

複合遊星歯車装置の速比と効率の計算式について
第1報 (その2), 2ケの内歯車式単純遊星歯車装置の組合わせ
からなる複合遊星歯車減速機の試作と性能試験

両角宗晴*
(昭和53年10月31日受理)

**On the Speed-Ratio and the Efficiency Formulas for
the Combined Planetary Gear Systems**

1st Report, (Part 2), The Trial Manufacture and the Performance
Test of the Combined Planetary Reduction Gears Composed
of a Pair of Simple Planetary Gears with a Ring Gear

Muneharu MOROZUMI

In the previous report, it was clarified that the transmitted power in the combined planetary gear systems can be split, or else a great circulation of power may occur, and the speed-ratio and the efficiency formulas for these combined planetary gear systems were obtained.

The present paper deals with the trial construction of the combined planetary gears composed of a pair of simple planetary gears with a ring gear; those with circulating power (reduction ratio 1 : 153) and those with split power (reduction ratio 1 : 20.25).

The performance test of the constructed reduction gears is also treated of.

As a result of the performance test, it can be seen that the experimental values agree well with the theoretical results.

1 緒 言

前報において, 2ケの内歯車式単純遊星歯車装置の基本軸同士の連結の仕方により, 連結された2軸上を動力が循環する場合と, 動力が装置内を分流する場合があることを明らかにし, さらに基本軸のどの軸を固定, 駆動, 従動とするかによって出来る84通りのすべての組合わせについての速比と効率の理論計算式を求め, これら結果を動力循環型と動力

* 精密工学教室 教授

分流型に整理分類し、動力循環型8種類、動力分流型4種類の計12種類のものについての速比と効率の計算式の表を作成した¹⁾。これら計算式は歯数と基準効率を用いて理論効率を容易に計算することができる。本論文では減速比1:153の動力循環型複合遊星歯車減速機と、減速比1:20.25の動力分流型複合遊星歯車減速機の試作と、試作減速機の効率試験について論じた。

2 標準インポリュート歯車のかみあい効率

歯車装置における動力損失としては、(1)歯面の摩擦損失、(2)軸受損失、(3)潤滑油のかくはん損失、が考えられるが、本研究においては潤滑油のかくはん損失を生じないように歯面の油膜形成に必要なだけの少量の油を与え、歯面摩擦損失と軸受損失のみが現われるようにした。そして軸受損失は歯面摩擦損失に比して小さく、動力損力の大部分は歯面の摩擦損失によるものと考えた。歯面の摩擦損失を計算するには歯面の摩擦係数を必要とするが、この歯面の摩擦係数は、歯面の転がり速度と潤滑粘度の増加につれて減少し、歯面荷重の増加とともに増す傾向にあり、しかもかみあい位置によって摩擦係数は変化することが明らかにされている²⁾³⁾。つまり歯面のかみあい摩擦損失は、歯と歯の間の転がりと滑り運動の組み合わせによって生ずるものであり、各瞬間におけるかみあい位置に対する瞬間摩擦係数が考えられるが、ここでは、それら瞬間摩擦係数の平均値としての平均摩擦係数 μ を用いて平均かみあい効率を計算する。標準インポリュート外歯車のかみあい効率 η は次式により計算することができる⁴⁾。すなわち、原動車の歯数を z_1 、従動車の歯数を z_2 とし、かみあい率を ε 、近寄りかみあい率を ε_1 、遠退きかみあい率を ε_2 とすると、 $1 < \varepsilon (= \varepsilon_1 + \varepsilon_2) < 2$ のときの平均かみあい効率 η は

$$\eta = 1 - \mu\pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2). \quad (1)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{k2} - \tan \alpha_c), \\ \varepsilon_2 &= \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_c), \\ \cos \alpha_{k1} &= \frac{z_1 \cos \alpha_c}{z_1 + 2}, \\ \cos \alpha_{k2} &= \frac{z_2 \cos \alpha_c}{z_2 + 2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

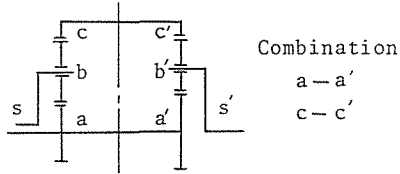
また歯数 z_1 のピニオンを駆動して歯数 z_2 の内歯車を回転させるときの標準インポリュート内歯車のかみあい効率 η は次式で計算される。

