

アルミニウム単結晶の圧延変形挙動

加藤良雄* 佐藤元太郎** 石浦武弘***

(昭和53年10月11日受理)

Deformation Behavior of Aluminium Single Crystal during Cold Rolling

Yosio KATO, Mototaro SATO and Takehiro ISHIURA

When aluminium single crystals with a constituent orientation of the pure metal type rolling texture of fcc metals for the initial orientation were rolled unidirectionally under mean strain rate 2,3/sec at room temperature, the deformation behavior during cold rolling was analyzed by means of the idea of the effective slip systems for these crystals and the finite deformation theory.

The obtained results are as follows:

- (1) The role of each slip system in the rolling process is important to detect the orientational changes.
- (2) An analysis based on the finite deformation theory fully explains the testing results.
- (3) The orientation of $(011) [\bar{2}\bar{1}1]$ is stable for an aluminium single crystal after 90% reduction in thickness.
- (4) For $(112) [\bar{1}\bar{1}1]$ orientation, the fluctuation from the initial orientation occurs around the transverse axis at high reduction in thickness.

1 ま え が き

本論文は $\{011\} \langle 211 \rangle$, または $\{211\} \langle 111 \rangle$ 方位をもつアルミニウム単結晶が圧延変形をうけたときの方位動揺の挙動を述べたものである。fcc 金属の冷延集合組織は純金属型と合金型に分類され、 $\{011\} \langle 211 \rangle$ は合金型、 $\{011\} \langle 211 \rangle + \{211\} \langle 111 \rangle$ の複合方位は純金属型として示される。一般にこれらの方位は圧延変形に対して安定な理想方位とされているが吉岡らの一連の詳細な研究^{1), 2)}によれば変形様式、圧延時の歪速度等によっては必ずしも安定であるとは限らない。これらの研究では実際に活動する τ り系の決定、またはChin らの提唱せる有限変形理論³⁾に基づいての結果の裏付け等がなされているが変形過

* 機械工学教室 教授

** 機械工学教室 講師

*** 大学院修士課程

程におけるせん断応力の変化に対応しての検討は余り見られない。よって本論文ではアルミニウム単結晶を用いて、主にこの点より安定性を追求し、併せて有限変形理論等による考察を試みたものである。

2 実験方法

公称純度 99.99% Al を用い、ブリッジマン法にて単結晶化し、さらに方位調整処理を行ってほぼ (011)[$\bar{2}\bar{1}1$] と (112)[$\bar{1}\bar{1}1$] とみなせる 2 種類の方位のものを作製した。このものを圧下率 10% 一定として一方向に無拘束で圧延する。圧延方向は変形前に試料表面に印画した直交格子線の長手方向に平行にとり、圧延速度はロール周速度で 10m/min で、これはかみ込み点におけるひずみ速度にすると 2.3/sec 程度である。20, 40, 60, 80, 90, 95 及び 98% の各圧延率において無ひずみの小試片を切出し、以後の測定、観察のための試料とした。また変形前後の方位変化は CuK α 線を用いて各圧延量のものにつき X 線的に求めた。さらに必要に応じて圧延横方向に垂直な断面について、迂り線を観察し活動的迂り系の裏付けとした。

3 実験結果とその考察

3・1 活動迂り系と有限変形理論の概略

3・1・1 活動迂り系

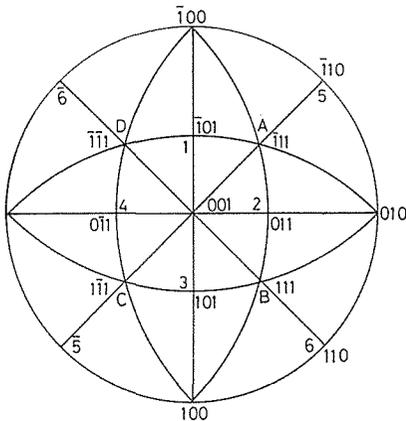


Fig. 1 Slip systems in fcc metals denoted by the letters A-D and 1-6.

fcc 金属の迂り系は $\{111\}\langle 110\rangle$ である。4 つの面上、3 方向の迂りが考えられるから有効な迂り系は 12 個となる。本論文で使用する迂り系の表示は Fig. 1 に従うものとする。便利のため fcc 金属の迂り系を一括して Table 1 に示す。12 のせん断歪を $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3$ とする。微小ひずみ a_1 によって (111) 面上のある点は変位 u, v, w をうける。 a_1 は $x+y+z=a$ の面内で $(0, a_1/\sqrt{2}, -a_1/\sqrt{2})$ の方向のせん断歪である。 $a/\sqrt{3}$ の面内での変位は $u=0, v=\frac{a_1}{\sqrt{6}}(x+y+$

Table 1 Slip systems of fcc metals.

