \\ &= - \left( \tan \alpha_c + \frac{la \sin \theta}{2\pi r^2} \right) \frac{r}{\rho - a \cos \theta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 G}{\partial r^2} &= \frac{la \sin \theta}{\pi r^2} \frac{1}{\rho - a \cos \theta} \\ &\quad - \left( \tan \alpha_c + \frac{la \sin \theta}{2\pi r^2} \right) \frac{(\rho - a \cos \theta)^2 - r^2}{(\rho - a \cos \theta)^3} \end{aligned}$$

を得る. ここで  $r = r_{min} (= r_g) = -a \sin \theta$  の時  $\partial^2 G / \partial r^2$  の第2項の ( ) 内は

$$\tan \alpha_c + \frac{la \sin \theta}{2\pi(-a \sin \theta)^2} = \tan \alpha_c + \frac{l}{2\pi a \sin \theta} = \tan \alpha_c - \tan \alpha_c = 0$$

$\therefore r = r_{min} (= r_g)$  の時  $\partial^2 G / \partial r^2 = -\infty \neq 0$  となる.

従って  $r = r_{min} (= r_g)$  の時

$$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \times \frac{\partial^2 G}{\partial r^2} - \left( \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial r} \right)^2 = 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial r^2} \neq 0$$

となるから, ねじの軸断面山形は  $r = r_{min} (= r_g)$  で尖点となる. 従って図2に示すQ点 ( $r = r_{min} = r_g$ ,  $\rho = \bar{\rho}$ ) は実のねじ山形と虚のねじ山形との折り返し点で, この点が実のねじ山形に対する同時接触線の終点となり, これより先の同時接触線は虚のねじ山形対

するものである。またこのことから、式(5)を変形して得られる任意なねじ半径の値に対応する工具半径の値を表わす一般式として次式が得られる。

$$\rho = a \cos \theta - \sqrt{r^2 - a^2 \sin^2 \theta} \quad (r \geq r_{min}) \quad (5)'$$

## 2. 2 工具圧力角と工具刃幅との限界について

### 2. 2. 1 干渉を避けるための限界工具圧力角 $\alpha_{clim}$

図3は以上のねじ面と工具面及び同時接触線の関係をねじ軸及び工具軸方向から見た状態を示す。図3は通常な切削が行なわれる

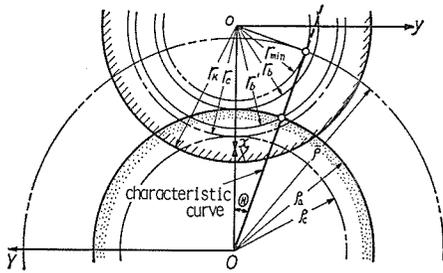


Fig. 3 Axial view of screw thread, cutter and characteristic curve.

場合 ( $\bar{\rho} > \rho_a$  となる場合) を示すが、もし  $\bar{\rho} < \rho_a$  となる場合は  $\bar{\rho}$  より大なる  $\rho$  に対する同時接触線は虚のねじ山形に対するものであるから、 $\bar{\rho} < \rho \leq \rho_a$  の範囲の工具面は正しい包絡ねじ面を創成できず、半径  $\rho_a$  なる工具外周縁円は正しく包絡されたねじ面を再び削り取る干渉現象を生ずる。従ってこの干渉が生じないためには  $\bar{\rho} \geq \rho_a$  となることが必要である。そこでこの式に式(7)と式(9)を用いることにより、

干渉を生じないための工具圧力角  $\alpha_c$  が次式から得られる。

$$\alpha_c \geq \alpha_{clim} = \tan^{-1} \frac{l}{2\pi\sqrt{a^2 - \rho_a^2}} = \tan^{-1} \frac{l}{2\pi\sqrt{r_b^2 + 2r_b\rho_a}} \quad (11)$$

