

## 複合遊星歯車装置の速比と効率の計算式について

第1報 2ケの内歯車式単純遊星歯車装置の組合わせから  
なる複合遊星歯車装置

両角宗晴\*

(昭和53年5月30日受理)

### On the Speed-Ratio and the Efficiency Formulas for the Combined Planetary Gear Systems

1st Report, Combined Planetary Gear Systems Composed  
of a Pair of Simple Planetary Gears with Ring Gear

Muneharu MOROZUMI

In this paper the speed-ratio and the efficiency formulas for the combined planetary gear systems composed of a pair of simple planetary gears with ring gear are treated.

By the analytical method, it is clarified that the transmitted power in the combined planetary transmissions can be split, or else a great circulation of power may occur.

As the result of it, the speed-ratio and the efficiency formulas for these combined planetary gear systems are obtained.

To calculate the efficiency of the combined planetary gears, these formulas require only the knowledge of the number of teeth and the efficiency of the stationary gear trains.

## 1 緒 言

自動変速機には単純遊星歯車装置を2ケ組合わせた複合遊星歯車機構が多く用いられる<sup>1)</sup>。また遊星歯車装置を用いて減速比が1/2に近い値を得ようとするときも複合遊星歯車機構が必要となる<sup>2)</sup>。この複合遊星歯車機構においては、2ケの単純遊星歯車装置の連結の仕方により、動力伝達に際して、連結された2軸上を動力が循環する場合と、動力が分流する場合があります<sup>3)4)5)</sup>、そのときの効率計算式もいくつか求められている<sup>6)7)</sup>。著者はこれらの方法とは別に、Radzimovskyの方法<sup>8)</sup>を利用して、2ケの内歯車式遊星歯車装置の連結の仕方、およびどの基本軸を固定、駆動、従動とするかによって出来る84通りの

\* 精密工学教室 教授

すべての組み合わせについての速比と効率の理論計算式を求め、これら結果を動力循環型と動力分流型に整理分類した。そして得られた効率計算式により、装置の歯車の歯数と基準効率から直ちに装置の効率を計算することができる。

## 2 複合遊星歯車機構における動力の循環と効率計算式の誘導

図1に示すごとく、2ケの単純遊星歯車装置ⅠとⅡ(要素Ⅰ、Ⅱと呼ぶ)のそれぞれの3本の基本軸のうち2本の基本軸同士を結合し、残りの基本軸の1本を固定した機構を複合遊星歯車機構と呼ぶが、結合させる2本の基本軸

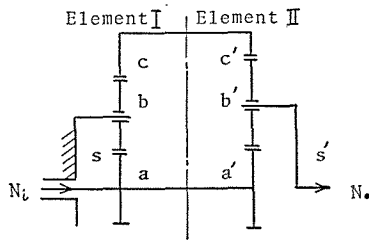


Fig.1 Combined Planetary Gear with Power Circulation

の選び方により、動力伝達に際して動力が循環する場合と、動力が分流する場合が生じ、前者を動力循環型、後者を動力分流型と呼ぶ。この場合、連結されている軸の一つを固定軸としたり、2つの連結の一方を入力軸とし、他方を出力軸とする場合は、動力の循環や分流は生じない。図1において要素Ⅰと要素Ⅱを連結するのに、外歯太陽歯車  $a$  と  $a'$  を連結し、内歯太陽歯車  $c$  と  $c'$  を連結し、要素Ⅰのキャリア  $s$  を固定して、基本軸  $a$  を入力軸とし、要素Ⅱのキャリア  $s'$  を出力軸とする

とき、動力の循環が行なわれることについて考えてみる。要素ⅠとⅡを切り離れたときの、要素Ⅰのキャリア  $s$  の角速度  $w_s$  と、要素Ⅱのキャリア  $s'$  の角速度  $w_{s'}$  はそれぞれ次式で求められる。

$$w_s = \frac{w_a z_a + w_c z_c}{z_a + z_c}, \quad (1)$$

$$w_{s'} = \frac{w_{a'} z_{a'} + w_{c'} z_{c'}}{z_{a'} + z_{c'}}. \quad (2)$$

ただし  $z_a, z_c, z_{a'}, z_{c'}, w_a, w_c, w_{a'}, w_{c'}$  はそれぞれ歯車  $a, c, a', c'$  の歯数と角速度とする。図1のように要素Ⅰと、Ⅱを連結すると、 $w_s=0, w_a=w_{a'}, w_c=w_{c'}$  となるから、式(1)より次式を得る。

$$w_{c'} = -w_{a'} \frac{z_a}{z_c}. \quad (3)$$

これを式(2)に代入すると

$$w_{s'} = w_a \frac{z_{a'} z_c - z_a z_{c'}}{z_c (z_{a'} + z_{c'})}. \quad (4)$$

これより速比  $u$  は

$$u = \frac{w_{s'}}{w_a} = \frac{z_{a'} z_c - z_a z_{c'}}{z_c (z_{a'} + z_{c'})}. \quad (5)$$

そしてこの場合要素Ⅱは  $a'$  と  $c'$  が入力軸で、キャリア  $s'$  が出力軸の差動歯車機構である。そこでこの差動歯車機構をつぎのごとき2つの成分の遊星歯車装置に分けて考える。すなわち内歯車  $c'$  を固定し、太陽歯車  $a'$  のみの回転によって、キャリア  $s'$  に  $w_{s1}'$  の角速度と、 $N_{o1}$  の出力を伝達する第1成分遊星歯車装置と、外歯車  $a'$  を固定し、内歯車  $c'$  のみの回転によってキャリア  $s'$  に  $w_{s2}'$  の角速度と  $N_{o2}$  の出力を伝達する第2成分遊星歯車装置からなると考える。いまキャリア  $s'$  への全出力を  $N_o$ 、出力トルクを  $T_o$  とすると次式が成立する。