$1 < \varepsilon < 2$ のとき

$$\eta = 1 - \mu\pi \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right) (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2). \quad (3)$$

Table 1 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation

Power Circulation



	Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
$Z_a' Z_c < Z_a Z_c'$	a	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}{Z_c (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}$
	Reduced (Opposite direction)				
	c	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}{Z_a (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}$
	Reduced (Same direction)				
	s	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = \frac{Z_c' (Z_a + Z_c)}{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (\eta_o^2 Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{\eta_o (Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}$
Increased (Same direction)					
$Z_a' Z_c > Z_a Z_c'$	s	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = -\frac{Z_a' (Z_a + Z_c)}{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (\eta_o^2 Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}$
	Increased (Opposite direction)				
	a	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = \frac{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}{Z_c (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{(Z_a' + Z_c') (Z_a' Z_c - \eta_o^2 Z_a Z_c')}$
	Reduced (Same direction)				
	c	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = -\frac{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}{Z_a (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{(Z_a' + Z_c') (Z_a' Z_c - \eta_o^2 Z_a Z_c')}$
Reduced (Opposite direction)					
s	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = -\frac{Z_c' (Z_a + Z_c)}{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}$	
Increased (Opposite direction)					
s	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_a' (Z_a + Z_c)}{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}$	
Increased (Same direction)					

ただし

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_c - \tan \alpha_{k2}), \\ \varepsilon_2 &= \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_c), \\ \cos \alpha_{k1} &= \frac{z_1 \cos \alpha_c}{z_1 + 2}, \\ \cos \alpha_{k2} &= \frac{z_2 \cos \alpha_c}{z_2 - 2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3 動力循環型複合遊星歯車機構の効率

動力循環型複合遊星歯車機構の速比と効率の計算式の1例を示すと表1のようになる⁵⁾。いま図のごとき歯数の複合遊星歯車装置を試作する。この場合 $z_{a'}z_c > z_a z_{c'}$ となるから、

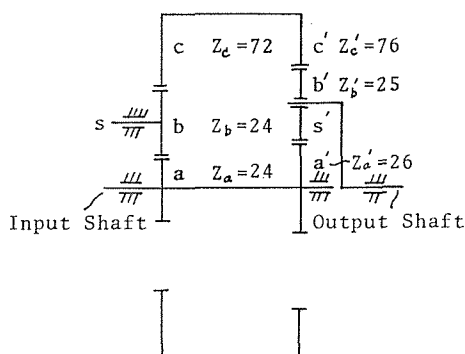
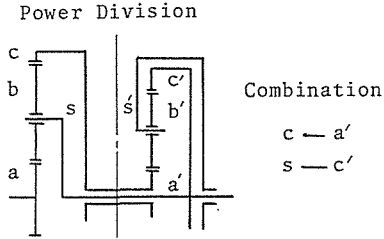


Fig. 1 Combined Planetary Gears with Power Circulation ($u = \frac{1}{153}$)

表1の上から5番目の欄のものに相当し、速比 u は、 $u = w_{s'}/w_a = \frac{z_{a'}z_c - z_a z_{c'}}{z_c(z_{a'} + z_{c'})} = 1/153$ となる。いま歯面平均摩擦係数 $\mu = 0.08$ と仮定すると、 $z_a = z_b = 24$ に対しては、式(2)より $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.80095$ 、式(1)より $\eta = 0.9857$ を得る。また $z_b = 24$ 、 $z_c = 72$ に対しては、式(4)より $\varepsilon_1 = 1.12962$ 、 $\varepsilon_2 = 0.80095$ 、式(3)より $\eta = 0.9931$ を得る。したがって、 z_a, z_b, z_c からなる単純遊星歯車機構の基準効率は $\eta_0 = 0.9857 \times 0.9931 = 0.9789$ となる。また $z_{a'} = 26$ 、 $z_{b'} = 25$ に対しては式(2)より $\varepsilon_1 = 0.80583$ 、 $\varepsilon_2 = 0.81045$ 、式(1)より $\eta = 0.9864$ を得る。また $z_{b'} = 25$ 、 $z_{c'} = 76$ に対しては、式(4)より $\varepsilon_1 = 1.11978$ 、 $\varepsilon_2 = 0.80583$ 、式(3)より $\eta = 0.9934$ を得る。したがって $z_{a'}, z_{b'}, z_{c'}$ からなる単純遊星歯車機構の基準効率は $\eta_0 = 0.9864 \times 0.9934 = 0.9799$ となる。そこで図1に示した複合遊星歯車機構の効率計算に用いる基準効率 η_0 としては、 $\eta_0 = \frac{1}{2}(0.9789 + 0.9799) = 0.979$ を採用することにする。図1の効率 η の計算式は表1より