### 2. 2. 2 実用に供し得るねじを得るための最小工具圧力角 $\alpha_{cmin}$

さて図3のごとく  $\bar{\rho} > \rho_a$  となる通常の場合、半径  $\rho_a$  なる工具外周縁円が創成するねじ半径を  $r_b'$  とすれば、 $r_b'$  まで正しい包絡ねじ面が創成され、それ以下の  $r_b' > r > r_b$  の範囲は半径  $\rho_a$  なる工具外周縁円により隅肉が形成される。 $r_b'$  の値は式(5)に  $\rho = \rho_a$  を代入して得られる次式により求めることができる。

$$r_b' = \sqrt{a^2 + \rho_a^2 - 2a\rho_a \cos \theta} \quad (12)$$

この式(12)及び式(7)から、ねじと工具の諸元が与えられた時、工具圧力角  $\alpha_c$  の大なる場合ほど  $r_b'$  の値は小さくなることがわかる。またこの場合の隅肉高さを  $h$  とすれば次式により求められる。

$$h = r_b' - r_b \quad (13)$$

ところで図3からも明らかなごとく、 $r_b'$  の値は  $r_b$  の値に比してかなり大きな値となる可能性が有り、 $r_b'$  の値があまりに大きくなるとねじとして実用に供することができない。従って実用に供し得るねじとするためには、ねじの軸方向モジュールを  $m_a$  とし、所定の  $r_b' (= r_c - m_a)$  の値まで正しい包絡ねじ面が得られるような工具圧力角の値を  $\alpha_{cmin}$

と表わすと、工具圧力角を  $\alpha_c \geq \alpha_{c \min}$  に取ればよい。  $\alpha_{c \min}$  の値は式(7)と式(12)から  $\theta$  を消去して得られる次式により求められる。

$$\alpha_{c \min} = \tan^{-1} \frac{l \cdot \rho_a}{\pi \sqrt{a^2(2\rho_a^2 - a^2) + \rho_a^2(2r_b'^2 - \rho_a^2) + r_b'^2(2a^2 - r_b'^2)}} \quad (14)$$

このようにして式(14)で求められた  $\alpha_{c \min}$  の値は、式(11)から求められる  $\alpha_{c \lim}$  の値に対し、一般的には  $\alpha_{c \min} > \alpha_{c \lim}$  となることが後述する数値例で明らかにされる。従って  $\alpha_{c \min}$  が実用に供し得るねじを得るための最小工具圧力角となる。

### 2. 2. 3 最適工具刃幅 $W_0$

工具のピッチ円における刃幅  $W$  の値は、創成されたねじの軸断面有効径におけるねじみぞの幅が  $P/2$  となるような値  $W_0$  でなくてはならない。この  $W$  の最適値  $W_0$  を求めるために  $xz$  平面 ( $\theta = 0$ ) でのねじの軸断面山形を考え、 $\theta = 0$  に対する  $\lambda$  を  $\lambda_{\theta=0}$  と表わし、式(2)の  $z$  の式に  $r = r_c$  において  $z = -P/4$  なる条件を代入して次式を得る。

$$W_0 = \frac{P}{2} + 2(\rho - \rho_c) \tan \alpha_c + \frac{l}{\pi} \lambda_{\theta=0} \quad (15)$$

そしてこの式(15)を用い、実用に供し得るねじを得るために  $\alpha_c \geq \alpha_{c \min}$  に対し、次に示す計算手順により計算し正しい  $W_0$  の値が求められる。

$\alpha_c (\geq \alpha_{c \min}) \longrightarrow \theta \longrightarrow (r = r_c) \longrightarrow \rho \longrightarrow (\theta = 0) \longrightarrow \lambda_{\theta=0} \longrightarrow W_0$	(I)
$(7) \qquad \qquad \qquad (5)' \qquad \qquad \qquad (6)' \qquad (15)$	

ところで製造現場では、工具のピッチ円における刃幅を  $W = P/2$  とする考え方が有るが、この場合ねじ面と工具面との同時接触線を考えれば明らかのごとく、創成されるねじの基準有効径におけるねじみぞの幅は  $P/2$  とはならず、これより僅かに大きくなる。従って工具刃幅  $W$  を  $P/2$  より僅かに小さくすることが必要で有り、その修正量を求める近似式が明らかにされている<sup>3)</sup>。