Plane	(111)			$(\bar{1}\bar{1}1)$			$(\bar{1}1\bar{1})$			$(1\bar{1}\bar{1})$		
Shear	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	d_1	d_2	d_3
Direction	$01\bar{1}$	$\bar{1}01$	$1\bar{1}0$	$0\bar{1}\bar{1}$	101	$\bar{1}10$	$01\bar{1}$	101	$\bar{1}\bar{1}0$	$0\bar{1}\bar{1}$	$\bar{1}01$	110
Active Slip System	$B\bar{4}$	$B1$	$B\bar{5}$	$D\bar{2}$	$D3$	$D5$	$A\bar{4}$	$A3$	$A\bar{6}$	$C\bar{2}$	$C1$	$C6$

z), $w = \frac{-a1}{\sqrt{6}}(x + y + z)$ である. よって12方向に生じるせん断による歪テンソル $d\varepsilon_{ij}$ は

$$\begin{pmatrix} \sqrt{6}d\varepsilon_{11} \\ \sqrt{6}d\varepsilon_{22} \\ \sqrt{6}d\varepsilon_{33} \\ 2\sqrt{6}d\varepsilon_{23} \\ 2\sqrt{6}d\varepsilon_{31} \\ 2\sqrt{6}d\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

また迂り面上, 迂り方向の分解せん断応力 τ が臨界値に達したときに迂りが生じ, この τ は式(1)の係数の行列を転置して次の如く表わせる.

$$\begin{pmatrix} \tau_{a1} \\ \tau_{a2} \\ \tau_{a3} \\ \tau_{b1} \\ \tau_{b2} \\ \tau_{b3} \\ \tau_{c1} \\ \tau_{c2} \\ \tau_{c3} \\ \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \\ \tau_{d3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \quad (2)$$

いま $A = \sigma_{22} - \sigma_{33}$, $B = \sigma_{33} - \sigma_{11}$, $C = \sigma_{11} - \sigma_{22}$, $F = \sigma_{23}$, $G = \sigma_{31}$, $H = \sigma_{12}$ とすれば式(2)からわかるように, 結晶に作用した応力成分が σ_{ij} なら, せん断応力成分は次式を $\frac{1}{\sqrt{6}}$ 倍して表せる.

$$\left. \begin{array}{lll} A - G + H(a1) & B + F - H(a2) & C - F + G(a3) \\ A + G + H(b1) & B - F - H(b2) & C + F - G(b3) \\ A + G + H(c1) & B + F + H(c2) & C - F - G(c3) \\ A - G - H(d1) & B - F + H(d2) & C + F + G(d3) \end{array} \right\} \quad (3)$$

ひずみ $d\varepsilon_{ij}$, 応力 σ_{ij} によってなされる仕事 dW は

$$dW = \sum_{ij} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (4)$$

変形に際して体積変化はないとすれば $d\varepsilon_{11} + d\varepsilon_{22} + d\varepsilon_{33} = 0$ であるから式(4)は次のように表わせる.

$$dW = -Bd\varepsilon_{11} + Ad\varepsilon_{22} + 2Fd\varepsilon_{23} + 2Gd\varepsilon_{31} + 2Hd\varepsilon_{12} \quad (5)$$

Bishop と Hill^{4), 5)} の最大仕事の原理より与えられたひずみを作るのに必要な応力状態は仕事を最大にする。

このような応力状態は fcc 金属では 28通りのせん断応力を活動させる。この28通りの応力状態を Table 2 に示す。なされた仕事の中で最大値をとる状態が実際に活動する向き

Table 2 The 28 stress states of Bishop and Hill.^{4) 5)}

No.	A	B	C	F	G	H
1	1	-1	0	0	0	0
2	0	1	-1	0	0	0
3	-1	0	1	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	1
7	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0
8	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
9	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
10	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
11	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0	0	$\frac{1}{2}$
12	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0	0	$-\frac{1}{2}$
13	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
14	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
15	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
16	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
17	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
18	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
19	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
20	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
21	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
22	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
23	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
24	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
25	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
26	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
27	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
28	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

系に対応する。すなわち式(4)の右辺が最大になるような組合せを表中からさがせばよい。

また活動向き系を見出す他の方法として Dillamore⁶⁾ の如く、圧延変形を圧延面に垂直な圧縮応力 σ と圧延方向に引張応力 $-\sigma$ が同時に働く2軸応力系とみなして、任意の方位の結晶粒に作用するせん断応力 τ は次のように表わせる。

$$\tau = \sigma (a_c b_c - a_t b_t) \quad (6)$$

a_c は圧縮軸の迂り面法線に対する方向余弦, b_c は圧縮軸の迂り方向に対する方向余弦, a_t は引張軸の迂り面法線に対する方向余弦, b_t は引張軸の迂り方向に対する方向余弦である。()内は σ が一定のとき, せん断応力の大きさ, すなわち迂りやすさを表わすものでシュミット因子である。

3・1・2 有限変形理論

同一直交座標軸に関して変形前の材料に印画した任意の材料線のベクトルを X , 変形後のそれを x とすれば式(7)で表わされる F を変形勾配行列

$$x = FX \quad (7)$$

と呼ぶ。この際の変形は均一で体積変化はないものとする。 F の成分は

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (8)$$

である。材料線の変形後の長さを変形前の長さの比 λ_p は

$$\lambda_p^2 = \sum_{ijk} \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \frac{\partial x_i}{\partial X_k} P_j P_k \quad (9)$$

P は材料線の変形前の方向の単位ベクトルで, これが変形後に p になれば次の如き成分をもつ。

$$p_i = \frac{1}{\lambda_p} \sum_j \frac{\partial x_i}{\partial X_j} P_j, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

