

ピニオンカッタによるインボリュート内歯車の 歯先修整歯切りの一方法について

両 角 宗 晴*

(昭和52年10月25日受理)

On a Method of Tip Relief Cutting of the Involute Internal Gear by the Pinion-Shaped Cutter

By Muneharu MOROZUMI

In this paper, a method of tip relief cutting of the involute internal gear by the radial tooth flank of the pinion-shaped cutter with a small number of teeth is treated, and the diagrams available for the tip relief cutting of the involute internal gear are constructed with respect to the cutter pressure angle $\alpha_c = 20^\circ$, the addendum modification coefficient in the pinion-shaped cutter $0.2 \geq x_1 \geq -0.3$, the maximum amount of tip relief in the internal gear $0.05 \geq d_k \geq 0.005$, and the addendum divided by module $h_k = 1$.

Experiments were carried out to check the analytical theory mentioned above, and it can be seen that the experimental values agree well with the theoretical results.

1 緒 言

動力伝達時の曲げ荷重による歯のたわみによって生ずるかみあいはじめの内歯車の歯先の干渉を防ぐ目的で内歯車の歯先を僅かやせさせるように歯形修整を行なうが、ピニオンカッタで内歯車を歯切りするとき、カッタの歯数が少ないとき、カッタの刃元が内歯車の歯先を余分に削り取る、いわゆる刃元干渉を、内歯車の歯先修整として利用できないか、もし歯先修整として利用できるならば、内歯車を創成すると同時に歯先修整が行なわれるので都合良い。本研究では歯数の少ないカッタの歯元部のラジアルフランクで内歯車の歯先部分を削り取る最大修整量を定めた場合の干渉限界線図を理論計算により作成した。そして実際に内歯車を歯切りして、その歯形を歯車試験機により測定し、予め計算された歯形と比較して、理論の正しいことを確かめ、刃元干渉を内歯車の歯先修整に利用し得ることを明らかにした。

* 精密工学教室 教授

2 カッタのラジアルフランクで双元干渉として 創成される内歯車の歯先修整歯形

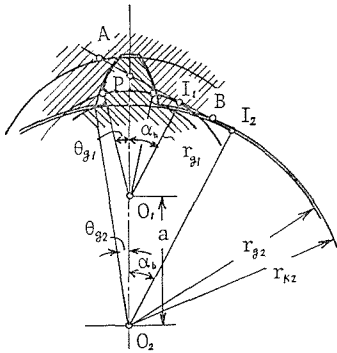


Fig.1 Involute interference

ピニオンカッタで内歯車を歯切りする際、図1に示すように、ピニオンカッタの中心 O_1 と内歯車の中心 O_2 から作用線に下した垂線の足をそれぞれ I_1, I_2 とし、カッタの歯先円および内歯車の歯先円が作用線と交わる点をそれぞれ A, B とする。内歯車の歯先円は一般に基礎円より大きくなければならないから、 B 点は I_2 点よりも左上にある。しかし B 点はさらに I_1 点よりも左上になければインボリュート干渉を起こす。もしインボリュート干渉を起こすならば、ピニオンカッタの基礎円以下の歯形で内歯車の歯先部分の歯形を余分に削り取って、いわゆる双元干渉を生ずる。この干渉は内歯車とカッタの歯数差が大きいときに生ずる。この双元干渉により、内

歯車の歯形はインボリュート曲線となめらかにつながる歯先の逃げとなって現われる。そこで内歯車の歯先の歯形を適当に修整した、いわゆる Tip Relief を与えるのに、この双元干渉を逆に利用することを考えた。この場合双元干渉で削り取られる内歯車の歯形はピニオンカッタの基礎円以下の歯形に影響される。さて歯数の少ないピニオンカッタの基礎円以下の歯形を図2のようにカッタの中心に向う直線形にすることが行なわれ、ラジアルフランクと呼ばれている。図に示すように、カッタの歯形研削の際に砥石平面がカッタの基礎円上の点を研削する時点で、研削を止めればよい。このような歯形のカッタで創成される内歯車歯形については既に解析が行なわれている¹⁾。すなわち図3に示すように、ピ

