進み角の大きい2形ウォームの有効径測定に 用いる最適針径について

両 角 宗 晴* (昭和53年10月31日受理)

On the Best Wire Diameters used for Measurement of the Pitch Diameters of the Type-2 Chased Worm Thread Screw with a Large Lead Angle

Muneharu MOROZUMI

The type-2 chased worm thread screw is produced by the straight-sided chasing tool inclined at a lead angle on the pitch cylinder to the worm axis. The present paper deals with the best wire diameters used for measurement of the pitch diameters of type-2 chased worm thread screw, which have one-or multi-start threads and large lead angles, in measuring screw threads by the three-wire method. The diameters of the best wire that should touch the spiral with the diameter of the nominal pitch cylinder of the worm on the screw surface to minimize the errors caused by the deviations of the flank angle from the nominal value, are calculated. Moreover, the smallest wire diameters to provide the measurements over wires equal to the outside diameter of the external thread are calculated. The obtained results are tabulated.

1 緒 言

精密ねじの有効径測定には三針法が多く用いられるが、この場合有効径の測定値がねじ山半角誤差の影響を受けないためには、針がねじの基準ピッチ円の所で接触するような針径の針を用いなければならない。この針径を最適針径と呼ぶ。 JISB 1723-1977 「円筒ウォームの寸法」の規格で規定されている 1 形ウォーム 、 2 形ウォーム 、 3 形ウォームおよび 4 形ウォームでは、進み角が25°前後の大きいものもあり、このような進み角の大きいねじの場合は、厳密理論により計算される最適針径またはそれに近い針径の針を用いなければならない。またねじみぞに插入された針の頂がねじ山頂すれずれになるような針径を最小針径と呼ぶが、三針測定に使用する針径は、当然最小針径より太いものを用いなければならず、ときには最適針径が最小針径より細い場合も生ずるので注意しなければならない。

^{*} 精密工学教室 教授

筆者はすでに1形ウォームと4形ウォームの最適針径と最小針径を求めた $^{1)}$. 本論文においては2形ウォームの最適針径と最小針径を計算するための理論式を導き、これら諸式を用いて2形ウォームの針径表を作成した。表1は本文に使用する記号の説明である。

Table 1 Nomenclature

 m_a : Axial module

P: Pitch of the worm thread $(=\pi m_a)$

n : Number of starts of the worm thread

l: Lead of the worm thread (=nP)

 α_c : One-half included angle of the threading tool (=20°)

 α : Axial pressure angle of the worm (at any radius)

 α_{mc} : Axial pressure angle of the worm (at pitch point) α_P : Pressure angle of the worm thread at the point of contact in the plane

 α_P : Pressure angle of the worm thread at the point of contact in the plane which passes through the point of contact between screw surface and wire, and is parallel to the x-z plane

 α_{pn} : Flank angle of the worm thread at contact points in the plane normal to wire axis

 α_Q : Axial pressure angle of the worm thread at the contact point between screw surface and wire

 d_c : Nominal pitch diameter of the worm $(=2r_c)$

 β_c : Lead angle at the nominal pitch diameter of the worm

: Rake angle of the measuring wire placed in the helical groove of the worm thread

c : Radius of the wire

 c_o : Best wire radius c_{\min} : Smallest wire radius

h: Length of common normal to wire and worm thread axis

M : Measurement over wiresr : Any radius of the worm

 r_c : Nominal pitch radius of the worm

 r_O : Radial distance from point of contact to worm axis

 ρ : Difference in x_1 co-ordinates between any point and the point A_1 on the cutting edge of the straight-sided threading tool

: z co-ordinates of the contact point Q

 z_{Qc} : z_Q for $r_Q = r_c$

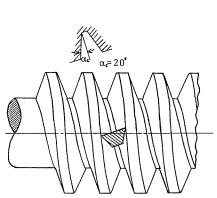
 $2\theta_Q$: Angle between radii r_Q projected on a transverse plane of the worm

 $2\theta_{Qc}$: $2\theta_{Q}$ for $r_{Q}=r_{c}$

 φ , φ_{oc} , λ , θ : Positioning angle

2 2 形ウォームの最適針径 (2c_o)