### 2. 2. 4 最大工具刃幅 $W_{max}$

次に前述した式(11)、(12)、(14)等からも明らかのごとく、このような軸平行切削により得られるねじ面の形状(性質)は、工具刃幅  $W$  の値には影響されないことがわかる。従って創成されるねじのみぞ幅の値を任意に取り得るならば、工具刃幅  $W$  もまた任意の値に取り得ることになる。しかし  $W$  の値をあまりに大きく取り過ぎた場合、創成されるねじの外径部における肉厚が零になってねじ山が尖がり、更にはねじの外径部のねじ山が削り取られてしまうことが考えられる。このことから、ねじの外径でのねじ山形の肉厚が丁度零になり、ねじ山形が尖がるような工具刃幅を  $W_{max}$  と表わすと、 $W_{max}$  が工具刃幅の最大値となることがわかり工具刃幅は  $W \leq W_{max}$  でなければならない。  $W_{max}$  の値を求めるために  $xz$  平面でのねじの軸断面山形を考え、式(2)の  $z$  の式に  $r = r_k$  [ $r_k$ : ねじの外半径] において  $z = -P/2$  なる条件を代入して次式を得る。

$$W_{max} = P + 2(\rho - \rho_c)\tan \alpha_c + \frac{l}{\pi}\lambda_{\theta=0} \quad (16)$$

この式(16)を用いて次に示す計算手順により  $W_{max}$  を求めることができる。またこの場合も実用に供し得るねじを得るためには工具圧力角  $\alpha_c \geq \alpha_{c\ min}$  について考えなければならないことがわかる。

$\alpha_c (\geq \alpha_{c\ min}) \longrightarrow \theta \longrightarrow (r = r_k) \longrightarrow \rho \longrightarrow (\theta = 0) \longrightarrow \lambda_{\theta=0} \longrightarrow W_{max}$	(II)
<span style="margin-right: 40px;">(7)</span> <span style="margin-right: 40px;">(5)'</span> <span style="margin-right: 40px;">(6)'</span> <span>(16)</span>	

### 2. 2. 5 最小工具刃幅 $W_{min}$

次に工具圧力角が与えられた時、工具刃幅  $W$  を小さく取り過ぎると、工具外径において肉厚が零になり工具が尖ってしまうから、工具外径において肉厚が丁度零になるような工具刃幅を  $W_{min}$  と表わすと  $W_{min}$  が工具刃幅の最小値となり、この切削に用いる工具の刃幅は  $W \geq W_{min}$  でなければならない。  $W_{min}$  の値は図 1 (b) から次式で与えられることがわかる。

$$W_{min} = 2(\rho_a - \rho_c)\tan \alpha_c \quad (17)$$

### 2. 2. 6 最大工具圧力角 $\alpha_{c\ max}$

以上のことから、ねじと工具の諸元が与えられた時、この切削に用いる工具刃幅は  $W_{min} \leq W \leq W_{max}$  の間になくってはならないことがわかる。ところで  $W_{max}$  の値は工具圧力角  $\alpha_c$  の増加とともに単調減少することが後述する数値例で明らかにされる。また式(17)から  $W_{min}$  の値は工具圧力角  $\alpha_c$  の増加とともに単調増加することがわかるから、 $\alpha_c$  の増加に伴ない  $W_{max}$  と  $W_{min}$  とはその値が一致 ( $W_{max} = W_{min}$ ) することが考えられる。従ってこの両者が一致 ( $W_{max} = W_{min}$ ) する時の  $\alpha_c$  の値を  $\alpha_{c\ max}$  と表わすと、 $\alpha_{c\ max}$  が工具圧力角の最大値となることがわかり、この切削に用いる工具の圧力角は  $\alpha_c \leq \alpha_{c\ max}$  でなければならない。  $\alpha_{c\ max}$  の値を求めるために式(16)と式(17)から  $W_{max} = W_{min}$  とおいて次式を得る。

$$\alpha_{c\ max} = \tan^{-1} \frac{P + \frac{l}{\pi}\lambda_{\theta=0}}{2(\rho_a - \rho)} \quad (18)$$

この式(18)を用いて次に示す計算手順により反復計算を行なって  $\alpha_{c\ max}(=\alpha_c)$  の値が安定すれば正しい  $\alpha_{c\ max}$  の値が求められる。