$$N_o = T_o w_{s'} = T_o (w_{s1}' + w_{s2}') = N_{o1} + N_{o2}.$$

故に

$$T_o = \frac{N_o}{w_{s'}} = \frac{N_{o1}}{w_{s1}'} = \frac{N_{o2}}{w_{s2}'}$$

これより

$$N_{o1} = \frac{w_{s1}'}{w_{s'}} N_o, \quad (6)$$

$$N_{o2} = \frac{w_{s2}'}{w_{s'}} N_o. \quad (7)$$

### 第1成分遊星歯車装置

この第1成分では、内歯車  $c'$  を固定するから、式(2)において  $w_{c'}=0$  とおいて

$$w_{s1}' = w_{a'} \frac{z_{a'}}{z_{a'} + z_{c'}}. \quad (8)$$

式(6)に式(4)と(8)を代入して次式を得る。

$$N_{o1} = \frac{z_{a'} z_c}{z_{a'} z_c - z_a z_{c'}} N_o. \quad (9)$$

### 第2成分遊星歯車装置

この第2成分では、外歯車  $a'$  を固定するから、式(2)において  $w_{a'}=0$  とおいて

$$w_{s2}' = w_{c'} \frac{z_{c'}}{z_{a'} + z_{c'}}. \quad (10)$$

式(7)に式(3), (4), (10) を代入して次式を得る。

$$N_{o2} = \frac{-z_a z_{c'}}{z_{a'} z_c - z_a z_{c'}} N_o. \quad (11)$$

式(9)と(11)より

$$\frac{N_{o2}}{N_{o1}} = -\frac{z_a z_{c'}}{z_{a'} z_c} < 0,$$

となるから、この機構は常に動力が循環する。そして  $a$  からの入力を  $N_i$ ,  $s'$  からの出力を  $N_o$  とすれば、装置の効率  $\eta$  は

$$\eta = \frac{N_o}{N_i} \quad (12)$$

から計算される。

(i)  $z_{a'} z_c > z_a z_{c'}$  の場合

$z_{a'} z_c > z_a z_{c'}$  のときは、式(9)より  $N_{o1} > 0$ , 式(11)より  $N_{o2} < 0$  となる。したがって要素IIの  $a'$  を固定した第2成分遊星歯車装置において、図2に示すごとく、動力 ( $-N_{o2}$ ) がキャリア  $s'$  から  $c'$  に逆に入力として入り、この動力が  $b' \rightarrow c' \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow a' \rightarrow b'$  の流れ方で循環することを意味する、そして  $s'$  から  $c'$  に入力した動力 ( $-N_{o2}$ ) が  $c'$  から  $N_{c'}$  なる動力となって要素Iの内歯車  $c$  に流れる。この場合次式が成立する。

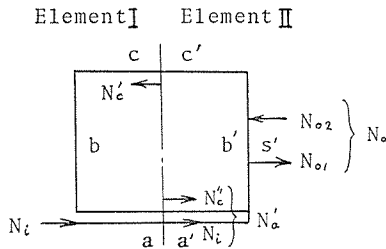


Fig. 2 Power Circulation

$$N_{c'} = \eta_1 (-N_{o2}). \quad (13)$$

ただし  $\eta_1$  は要素IIにおいて歯車  $a'$  を固定した第2成分遊星歯車装置において、キャリア  $s'$  を入力側、歯車  $c'$  を出力側としたときの効率であり、

$$\eta_1 = \frac{\eta_0 \left(1 + \frac{z_{c'}}{z_{a'}}\right)^{g_1}}{1 + \eta_0 \frac{z_{c'}}{z_{a'}}}. \quad (14)$$

ただし  $\eta_0$  は要素IIの基準効率である。

さて要素Iの  $c$  に流れ込んだ動力  $N_{c'}$  は歯車  $b$ ,  $a$  を経て  $N_{c''}$  となって要素IIの歯車  $a'$  に流れるが、歯車Iのキャリア  $s$  は固定されているから、次式が成立する。

$$N_{c''} = \eta_0 N_{c'}. \quad (15)$$

ただし簡単のため、要素IとIIの基準効率をいずれも  $\eta_0$  とする。以上のことから  $a$  と  $a'$  を連結する軸には、この  $N_{c''}$  と  $N_i$  とが合流して  $N_{a'}$  となって流れる。すなわち

$$N_{a'} = N_i + N_{c''}. \quad (16)$$

要素IIの  $c'$  を固定した第1成分遊星歯車装置においては、 $a'$  に  $N_{a'}$  が入力として入り、 $s'$  から  $N_{o1}$  が出力として出るから、次式が成立する。

$$N_{o1} = \eta_2 N_{a'}. \quad (17)$$

ただし  $\eta_2$  は要素IIにおいて、歯車  $c'$  を固定した第1成分遊星歯車装置において、歯車  $a'$  を入力側、キャリア  $s'$  を出力側としたときの効率であり、次式から計算される。

$$\eta_2 = \frac{1 + \eta_o \frac{z_{c'}^{10}}{z_{a'}}}{1 + \frac{z_{c'}}{z_{a'}}}. \quad (18)$$

式(13), (15), (16), (17)より次式を得る。

$$N_i = \frac{N_{o1}}{\eta_2} - \eta_o \eta_1 (-N_{o2}). \quad (19)$$

式(19)に式(9), (11), (14), (18) を代入すれば

$$N_i = \frac{(z_{a'} + z_{c'})(z_{a'}z_c - \eta_o^2 z_a z_{c'})}{(z_{a'} + \eta_o z_{c'})(z_{a'}z_c - z_a z_{c'})} N_o. \quad (20)$$

したがって式(12)より

$$\eta = \frac{(z_{a'} + \eta_o z_{c'})(z_{a'}z_c - z_a z_{c'})}{(z_{a'} + z_{c'})(z_{a'}z_c - \eta_o^2 z_a z_{c'})}. \quad (21)$$

(ii)  $z_{a'}z_c < z_a z_{c'}$  の場合

式(9), (11)より  $N_{o1} < 0$ ,  $N_{o2} > 0$  となるから、要素IIで内歯車  $c'$  を固定した第1成分遊星歯車装置において、動力  $(-N_{o1})$  がキャリア  $s'$  から  $a'$  に逆に入力として入り、この動力は図3に示すごとく、 $b' \rightarrow a' \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow c' \rightarrow b'$  の流れ方で循環することを意味する。そして  $s'$  から  $a'$  に入力した動力  $(-N_{o1})$  が  $a'$  から  $N_{a'}$  なる動力となって要素Iの太陽歯車  $a$  に流れる。この場合次式が成立する。

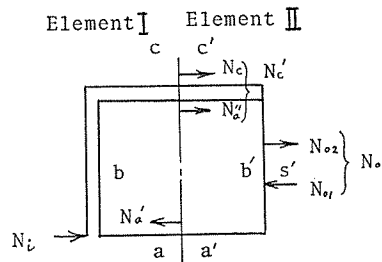


Fig. 3 Power Circulation

$$N_{a'} = \eta_3 (-N_{o1}). \quad (22)$$

ただし  $\eta_3$  は要素IIにおいて、歯車  $c'$  を固定した第1成分遊星歯車装置において、キャリア  $s'$  を入力側、歯車  $a'$  を出力側としたときの効率であり、

$$\eta_3 = \frac{\eta_o \left(1 + \frac{z_{c'}}{z_{a'}}\right)^{11}}{\eta_o + \frac{z_{c'}}{z_{a'}}}. \quad (23)$$