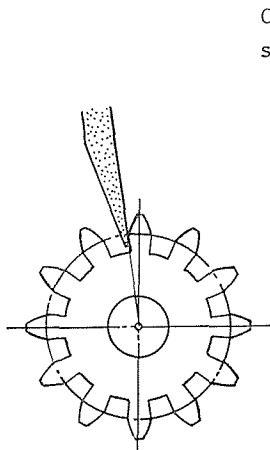


Fig. 2 Radial flank

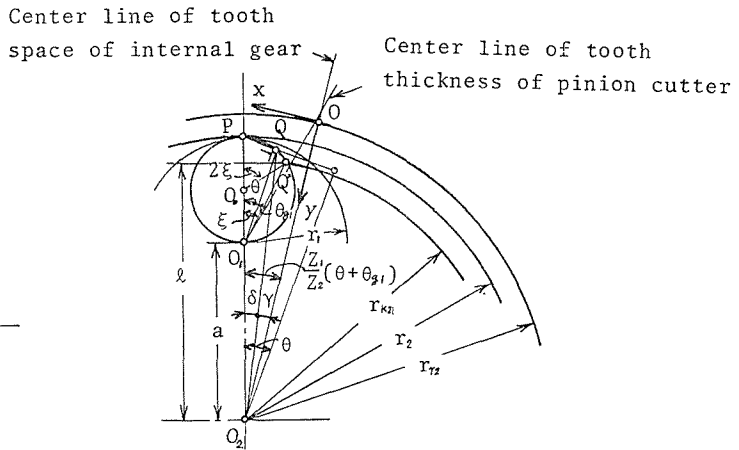


Fig. 3 Tooth profile of internal gear generated by radial flank of pinion cutter

ニオンカッタの基礎円上歯厚半角を θ_{g1} , 内歯車の基礎円上歯みぞ半角を θ_{g2} とし, はじめにピニオンカッタの歯厚中心線と内歯車の歯みぞ中心線が歯車のかみあい中心線 $\overline{O_1P}$ に一致した位置でかみあわせ, その位置からカッタを時計回転方向に $\theta + \theta_{g1}$ だけ回転させると, カッタの左切刃の基礎円起点を通る半径線は $\overline{O_1P}$ に対して θ なる角をなす半径線にくる. その半径線にピッチ点 P から垂線を下し, その足を Q とすると, この Q 点はピニオンの双元半径線にかみあう相手内歯車歯形との接触点である. したがってこの接触点の軌跡は $\overline{PO_1}$ を直径とし, O_0 を中心とする円になる. この円と内歯車の歯先円との交点を Q' とし, $\overline{O_1Q'}$ が $\overline{O_1P}$ に対してなす角を ξ とする. また図 1 におけるピニオンの干渉点 I_1 はこの円周上にある. したがってカッタと内歯車のかみあいは, A 点から P を経て I_1 に到り, その間はインボリュート歯形同志のかみあいを行ない, I_1 点からは, O_0 円上の Q 点を経て Q' まで双元干渉によるかみあいを行ない, 内歯車の歯先修整歯形を創成するのである. いまカッタと内歯車のかみあい圧力角を αb とすると, $\alpha b \leq \theta \leq \xi$ の範囲の θ に対するこの O_0 円上の円弧が接触点の軌跡である. いま工具圧力角 αc , モジュール m , 内歯車とカッタの歯数と転位係数をそれぞれ Z_2, Z_1, x_2, x_1 とし, かみあいピッチ円半径を r_2, r_1 , かみあい中心距離を a とすれば, 次式が成立する.

$$\text{inv } \alpha b = \text{inv } \alpha c + 2 \tan \alpha c \frac{x_2 - x_1}{Z_2 - Z_1}, \quad (1)$$

$$a = \frac{Z_2 - Z_1}{2} m \frac{\cos \alpha c}{\cos \alpha b}, \quad (2)$$

$$r_1 = \frac{Z_1}{Z_2 - Z_1} a, \quad (3)$$

$$r_2 = \frac{Z_2}{Z_2 - Z_1} a. \quad (4)$$

内歯車の歯先円半径を r_{k2} , 基礎円半径を r_{g2} とすれば,

$$r_{k2} = \frac{1}{2} (Z_2 - 2 + 2x_2) m, \quad (5)$$

$$r_{g2} = \frac{1}{2} Z_2 m \cos \alpha c. \quad (6)$$

図 1 から, 内歯車歯先修整開始点半径は $\overline{O_2I_1}$ であり, 次式が得られる.