Table 2 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Division



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a Z_a' + Z_c Z_c' + \eta_o Z_a' Z_c)}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Opposite direction)				
a	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z_c Z_c' + Z_a' (Z_a + \eta_o Z_c)}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Same direction)				
c	s'	a	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c') (\eta_o Z_a' + Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c')}{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c') \{ Z_c Z_c' (Z_a' + \eta_o Z_c') + Z_a' (\eta_o Z_a + Z_c) (\eta_o Z_a + Z_c) \}}$
Reduced (Same direction)				
s	s'	a	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_a' + Z_c') \{ Z_a' (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_a' + Z_c') + \eta_o Z_c Z_c' (Z_a' + \eta_o Z_c') \}}$
Increased (Same direction)				
a'	a	s'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{a'}} = -\frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{\eta_o (Z_a Z_a' + Z_c Z_c') + Z_a' Z_c}$
Increased (Opposite direction)				
c'	a	s'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{c'}} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_a'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{Z_c Z_c' + \eta_o Z_a' (\eta_o Z_a + Z_c)}$
Increased (Same direction)				
s'	c	a	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{s'}} = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c') \{ \eta_o (\eta_o Z_a' + Z_c') Z_c Z_c' + (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) Z_a' \}}{(Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}$
Increased (Same direction)				
s'	s	a	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{s'}} = \frac{Z_c (Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a' + Z_c') \{ Z_c Z_c' (\eta_o Z_a' + Z_c') + (Z_a' + \eta_o Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) Z_a' \}}{(Z_a' + \eta_o Z_c') (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				

$$\eta = \frac{(z_a' + \eta_0 z_c')(z_a' z_c - z_a z_c')}{(z_a' + z_c')(z_a' z_c - \eta_0^2 z_a z_c')} \quad (5)$$

この式により η を計算すると $\eta=0.382$ ，すなわち $\eta=38.2\%$ を得る．この場合，遊星ピニオン b, b' をいずれも3等分配置することができるように， $z_a+z_c, z_a'+z_c'$ のいずれも3の倍数になるように選んである．

4 動力分流型複合遊星歯車機構の効率

動力分流型複合遊星歯車機構の速比と効率の計算式の1例を示すと，表2のようになる⁶⁾．いま図2のごとき歯数の複合遊星歯車装置を試作する．これは表2の上から2番目の欄のものに相当し，速比 u は

$$u = w_c'/w_a = \frac{z_a z_a'}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'} = \frac{1}{20.2521739}$$

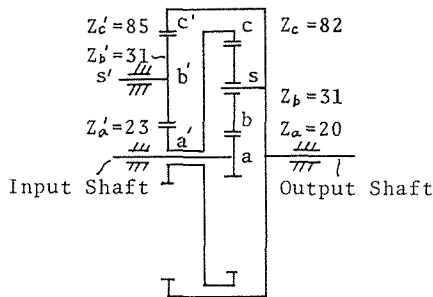


Fig. 2 Combined Planetary Gears with Power Division ($u = \frac{1}{20.25217}$)

となる．いま歯面平均摩擦係数 $\mu=0.08$ と仮定すると， $z_a=20, z_b=31$ に対しては，式(2)より $\varepsilon_1=0.83037, \varepsilon_2=0.77842$ ，式(1)より $\eta=0.9858$ を得る．また $z_b=31, z_c=82$ に対しては，式(4)より $\varepsilon_1=1.10742, \varepsilon_2=0.83037$ ，式(3)より $\eta=0.9951$ を得る．したがって z_a, z_b, z_c からなる単純遊星歯車機構の基準効率は， $\eta_0=0.9858 \times 0.9951 = 0.9810$ となる．また $z_a'=23, z_b'=31$ に対しては式(2)より $\varepsilon_1=0.83037, \varepsilon_2=0.79580$ ，式(1)より $\eta=0.9867$ を得る．また $z_b'=31, z_c'=85$ に対しては式(4)より $\varepsilon_1=1.10209, \varepsilon_2=0.83037$ ，式(3)より $\eta=0.99$