さて要素Ⅰの  $a$  に流れ込んだ動力  $Na'$  は歯車  $a, b$  を経て  $c$  から  $c'$  に  $Na''$  となって要素Ⅱの  $c'$  に流れるが, 要素Ⅰのキャリア  $s$  は固定されているから次式が成立する.

$$Na'' = \eta_0 Na'. \quad (24)$$

この外に  $a$  から入ってきた入力  $N_i$  は  $b$  を経て  $c$  に入り,  $c$  から  $c'$  に次式で示すような  $N_c$  となって要素Ⅱの  $c'$  に流れている.

$$N_c = \eta_0 N_i. \quad (25)$$

したがって  $c$  と  $c'$  を連結する軸には, この  $N_c$  と上記  $Na''$  が合流した  $N_{c'}$  が流れるから,

$$N_{c'} = N_c + Na''. \quad (26)$$

要素Ⅱの  $a'$  を固定した第2成分遊星歯車装置においては,  $c'$  に  $N_{c'}$  が入力として入り,  $s'$  から  $N_{o2}$  が出力として出るから, 次式が成立する.

$$N_{o2} = \eta_4 N_{c'}. \quad (27)$$

ただし  $\eta_4$  は要素Ⅱにおいて歯車  $a'$  を固定した第2成分遊星歯車装置において, 歯車  $c'$  を入力側, キャリヤ  $s'$  を出力側としたときの効率であり

$$\eta_4 = \frac{\eta_0 + \frac{z_{c'}}{z_{a'}}}{1 + \frac{z_c}{z_{a'}}}. \quad (28)$$

式(22), (24), (25), (26), (27)より次式を得る.

$$N_i = \frac{N_{o2}}{\eta_0 \eta_4} - \eta_3 (-N_{o1}). \quad (29)$$

式(29)に(9), (11), (23), (28)を代入すれば

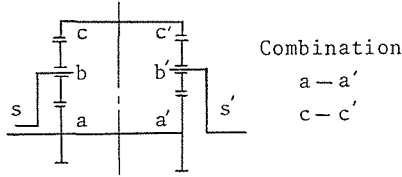
$$N_i = \frac{(z_{a'} + z_{c'})(z_a z_{c'} - \eta_0^2 z_{a'} z_c)}{\eta_0 (z_{c'} + \eta_0 z_{a'})(z_a z_{c'} - z_{a'} z_c)} N_{o1}. \quad (30)$$

したがって式(12)より

$$\eta = \frac{\eta_0 (z_{c'} + \eta_0 z_{a'})(z_a z_{c'} - z_{a'} z_c)}{(z_{a'} + z_{c'})(z_a z_{c'} - \eta_0^2 z_{a'} z_c)}. \quad (31)$$

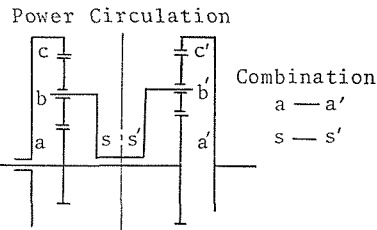
以上により, 図1の複合遊星歯車装置において, キャリヤ  $s$  を固定して,  $a$  を駆動してキャリア  $s'$  を従動させるときは, 動力循環が行なわれ, 速比  $u$  は式(5)により, 効率  $\eta$  は

Table 1 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation  
Power Circulation



	Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
$Z_a' Z_c < Z_a Z_c'$	a	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}{Z_c (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}$
	Reduced (Opposite direction)				
	c	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}{Z_a (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a' + Z_c') (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}$
	Reduced (Same direction)				
	s	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = \frac{Z_c' (Z_a + Z_c)}{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (\eta_o^2 Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{\eta_o (Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}$
Increased (Same direction)					
s	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = -\frac{Z_a' (Z_a + Z_c)}{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (\eta_o^2 Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}$	
Increased (Opposite direction)					
$Z_a' Z_c > Z_a Z_c'$	a	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = \frac{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}{Z_c (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{(Z_a' + Z_c') (Z_a' Z_c - \eta_o^2 Z_a Z_c')}$
	Reduced (Same direction)				
	c	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = -\frac{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}{Z_a (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{(Z_a' + Z_c') (Z_a' Z_c - \eta_o^2 Z_a Z_c')}$
	Reduced (Opposite direction)				
	s	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = -\frac{Z_c' (Z_a + Z_c)}{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}$
Increased (Opposite direction)					
s	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_a' (Z_a + Z_c)}{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a Z_c' - \eta_o^2 Z_a' Z_c)}{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}$	
Increased (Same direction)					

Table 2 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation

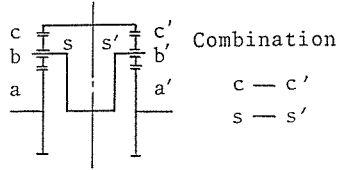


	Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
$Z_a' Z_c < Z_a Z_c'$	a	c'	c	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}{Z_c' (Z_a + Z_c)}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a Z_c' - Z_a' Z_c)}{(Z_a + Z_c) \{ (Z_a' + \eta_o Z_c') Z_a - \eta_o^2 (Z_a + \eta_o Z_c) Z_a' \}}$
	Reduced (Same direction)				
	s	c'	c	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{\eta_o^2 Z_a' (Z_a + \eta_o Z_c) - Z_a (Z_a' + \eta_o Z_c')}$
	Reduced (Same direction)				
	c	a'	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_c} = \frac{-Z_c (Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{(Z_a' + Z_c') \{ Z_a' (Z_a + \eta_o Z_c) - \eta_o^2 Z_a (Z_a' + \eta_o Z_c) \}}{\eta_o (Z_a' Z_c - Z_a Z_c') (Z_a' + \eta_o Z_c')}$
Increased (Opposite direction)					
c	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{-Z_a' Z_c}{Z_a Z_c' - Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{Z_a' (Z_a + \eta_o Z_c) - \eta_o^2 Z_a (Z_a' + \eta_o Z_c')}{\eta_o (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}$	
Increased (Opposite direction)					
$Z_a' Z_c > Z_a Z_c'$	a	c'	c	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{-(Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{Z_c' (Z_a + Z_c)}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{(Z_a + Z_c) \{ (\eta_o Z_a + Z_c) Z_a' - \eta_o^2 (\eta_o Z_a' + Z_c') Z_a \}}$
	Reduced (Opposite direction)				
	s	c'	c	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{(Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}{Z_a' (\eta_o Z_a + Z_c) - \eta_o^2 Z_a (\eta_o Z_a' + Z_c')}$
	Reduced (Opposite direction)				
	c	a'	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_c} = \frac{Z_c (Z_a' + Z_c')}{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a' + Z_c') \{ \eta_o^2 Z_a' (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_a (\eta_o Z_a' + Z_c') \}}{\eta_o (Z_a' Z_c - Z_a Z_c') (\eta_o Z_a' + Z_c')}$
Increased (Same direction)					
c	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a' Z_c}{Z_a' Z_c - Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z_a' (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_a (\eta_o Z_a' + Z_c')}{\eta_o^2 (Z_a' Z_c - Z_a Z_c')}$	
Increased (Same direction)					