したがって F の 9 個の成分がわかれば, その変形を完全に記述することができる。また材料のある面が回転するとき, 2つの平行な面間の距離の変化は $\frac{\partial X_i}{\partial x_j}$ で表わすことができ, 変形前の面間距離と変形後のその比 f_Q は

$$f_Q^2 = \sum_{ijk} \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \frac{\partial X_k}{\partial x_j} Q_i Q_k \quad (11)$$

Q は変形前の面間距離を表わす単位ベクトルで, これが変形後 q であれば, その成分は

$$q_j = \frac{1}{f_Q} \sum_i Q_i \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \quad (12)$$

もし12個の迂り系の活動によって順次変形されるなら, たとえば A 系にて F_A に変形され順次 B 系, C 系……の活動によって F_B, F_C ……の如く変形が進み迂り系の全部が迂って最終配置になるまでに N 回繰返されたなら全変形の勾配行列 F は

$$F = (F_L F_K F_J \cdots F_B F_A)^N \quad (13)$$

で与えられる.

またベクトル X の尖端において最初の点の変位ベクトルの成分 u_i は

$$u_i = x_i - X_i \quad (14)$$

いま迂り方向の単位ベクトルを $\mathbf{m}(m_1, m_2, m_3)$, 迂り面に垂直の単位ベクトルを $\mathbf{n}(n_1, n_2, n_3)$ とすれば点 X の変位ベクトルの成分は

$$u_i = x_i - X_i = a(\mathbf{X} \cdot \mathbf{n}) m_i, \quad i=1, 2, 3 \quad (15)$$

a はせん断の量である. $\mathbf{X} \cdot \mathbf{n} = \sum_j X_j n_j$ であるから

$$\frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \delta_{ij} + a m_i n_j \quad (16)$$

または

$$F = \mathbf{I} + a \mathbf{m} \mathbf{n}^T \quad (17)$$

いま2つの迂り系が活動したとすれば

$$\left. \begin{aligned} F_A &= \mathbf{I} + a m_A n_A^T \\ F_B &= \mathbf{I} + b m_B n_B^T = \mathbf{I} + \beta a m_B n_B^T \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad F_B F_A &= \mathbf{I} + a(m_A n_A^T + \beta m_B n_B^T) + a^2 \beta (m_B n_B^T m_A n_A^T) \\ &= \mathbf{I} + a F_1 + a F_2 \end{aligned} \quad (19)$$

ゆえに F は $a \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$ のように $(F_B F_A)^N$ の極限としてとればよい. すなわち $Na = \alpha$ が迂り系 A のせん断量をきめる有限定数であるようにする.

$$\begin{aligned} F &= \lim_{a \rightarrow 0} (F_B F_A)^{\alpha/a} = \lim_{a \rightarrow 0} (\mathbf{I} + a F_1 + a^2 F_2)^{\alpha/a} \\ &= \mathbf{I} + \alpha F_1 + \frac{1}{2} \alpha^2 F_1^2 + \frac{1}{3!} \alpha^3 F_1^3 + \cdots \\ &= e^{\alpha F_1} \end{aligned} \quad (20)$$

F_2 は最終結果には入ってこないから $(F_B F_A)^N$ と $(F_A F_B)^N$ とは同じ極限をもち変形後の配置は迂り系の活動順序には関係しない. 一般的に F_1 は

$$F_1 = m_A n_A^T + \beta m_B n_B^T + \gamma m_C n_C^T + \cdots \quad (21)$$

式(20)で F_1 が行列 S によって $S(\alpha F_1)S^{-1} \equiv \alpha A$ のように対角化されるなら $e^{\alpha A} = S(e^{\alpha F_1})S^{-1}$ であるから F は次のようにして求められる.

$$\begin{aligned}
 F &= e^{\alpha F_1} = S^{-1} [S (e^{\alpha F_1}) S^{-1}] S \\
 &= S^{-1} (e^{\alpha A}) S
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

3・2 (011) $[\bar{2}\bar{1}1]$ の圧延

3・2・1 活動り系による方位変化の解析

実際に得られた試料の方位は (1 10 10) $[\bar{1}0 \bar{5} 6]$ でこれは (011) $[\bar{2}\bar{1}1]$ に非常に近いものである。この Al 単結晶を前述の条件で圧延した結果の圧延率と方位変化を Table 3 に示す。試料軸 $X [\bar{2}\bar{1}1]$ - $Y [011]$ - Z とし圧延方向を X , 圧延面法線方向を Y とする。圧延変形を 2 軸応力系とすれば圧延による歪は次の如くかける。

Table 3 Orientation-change during rolling of initial (011) $[\bar{2}\bar{1}1]$ single crystal.

reduction in thickness (%)	orientation	
0.00	(1 10 10)	$[\bar{1}0 \bar{5} 6]$
19.00	(1 17 17)	$[\bar{1}7 \bar{1}0 11]$
40.62	(1 7 7)	$[\bar{1}4 \bar{7} 9]$
60.81	(0 1 1)	$[\bar{1}7 \bar{1}0 10]$
81.24	(1 27 27)	$[\bar{2}7 \bar{1}8 19]$
89.67	(0 1 1)	$[\bar{1}0 \bar{7} 7]$
95.49	(1 10 10)	$[\bar{1}0 \bar{6} 7]$
97.86	(1 10 10)	$[\bar{2}0 \bar{1}1 13]$