$$\overline{O_2I_1} = \sqrt{r_{g2}^2 + a^2 \sin^2 \alpha b}. \quad (7)$$

カッタの歯先円半径を r_{k1} , 基礎円半径を r_{g1} , 歯底円半径を r_{r1} とすれば

$$r_{k1} = \frac{1}{2} (Z_1 + 2.5 + 2x_1) m, \quad (8)$$

$$r_{g1} = \frac{1}{2} Z_1 m \cos \alpha c, \quad (9)$$

$$r_{r1} = \frac{1}{2}(Z_1 - 2.5 + 2x_1)m. \quad (10)$$

カッタがラジアルフランク部を有するためには $r_{r1} \leq r_{g1}$ が成立しなければならないからこれより次式を得る.

$$Z_1 \leq \frac{2(1 - x_1)}{1 - \cos \alpha_c}. \quad (11)$$

つまり本研究に使用するカッタの歯数は式(11)を満足するものでなければならない. そして前述したように, 内歯車の歯先修整部を創成するときのカッタの回転角 θ は次式で定められる.

$$\alpha_b \leq \theta \leq \xi. \quad (12)$$

ただし,
$$\xi = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{l - a - \frac{1}{2}r_1}{\frac{1}{2}r_1}, \quad (13)$$

$$l = \frac{r_k^2 + ar_1 + a^2}{2(a + \frac{r_1}{2})}. \quad (14)$$

内歯車の歯底円半径を r_{r2} とすると

$$r_{r2} = a + r_{k1}. \quad (15)$$

内歯車の歯みぞ中心線と歯底円との交点 O を座標の原点とする直角座標軸 x, y に対し, 内歯車歯先修整歯形上の一点 Q の座標を考えると,

$$\left. \begin{aligned} x &= \overline{O_2Q} \sin \gamma, \\ y &= r_{r2} - \overline{O_2Q} \cos \gamma, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ただし
$$\overline{O_2Q} = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + r_{r2}^2 \cos^2 \theta}, \quad (17)$$

$$\gamma = \frac{Z_1}{Z_2}(\theta + \theta_{g1}) - \delta, \quad (18)$$

$$\cos \delta = \frac{\overline{O_2Q}^2 + a^2 - \overline{O_1Q}^2}{2a \overline{O_2Q}}. \quad (19)$$

$$\overline{O_1Q} = r_1 \cos \theta, \quad (20)$$

$$\theta_{g1} = \frac{\pi}{2Z_1} + \text{inv } \alpha_c + \frac{2x_1 \tan \alpha_c}{Z_1}. \quad (21)$$

すなわち内歯車の歯先修整曲線は式(16)~(21)により求めることができる. なおカッタの

回転角 θ に対応する内歯車の半径 $\overline{O_2Q}(=R)$ なる円周上における歯先修整量を Δ とすれば

$$\Delta = \overline{O_2Q}(\gamma - \theta_{g2} + \text{inv } \alpha'), \tag{22}$$

ただし
$$\theta_{g2} = \frac{\pi}{2Z_2} + \text{inv } \alpha_c + \frac{2x_2 \tan \alpha_c}{Z_2}. \tag{23}$$

α' は内歯車の半径 $\overline{O_2Q}$ における圧力角で

$$\cos \alpha' = \frac{r_{g2}}{\overline{O_2Q}}. \tag{24}$$

ただし
$$\overline{O_2I_1} \geq \overline{O_2Q} \geq r_{k2}. \tag{25}$$

そして内歯車の歯先円上での修整量 Δ_k を求めるには、式(22), (24), (25)において $\theta = \xi$, $\overline{O_2Q} = \overline{O_2Q'}(=r_{k2})$ とすればよいから、 α' は α_{k2} となり

$$\Delta_k = r_{k2}(\gamma - \theta_{g2} + \text{inv } \alpha_{k2}). \tag{26}$$

ただしこのときの γ を求めるには、 θ を ξ とする。そして α_{k2} は次式から求められる。

$$\cos \alpha_{k2} = \frac{Z_2 \cos \alpha_c}{Z_2 - 2 + 2x_2}. \tag{27}$$

3 内歯車歯先修整量限界線図

歯形歯先の修整量としては表1が参考になる。

	Amount of tip relief Δ_k	Profile length of tip relief curve l_k
ISO	0.02m (Maximum)	0.6m (Maximum)
B.S.	0.01m	0.5m