$\alpha_c \longrightarrow \theta \longrightarrow (r = r_k) \longrightarrow \rho \longrightarrow (\theta = 0) \longrightarrow \lambda_{\theta=0} \longrightarrow \alpha_{c\ max}(=\alpha_c)$	(III)
<span style="margin-right: 40px;">(初期値) (7)</span> <span style="margin-right: 40px;">(5)'</span> <span style="margin-right: 40px;">(6)'</span> <span>(18)</span>	
<span style="margin-right: 40px;">↑</span> <span style="margin-right: 40px;">(反復計算)</span> <span style="margin-right: 40px;">↑</span>	

### 2. 3 ねじ断面輪郭の計算手順

以上述べた理論の正しさを視覚的に確認するため、及び実際のねじ切削により得られた

ねじの輪郭と比較するためには、創成されたねじの軸直角断面輪郭を描くことが有効である。軸直角断面は  $z=0$  平面を考え、式(2)の  $z$  の式に  $z=0$  を代入して次式を得る。

$$\lambda = \frac{2\pi}{l} \left\{ \frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right\} \tag{19}$$

この式(19)を用いて正しく包絡される範囲のねじ軸直角断面輪郭は、次に示す計算手順により求められる。

$$\alpha_c (\geq \alpha_{cmin}) \rightarrow \theta \rightarrow r_b' \rightarrow r \rightarrow \rho \rightarrow \lambda \rightarrow \theta \rightarrow x, y \tag{IV}$$

(7) (12)  $[r_b' \leq r \leq r_k]$  (5)' (19) (6) (2)

↑ (繰り返し)

次に隅肉形状は  $\rho = \rho_a$  について次に示す計算手順により計算し、半径  $\rho_a$  なる工具外周縁円が  $z=0$  平面上に描く曲線（円弧）により決定される。

$$\alpha_c (\geq \alpha_{cmin}) \rightarrow \rho (= \rho_a) \rightarrow \theta \rightarrow r \rightarrow \lambda \rightarrow \theta \rightarrow x, y \tag{V}$$

$[-50^\circ \leq \theta \leq 50^\circ]$  (5) (19) (6) (2)

↑ (繰り返し)

尚、任意半径  $\rho$  なる工具切削円が  $z=0$  平面上に描く曲線（円弧）も(V)と同様な手順で計算し求められる。

### 3 数 値 例

JIS B1723「円筒ウオームギヤの寸法」には、紡錐形のフライスカッタを用いて切削される3形ウオームの寸法として、軸方向モジュール  $m_a = 1.0 \sim 25.0$  (15種類)、ねじのピッチ  $P = \pi m_a$ 、ねじの条数  $n = 1, 2, 4$  が規定され、更に各々の  $m_a$  の値に対しねじの基準有効半径  $r_c = 8.0 \sim 100.0\text{mm}$  (15種類) 及びねじの外半径  $r_k = (r_c + m_a)$ 、ねじの谷半径  $r_b = (r_c - 1.2m_a)$  と規定されている。そこで工具外半径  $\rho_a = (\rho_c + 1.2m_a)$  とし、更に隅肉始まりの点のねじ半径  $r_b' = (r_c - m_a)$  と定め、各々の  $m_a, r_c, n$  の値に対し式(11)と式(12)及び計算手順(III)を用い  $\alpha_{c\ lim}, \alpha_{c\ min}, \alpha_{c\ max}$  を計算した。図4にその結果のうち、 $n = 1, 2$  について  $K = \rho_c / r_c = 0.75$  の場合

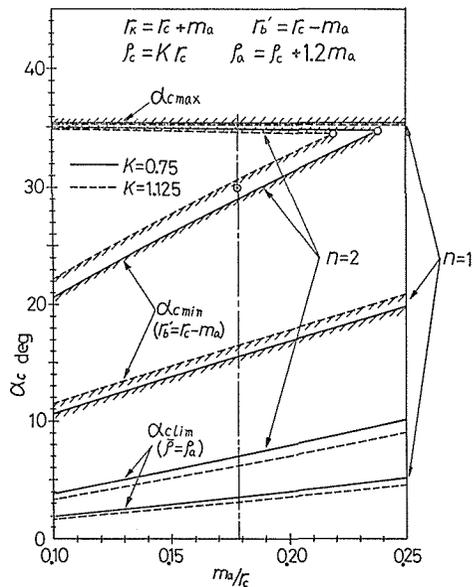


Fig. 4 Limiting diagram of  $\alpha_c$ .