Table 3 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation

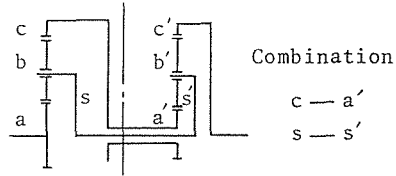
Power Circulation



	Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
$Z'_a Z_c < Z_a Z'_c$	a	c'	a'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a (Z'_a + Z'_c)}{Z'_a Z'_c - Z'_a Z_c}$	$\eta = \frac{(Z'_a + Z'_c) \{ \eta_o^2 (Z_a + \eta_o Z_c) Z'_c - (Z'_a + \eta_o Z'_c) Z_c \}}{\eta_o (Z'_a + \eta_o Z'_c) (Z_a Z'_c - Z'_a Z_c)}$
	Increased (Same direction)				
	a	s'	a'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z'_c}{Z'_a Z'_c - Z'_a Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z'_c (Z_a + \eta_o Z_c) - Z_c (Z'_a + \eta_o Z'_c)}{\eta_o^2 (Z_a Z'_a - Z'_a Z_c)}$
	Increased (Same direction)				
	c	a'	a	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_c} = -\frac{Z_a Z'_c - Z'_a Z_c}{Z'_a (Z_a + Z_c)}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a Z'_c - Z'_a Z_c)}{(Z_a + Z_c) \{ Z'_c (Z_a + \eta_o Z_c) - \eta_o^2 Z_c (Z'_a + \eta_o Z'_c) \}}$
Reduced (Opposite direction)					
s	a'	a	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = -\frac{Z_a Z'_c - Z'_a Z_c}{Z'_a Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z'_c - Z'_a Z_c)}{Z'_c (Z_a + \eta_o Z_c) - \eta_o^2 Z_c (Z'_a + \eta_o Z'_c)}$	
Reduced (Opposite direction)					
$Z'_a Z_c > Z_a Z'_c$	a	c'	a'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a (Z'_a + Z'_c)}{Z'_a Z'_c - Z'_a Z_c}$	$\eta = \frac{(Z'_a + Z'_c) \{ \eta_o^2 (\eta_o Z'_a + Z'_c) Z_c - (\eta_o Z_a + Z_c) Z'_c \}}{\eta_o (\eta_o Z'_a + Z'_c) (Z'_a Z'_c - Z'_a Z_c)}$
	Increased (Opposite direction)				
	a	s'	a'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z'_c}{Z'_a Z'_c - Z'_a Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z_c (\eta_o Z'_a + Z_c) - Z'_c (\eta_o Z_a + Z_c)}{\eta_o (Z'_a Z'_c - Z'_a Z_c)}$
	Increased (Opposite direction)				
	c	a'	a	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_c} = \frac{Z'_a Z_c - Z_a Z'_c}{Z'_a (Z_a + Z_c)}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a Z'_c - Z'_a Z_c)}{(Z_a + Z_c) \{ \eta_o^2 Z'_c (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_c (\eta_o Z'_a + Z'_c) \}}$
Reduced (Same direction)					
s	a'	a	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = \frac{Z'_a Z_c - Z_a Z'_c}{Z'_a Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a Z'_c - Z'_a Z_c)}{\eta_o^2 Z'_c (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_c (\eta_o Z'_a + Z'_c)}$	
Reduced (same direction)					

Table 4 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation

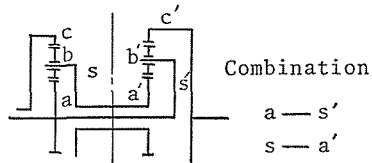
Power Circulation



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	a'	c	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'}}{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{(Z_{a'} + Z_{c'}) \{ \eta_0^2 Z_c (Z_{a'} + \eta_0 Z_{c'}) - Z_{a'} (\eta_0 Z_a + Z_c) \}}{\eta_0 (Z_{a'} + \eta_0 Z_{c'}) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}$
Reduced (Opposite direction)				
a	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_{a'}}{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{\eta_0^2 (Z_{a'} + \eta_0 Z_{c'}) Z_c - (\eta_0 Z_a + Z_c) Z_{a'}}{\eta_0 (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}$
Reduced (Opposite direction)				
c	c'	a	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_c} = \frac{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}{Z_a Z_{c'} + Z_c Z_{c'}}$	$\eta = \frac{\eta_0 (\eta_0 Z_a + Z_c) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}{(Z_a + Z_c) \{ Z_c (Z_{a'} + \eta_0 Z_{c'}) - \eta_0^2 Z_{a'} (\eta_0 Z_a + Z_c) \}}$
Reduced (Same direction)				
s	c'	a	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}{Z_c Z_{c'}}$	$\eta = \frac{\eta_0 (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}{Z_c (Z_{a'} + \eta_0 Z_{c'}) - \eta_0^2 Z_{a'} (\eta_0 Z_a + Z_c)}$
Reduced (Same direction)				
a'	a	c'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{a'}} = -\frac{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}{Z_a (Z_{a'} + Z_{c'})}$	$\eta = \frac{\eta_0 (\eta_0 Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}{(Z_{a'} + Z_{c'}) \{ Z_c (\eta_0 Z_{a'} + Z_{c'}) - \eta_0^2 Z_{a'} (Z_a + \eta_0 Z_c) \}}$
Increased (Opposite direction)				
s'	a	c'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{s'}} = -\frac{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}{Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{\eta_0^2 (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}{Z_c (\eta_0 Z_{a'} + Z_{c'}) - \eta_0^2 Z_{a'} (Z_a + \eta_0 Z_c)}$
Increased (Opposite direction)				
c'	c	a	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{c'}} = \frac{Z_c (Z_a + Z_c)}{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) \{ \eta_0^2 Z_c (\eta_0 Z_{a'} + Z_{c'}) - Z_{a'} (Z_a + \eta_0 Z_c) \}}{\eta_0 (Z_{a'} + \eta_0 Z_c) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}$
Increased (Same direction)				
c'	s	a	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{c'}} = \frac{Z_c Z_{c'}}{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{\eta_0^2 Z_c (\eta_0 Z_{a'} + Z_{c'}) - Z_{a'} (Z_a + \eta_0 Z_c)}{\eta_0^2 (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}$
Increased (Same direction)				