 $2 \Re p_x - \Delta$ は図 1に示すごとく,直線バイトの上面をねじみぞ中央を通る基準ピッチつる巻線に直角になるように取付けて,旋盤などで加工されたねじ面であり,JIS 規格ではバイト圧力角 αc (バイトの左右切刃のなす角の1/2)は $\alpha c = 20^\circ$ と定め, 歯末のたけは m_a ,歯元のたけは $1.2m_a$ と定めている. そして軸断面に おける 基準有効径上の歯厚を $\frac{1}{2}\pi m_a$ としている.図 2に示すごとく, ねじ軸を z 軸とし, x 軸がねじみぞの中央を通



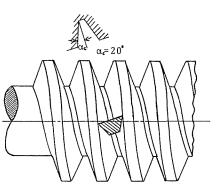


Fig. 1 Thread cutting of the type-2 chased worm thread ($\alpha_c = 20^\circ$)

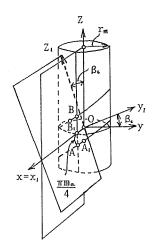


Fig. 2 Type-2 chased worm and co-ordinate systems

るような x y z 座標軸を考え、含軸断面 (x z 平面) でねじ面を切断したとき、この軸断 面輪郭上での有効半径 r_c なる点をA, Bとすれば、このA, B点を通る基準有効径円筒 面上のリード l なる右ねじれのねじ螺線は、それぞれ次式で表わすことができる.

$$x = r_c \cos \varphi,$$

$$y = r_c \sin \varphi,$$

$$z = \mp \frac{P}{4} + \frac{l}{2\pi} \varphi.$$
(1)

ただし複号は点A, Bに対する順とする. いま基準有効径 d_c に対する進み角を β_c とし, x軸を軸としてx y z 座標軸を βc だけ回転させたものを x_1 , y_1 , z_1 座標軸とすれば, x_1z_1 平面はバイト切刃面であり、式(1)のねじ螺線を $x_1y_1z_1$ 座標系で表わすと

$$x_{1} = r_{c} \cos \varphi,$$

$$y_{1} = r_{c} \sin \varphi \cos \beta_{c} + (\mp \frac{P}{4} + \frac{l}{2\pi} \varphi) \sin \beta_{c},$$

$$z_{1} = -r_{e} \sin \varphi \sin \beta_{c} + (\mp \frac{P}{4} + \frac{l}{2\pi} \varphi) \cos \beta_{c}.$$

$$to the tan $\beta_{c} = \frac{n \cdot m_{a}}{dc}.$

$$(2)$$$$

この螺線と $y_1=0$ なるバイト切刃面との交点を A_1 および B_1 とすると、 $y_1=0$ より

$$\sin\varphi_{oc} = \left(\pm \frac{\pi m_a}{2d_c} - \varphi_{oc} \tan\beta_c\right) \tan\beta_c. \tag{3}$$

この式(3)は、 右辺に φω を含んでいるから反復法によって φω を求めなければならない.

右辺の φ_{oc} の第 1 近似値は、つぎのようにして求められる。すなわち $\sin\varphi_{oc}=\varphi_{oc}-\frac{1}{6}\varphi_{oc}^3$ + ……であり、いま $e=\frac{P}{r_c}=\frac{\pi m_a}{r_c}$ を 1 次の微小値(0.1程度の大きさ)とすれば、式(3)から

$$arphi_{oc}-rac{1}{6}arphi_{oc}{}^3\mprac{e}{4}{
m tan}eta_c+arphi_{oc}{
m tan}^2eta_c=0.$$

 $\tan \beta c$ を 1 次の微小値とすれば、 φoc は 2 次の微小値であることがわかるから、 φoc^3 は 6 次の微小値であるから無視して次式を得る.

$$\varphi_{oc}\left(1+\tan^{2}\beta_{c}\right)=\pm\frac{e}{4}\tan\beta_{c}.$$

これより

$$\varphi_{oc}^{rad} = \pm \frac{e}{4} \tan \beta_c \cos^2 \beta_c = \pm \frac{e}{4} \sin \beta_c \cos \beta_c. \tag{3'}$$

この式(3')の φ_{oc} を第1近似値として式(3)の右辺の φ_{oc} に代入して φ_{oc} を求め,その φ_{oc} を再び式(3) の右辺の φ_{oc} に代入して φ_{oc} を求め, φ_{oc} 値が安定するまで計算を繰返す.さて A_1 点と B_1 点の座標は

$$x_1 = r_c \cos\varphi_{oc}, z_1 = -r_c \sin\varphi_{oc}/\sin\beta_c.$$
 (4)