を実線で、 $K=1.125$  の場合を破線で示す。尚横軸にはねじの大きさを無次元化した  $m_a/r_c$  なる値を用いた。この図4から、ねじ面と工具面との干渉限界である  $\alpha_{clim}$  の値、及び隅肉高さを所定の値に押える  $\alpha_{cmin}$  の値は  $m_a/r_c$  の値及び  $n$  の値が大なるほど（すなわちねじの進み角の大なる場合ほど）大きな値に取らなければならないことがわかり、更に  $\alpha_{clim}$  の値は  $K(=r_c/r_c)$  の値が小なるほど大きくなり従って干渉が生じやすくなり、 $\alpha_{cmin}$  の値は  $K$  の値が大なるほど大きくなり従って隅肉高さは  $K$  の値が大なるほど大きくなることわかる。しかし図4から、この場合は常に  $\alpha_{clim} < \alpha_{cmin}$  となることがわかり、隅肉の高さがあまり高くないように工具圧力角の値を考慮してやれば、一度包絡されたねじ面が工具外周縁円により再び削り取られる干渉は全く生じないことがわかり、従って  $\alpha_{cmin}$  が工具圧力角の最小値となることがわかる。一方  $\alpha_{cmax}$  の値は  $m_a/r_c$  の値が大なるほど僅かに小さくなり、また  $K$  及び  $n$  の値が大なるほど小さくなり、そのため  $n=2$  の場合は  $\alpha_{cmin}$  を示す曲線と交わってしまう。この切削法により実用に供し得るねじを得るためには、使用する工具の圧力角の値は  $\alpha_{cmin} \leq \alpha_c \leq \alpha_{cmax}$  の範囲でなければならないから、図4の中でハッチングで囲まれた範囲内の値に限られ、従って  $n=2$  の場合はその範囲がかなり狭まり、 $m_a/r_c$  の大なる（進み角の大なる）ねじは切削できないことがわかる。

いま試作の対象として  $m_a=5$ ,  $r_c=28.0\text{mm}$ ,  $r_h=33.0\text{mm}$ ,  $n=2$  を選ぶ。手持ちの紡錐形フライスカッタ（等角フライスカッタ）は外径  $2\rho_a=75.0\text{mm}$ ,  $\alpha_c=30^\circ$  であったので、この場合  $m_a/r_c=0.17857$  となり図4に◎印で示した物に相当し、またこの場合  $K=1.125$  となるから、図4から  $\alpha_{cmin}=30^\circ 40' 40''$ ,  $\alpha_{cmax}=34^\circ 40' 12''$  となることがわかり  $\alpha_c(=30^\circ) < \alpha_{cmin}$  となるから、 $r_b'$  の値が  $(r_c - m_a)$  より僅かに大きくなることが予想できる、またこの諸元で  $n=1$  の場合は図4から  $\alpha_{cmin}=16^\circ 31' 16''$ ,  $\alpha_{cmax}=35^\circ 19' 14''$  となることわかる。尚この場合、工具刃幅は  $W=W_{min}=6.9282\text{mm}$  となる。

そこでこのねじと工具の諸元において  $\alpha_c=0^\circ \sim 36^\circ$  に対し式(12)及び式(13)を用い、隅肉高さ  $h$  を求めた結果を図5に示す。この図5から隅肉高さは工具圧力角の大なるほど

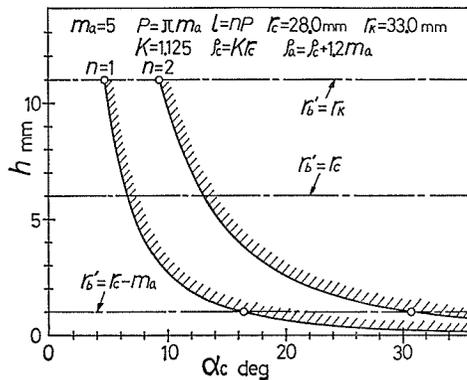


Fig. 5 Relation between  $h$  and  $\alpha_c$ .