Table 5 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation

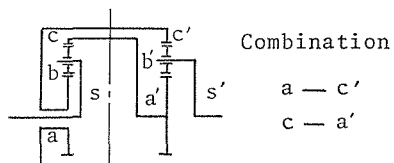
Power Circulation



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	c'	c	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c'}{Z_c' (Z_a + Z_c)}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_c + \eta_o Z_a) (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_a + Z_c) \{ (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c') - \eta_o^2 Z_a Z_a' \}}$
Increased (Same direction)				
s	c'	c	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_a' + \eta_o Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) - \eta_o^2 Z_a Z_a'}$
Increased (Same direction)				
c	a'	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_c} = \frac{Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a' + Z_c') \{ \eta_o (Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c') - Z_a Z_a' \}}{\eta_o (Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c')}$
Reduced (Same direction)				
c	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a' Z_c}{Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a' + \eta_o Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_a Z_a'}{\eta_o (Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				

Table 6 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation

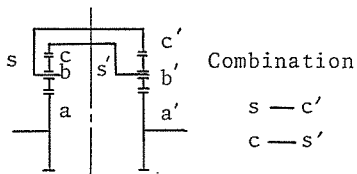
Power Circulation



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = \frac{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}{Z_c (Z_{a'} + Z_{c'})}$	$\eta = \frac{(\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}{(Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_c Z_{c'} - \eta_o^2 Z_a Z_{a'})}$
Reduced (Same direction)				
c	s'	s	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = -\frac{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}{Z_a (Z_{a'} + Z_{c'})}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}{(Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_c Z_{c'} - \eta_o^2 Z_a Z_{a'})}$
Reduced (Opposite direction)				
s	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_{c'} + Z_c Z_{c'}}{Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_c Z_{c'} \eta_o^2 - Z_a Z_{a'})}{\eta_o (Z_a + Z_c \eta_o) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}$
Increased (Same direction)				
s	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a' Z_c}{Z_a Z_{a'} - Z_c Z_{c'}}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_c Z_{c'} \eta_o^3 - Z_a Z_{a'})}{\eta_o (Z_a + Z_c \eta_o) (Z_c Z_{c'} - Z_a Z_{a'})}$
Increased (Opposite direction)				

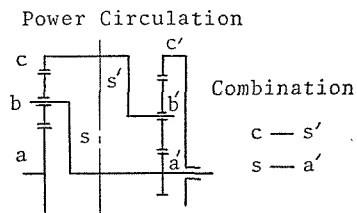
Table 7 Speed Ratio and Efficiency For Combined Planetary Gears with Power Circulation

Power Circulation



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	c'	a'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'}}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c}$	$\eta = \frac{(Z_{a'} + Z_c) \{ \eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) - Z_c Z_{c'} \}}{\eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c)}$
Reduced (Same direction)				
a	s'	a'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_{c'}}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) - Z_c Z_{c'}}{\eta_o (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c)}$
Reduced (Same direction)				
c	a'	a	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c}{Z_a (Z_a + Z_c)}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_{c'})}{(Z_a + Z_c) \{ (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_a + \eta_o Z_c) - \eta_o^2 Z_c Z_{c'} \}}$
Increased (Same direction)				
s	a'	a	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c}{Z_{a'} Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_{a'} Z_c)}{(Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) - \eta_o^2 Z_c Z_{c'}}$
Increased (Same direction)				

Table 8 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Circulation



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
c	c'	a	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}{Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}{(Z_a + Z_c) \{ (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_{a'} + \eta_o Z_{c'}) - \eta_o^2 Z_{a'} Z_c \}}$
Increased (Same direction)				
s	c'	a	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}{Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}{(Z_a + \eta_o Z_c) (Z_{a'} + \eta_o Z_{c'}) - \eta_o^2 Z_{a'} Z_c}$
Increased (Same direction)				
a	a'	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'}}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_{a'} + Z_{c'}) \{ \eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_{a'} + \eta_o Z_{c'}) - Z_{a'} Z_c \}}{\eta_o (Z_{a'} + \eta_o Z_{c'}) (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				
a	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_{a'}}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_{a'} + \eta_o Z_{c'}) - Z_{a'} Z_c}{\eta_o (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				
c'	c	a	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{c'}} = \frac{Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{(Z_a + Z_c) \{ \eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_{a'} Z_c \}}{\eta_o (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				
c'	s	a	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{c'}} = \frac{Z_c Z_c'}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (\eta_o Z_a + Z_c) - Z_{a'} Z_c}{\eta_o (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				
a'	a	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_{a'}} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'}}}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}{(Z_{a'} + Z_{c'}) \{ (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) (\eta_o Z_a + Z_c) - \eta_o^2 Z_{a'} Z_c \}}$
Increased (Same direction)				
s'	a	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_{s'}} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c'}{Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_{a'} + Z_a Z_{c'} + Z_c Z_c')}{(\eta_o Z_a + Z_c) (\eta_o Z_{a'} + Z_{c'}) - \eta_o^2 Z_{a'} Z_c}$
Increased (Same direction)				

$z_a'z_c > z_azc'$  のときは式(21)により,  $z_a'z_c < z_azc'$  のときは式(31)により計算される. その他の場合についても同様の計算を行なって表1を得た. なお図1の連結法とは別の7種類の連結の仕方による動力循環型の複合遊星歯車装置についてもすべて考察を行ない, 速比と効率の計算式を求め, これを表2, 表3, 表4, 表5, 表6, 表7, 表8に示す.