Table 4 Direction cosine of cubic-axis to specimen-axis

	X $[\bar{2}\bar{1}1]$	Y $[011]$	Z $[\bar{1}\bar{1}1]$
1 $[100]$	$-\frac{2}{\sqrt{6}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
2 $[010]$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
3 $[001]$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}d\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -d\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}d\varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}d\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}d\varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}d\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2}d\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \tag{23}$$

そして立方軸 1 $[100]$ - 2 $[010]$ - 3 $[001]$ と試料軸との変換のマトリクスは Table 4 で与えられる。 X - Y - Z 系でのひずみ $\varepsilon_{(X-Y-Z)}$ を 1-2-3 系に変換すると

$$\varepsilon_{(1-2-3)} = \frac{1}{2} d\varepsilon \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}
 \tag{24}$$

式(24)より

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_{11} &= d\varepsilon, & d\varepsilon_{22} &= -\frac{1}{2}d\varepsilon, & d\varepsilon_{33} &= -\frac{1}{2}d\varepsilon \\ d\varepsilon_{23} &= -d\varepsilon, & d\varepsilon_{31} &= -\frac{1}{2}d\varepsilon, & d\varepsilon_{12} &= \frac{1}{2}d\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

これらを式(5)に入れて

$$dW = d\varepsilon \left(-B - \frac{1}{2}A - 2F - G + H \right) \quad (26)$$

この式の右辺()内を最大にするのは Table 2 のうち、 $\bar{4}$ と $\bar{25}$ であり、活動するのは $c3$, $-a2$, $-c2$, $a3$, $-c1$, $a1$, $d2$, $-d3$, $b2$, $-b3$ であるが別の表現をすれば $A\bar{6}$, $B\bar{1}$, $A\bar{3}$, $B\bar{5}$, $A4$, $B4$, $C1$, $C\bar{6}$, $D3$, $D\bar{5}$ である。

シュミット因子から考えれば、これらのうち $A\bar{6}$ と $B\bar{1}$ が等しく最大の分解せん断応力をうけるため、最初から等価な活動が期待できるが現実の初期方位は極めて僅か傾いているので Fig. 2 にみられるように $A\bar{6}$ と $B\bar{1}$ は等価ではなく $A\bar{6}$ がより大きな分解せん断応力をうける。したがって圧延面法線方向は $A(\bar{1}11)$ 面へ、圧延方向は $\bar{6}[\bar{1}10]$ へ向う回転を生じるだろう。圧延量の増加とともに $B\bar{1}$ のすべり量が $A\bar{6}$ のそれに近づき圧延面法線方向は $B[111]$ へ、圧延方向は $\bar{1}[10\bar{1}]$ へ向かう回転をし、結局圧延面法線方向は両通り系の合成された $[011]$ 方向へ向うようになる。Table 3 に示した 60.8% 圧延時に

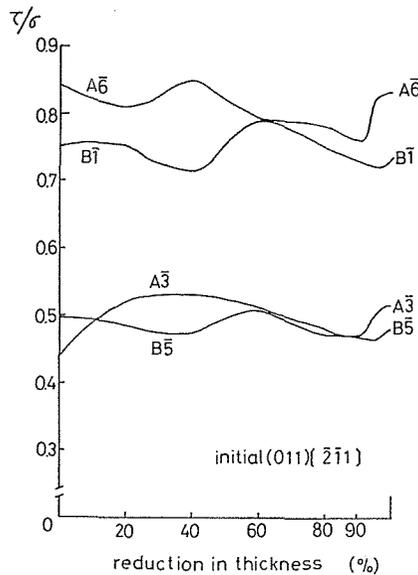


Fig. 2 Variation of relative resolved shear stresses of each slip systems as a function of reduction in thickness.