低くなること裏付けられる。また図5において隅肉高さ  $h$  を示す曲線が  $r_b' = (r_c - m_a)$  を示す直線と交わる点の  $\alpha_c$  の値が、図4に示した本数値例に対する  $\alpha_{cmin}$  の値と一致する。

次にこのねじと工具の諸元において  $\alpha_c = \alpha_{cmin} \sim 36^\circ$  に対し式(15), (16), (17)を用いて工具刃幅  $W_0$ ,  $W_{max}$ ,  $W_{min}$  を求めた結果を図6に示す。図6から  $\alpha_c$  の大なるほど  $W_{max}$  は小となり、

$W_{min}$  は大となることわかり、従ってこの切削に用いる工具の刃幅は  $W_{min} \leq W \leq W_{max}$  でなければならないから、

両者を示す曲線同士が交わる点における  $\alpha_c$  の値が工具圧力角の最大値  $\alpha_{c\max}$  となることが裏付けられる. そしてねじの条数  $n$  が増すほど  $W_{\max}$  の値が小さくなり  $W_{\min} \leq W \leq W_{\max}$  の範囲が狭まり, 従って工具圧力角の最大値も小さくなることわかる. そしてこの切削に用いる工具の刃幅  $W$  の値は図6においてハッチングで囲まれた範囲内の値に取らなければならないことがわかり,  $n=2$  の場合はその範囲が非常に狭くなることわかる. また試作の対象としているねじは図6の中に◎印で示した.

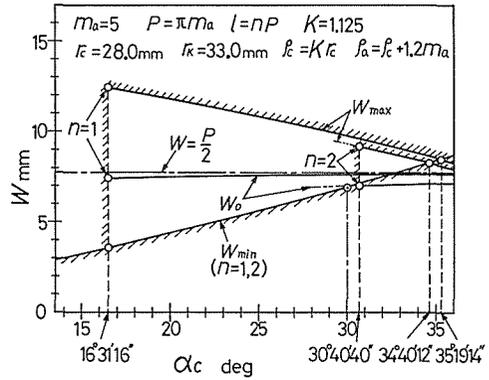


Fig. 6. Limiting diagram of  $W$ .

次に計算手順(IV)及び(V)を用いてこの諸元の軸直角断面輪郭を計算し, 作図した結果を図7に示す. この場合  $r_b' = 23.0548\text{mm}$  となり, この半径のねじ面が半径  $\rho_a = 37.5\text{mm}$  なる工具外周縁円が  $z=0$  平面上に描く曲線(円弧)により創成されている様子がわかり, またこの曲線が僅かながら隅肉部を形成していることわかる. またねじの外半径  $r_k = 33.0\text{mm}$  のねじ面は工具半径  $\rho(\rho_k) = 27.0230\text{mm}$  の工具切削円により創成されることがわかる. 尚この場合,  $r_{\min}(=r_g) = 8.6602\text{mm}$  となる.

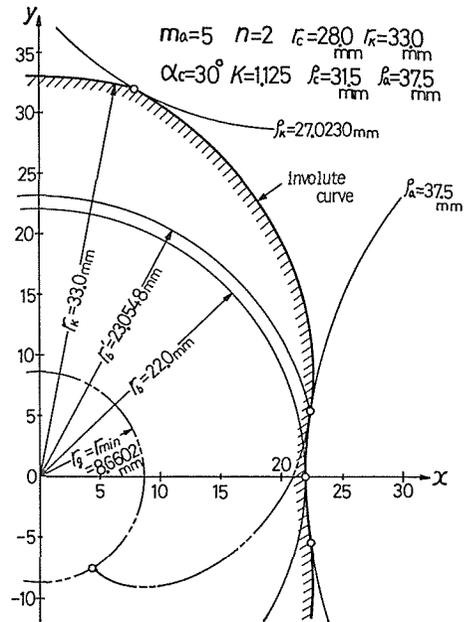


Fig. 7 Relation between sectional shape and trajectories of cutter.