さてバイト切刃面 $(x_1z_1$ 平面)上で、点 A_1 と B_1 を通り、 x_1 軸に対して α_c なる角をなすバイト切刃の方程式は

$$x_{1} = r_{c} \cos \varphi_{oc} + \rho,$$

$$y_{1} = 0,$$

$$z_{1} = -\frac{r_{c} \sin \varphi_{oc}}{\sin \beta_{c}} \mp \rho \tan \alpha_{c}.$$
(5)

ただし ρ はバイト切刃上の点の x_1 座標値と, A_1 点または B_1 点の x_1 座標値との差であり, このバイト切刃により削り出される右ねじれの2形ウォームのねじ面の方程式は

$$x = (r_c \cos\varphi_{oc} + \rho) \cos\lambda - (r_c \sin\varphi_{oc} \pm \rho \tan\alpha_c \sin\beta_c) \sin\lambda,$$

$$y = (r_c \cos\varphi_{oc} + \rho) \sin\lambda + (r_c \sin\varphi_{oc} \pm \rho \tan\alpha_c \sin\beta_c) \cos\lambda,$$

$$z = -\frac{r_c \sin\varphi_{oc}}{\tan\beta_c} \mp \rho \tan\alpha_c \cos\beta_c + \frac{l}{2\pi}\lambda.$$
(6)

ただし λ はバイト切刃がねじ軸のまわりに回転する回転角である。式(6)の2形ウォームのねじ面を次式で表わす。

$$x = r \cos \theta,$$

$$y = r \sin \theta,$$

$$z = -\frac{r_c \sin \varphi_{oc}}{\tan \beta_c} \mp \rho \tan \alpha_c \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \lambda.$$
(7)

ただし

$$r^2 = (x^2 + y^2) = (r_c \cos\varphi_{oc} + \rho)^2 + (r_c \sin\varphi_{oc} \pm \rho \tan\alpha_c \sin\beta_c)^2, \tag{8}$$

または

 $a = \frac{-r_c \cos\varphi_{oc} (1 \pm \tan\alpha_c \tan\varphi_{oc} \sin\beta_c)}{1 + \tan\alpha_c \tan\varphi_{oc} \sin\beta_c}$

$$\frac{+\sqrt{r_c^2\cos^2\varphi_{oc}\left(1\pm\tan\alpha_c\tan\varphi_{oc}\sin\beta_c\right)^2+(r^2-r_c^2)\left(1+\tan^2\alpha_c\sin^2\beta_c\right)}}{1+\tan^2\alpha_c\sin^2\beta_c}$$
(8')

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{(r_c \cos\varphi_{oc} + \rho) \sin\lambda + (r_c \sin\varphi_{oc} \pm \rho \tan\alpha_c \sin\beta_c) \cos\lambda}{(r_c \cos\varphi_{oc} + \rho) \cos\lambda - (r_c \sin\varphi_{oc} \pm \rho \tan\alpha_c \sin\beta_c) \sin\lambda}.$$
 (9)

この 2 形 p_x p_y p_y p

$$z = r,$$

$$z = -\frac{r_c \sin\varphi_{oc}}{\tan\beta_c} \mp \rho \tan\alpha_c \cos\beta_c + \frac{l}{2\pi}\lambda.$$
(10)

ただし

$$\tan \lambda = \frac{-r_c \sin \varphi_{oc} \mp \rho \tan \alpha_c \sin \beta_c}{r_c \cos \varphi_{oc} + \rho}.$$
 (11)

式(10)に式(8'), (11)を用いて dz/dx を求めると

$$\frac{dz}{dx} = \left(\frac{\partial z}{\partial \rho} + \frac{\partial z}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\rho}\right) \left(\frac{d\rho}{dr}\right)$$

より次式を得る.