(011)面が形成されるのはこのためであろう。と同時に圧延方向は合成方向 $[0\bar{1}\bar{1}]$ へ向うはずであるがこれは圧延面法線方向の負方向であって、圧延面法線方向と圧延方向は常に垂直でなければならぬから、このような圧延方向の回転はおこり得ない。したがって圧延方向は変化しないか、または変化したとしても $[011]$ 軸に垂直な平面内での移動、換言すれば $[011]$ 晶帯上での移動である。 $[011]-[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]-[0\bar{1}\bar{1}]$ は同じ大円上にあるから $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ が $[0\bar{1}\bar{1}]$ へ向かう力は $[011]$ 晶帯上への分力をもたない。よって(011) $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ は以後の方位変化は生じない。以上の推察は $A\bar{6}$ と $B\bar{1}$ の迂り系に注目したものであるが、この両系がほぼ釣合状態にあるときには他の迂り量の少ない系でも、その影響は現われよう。このような系としては $A\bar{3}$ と $B\bar{5}$ の等価な活動は $A\bar{6}$ と $B\bar{1}$ と同様の効果をもつだろう。圧延率90%以上では圧延方向が順調に $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ へ収束している事実をみれば本実験のひずみ速度 $2.3/\text{sec}$ では(011) $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ は圧延変形において安定方位であると言えよう。しかしながら、初期方位への復元が98%程度の圧延時で生じ、かなり遅滞している。この「遅れ」については次の如く考えられる。60%圧延時に $A\bar{6}$ と $B\bar{1}$ は同程度のせん断応力をうけるが、それ以外は常に $A\bar{6}$ が大きい。60%時に(011)の形成がみられるが、その後は再び $A\bar{6}$ が $B\bar{1}$ より大きな値をとるような回転経路を移動するため圧延方向が $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ へ到達することを遅らせている。 $A\bar{6}$ の迂り量は他の系に比して大きく、ために迂り面上多くの転位の発生増殖が考えられ、このような転位の発生、増殖の段階では迂り量の増加は阻止され、この障害を乗り越えるためには、さらに大きな付加応力を必要とするが本実験ではそのような特別な付加応力はない。したがって迂り量の上限值が存在し、 $A\bar{6}$ の迂り量が上限値に達したときに「遅れ」が生じ、他方 $B\bar{1}$ の迂り量は増加するため(011) $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ への収束がより遅れることになろう。

3.2.2 有限変形理論による解析

最大仕事の原理より決定した活動迂り系は $B\bar{1}$, $C1$, $A\bar{6}$, $C\bar{6}$, $B\bar{4}$, $A\bar{3}$, $D3$, $B\bar{5}$, $D\bar{5}$ であるが2軸応力系を考慮して迂り量を次のようにする。 $B\bar{1} = A\bar{6} = d\gamma$, $A\bar{3} = B\bar{5}$, $= A4 = B\bar{4} = md\gamma$, $C1 = C\bar{6} = D3 = D\bar{5} = 0$. i_1, i_2, i_3 を試料軸に沿っての単位ベクトル, I_1, I_2, I_3 を立方軸に沿っての単位ベクトルとすれば, $B\bar{1} = (111) [10\bar{1}]$ に対しては

$$n_{B\bar{1}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(I_1 + I_2 + I_3) = \frac{1}{3}(-\sqrt{2}i_1 + \sqrt{6}i_2 + i_3)$$

$$m_{B\bar{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1 - I_3) = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}i_1 - i_2)$$

同様に試料軸に関する各迂り系の n, m を求め、一括して Tabl 5 に示す。次にそれぞれの迂り系の変形勾配行列 $F_{B\bar{1}}, F_{A\bar{6}} \cdots F_{B\bar{4}}$ を計算し式(20)の F_1 を求めると

Table 5 Values of a unit vector m along the slip direction and a unit vector n normal to the slip plane for each slip system.

	m			n		
	m_1	m_2	m_3	n_1	n_2	n_3
$B\bar{1}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{1}{3}$
$A\bar{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$A\bar{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$B\bar{5}$	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{1}{3}$
$A4$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$B\bar{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$F_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{3}m & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}m \\ 0 & -\frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3}m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

式(22)の手法により

$$F_{X-Y-Z} = \begin{pmatrix} e^{(1+m)\varphi} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}[1-e^{(1+m)\varphi}] \\ 0 & e^{-(1+m)\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

ただし $\varphi = \frac{\sqrt{6}}{3} d\gamma$ である。X, Z間の傾き, すなわち $\tan \theta_{XZ}$ は $\frac{1}{\sqrt{2}}[1-e^{(1+m)\varphi}]$ となり大体実験値を満足した。

また本来の目的である方位変化をみるために立方軸に座標変換すると

$$F_{1-2-3} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}a - \frac{\sqrt{2}}{3}b + \frac{1}{3}d & \frac{1}{3}a + \frac{\sqrt{2}}{6}b - \frac{1}{3}d & -\frac{1}{3}a - \frac{\sqrt{2}}{3}b + \frac{1}{3}d \\ \frac{1}{3}a - \frac{\sqrt{2}}{6}b - \frac{1}{3}d & \frac{1}{6}a + \frac{\sqrt{2}}{6}b + \frac{1}{2}c + \frac{1}{3}d & -\frac{1}{6}a - \frac{\sqrt{2}}{6}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{3}d \\ -\frac{1}{3}a + \frac{\sqrt{2}}{6}b + \frac{1}{3}d & -\frac{1}{6}a - \frac{\sqrt{2}}{6}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{3}d & \frac{1}{6}a + \frac{\sqrt{2}}{6}b + \frac{1}{2}c + \frac{1}{3}d \end{pmatrix} \quad (29)$$

