

進み角の大きい三角ねじの有効径測定に用いる 三針法近似計算式の誤差の評価について

両角宗晴*

(昭和52年5月27日受理)

On the Error Estimation of the Approximate Formulas for the Three-Wire Method of Measurement of Pitch Diameters of Triangular Screw Threads having Large Lead Angles

Muneharu MOROZUMI

The present paper deals with the accuracy of the approximate formulas with which to calculate the pitch diameters and the measurements over wires of triangular screw threads (Archimedean worm thread screws), which have one or multi-start threads and large lead angles, in measuring screw threads by the three-wire method. The rigorous equations for calculating the pitch diameters and the measurements over wires of triangular screw threads cannot be solved without using the method of trial and error. In order to make practical calculations easier, the several approximate formulas using or without using the method of successive approximations are derived. The accuracy of the approximate formulas for the three-wire method in measuring triangular screw threads having a large lead angle is numerically estimated in comparison with their solutions by the rigorous ones.

1 緒 言

精密ねじの有効径測定には三針法が多く用いられるが、針をねじみぞに挿入すると、針はねじ軸に直角な方向からある角度傾いて静力学的に安定な位置に達し、針はねじ面と立体的な接触し、その接触点はねじの軸断面内には存在しない。JIS B 1723—1977 で規定されている「円筒ウォームの寸法」で定められている1形ウォームは軸平面上の歯形が台形のもので、いわゆる三角ねじであり、1条、2条、3条および4条のものがあり、進み角は 25° 前後の大きいものである。このような進み角の大きい三角ねじの有効径測定に用いる三針法計算式としては、G. A. Tomlinson の導いた厳密理論式があるが、厳密理論式

* 精密工学教室 教授

の計算は試行法を用いなければ解けないので、その計算は厄介である。そこで Tomlinson はその厳密理論式に級数展開を用いて反復法近似式を与えているが、計算が面倒な割に精度はあまり良くなく、多条で進み角の大きい三角ねじの場合には使用できない。

そこで筆者はもっと高精度の反復法近似式を与え、また反復法を必要としない計算容易にしてしかもかなり精度の高い近似式を導き、さらにその式をもとにしてもっと精度の高い計算式を導いた。

本論文においては、数値計算によりこれらすべての計算式の誤差の評価を行ない、これら諸式の精度順位を明らかにし、進み角の大きい三角ねじの三針法計算に準拠を与えた。

2 進み角の大きい三角ねじに対する三針法計算式

いま針の半径を c 、ねじの条数を n 、ねじのピッチを p 、ねじのリードを $l (= n \cdot p)$ 、ねじ山半角を α 、ねじのみぞ幅が規定のピッチの $1/2$ であるような仮想的な円筒の直径 (いわゆる有効径) を d_c 、ねじ軸と針軸との最短距離を h 、オーバピン寸法を M とすると

$$M = 2(h + c). \quad (1)$$

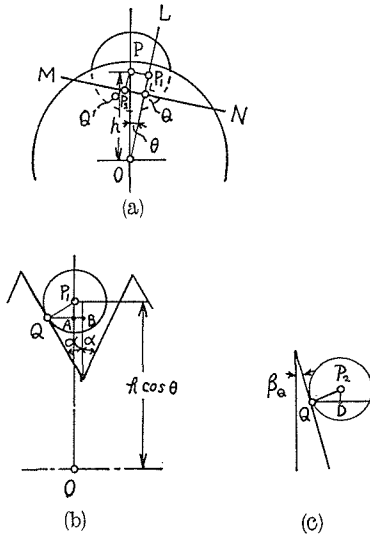


Fig.1 (a), (b), (c) Contact of the triangular screw thread surface and the sphere

そして G. A. Tomlinson は図 1 に示すごとく、針金の代りに同じ直径の球に置きかえても幾何学的関係は全く同じであるとして、つぎのごとき厳密理論式を導いている¹⁾。すなわち、図 1 (a) は球がねじ面と Q, Q' なる点で接触している状態をねじ軸方向から見た図であり、図 1 (b) は図 1 (a) の OL なる軸断面を示し、図 1 (c) は OL に直角でねじ軸に平行な MN 断面を示している。しかるときは図 1 (a) で $\overline{OP_1} = h \cos \theta$ 、 $\overline{PP_1} = h \sin \theta$ 、図 1 (b) で $\overline{QP_1} = \sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta}$ 、 $\overline{P_1A} = \sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta} \sin \alpha$ 、 $\overline{AB} = \frac{l}{2\pi} \theta$ 、図 1 (c) で球とねじ面との接触点 Q における進み角を β_Q とすれば、 $\tan \beta_Q = \frac{l}{2\pi} \frac{\overline{P_2D}}{\overline{QD}} = \frac{\overline{P_2D}}{\overline{QD}}$ 、しかして $\overline{P_2D} = \overline{PP_1} = h \sin \theta$ 、 $\overline{QD} = \overline{QA} = \sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta} \cos \alpha$ 。これらの関係を用いて次式を導いている。

$$\frac{l}{2\pi} \cos \alpha \sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta} - h \sin \theta (h \cos \theta - \sin \alpha \sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta}) = 0, \quad (2)$$

$$d_c = 2h \cos \theta - \frac{2}{\sin \alpha} \sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta} - \frac{l}{\pi} \theta \cot \alpha + \frac{l}{2n} \cot \alpha. \quad (3)$$