$$\frac{dz}{dx} = \mp \frac{\frac{r}{r_c} \left\{ \cos \beta_c + \frac{r_c \tan \beta_c \left(\sin \beta_c \cos \lambda \pm \cot \alpha_c \sin \lambda \right) \cos \lambda \right\}}{r_c \cos \varphi_{oc} + \rho} \right\}}{\frac{\rho}{r_c} (\cot \alpha_c + \tan \alpha_c \sin^2 \beta_c) \pm \sin \beta_c \sin \varphi_{oc} + \cot \alpha_c \cos \varphi_{oc}}.$$

任意半径における軸断面圧力角を α とすれば、 $dz/dx = \mp \tan \alpha$ であるから

$$\tan \alpha = \frac{\frac{r}{r_c} \left\{ \cos \beta_c + \frac{r_c \tan \beta_c \left(\sin \beta_c \cos \lambda \pm \cot \alpha_c \sin \lambda \right) \cos \lambda}{r_c \cos \varphi_{oc} + \rho} \right\}}{\frac{\rho}{r_c} (\cot \alpha_c + \tan \alpha_c \sin^2 \beta_c) \pm \sin \beta_c \sin \varphi_{oc} + \cot \alpha_c \cos \varphi_{oc}}.$$
 (12)

 $r=r_c$ とすると式(8')から $\rho=0$, 式(11)から $\lambda=-\varphi_{oc}$ となり式(12)から次式を得る.

$$\tan \alpha_{mc} = \frac{\cos \beta_c + \tan \beta_c \left(\sin \beta_c \cos \varphi_{oc} \mp \cot \alpha_c \sin \varphi_{oc}\right)}{\pm \sin \beta_c \sin \varphi_{oc} + \cot \alpha_c \cos \varphi_{oc}}$$
(13)

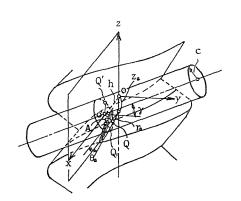


Fig. 3 Contact of a measuring wire with worm thread flanks

いま図 3 に示すごとく,ねじみぞに測定針を插入した場合,ねじ軸と針軸との最短距離がx軸になるように定める。xyz 座標軸の原点を0,針軸とx軸との交点を0'とすれば,ねじ軸と針軸との最短距離は $\overline{00}$ '(=h)であり,半径cなる真っ直ぐな 3本の針を用いた三針法における t

$$M = 2(h+c). (14)$$

じ面への法線は、それぞれ針の軸に直交するはずであり、しかも測定圧力により針がねじ面に押しつけられて静力学的に安定な位置を保つためには、上記 2本の法線は針軸上の一点において交わらなければならない。もしこの安定位置から針が少しでも傾いていると、ねじ側面からの二つの反力が針に偶力を与えて安定位置へと動かす。そして測定圧力とねじ側面からの二つの反力が釣り合うためには、この三力は同一平面内にあり、しかも針の軸に直面な平面内になければならない。このことからQ点におけるねじ面への法線と、Q'点におけるねじ面への法線は、いずれも針軸上の一点O'を通り、三角形QO'Q'は針軸に垂直な平面となる。そして針軸は点O'を通る半径L0、U0、U1 における接線となり、U2 座標軸に対してU3 なの位置は、半径U3 における角をなす。図 U3 に示すごとく、U4 座標軸に対するU5 の位置は、半径U6、偏角U6 における軸断面輪郭において、U7 点における軸断面圧力角をU8 とすれば U9 は次式から計算されるU9.

$$z_Q = -\frac{c}{\sqrt{\sec^2 \alpha_Q + \left(\frac{m_a n}{2r_Q}\right)^2}}.$$
 (15)

ただし α_0 は式(12)において複号の上を用いて計算する。そして θ_0 は次式から計算される $^{3)}$.

$$\tan \theta_Q = \frac{\frac{m_a n}{2r_Q}}{\tan \alpha_Q - \frac{r_Q}{z_Q}} \tag{16}$$

またQ点を含みx z 平面に平行な平面でねじ面を切断したときの断面輪郭のQ点における圧力角を α_P とすれば、 α_P は次式から計算される 4 .

$$\tan \alpha_P = \tan \alpha_Q \cos \theta_Q + \frac{m_a n}{2r_Q} \sin \theta_Q. \tag{17}$$