50を得る．したがって z_a', z_b', z_c' からなる単純遊星歯車機構の基準効率は， $\eta_0=0.9867 \times 0.9950 = 0.9818$ となる．そこで図2に示した複合遊星歯車機構の効率計算に用いる基準効率 η_0 としては， $\eta_0 = \frac{1}{2}(0.9810 + 0.9818) = 0.981$ を採用することにする．図2の効率 η の計算式は，表2より

$$\eta = \frac{\eta_0^3 z_c z_c' + z_a'(z_a + \eta_0 z_c)}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'} \quad (6)$$

この式により η を計算すると $\eta=0.968$ となり， $\eta=96.8\%$ を得る．動力分流型なので，効率は非常に高い，この場合も遊星ピニオン b, b' を3等分配置することができるように， $z_a+z_c, z_a'+z_c'$ のいずれも3の倍数になるように選んだ．

5 試作した複合遊星歯車減速機

理論効率計算式が正しいかどうかを確かめるために、数値例に示した減速機を試作し、その効率を測定した。

この場合モジュール $m=2$ 、圧力角 $\alpha_c=20^\circ$ とし、材質はいずれも S45C を用い、太陽外歯車と遊星ピニオンはホブにより歯切りし、太陽内歯車はピニオンカッタにより歯切りを行なった。そして 0.3mm のバックラッシュを与えるために、遊星ピニオンの歯厚のみを薄くし、他の歯車は全部正規の歯厚とした。なお動力を 3 本の遊星ピニオンに等しく分担させるために、太陽外歯車をソフトに支持するように、太陽外歯車の軸受に 0.1mm の遊びをつけた。図 3 は試作した動力循環型遊星歯車減速機の構造を示し、図 4 はその分解部

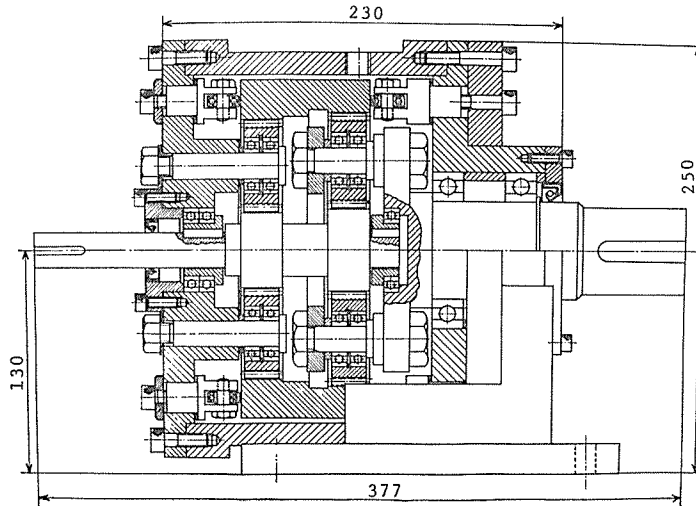


Fig. 3 Combined Planetary Reduction Gears Built as a Trial (with Power Circulation)

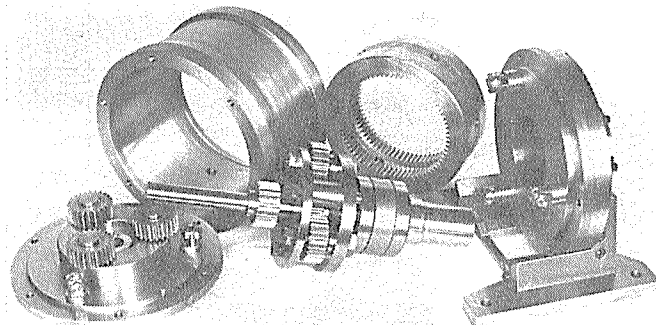


Fig. 4 Inside View of Combined Planetary Reduction Gears (with Power Circulation)