オーバピン寸法 M が測定値として得られると、式(1)から h を求め、この h を式(2)の h に

代入し、式(2)を満足する θ を試行法により求め、その θ を式(3)に代入して、有効径 dc を計算することができるが、式(2)から試行法により θ を求める計算が面倒である。これとは逆に、はじめに dc と c を与えて M を求めるには、式(2)と(3)を連立させて、試行法により h を求め、この h を式(1)に代入して M を求めなければならない、その計算はさらに面倒なものとなる。そこで Tomlinson は式(2)と(3)で $\sqrt{c^2 - h^2 \sin^2 \theta}$ を $\sin^4 \theta$ まで展開し、さらに $\sin \theta$ と $\cos \theta$ を θ のべき級数に展開して、つぎのような近似式を与えた²⁾。

$$\theta = \frac{lc \cos \alpha}{2\pi h^2} \times \frac{1 - \frac{h^2}{2c^2} \left(\theta^2 - \frac{1}{3} \theta^4 \right) - \frac{h^4}{8c^4} \theta^4}{1 - \frac{2}{3} \theta^2 - \frac{c}{h} \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{6} \theta^2 - \frac{h^2}{2c^2} \theta^2 \right)}, \quad (4)$$

$$dc = 2h - \frac{2c}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - \frac{l}{\pi} \theta \cot \alpha + h \left(\frac{h}{c \sin \alpha} - 1 \right) \theta^2 + \frac{h^2 \left(\frac{h^2}{4c^2} - \frac{1}{3} \right) \theta^4}{c \sin \alpha} + \frac{1}{12} h \theta^4 + \dots, \quad (5)$$

この場合 θ は微小値であるから、式(4)から θ の第1近似として次式を得る。

$$\theta_1 \doteq \frac{lc \cos \alpha}{2\pi h^2 \left(1 - \frac{c}{h} \sin \alpha \right)}. \quad (6)$$

また式(5)から h の第1近似として次式を得る。

$$h_1 \doteq \frac{1}{2} dc + \frac{c}{\sin \alpha} - \frac{l}{4n} \cot \alpha. \quad (7)$$

したがってオーバピン寸法 M が測定値として得られると、式(1)から h を求め、その h を式(6)に代入して θ の第1近似値 θ_1 を求め、この θ_1 を式(4)の右辺の θ に代入して第2近似値 θ_2 を求め、この θ_2 を再び式(4)の右辺の θ に代入して θ_3 を求め、このようにして反復法により θ の近似度を次第に高め、 θ の値が安定したならば、この θ を式(3)に代入して dc を計算する。つまり式(2)の試行解法から、式(4)の反復解法に変わったわけで、その意味では計算が少し容易となったわけであるが、しかし実際の計算はかなり煩雑である。これとは逆に dc と c を与えて M を求めるには、まず式(7)から h の第1近似値 h_1 を求め、この h_1 を式(6)の右辺の h に代入して θ の第1近似値 θ_1 を求め、この h_1 と θ_1 を式(4)と式(5)の右辺の h と θ に代入して第2近似値 θ_2 と h_2 を求め、このようにつぎつぎと式(4)と(5)の連立反復法により θ と h の精度を次第に高めてゆき、 θ と h の値が安定したとき、その h を式(1)に代入して M を求める。つまりこの場合は、式(2)と(3)の連立試行法から式(4)と(5)の連立反復法に変わったわけで、その意味では計算がかなり容易となったわけであるが、矢張り実際の計算はかなり煩雑である。しかもあとの数値例でわかるごとく、この連立反復近似式(4)、(5)は進み角の大きい三角ねじに対してはかなりの誤差を生ずる。そこで筆者は式(5)に代る

もっと精度の高い次式を導いた³⁾.

$$dc = 2h - \frac{2c}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - \frac{l}{n} \theta \cot \alpha + h \left(\frac{h}{c \sin \alpha} - 1 \right) \theta^2 \\ + \frac{h^2 \left(\frac{h^2}{4c^2} - \frac{1}{3} \right) \theta^4}{c \sin \alpha} + \frac{1}{12} h \theta^4 + \frac{1}{8} \frac{c}{\sin \alpha} \left(\frac{h}{c} \right)^6 \theta^6 + \dots \quad (8)$$