### 3 複合遊星歯車機構における動力の分流とそのときの効率計算式の誘導

図4において, 要素Iと要素IIを連結するのに基本軸  $c$  と  $a'$   $s$  と  $c'$  を連結し, キャリヤ  $s'$  を固定し,  $a$  を駆動して  $c'$  を従動させるとき, 動力が分流することについて考えてみる. 式(1)と(2)を変形して次式を得る.

$$w_a = w_s \left( 1 + \frac{z_c}{z_a} \right) - w_c \frac{z_c}{z_a}, \quad (32)$$

$$w_{a'} = w_{s'} \left( 1 + \frac{z_{c'}}{z_{a'}} \right) - w_{c'} \frac{z_{c'}}{z_{a'}}. \quad (33)$$

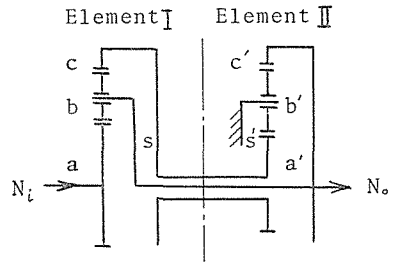


Fig. 4 Combined Planetary Gear with power Division

図4の場合は  $w_{s'}=0$ ,  $w_c=w_{a'}$ ,  $w_s=w_{c'}$  となるから, 式(33)より次式を得る.

$$w_c = -w_{c'} \frac{z_{c'}}{z_{a'}}. \quad (34)$$

式(32)と(34)より

$$w_a = w_{c'} \frac{z_{a'}z_a + z_{a'}z_c + z_cz_{c'}}{z_az_{a'}}. \quad (35)$$

これより速比  $u$  を求めると

$$u = \frac{w_{c'}}{w_a} = \frac{z_az_{a'}}{z_az_{a'} + z_{a'}z_c + z_cz_{c'}}. \quad (36)$$

要素Iは歯車  $a$  が入力側, キャリヤ  $s$  と歯車  $c$  が出力側となる差動歯車機構であると考えられる. そこでこの差動歯車機構を, つぎのごとき2つの成分遊星歯車装置からなるものとする. すなわちキャリヤ  $s$  を固定し, 歯車  $a$  を  $w_{a1}$  なる角速度で回転させ, かつ  $a$  に  $N_{i1}$  なる動力を入れてやると, 歯車  $c$  を  $w_c$  なる角速度で回転させるような第1成分遊星歯車装置と, 歯車  $c$  を固定し, 歯車  $a$  を  $w_{a2}$  なる角速度で回転させ, かつ  $a$  に  $N_{i2}$  なる動力を入れてやると, キャリヤ  $s$  を  $w_s$  なる角速度で回転させる第2成分遊星歯車装置からなるものとする. いま歯車  $a$  への入力を  $N_i$ , 入力トルクを  $T_i$  とすると次式が成立する.

$$N_i = T_i w_a = T_i (w_{a1} + w_{a2}) = N_{i1} + N_{i2}.$$

故に

$$T_i = \frac{N_i}{w_a} = \frac{N_{i1}}{w_{a1}} = \frac{N_{i2}}{w_{a2}}$$

これより

$$N_{i1} = \frac{w_{a1}}{w_a} N_i, \quad (37)$$

$$N_{i2} = \frac{w_{a2}}{w_a} N_i. \quad (38)$$

### 第1成分遊星歯車装置

$w_s=0$  であるから、式(32)より  $w_{a1} = -w_c \frac{z_c}{z_a}$  であり、

$$N_{i1} = \frac{z_c z_c'}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'} N_i. \quad (39)$$

### 第2成分遊星歯車装置

$w_c=0$  であるから、式(32)より  $w_{a2} = w_s \left(1 + \frac{z_c}{z_a}\right)$  であり

$$N_{i2} = \frac{z_a z_a' + z_a' z_c}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'} N_i \quad (40)$$

式(39)と(40)より

$$\frac{N_{i2}}{N_{i1}} = \frac{z_a z_a' + z_a' z_c}{z_c z_c'} > 0.$$

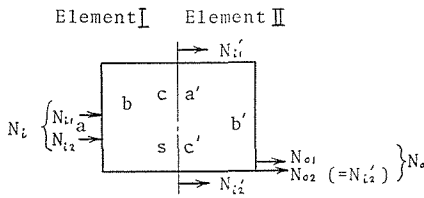


Fig. 5 Power Division

すなわちこの機構では図5に示すごとく、動力は循環せずに、常に分流となる。そして要素Ⅰのキャリアsを固定した第1成分遊星歯車装置では、aからcに入いった入力  $N_{i1}$  はcから  $N_{i1}'$  となって要素Ⅱのa'に入り、c'から  $N_{o1}$  なる出力となって出る。したがって次式が成立する。

$$N_{o1} = \eta_o N_{i1}' = \eta_o^2 N_{i1}. \quad (41)$$

故に

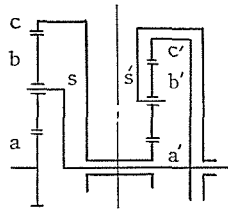
$$N_{o1} = \frac{\eta_o^2 z_c z_c'}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'} N_i. \quad (42)$$

また要素Ⅰのcを固定した第2成分遊星歯車装置では、aからsに入いった入力  $N_{i2}$  は



Table 9 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Division

Power Division

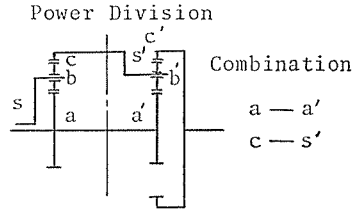


Combination

- c — a'
- s — c'