ただし $a = e^{(1+m)\varphi}$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - e^{(1+m)\varphi}]$$

$$c = e^{-(1+m)\varphi}$$

$$d = 1$$

である。材料線の変形後の単位ベクトル \mathbf{p} は式(10)より求める。すなわち \mathbf{p} が $(-\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$ であるから、 $p_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}} \frac{a}{\lambda_P}$, $p_2 = -\frac{a}{\sqrt{6} \lambda_P}$, $p_3 = \frac{a}{\sqrt{6} \lambda_P}$ によって

$$\mathbf{p} = (-2e^{(1+m)\varphi}, -e^{(1+m)\varphi}, e^{(1+m)\varphi})$$

これは $[\bar{2}\bar{1}1]$ となり方位変化はない。さらに変形後の圧延面法線方向は \mathbf{Q} が $(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ であるから式(12)より $q_1 = 0$, $q_2 = -\frac{c}{\sqrt{2} f_Q}$, $q_3 = -\frac{c}{\sqrt{2} f_Q}$ によって

$$\mathbf{q} = \left(0, \frac{-e^{-(1+m)\varphi}}{\sqrt{2} f_Q}, \frac{-e^{-(1+m)\varphi}}{\sqrt{2} f_Q} \right)$$

これは (011) を示し、圧延面法線方向すなわち圧縮軸の変化はなく、2 次的ひり量 m の値にかかわらず初期方位 (011) $[\bar{2}\bar{1}1]$ は保持され、安定方位と言える。

3.3 (112) $[\bar{1}\bar{1}1]$ の圧延

3.3.1 活動ひり系による方位変化の解析

Table 6 Orientation-change during rolling of initial (112) $[\bar{1}\bar{1}1]$ single crystal.

reduction in thickness (%)	orientation
0.00	(25 25 46) $[\bar{2}\bar{0} \bar{2}\bar{6} 25]$
19.49	(7 8 16) $[\bar{1}\bar{2} \bar{8} 9]$
40.89	(5 6 12) $[\bar{6} \bar{3} 4]$
61.23	(2 3 6) $[\bar{1}\bar{5} \bar{1}\bar{2} 11]$
79.45	(5 5 11) $[\bar{2}\bar{6} \bar{2}\bar{9} 25]$
90.25	(6 7 14) $[\bar{2}\bar{8} \bar{3}\bar{0} 27]$
94.92	(20 25 56) $[\bar{1}\bar{3} \bar{1}\bar{2} 10]$
97.25	(5 6 15) $[\bar{2}\bar{7} \bar{2}\bar{0} 17]$

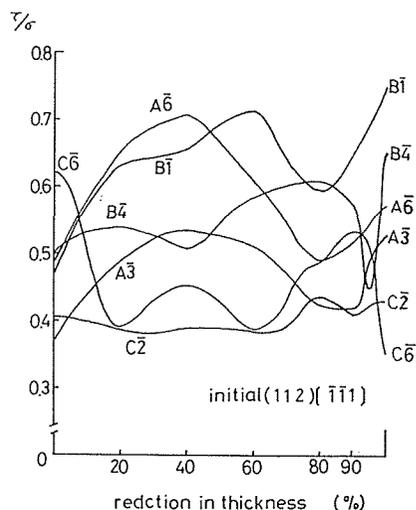


Fig. 3 Variation of relative resolve shear stresses of each slip systems as a function of reduction in thickness.

試料軸を $X[\bar{1}\bar{1}1]-Y[112]-Z$ とし、圧延方向を X 、圧延面法線方向を Y として圧延した結果の圧延率と方位変化の関係を Table 6 に示す。最大仕事の原理より、この方位の結晶に予想される迂り系は $A\bar{6}$ 、 $B\bar{1}$ 、 $B\bar{4}$ 、 $C\bar{6}$ 、 $A4$ 、 $C1$ 、 $C\bar{2}$ 、 $A\bar{3}$ である。これらの迂り系について式(6)より求めたシュミット因子の圧延率に対する変化を Fig. 3 に示す。初期方位が厳密に $(112)[\bar{1}\bar{1}1]$ であれば $A\bar{6}$ 、 $B\bar{1}$ 、 $B\bar{4}$ 、 $C\bar{6}$ が等しく最大の分解せん断応力をうけるから、これら4つの系の等価な活動が期待されるが現実の試料は $(112)[\bar{1}\bar{1}1]$ より 3° ほど傾いたものであるため Fig. 2 の如く $C\bar{6}$ が初期において最大分解せん断応力をうける。しかし変形開始直後これは急激に低下し同時に $A\bar{6}$ 、 $B\bar{1}$ 、 $B\bar{4}$ も活動し始め圧延面法線方向、圧延方向ともにこれら活動系の合成方向に向って回転する。40%の圧延時に $(5\ 6\ 12)[\bar{6}\ \bar{3}\ 4]$ が形成されるがこれは Fig. 3 よりその時点では $A\bar{6}$ が $B\bar{1}$ よりやや大きな分解せん断応力をうけていることと一致したものであって若干A側に傾いた方位に達している。この時点では $A\bar{6}$ の影響が大きいため圧延方向の初期方位からの逸脱が最大である。60%圧延では $B\bar{1}$ が $A\bar{6}$ より大きくなり圧延面法線はBへ向っての回転が強くなり初期方位からの逸脱が最大になる。80%圧延では $B\bar{1}$ と $B\bar{4}$ 、 $A\bar{6}$ と $C\bar{6}$ 、 $A\bar{3}$ と $C\bar{2}$ がそれぞれ等価な活動をするが全体的に分解せん断応力が低下しているので $B\bar{1}$ と $B\bar{4}$ の独断的活動は現われないで、これら6つの系が各々相当量活動する。Fig. 2 より $B\bar{1}$ と $B\bar{4}$ 、 $A\bar{6}$ と $C\bar{6}$ 、 $A\bar{3}$ と $C\bar{2}$ のすべり量をそれぞれ $d\gamma$ 、 $0.8d\gamma$ 、 $0.6d\gamma$ とすれば圧延面法線は (5512) へ向うことが予想され、これは実験値 (5511) とよく一致する。90%圧延では $B\bar{1}$ の増加と $B\bar{4}$ の低下のため Table 6 にみられるように初期方位に近いものが形成され、初期方位への復元が始まっている。97%圧延では圧延横方向まわりに 10° 程度の回転が生じている。なお95%近傍では $B\bar{1}$ の独断的活動も期待されるが、もし $B\bar{1}$ の活動が活発であるとすれば結果に現われた実際の方位変化の説明は困難である。よって圧延横方向まわりの回転が生じるために必要な迂り系を考えねばならない。この回転を生じさせるためには全12個の迂り系のうち次の条件が課されよう。1) 2つの迂り系の等価な活動、2) 迂り面は