接触点 $Q \geq Q'$ を通り、針軸に直角な平面で針とねじ面を切断すると、針の断面は半径 c なる円となり、このねじ面の断面輪郭のQ点における圧力角 α_{Pn} は次式から求められる。

$$\tan \alpha_{P^n} = \tan \alpha_P \cos \gamma. \tag{18}$$

しかるときは

$$h = r_Q \cos \theta_Q + c \sin \alpha_{Pn}.$$

しかるに $z_Q = -c \cos \alpha_{P^n} \cos \gamma$ が成立するから

$$c\sin\alpha_{P^n} = -z_Q\tan\alpha_{P^n}\sec\gamma = -z_Q\tan\alpha_P = -z_Q(\tan\alpha_Q\cos\theta_Q + \frac{m_an}{2r_Q}\sin\theta_Q).$$

故に

$$h = \left\{ r_Q - z_Q \left(\tan \alpha_Q + \frac{m_a n}{2r_Q} \tan \theta_Q \right) \right\} \cos \theta_Q. \tag{19}$$

いま接触点Qを通るねじ面上の螺線がx z 平面と交わる点を Q_1 とすると, Q_1 点はねじ面のx z 平面による軸断面輪郭上の点であり,そのz 座標 z_{Q1} は $z_{Q1}=z_Q-\frac{l}{2\pi}\theta_Q$ である.しかるにこの軸断面輪郭上の半径 r_c なる点をAとしたから, $z_A=-\frac{P}{4}=-\frac{\pi m_a}{4}$ であり,軸断面輪郭上の Q_1 点とA点とのz 座標の差は

$$z_A - z_{Q1} = -\frac{\pi m_a}{4} - z_Q + \frac{l}{2\pi} \theta_Q$$
 となる. したがって次式を得る.

$$r_Q = r_c + \left(-\frac{\pi m_a}{4} - z_Q + \frac{m_a n}{2}\theta_Q\right) \cot\frac{\alpha_{mc} + \alpha_Q}{2}.$$
 (20)

最適針径 $2c_0$ を求めるためには、式(3)と(3')を用いて反復法を用いて正しい φ_{oc} を求め、この φ_{oc} を用いて式(13)から φ_{mc} を求める. つぎに式(20)で $r_Q=r_c$ とすると、

$$z_{Qc} = -\frac{\pi m_a}{4} + \frac{m_a n}{2} \theta_{Qc}. \tag{21}$$

この z_{Qc} を式(16)の z_{Q} に代入し、かつ $r_{Q}=r_{c}$ 、 $\alpha_{Q}=\alpha_{mc}$ とすると、

$$\tan \theta_{Qc} = \frac{\frac{m_a n}{d_c}}{\tan \alpha_{mc} + \frac{d_c}{m_a \left(\frac{\pi}{2} - n\theta_{Qc}\right)}}.$$
(22)

Table 2 Best wire diameters and smallest wire diameters used for measurement of pitch diameters of type-2 chasde worm thread screws

m	d_c	n	2co(mm)	$2c_{\min}(\min)$	m	d_c	n	2c _o (mm)	$2c_{\min}(\text{mm})$
	16.0	1	1.6683	1.6075	6.30	63.0	1	10.4787	10.1079
1.00		2	1.6587	1.6014			2	10.3260	10.0130
		3	1.6429	1.5914			3	10.0856	9.8626
		4	1.6216	1.5778			4	9.7756	9.6672
	18.0	1	2.0845	2.0088	8.00	80.0	1	13.3063	12.8355
1.25		2	2.0696	1.9994			2	13.1123	12.7149
		3	2.0455	1.9842			3	12.8071	12.5239
		4	2.0136	1.9636			4	12.4135	12.2758
		1	2.6678	2.5711	10.00	90.0	1	16.6134	16.0327
1.60	22.4	2	2.6476	2.5584			2	16.3164	15.8491
1.00	22.4	3	2.6151	2.5378			3	15.8550	15.5614
		4	2.5715	2.5101			4	15.2702	15.1931
	25.0	1	3.3325	3.2125	12.50	112.0	1	20.7656	20.0402
2.00		2	3.3011	3.1928			2	20.3912	19.8088
		3	3.2507	3.1610			3	19.8098	19.4463
		4	3.1838	3.1186			4	19.0736	18.9826
2.50	31.5	1	4.1659	4.0157	16.00	140.0	1	26.5720	25.6468
		2	4.1272	3.9914			2	26.0705	25.3371
		3	4.0651	3,9523			3	25.2943	24.8536
		4	3.9827	3.9001			4	24.3155	24.2372
	35.5	1	5.2449	5.0573	20.00	160.0	1	33.1727	32.0335
3.15		2	5.1843	5.0194			2	32.4291	31.5766
		3	5.0879	4.9589			3	31.2936	30.8711
		4	4.9615	4.8790		-	4	29.8874	29.9855
4.00	45.0	1	6.6601	6.4219	25.00	200.0	1	41.4658	40.0418
		2	6.5829	6.3737			2	40.5364	39.4708
		3	6.4601	6.2965			3	39.1170	38.5889
		4	6.2991	6.1948			4	37.3592	37.4818
	56.0	1	8,3248	8.0272					
5.00		2	8.2275	7.9664					
		3	8.0727	7.8692					
		4	7.8699	7.7411					