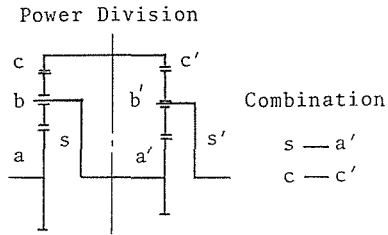
Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_c c'}{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a Z_{a'} + Z_c Z_c' + \eta_o Z_{a'} Z_c)}{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Opposite direction)				
a	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_{a'}}{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z_c Z_c' + Z_{a'} (Z_a + \eta_o Z_c)}{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Same direction)				
c	s'	a	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}{(Z_a + Z_c) (Z_{a'} + Z_c')}$	$\eta = \frac{(Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c') (\eta_o Z_{a'} + Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_{a'} + \eta_o Z_c')}{(Z_a + Z_c) (Z_{a'} + Z_c') \{ Z_c Z_c' (Z_{a'} + \eta_o Z_c') + Z_{a'} (\eta_o Z_{a'} + Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) \}}$
Reduced (Same direction)				
s	s'	a	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}{Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_c') (Z_{a'} + \eta_o Z_c') (Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_{a'} + Z_c') \{ Z_{a'} (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_{a'} + Z_c') + \eta_o Z_c Z_c' (Z_{a'} + \eta_o Z_c') \}}$
Increased (Same direction)				
a'	a	s'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{a'}} = -\frac{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c')}{\eta_o (Z_a Z_{a'} + Z_c Z_c') + Z_{a'} Z_c}$
Increased (Opposite direction)				
c'	a	s'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{c'}} = \frac{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c')}{Z_c Z_c' + \eta_o Z_{a'} (\eta_o Z_a + Z_c)}$
Increased (Same direction)				
s'	c	a	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{s'}} = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_{a'} + Z_c')}{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + Z_c) (Z_{a'} + Z_c') \{ \eta_o (\eta_o Z_{a'} + Z_c') Z_c Z_c' + (Z_{a'} + \eta_o Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) Z_{a'} \}}{(Z_{a'} + \eta_o Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_{a'} + Z_c') (Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c')}$
Increased (Same direction)				
s'	s	a	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{s'}} = \frac{Z_c (Z_{a'} + Z_c')}{Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_{a'} + Z_c') \{ Z_c Z_c' (\eta_o Z_{a'} + Z_c') + (Z_{a'} + \eta_o Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) Z_{a'} \}}{(Z_{a'} + \eta_o Z_c') (\eta_o Z_{a'} + Z_c') (Z_a Z_{a'} + Z_{a'} Z_c + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				

Table 10 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Division



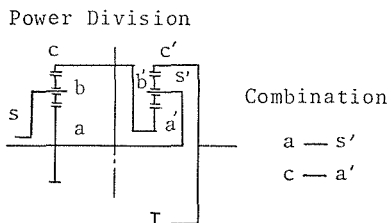
Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	c'	s	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = -\frac{Z_a Z_c' + Z_b Z_a' + Z_a' Z_c}{Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c)}{Z_a Z_d + \eta_o (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c)}$
Increased (Opposite direction)				
c	c'	s	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_c} = \frac{Z_a Z_c' + Z_b Z_a' + Z_a' Z_c}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c)}{Z_a' Z_c + \eta_o Z_a (Z_a + \eta_o Z_c')}$
Increased (Same direction)				
s	a'	c'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_s} = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a' + Z_c') (Z_a + Z_c) (2\eta_o^2 Z_a Z_a' Z_c + \eta_o Z_a' Z_c^2 + \eta_o Z_a^2 Z_a' + Z_a^2 Z_c' + \eta_o Z_a Z_c Z_c')}{(Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c) (Z_a' \eta_o + Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_a + Z_c)}$
Increased (Same direction)				
s	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_s} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c}{Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + Z_c) \{ Z_a' Z_c (Z_a \eta_o + Z_c) + Z_a (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c') \}}{(Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c)}$
Reduced (same direction)				
c'	a	s	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{c'}} = -\frac{Z_c Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c)}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_a Z_c'}$
Reduced (Opposite direction)				
c'	c	s	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{c'}} = \frac{Z_a Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z_a' Z_c + \eta_o Z_a Z_a' + Z_a Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c}$
Reduced (Same direction)				
a'	s	c'	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{a'}} = \frac{Z_a' Z_c + Z_a (Z_a' + Z_c')}{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_a Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c)}{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c') \{ Z_a' Z_c (Z_a \eta_o + Z_c) + Z_a (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c') \}}$
Reduced (Same direction)				
s'	s	c'	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{s'}} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a Z_c' + Z_a' Z_c}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_a Z_c') (Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a + \eta_o Z_c)}{(Z_a + Z_c) \{ \eta_o (Z_a \eta_o + \eta_o Z_c) Z_a' Z_c + Z_a (Z_a \eta_o + Z_c) (Z_a' \eta_o + Z_c') \}}$
Increased (Same direction)				

Table 11 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Division



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	a'	s'	$u = \frac{\omega_{a'}}{\omega_a} = \frac{Z_c Z_{c'}}{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_0^2 Z_a' Z_c + Z_c' (Z_a + \eta_0 Z_c)}{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Same direction)				
a	c'	s'	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{-Z_a Z_{a'}}{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_0 (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + \eta_0 Z_c Z_c')}{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Opposit direction)				
c	s'	a	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_c} = \frac{Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c'}{(Z_a + Z_c)(Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(\eta_0 Z_a + Z_c)(\eta_0 Z_a' + Z_c')(Z_a' + \eta_0 Z_c')(Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_a + Z_c)(Z_a' + Z_c')\{Z_c'(Z_a + \eta_0 Z_c)(\eta_0 Z_a' + Z_c') + Z_a' Z_c(\eta_0 Z_a + Z_c)\}}$
Reduced (Same direction)				
s	s'	a	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_s} = \frac{Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c'}{Z_c (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{\eta_0 (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')(Z_a' + \eta_0 Z_c')(Z_a' + \eta_0 Z_c')}{(Z_a' + Z_c')\{Z_c'(Z_a + \eta_0 Z_c)(Z_a' + \eta_0 Z_c') + \eta_0 Z_a' Z_c(\eta_0 Z_a + Z_c)\}}$
Increased (Same direction)				
a'	a	s'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{a'}} = \frac{Z_a' Z_c + Z_a Z_c' + Z_c Z_c'}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_0^2 (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{Z_a' Z_c + \eta_0 Z_c' (Z_a + Z_c)}$
Increased (Same direction)				
c'	a	s'	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{c'}} = -\frac{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_{a'}}$	$\eta = \frac{\eta_0^2 (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{Z_c Z_c' + \eta_0 (Z_a Z_c' + Z_a' Z_c)}$
Increased (Opposite direction)				
s'	c	a	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{s'}} = \frac{(Z_a + Z_c)(Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_0 (Z_a + Z_c)(Z_a' + Z_c')\{Z_c'(Z_a + \eta_0 Z_c)(\eta_0 Z_a' + Z_c') + \eta_0 Z_a' Z_c(Z_a' + \eta_0 Z_c')\}}{(Z_a' + \eta_0 Z_c')(Z_a + \eta_0 Z_c)(\eta_0 Z_a' + Z_c')(Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}$
Increased (Same direction)				
s'	s	a	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{s'}} = \frac{Z_c (Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_0 (Z_a' + Z_c')\{Z_c'(\eta_0 Z_a' + Z_c')(\eta_0 Z_a + Z_c) + Z_a' Z_c(Z_a' + \eta_0 Z_c')\}}{(Z_a' + \eta_0 Z_c')(\eta_0 Z_a' + Z_c')(Z_a Z_c' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				