いま $\alpha_c = 20^\circ$, $m = 1$ とし、 $x_1 = 0.2 \sim -0.3$ (0.1とび), $\Delta_k = 0, 0.005, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ と定め、横軸を Z_1 , 縦軸を Z_2 とし x_2 の変化に対する歯先修整量を電子計算機により計算し、歯先修整量限界線図を作成した。図4, 5は $m = 1, \alpha_c = 20^\circ, x_1 = 0$ のカッタで、 $\Delta_k = 0.01, 0.02$ としたときの限界線図を示す。ピニオンカッタで内歯車を切削するとき、トリミング干渉があると、カッタ歯先で内歯車歯先をきずつけるから、トリミング干渉は避けなければならない。トリミング干渉を避けるための条件式としては次式が与えられている²⁾。

$$\sin^{-1} \sqrt{\frac{1 - (\cos \alpha_{k1} / \cos \alpha_{k2})^2}{1 - (Z_1/Z_2)^2}} + \text{inv } \alpha_{k1} - \text{inv } \alpha_b$$

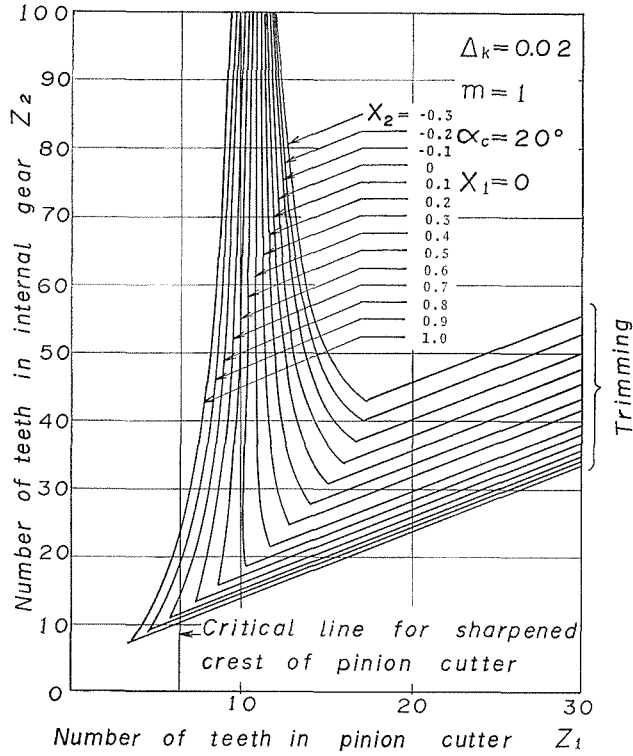


Fig.5 Limiting diagram for tip relief of internal gear

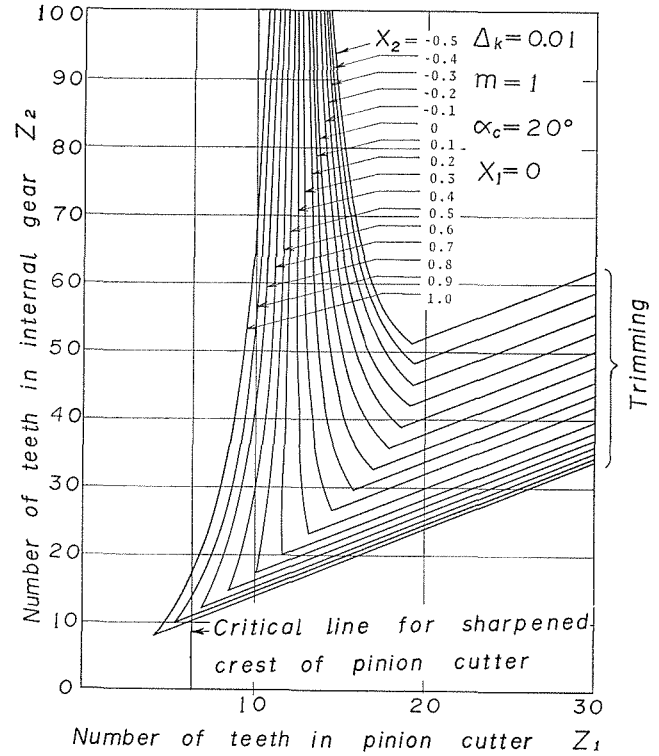


Fig.4 Limiting diagram for tip relief of internal gear

$$-\frac{Z_2}{Z_1} \left\{ \sin^{-1} \sqrt{\frac{(\cos \alpha_{k2} / \cos \alpha_{k1})^2 - 1}{(Z_2 / Z_1)^2 - 1}} + \text{inv } \alpha_{k2} - \text{inv } \alpha_b \right\} \geq 0. \quad (28)$$