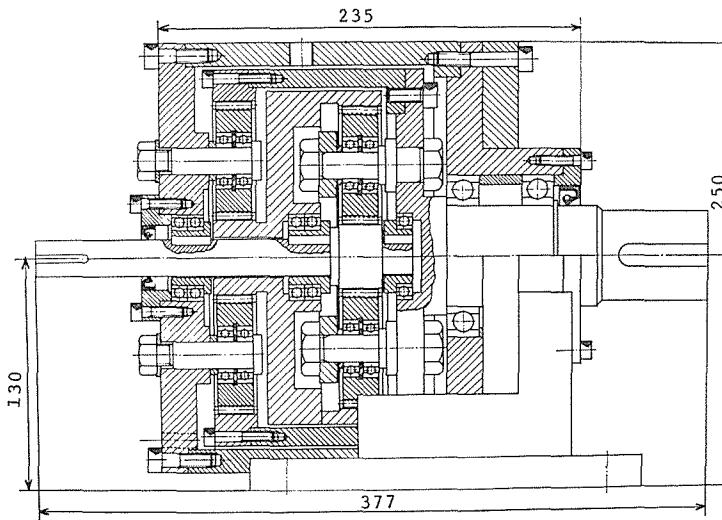


Fig. 5 Combined Planetary Reduction Gears Built as a Trial
(with Power Division)

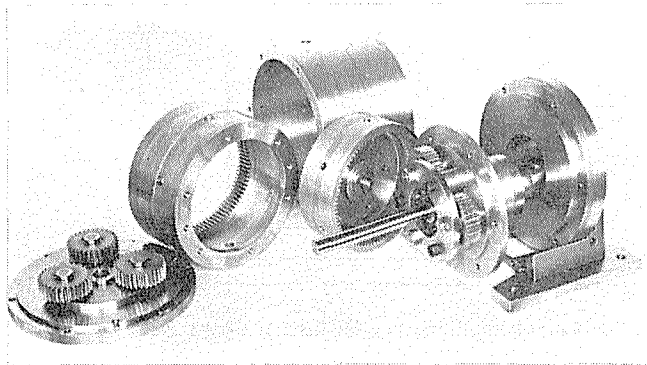


Fig. 6 Inside View of Combined Planetary Reduction Gears
(with Power Division)

品の写真を示す。また図5は試作した動力分流型複合遊星歯車減速機の構造を示し、図6はその分解部品の写真を示す。減速機の潤滑油としては、出光のダフニメカニックオイル135を100cc入れた。この場合オイルをあまり多く入れると、油をかきまぜ、はねとぼすための損失が多くなり、歯のかみあい損失による減速機の理論効率を検討することができなくなるので、歯面間に潤滑がまわる程度の量として100ccに止めた。

6 試作減速機の効率測定

図7は試作減速機の効率測定装置の写真を示す。すなわち3馬力、1800rpmの三相交流モータを、磁歪式トルクメータ(使用範囲0~1kgm, 最小目盛0.01kgm)を介して減速

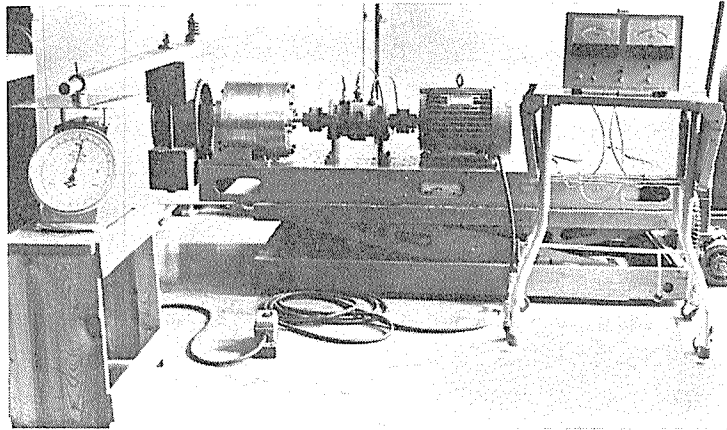


Fig. 7 Measuring Device of Efficiency

機につなぎ、減速機の出力軸にはプロニーブレーキを装置して出力軸にトルクをかけ、入力軸のトルク T_i は磁歪式トルクメータで測定し、出力トルク T_o は、ばね式上皿自動秤 (動力循環減速機の測定には、使用範囲 0~100kg, 最小目盛 500g の秤を使用し、動力分流型減速機の測定には、使用範囲 0~30kg, 最小目盛 100g の秤を使用) により読みとった。そして入力軸と出力軸の回転角速度をそれぞれ w_i, w_o とすれば、 $w_o/w_i=u$ であるから