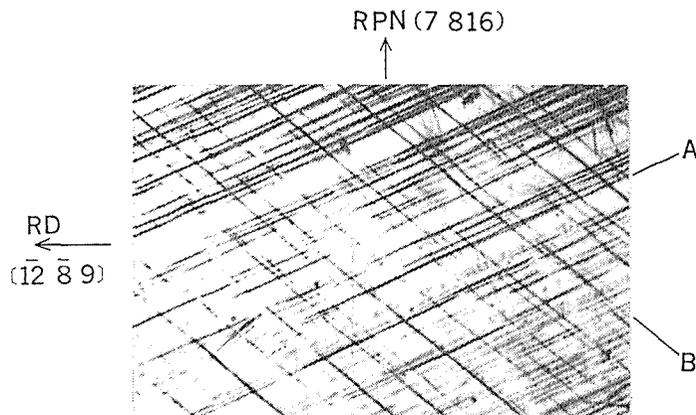


Photo. 1 Slip traces on the section normal to the rolling transverse direction 20% reduction.

$A+C$, $B+D$, $D+D$, 3) 向き方向は $\bar{6}+\bar{6}$, $\bar{3}+\bar{2}$. これらの条件より向き系の組合せは $A\bar{6}+C\bar{6}$, $A\bar{3}+C\bar{2}$, $D\bar{3}+D\bar{2}$ である. これらの組合せた向き系による活動が $B\bar{1}$ の活動に優先するためには $B\bar{1}$ の活動が阻止されなくてはならない. それには 3・2・1 で述べたと同じに $B\bar{1}$ の如き大きな分解せん断応力をもつものに対しては転位の増加による拘束が取りあげられよう. このように考えれば吉岡らの研究^{1), 2)}の如く変形温度, ひずみ速度の変形に与える影響は転位の熱的活性化の頻度に関連があるものと推察できる. すなわち変形温度, ひずみ速度の相違により転位の増殖程度が異なり一次向き系のすべりを阻止する程度が変り, ために二次的すべりの影響の現われ方も異なってくる. なお活動向き系の確認のためすべり線観察の一例を photo. 1 に示す. これは20%圧延のものであるがAとBのトレースがうかがえる.

3・3・2 有限変形理論による解析

(112)[$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$] の理想方位に対しては $B\bar{4}$, $B\bar{1}$, $A\bar{6}$, $C\bar{6}$ が等しく最大の分解せん断応力値をとるが, 高圧延率における方位変化が重要なので, そのような領域における活動向き系に注目すれば 3・3・1 より $A\bar{6}$, $C\bar{6}$ よりも $B\bar{1}$, $B\bar{4}$ が高い分解せん断応力値をうけているのですべり量を次のように仮定する. $B\bar{1}=B\bar{4}=d\gamma$, $A\bar{6}=C\bar{6}=md\gamma$, $C\bar{2}=A\bar{3}=A\bar{4}=C\bar{1}=nd\gamma$. この仮定の下に前述の手法により各系につきそれぞれ変形勾配行列をつくり F_1 を求めると

$$F_1 = \begin{pmatrix} \frac{2\sqrt{6}}{9}(1+m+n) & -\frac{4\sqrt{3}}{9}(2-m-n) & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{9}(1-2m-2n) & -\frac{2\sqrt{6}}{9}(1+m+n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

全変形勾配行列は

$$F_{x-y-z} = \begin{pmatrix} Ce^{-\sqrt{m+n}\varphi} + Ee^{\sqrt{m+n}\varphi} & De^{-\sqrt{m+n}\varphi} - De^{\sqrt{m+n}\varphi} & 0 \\ ACE^{-\sqrt{m+n}\varphi} + BEe^{\sqrt{m+n}\varphi} & ADe^{-\sqrt{m+n}\varphi} - BDe^{\sqrt{m+n}\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (31)$$