Table 12 Speed Ratio and Efficiency Formulas for Combined Planetary Gears with Power Division



Driver	Follower	Fixed	Speed Ratio	Efficiency of Combined Planetary Gears
a	c'	s	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_a} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{Z_a Z_a' + \eta_o Z_c (Z_a' + \eta_o Z_c')}$
Increased (Same direction)				
c	c'	s	$u = \frac{\omega_{c'}}{\omega_c} = -\frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{Z_a' Z_c + \eta_o (Z_a Z_a' + Z_c Z_c')}$
Increased (Opposite direction)				
s	a'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_s} = \frac{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + Z_c) \{ Z_c (\eta_o Z_a + Z_c) (\eta_o Z_c' + Z_a') + (\eta_o Z_c + Z_a) Z_a Z_a' \}}{(\eta_o Z_c + Z_a) (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}$
Increased (Same direction)				
s	s'	c'	$u = \frac{\omega_{s'}}{\omega_s} = \frac{Z_a' (Z_a + Z_c)}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c') \{ Z_c (\eta_o Z_a' + Z_c') (\eta_o Z_a + Z_c) + \eta_o Z_a Z_a' (Z_a + \eta_o Z_c) \}}{(Z_a + \eta_o Z_c) (\eta_o Z_a + Z_c) (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}$
Reduced (Same direction)				
c'	a	s	$u = \frac{\omega_a}{\omega_{c'}} = \frac{Z_c Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o^2 Z_a Z_a' + Z_c (\eta_o Z_a' + Z_c')}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Same direction)				
c'	c	s	$u = \frac{\omega_c}{\omega_{c'}} = -\frac{Z_a Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$	$\eta = \frac{\eta_o (Z_a Z_c' \eta_o + Z_a Z_a' + Z_c Z_c')}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}$
Reduced (Opposite direction)				
a'	s	c'	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{a'}} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{(Z_a + Z_c) (Z_a' + Z_c')}$	$\eta = \frac{(\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_a' + Z_c') (Z_a + Z_c) \{ (Z_a' + \eta_o Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) Z_c + (Z_a \eta_o + Z_c) Z_a Z_a' \}}$
Reduced (Same direction)				
s'	s	c'	$u = \frac{\omega_s}{\omega_{s'}} = \frac{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c'}{Z_a Z_a' + Z_a' Z_c}$	$\eta = \frac{\eta_o (\eta_o Z_a + Z_c) (Z_a + \eta_o Z_c) (Z_a Z_a' + Z_a' Z_c + Z_c Z_c')}{(Z_a + Z_c) \{ Z_c (\eta_o Z_a' + Z_c') (Z_a + \eta_o Z_c) + \eta_o Z_a Z_a' (\eta_o Z_a + Z_c) \}}$
Increased (Same direction)				

$s$  から  $N_{i2}'$  となって要素Ⅱの  $c'$  に入り、 $c'$  から出力  $N_{o2}$  として出てくるから

$$N_{o2} = N_{i2}' = \eta_1 N_{i2}. \quad (43)$$

ただし  $\eta_1$  は要素Ⅰの第2成分遊星歯車装置において、 $c$  を固定して、 $a$  を入力側、キャリア  $s$  を出力側とするときの効率であるから

$$\eta_1 = \frac{1 + \eta_o \frac{z_c}{z_a}}{1 + \frac{z_c}{z_a}} \quad (44)$$

すなわち

$$N_{o2} = \frac{z_a'(z_a + \eta_o z_c)}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'} N_{i1}. \quad (45)$$

これより  $\eta = \frac{N_o}{N_i} = \frac{N_{o1} + N_{o2}}{N_i}$  として  $\eta$  を求めると

$$\eta = \frac{\eta_o^2 z_c z_c' + z_a'(z_a + \eta_o z_c)}{z_a z_a' + z_a' z_c + z_c z_c'}. \quad (46)$$

以上により図4の複合遊星歯車装置において、キャリア  $s'$  を固定して、 $a$  を駆動して  $c'$  を従動させるときは、動力が分流し、速比  $u$  は式(36)より、効率  $\eta$  は式(46)により計算することができる。その他の場合についても計算を行なって表9を得た。なお図4の連結法とは別の3種類の連結の仕方による動力分流型複合遊星歯車装置についても考察を行ない、速比と効率の計算式を求め、これを表10、表11、表12に示す。

## 4 結 言

内歯車式単純遊星歯車装置を2ヶ組合せて出来る複合遊星歯車機構で、それぞれの基本軸の連結の仕方によってできるすべての組合せの機構について、どの基本軸を固定、駆動、従動とするかによりできる全部で84通りの場合について、動力循環と動力分流が生ずる場合を明らかにし、それぞれの場合の速比と理論効率計算式を求め、得られた結果を整理分類して、動力循環型8種類、動力分流型4種類の計12種類のものについての速比と効率の計算式の表を作成した。そしてこれら効率計算式は、歯数と基準効率を用いて理論効率を計算することができる。なお2ヶの単純遊星歯車機構を結合して複合遊星歯車装置を作る場合に、キャリアを連結軸としないで、どちらかのキャリアを固定させると、いわゆる閉路式遊星歯車機構となり、この場合の速比と効率の計算式も、すべて作成された表中に含まれている。最後に本研究に助力された竹内育夫、関谷俊生、三浦良弘、野村俊治の諸氏に感謝の意を表します。

## 文 献

- 1) 桜井一郎, 自動変速機の理論と実際, 鉄道日本社(昭43).
- 2) 服部寛二, 遊星歯車装置の設計と製作, 日本機械学会関西支部第27回特別講演会テキスト, (昭51-9) p.51.
- 3) R. Poppinga, Stirnrad Planetengetriebe Franck'sche Verlag. (Stuttgart), (1949).
- 4) H.J. Förster, On the Efficiency of Epicyclic Gears. JSME Proceedings of Semi International Symposium (gearing), 1967-9-6, p.105.
- 5) 佐藤申一, 組合せ遊星歯車機構内の動力の流れ, 大同工業大学紀要, 6巻 (昭45-12) p.51.
- 6) 文献3)
- 7) 文献4)
- 8) E.I. Radzimovsky, Planetary gear drives, Mach. Design, 31, No.12 (1959), p.144.
- 9) 両角宗晴, 遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法について, 信州大学工学部紀要, 31号(昭46-12), p.105
- 10)~13) 文献9)に同じ