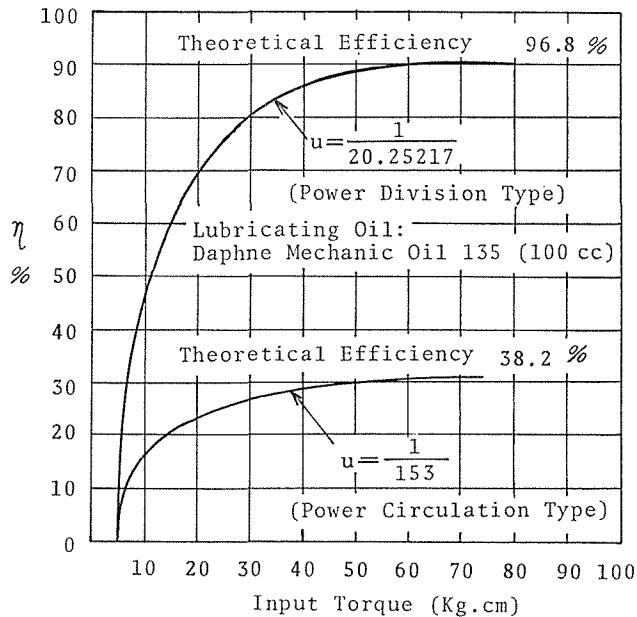


Fig. 8 Efficiency of Constructed Reduction Gears

$\eta=(w_o T_o)/(w_i T_i)=u T_o/T_i$ となり、動力循環型のときは $u=1/153$ 、動力分流型のときは、 $u=1/20.252174$ であるから、 T_i と T_o の値から η を算出することができる。なお磁歪式トルクメータの入力軸側と出力軸側にそれぞれリングフレックスカップリングをとりつけて、トルクメータ軸のこじりを避けた。なお実験前に30分間のなじみ運転を行なった。この場合入力軸の回転数もトルクと同様にメータから直接読み取った。図8は効率試験の結果を示す。この効率曲線はそれぞれ負荷増加とともに増加し、次第に一定値に近づき、動力循環型の最高値は31% (理論効率 $\eta=38.2\%$)、動力分流型の最高値は90% (理論効率 $\eta=96.8\%$) を得た。これら実験効率値には歯のかみあい損失以外の軸受やオイルシールによる損失が含まれており、いずれも理論効率値よりも約7%程低くなっている。以上のことより理論効率計算式の正しいことが確認された。

7 結 言

内歯車式単純遊星歯車装置からなる複合遊星歯車装置で、減速比 $u=1/153$ の動力循環型減速機と、減速比 $u=1/20.25$ の動力分流型減速機を試作し、これら試作減速機の効率を測定し、実験値から理論効率計算式の正しいことを確認した。本研究に助力された平田幸吉、堤信一両氏に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 両角宗晴：複合遊星歯車機構の速比と効率の計算式について、(第1報、内歯車式単純遊星歯車装置の組合わせ) 信州大学工学部紀要, 44号(昭53-7). P. 133.
- 2) 寺内, 熊本, 木本, 佐々木：平歯車の歯面摩擦について, 日本機械学会論文集, 32巻242号(昭41-10), P. 1571.
- 3) E. I. Radzimovsky, A. Mirarefi and W. E. Broom : Instantaneous Efficiency and Coefficient of Friction of an Involute Gear Drive, Trans. ASME, Series B, 95 (1973-11) P. 1131.
- 4) 両角宗晴：特殊歯車の精密工作, 機械の研究, 22巻4号(昭45-4). P. 610.
- 5) 文献1) に同じ
- 6) 文献1) に同じ