ただし,

$$A = \frac{\sqrt{2}(1+m+n) + 3\sqrt{m+n}}{6\sqrt{m+n}}, \quad B = \frac{\sqrt{2}(1+m+n) - 3\sqrt{m+n}}{2(2-m-n)},$$

$$C = \frac{-\sqrt{2}(1+m+n) + 3\sqrt{m+n}}{6\sqrt{m+n}}, \quad D = \frac{2-m-n}{3\sqrt{m+n}},$$

$$E = \frac{\sqrt{2}(1+m+n) + 3\sqrt{m+n}}{6\sqrt{m+n}}, \quad \varphi = \frac{2}{\sqrt{3}}d\gamma.$$

$F_{1-2-3} =$

$$\begin{pmatrix} \frac{a}{3} - \frac{\sqrt{2}b}{6} - \frac{\sqrt{2}c}{6} + \frac{d}{6} + \frac{1}{2} & \frac{a}{3} - \frac{\sqrt{2}b}{6} - \frac{\sqrt{2}c}{6} + \frac{d}{6} - \frac{1}{2} & -\frac{a}{3} - \frac{\sqrt{2}b}{3} + \frac{\sqrt{2}c}{6} + \frac{d}{3} \\ \frac{a}{3} - \frac{\sqrt{2}b}{6} - \frac{\sqrt{2}c}{6} + \frac{d}{6} - \frac{1}{2} & \frac{a}{3} - \frac{\sqrt{2}b}{6} - \frac{\sqrt{2}c}{6} + \frac{d}{6} + \frac{1}{2} & -\frac{a}{3} - \frac{\sqrt{2}b}{3} + \frac{\sqrt{2}c}{6} + \frac{d}{3} \\ -\frac{a}{3} + \frac{\sqrt{2}b}{6} - \frac{\sqrt{2}c}{3} + \frac{d}{3} & -\frac{a}{3} + \frac{\sqrt{2}b}{6} - \frac{\sqrt{2}c}{3} + \frac{d}{3} & \frac{a}{3} + \frac{\sqrt{2}b}{3} + \frac{\sqrt{2}c}{3} + \frac{2d}{3} \end{pmatrix} \quad (32)$$

ただし

$$\begin{aligned} a &= Ce^{-\sqrt{m+n}\phi} + Ee^{\sqrt{m+n}\phi} \\ b &= De^{-\sqrt{m+n}\phi} - De^{\sqrt{m+n}\phi} \\ c &= ACE^{-\sqrt{m+n}\phi} + BEe^{\sqrt{m+n}\phi} \\ d &= ADe^{-\sqrt{m+n}\phi} - BDe^{\sqrt{m+n}\phi} \end{aligned}$$

式(10)より

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}\lambda_p} \left(-a + \frac{\sqrt{2}}{2}c \right) \\ p_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}\lambda_p} \left(-a + \frac{\sqrt{2}}{2}c \right) \\ p_3 &= \frac{1}{\sqrt{3}\lambda_p} \left(a + \sqrt{2}c \right) \end{aligned}$$

式(12)より

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}f_Q} (-\sqrt{2}b + d) \\ q_2 &= \frac{1}{\sqrt{6}f_Q} (-\sqrt{2}b + d) \\ q_3 &= \frac{1}{\sqrt{6}f_Q} (\sqrt{2}b + 2d) \end{aligned}$$

よって(112)[$\bar{1}\bar{1}1$]は変形に伴って(11 l)[$\bar{1}\bar{1}w$], l , w は定数となり, 001ステレオ投影図上では境界線上の移動で示され, これは圧延横方向まわりの回転で実験結果と一致するものである。

4 ま と め

fcc 金属の純金属型圧延集合組織の成分方位を初期方位とする純アルミニウム単結晶を平均ひずみ速度 2.3/sec, 圧下率一定で無拘束一方向圧延を行ない変形挙動を考察した結果をまとめると次の通りである。

- (1) (011)[$\bar{2}\bar{1}1$] 方位のアルミニウム単結晶の方位は安定であった。
- (2) (112)[$\bar{1}\bar{1}1$] 方位のものは高圧延量においては横方向まわりの動揺があった。
- (3) これら2種の方位挙動を活動沁り系から説明するためには沁り量の上限値の設定が必要である。
- (4) 有限変形理論による解析は実験結果をよく説明でき有効である。

文 献

- 1) 吉岡, 目良, 森井: 銅単結晶の圧延における{211} $\langle\bar{1}11\rangle$ 方位の挙動について, 日本金属学会誌, 34 (1970), 1115.
- 2) 吉岡, 目良, 森井: {101} $\langle 121\rangle$ 銅単結晶板の圧延による挙動について, 日本金属学会誌, 36(1974) 953.
- 3) G. Y. Chin, R. N. Thurston and E. A. Nesbitt: Finite Plastic Deformation Due to Crystallographic Slip, Trans. of the Met. Soc. of AIME, 236 (1966), 69.
- 4) J. F. W. Bishop: A Theoretical Examination of the Plastic Deformation of Crystals by Glide, Phil. Mag, 44 (1953), 51.
- 5) J. F. W. Bishop and R. Hill: A Theoretical Derivation of the Plastic Properties of a Polycrystalline Face-Centred Metal, Phil. Mag, 42 (1951), 1298.
- 6) I. L. Dillamore and W. T. Robert: ROLLING TEXTURES IN F. C. C. AND B. C. C. METALS, Acta Met., 12 (1964), 281.