式(28)を満足する Z_1, Z_2, x_1, x_2 の組合せを電子計算機を用いて計算し³⁾, トリミング限界線を求め, 上記内歯車歯先修整量限界線図に併記した。

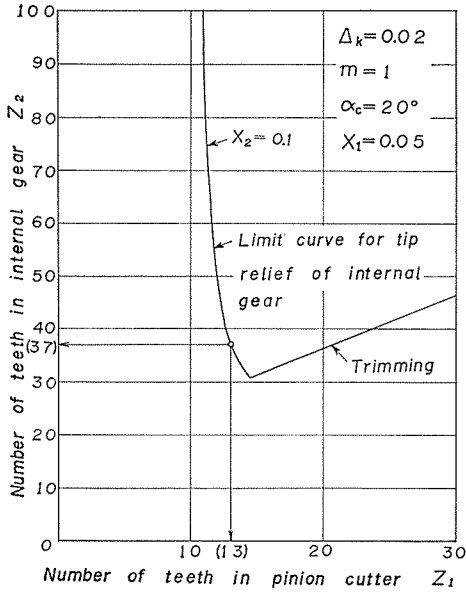


Fig.6 Limiting diagram for tip relief of internal gear used in experiment

4 数値例と歯切りによる実験

4.1 数値例

手持ちのピニオンカッタは $m = 3, \alpha_c = 20^\circ, Z_1 = 13, x_1 = 0.05$ であるから, $m = 1, \alpha_c = 20^\circ, x_1 = 0.05, \Delta_k = 0.02$ として $x_2 = 0.1$ に対する内歯車歯先修整量限界線図を求めると図6を得る. この図より $Z_1 = 13$ に対する Z_2 は $Z_2 = 37$ が丁度良いことがわかる. そこで $Z_2 = 37, x_2 = 0.1$ の内歯車をこのカッタで歯切りすると, $\Delta_k = m \times 0.02 = 3 \times 0.02 = 0.06(\text{mm})$ となる筈であり, 歯切りを行なってこの修整量を確かめる. 計算結果を表2に示す.

この場合, 歯先修整する歯形長さ $l_k \doteq \overline{O_2I_1} - r_{k2} = 0.886 (\doteq 0.3m)$ となる.

内歯車のインボリュート歯形の座標は次式で表わせる.

$$\left. \begin{aligned} x &= R \sin(\theta_{g2} - \text{inv } \alpha'), \\ y &= r_{r2} - R \cos(\theta_{g2} - \text{inv } \alpha'). \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ただし α' は式(24)で計算する.

Table 2 Calculated results for tip relief curve of internal gear
($m = 3, \alpha_c = 20^\circ, Z_1 = 13, x_1 = 0.05, Z_2 = 37, x_2 = 0.1$)

(a) Preliminary calculation

	Calculated value	Equation		calculated value	Equation
α_b	20.6335°	(1)	r_{g1}	18.324006	(9)
a	36.147675	(2)	r_{r1}	15.900000	(10)
r_1	19.579991	(3)	ξ	24.851446°	(13)
r_2	55.727666	(4)	l	52.269363	(14)
r_{k2}	52.800000	(5)	r_{r2}	59.547675	(15)
r_{g2}	52.152940	(6)	θ_{g1}	7.937450°	(21)
$\overline{O_2I_1}$	53.686002	(7)	θ_{g2}	3.399115°	(23)
r_{k1}	23.400000	(8)	α_{k2}	8.979193°	(27)