式(22)では、右辺分母にも θ_{QC} を含んでいるので、 θ_{QC} の第 1 近似値 (この場合 θ_{QC} =0 とする) を式(22)の右辺の θ_{QC} に代入し、得られた θ_{QC} を再び式(22)の右辺の θ_{QC} に代入するということを繰返し、 θ_{QC} の近似度を高め、 θ_{QC} の値が安定するまで反復計算を行なって、正しい θ_{QC} を求める。この θ_{QC} を式(21)に代入して z_{QC} を求め、この z_{QC} を式(15)から得られる次式に代入して最適針径 z_{QC} を求めることができる。

$$2c_o = -2z_{QC}\sqrt{\sec^2\alpha_{mc} + \left(\frac{m_a n}{d_c}\right)^2}.$$
 (23)

すなわち最適針径を求める計算順序は次のようになる.

φοc → αmc → 式(3), (3') (13) 反復計算	$\theta_{Qc} \longrightarrow$ (22) 反復計算	$ \begin{array}{c} z_{Qc} \longrightarrow \\ (21) \end{array} $	$2c_{o}$ (23)	
--	--	---	---------------	--

なお 1 形 p_x p_y p_z p_z

5 2 形ウォームで三針の頂がねじ山頂 すれすれになる最小針径 (2cmin)

規格有効径 dc の 2 形 p_{x} - Δ において,ねじみぞに插入された針の頂が,ねじ山頂すれずれになる針径を 2cmin とすれば,使用針径は 2cmin より太いものを使用しなければならない。 2 形 p_{x} - Δ の歯末のたけが軸方向モジュールma に等しいことから,h=rc+ma-cmin が成立する。そこで式(19)で h=rc+ma-c とおき,さらに式中のc に式(15)を用いて c を消去し,さらに式中のdc に式(16)を代入して dc を消去して $F(r_{Q},z_{Q})=0$ を得る。ただし式中のac は式(3),(8'),(11),(12) によりac の関数として表わすことができる。つぎに式(20)の ac に式(16)を代入して ac を消去して ac を消去して ac を得る。ただし式中のac は式(3),(8'),(11),(12)からac の関数として表わすことができる。そしてac に式(3)から,ac は式(3),(8'),(11),(12)からac の関数として表わすことができる。そしてac になっと ac を式(15)に代入し,さらに式(3),(8'),(11),(12)で ac に行りまる ac を式(15)中のac に代入して ac に対して ac に対しることができる。

4 数 值 例

JISB1723-1977 で規定されている 2 形 $_{2}$ $_{3}$ $_{4}$ $_{5}$ $_{7}$

5 結 言

 $2 \Re p_x$ ームのように進み角の大きい p_x ームの三針法による有効径測定に使用する最適針径を計算するための理論式を導き、さらに三針の頂がねじ山頂すれずれになる最小針径の計算式を導き、これら諸式を用いて、 $2 \Re p_x$ ームの針径表を作成した。終りに数値計算に助力された小林正明、石井康、八重島公郎の諸氏に感謝の意を表します。

汝 献

- 1) 両角宗晴,八重島公郎:進み角の大きい三角ねじおよびインボリュートねじの有効径測定に用いる最適針径について,信州大学工学部紀要,第42号(昭52-7), P.1.
- 2) W.H.Harrison: Analysis of Screw Thread Measurement. Machinist, 96 April 19,(1952) 602.
- 3), 4) 文献2)に同じ.