いまこの諸元のねじを万能フライス盤により, アルミニウム合金を用いて切削した. 図8は万能フライス盤上でのねじ切削の様子を写真で示し, 図9は創成されたねじと, フライスカッタの写真を示す. このねじ面を観察することにより, 図7に示した軸直角断面輪郭と一致することがわかり, 理論通り切削されていることがわかる.

#### 4 結 言

紡錐形フライスカッタによるねじの軸平行切削について厳密な解析的研究を行ない, ねじ面と工具面との干渉を避けるための工具圧力角の限界値の求め方, 及び実用に供し得る

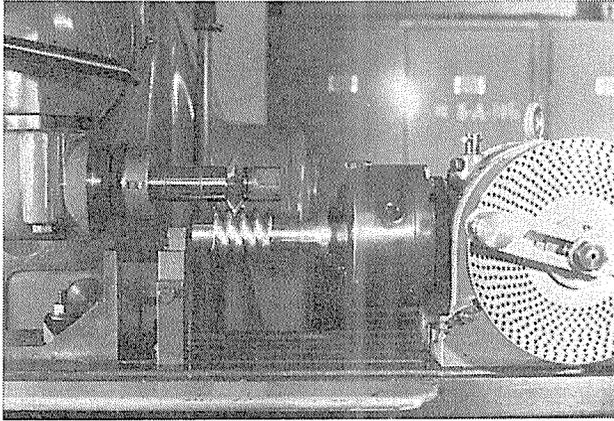


Fig. 8 Screw thread cutting.

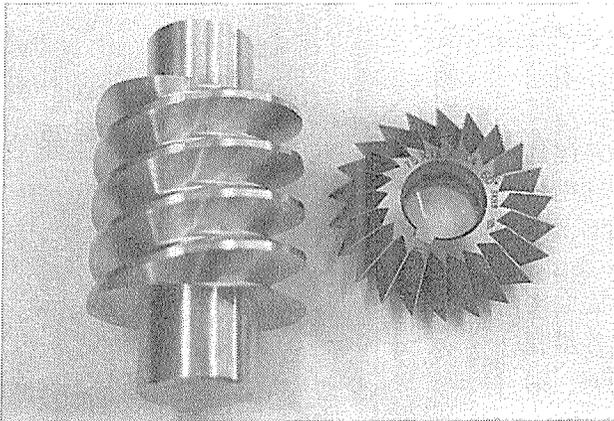


Fig. 9. Screw thread and milling cutter.

ねじを得るための工具圧力角の限界値と工具刃幅の限界値との求め方を明らかにした。その結果、紡錐形フライスカッタによるねじの軸平行切削では、工具外周縁円によるねじ谷底部での干渉現象は実際には問題にならず、隅肉高さを所定の値に押えるための工具圧力角の限界とねじ外径におけるねじ山頂尖り限界に対する工具圧力角の限界とが制限となることがわかった。そして一条ねじにこの切削法を適用する場合はその適用範囲は広く、工具圧力角 $20^\circ$ 及び $30^\circ$ の時はほとんど問題は無く、工具圧力角 $14.5^\circ$ 及び $15^\circ$ の時は適用し得ない場合も生ずることがわかった。また二条ねじに対しては、この適用範囲が非常に狭く、三条ねじ以上のねじに対してはこの切削法は適用し得ないことがわかった。一方、創成されるねじの軸直角断面輪郭の計算手順を示し、これを数値例に適用した作図結果と実際の切削により得られたねじのねじ面の観察により、本理論の正しいことを確認した。最後にねじの切削に助力された平田幸吉氏に感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) 両角宗晴：3型ウォームのねじ山形の近似計算式とその誤差の評価，精密機械，47，2（1981），147.
- 2) 両角宗晴，岸 佐年：紡錐形フライスカッタによるねじ切りにおけるいくつかの問題，信州大学工学部紀要，第52号（1982），25.
- 3) 両角宗晴：ねじホブの研究（其の一），岩手大学工学部研究報告，第2輯（1951），31.