(b) Co-ordinates and tip relief amounts of tip relief curve

	θ°	$\overline{O_1Q}$	δ°	γ°	x	y	α'°	$\Delta (\mu m)$
R(= $\overline{O_2Q}$)	Eq. (17)	Eq. (20)	Eq. (19)	Eq. (18)	Eq. (16)		Eq. (24)	Eq. (22)
53.686(= $\overline{O_2I_1}$)	20.6335	18.324006	6.908073	3.130369	2.93169	5.94178	13.725427	0
53.650	20.819420	18.301520	6.963962	3.139803	2.93854	5.97821	13.567112	0.06
53.630	20.922065	18.289024	6.994743	3.145087	2.94239	5.99845	13.478283	0.19
53.610	21.024262	18.276523	7.025336	3.150401	2.94625	6.01870	13.388809	0.38
53.600	21.075195	18.270272	7.040564	3.153069	2.94820	6.02882	13.343826	0.52
53.400	22.071910	18.145032	7.335815	3.208014	2.98833	6.23136	12.406789	6.07
53.200	23.030556	18.019394	7.614715	3.265936	3.03083	6.43408	11.386294	17.76
52.900	24.407107	17.830174	8.005995	3.358309	3.09888	6.73852	9.6405060	47.28
52.800(= r_{k2})	24.851446	17.766893	8.129874	3.390549	3.12268	6.84010	8.9791930	60.52

Table 3 Co-ordinates of involute tooth profile of internal gear

	α'°	x	y
R	Eq. (24)	Eq. (29)	
59.547675(= r_{r2})	28.858037	0.70975	0.00423
54.900	18.201755	2.64457	4.71141
54.600	17.218650	2.72558	5.01575
54.300	16.165952	2.80022	5.31993
54.000	15.028892	2.86820	5.62390
53.686(= $\overline{O_2I_1}$)	13.725427	2.93172	5.94178
53.610	13.388809	2.94585	6.01867
53.400	12.406789	2.98227	6.23102
53.200	11.386294	3.01311	6.43307
52.900	9.640506	3.05169	6.73577
52.800(= r_{k2})	8.979193	3.06227	6.83655

表3に内歯車のインボリュート歯形の座標の計算値を示す。

図7は、表2と表3の数値を用いて描いた、刃元干渉によって歯先を削り取られた内歯車歯形を示す。内歯車の歯先は丁度 Tip Relief として都合の良いなめらかな曲線に歯形修整されることがわかる。

4.2 歯切りに用いたピニオンカッタの歯形

カッタの基礎円以下の歯形が中心に向う直線歯形と考え、それにより削られる内歯車歯形を求めたが、歯切り実験に用いたピニオンカッタの実際の歯形はどうなっているかを測定した。ツアイスの U. M. M. を用いて図8に示すごとく、ピニオンカッタの中心点 O,

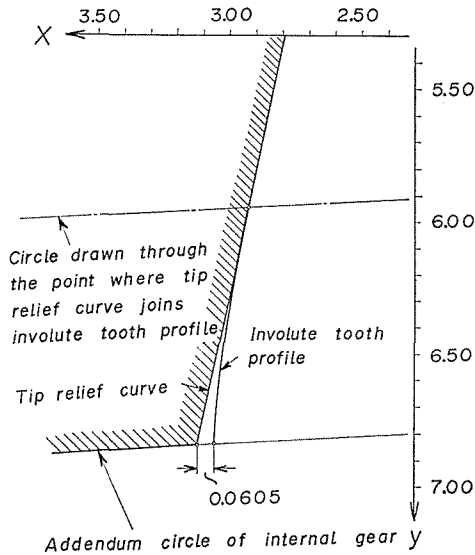


Fig.7 Tooth profile of internal gear having the tip relief generated by radial flank of pinion cutter

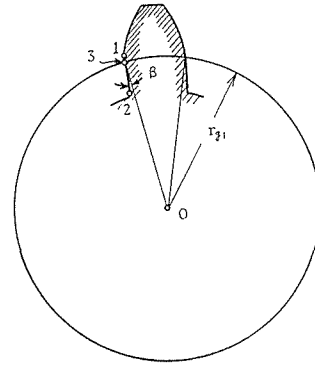


Fig.8 Measurement of pinion cutter

Table 4 Measurements of pinin cutter used in gear-cutting experiment

Tooth number of pinion cutter	Tooth flank of pinion cutter	β	Mean value of β
1	Left side	4°22'	3°40'
	Right side	4°12'	
2	Left side	2°46'	
	Right side	3°38'	
3	Left side	3°12'	
	Right side	3°53'	

直線歯形の始まる点1，直線歯形の双元部の点2のx座標とy座標をそれぞれ正確に測定し，0点を中心とする半径 r_{g1} の基礎円の方程式と，直線 $\overline{12}$ の交点として，点3の座標を計算により求め，直線 $\overline{12}$ とラジアルフランク $\overline{03}$ とのなす角 β を求めた．ピニオンカッタの円周上をほぼ3等分する歯3ヶの左右の歯形について測定した結果，表4を得た．

このカッタは，特にラジアルフランクを正確に作るように意識して製作されたものではなく，普通市販の歯切り用シャンク型カッタであるから， β の値はかなりばらついている．しかしこのピニオンカッタで歯切りされた内歯車を，円周方向についてはほぼ90°ごとに円周上4ヶ所の歯の左右歯形について歯形測定した場合，その歯形修整量の平均値が，使用したピニオンカッタの β の平均値 3°40' から計算された値にほぼ対応していることが

わかれば、本研究の目的である実用的歯形修整の可能性が確かめられたことになる。

4.3 内歯車の歯形測定

ピニオンカッタの基礎円以下の歯形が、正しいラジアルフランクに出来ていれば、内歯車の歯先修整量は表 2(b) の Δ の値のようになる筈であるが、カッタは図 9 のようにラジアルフランクに対して $\beta \approx 3^\circ 40'$ の角度をなす直線歯形であるから、 $\delta \approx (\overline{O_2I_1} - R) \cdot \beta^{rad}$ なる量が余分に削られることになる。したがって内歯車の歯先では $\Delta_k + (\overline{O_2I_1} - r_{k2}) \cdot \beta$ となり、 $\Delta_k = 0.0605$ 、 $\delta_k = (53.686 - 52.800) \times 0.0640 = 0.0567$ となるから、 $\Delta_k + \delta_k = 117(\mu m)$ となる。いま図 9 の写真に示すごとく、浜井産業の万能歯車試験機により内歯車の歯形を測定し、表 5 を得た。すなわち計算値 $117 \mu m$ に対し、実測平均値として $119 \mu m$ が得られたわけで、理論の正しいことが確認された。

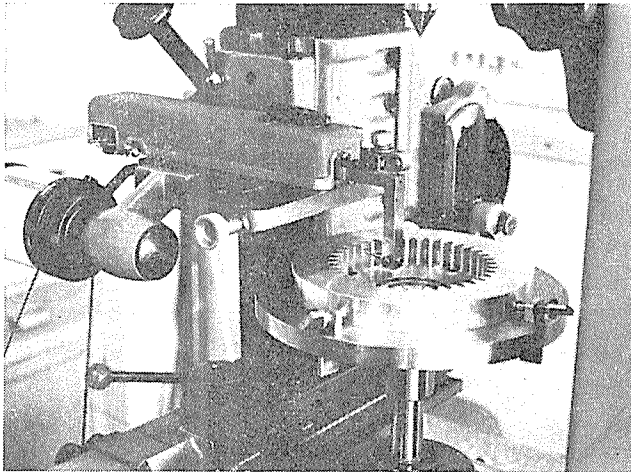


Fig.9 Tooth profile measurement of internal gear

Table 5 Tip relief amounts of gear-shaped internal gear

Tooth number of internal gear	Tooth flank of internal gear	Tip relief amount (μm)	Mean value (μm)
1	Right side	117	119
	Left side	121	
2	Right side	119	
	Left side	122	
3	Right side	120	
	Left side	117	
4	Right side	117	
	Left side	122	

5 結 言

基礎円以下の歯形がラジアルフランクであるような、歯数の少ないピニオンカッタにより内歯車を歯切りして、双元干渉により内歯車の歯先を余分に削り取り、これを内歯車の歯先修整に用いることの可能性について、理論的ならびに実験的に検討し、この歯切り法は充分歯先修整に用い得ることを確かめた。さらにこの修整歯切り用の歯先修整量限界線図を作成し、歯切りに便宜を与えた。

最後に本研究に助力された酒井潤君に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 糟谷勝彦：ピニオンカッタで歯切りされる内歯車について，園池技報，No.1（昭48—1）p.33.
- 2) 吉本 勇：内歯車の歯数の限界，機械の研究，第4巻第11号（昭27—11）p.627.
- 3) M. Morozumi：Interference Diagrams for profile Shifted Involute Internal Gears, JSME Proceedings of Semi International Symposium (gearing), (1967-9-6), 77.