式(4)と(8)の連立反復法によると、 dc と c を与えて非常に高い精度で h を計算することができる。しかし連立反復法の煩雑さは避けられない。筆者は以前、試行法も反復法も必要としない計算容易にしてしかもかなりの高精度近似式として次式を与えた⁴⁾。

$$dc = 2h - \frac{2c}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - \frac{c \cot \alpha \cos \alpha}{\left(1 - \frac{c}{h} \sin \alpha \right)} \left(\frac{l}{2\pi h} \right)^2 \\ + \frac{c}{4} \cot \alpha \cos^3 \alpha \left(\frac{l}{2\pi h} \right)^4 + \dots \quad (9)$$

この式を用いて、 h を与えて dc を求めるには、試行法も反復法も必要とせず、計算は容易である。しかしこれとは逆に、式(9)において dc を与えて h を求めるには式(7)の h_1 を第1近似値として式(9)の右辺第4項と第5項の h に代入して第2近似値 h_2 を求め、この h_2 を再び右辺第4項と第5項の h に代入して第3近似値 h_3 を求め、このようにつぎつぎと反復法により h の値が安定するまで計算を続行しなければならない。いまねじの基準ピッチ円直径(= d_{c0})の所で針がねじ面に接触するやうないわゆる最適針径 $2c_0$ ⁵⁾の値に近い直径の針を用いるならば、式(9)の右辺の第4項と第5項の h に $h \doteq \frac{1}{2} d_{c0} + c \sin \alpha$ を代入すればよいから次式を得る。

$$dc = 2h - \frac{2c}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - \frac{c \cot \alpha \cos \alpha}{\left\{ 1 - \left(\frac{2c \sin \alpha}{d_{c0} + 2c \sin \alpha} \right) \right\}} \left\{ \frac{l}{\pi (d_{c0} + 2c \sin \alpha)} \right\}^2 \\ + \frac{c}{4} \cot \alpha \cos^3 \alpha \left\{ \frac{l}{\pi (d_{c0} + 2c \sin \alpha)} \right\}^4 + \dots \quad (10)$$

この式において $c=c_0$ とすれば

$$dc = 2h - \frac{2c_0}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - \frac{c_0 \cot \alpha \cos \alpha}{\left\{ 1 - \left(\frac{2c_0 \sin \alpha}{d_{c0} + 2c_0 \sin \alpha} \right) \right\}} \left\{ \frac{l}{\pi (d_{c0} + 2c_0 \sin \alpha)} \right\}^2 \\ + \frac{c_0}{4} \cot \alpha \cos^3 \alpha \left\{ \frac{l}{\pi (d_{c0} + 2c_0 \sin \alpha)} \right\}^4 + \dots \quad (11)$$

式(10)および(11)を用いるならば、 h を与えて dc を求めるときも、その逆に dc を与えて h を求めるときも反復法を必要とせず、計算は容易であり、とくに理論的に正しい最適針径

の針を用いるならば、式(11)は非常に高い精度で d_c を算出し得ることが、筆者により明らかにされている⁶⁾。

いま式(11)を近似的につぎのように表わす。

$$d_c = 2h - \frac{2c_o}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - c_o \cot \alpha \cos \alpha \left\{ 1 + \frac{2c_o \sin \alpha}{(d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\} \\ \times \left\{ \frac{l}{\pi (d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\}^2 + \frac{c_o}{4} \cot \alpha \cos^3 \alpha \left\{ \frac{l}{\pi (d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\}^4 + \dots \quad (12)$$

また式(11)の最終項において $\cos^3 \alpha \approx 1$ とすると

$$d_c = 2h - \frac{2c_o}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - \frac{c_o \cot \alpha \cos \alpha}{\left\{ 1 - \left(\frac{2c_o \sin \alpha}{d_{co} + 2c_o \sin \alpha} \right) \right\}} \left\{ \frac{l}{\pi (d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\}^2 \\ + \frac{c_o}{4} \cot \alpha \left\{ \frac{l}{\pi (d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\}^4 + \dots \quad (13)$$

また式(12)の最終項において $\cos^3 \alpha \approx 1$ とすると

$$d_c = 2h - \frac{2c_o}{\sin \alpha} + \frac{l}{2n} \cot \alpha - c_o \cot \alpha \cos \alpha \left\{ 1 + \frac{2c_o \sin \alpha}{(d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\} \\ \times \left\{ \frac{l}{\pi (d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\}^2 + \frac{c_o}{4} \cot \alpha \left\{ \frac{l}{\pi (d_{co} + 2c_o \sin \alpha)} \right\}^4 + \dots \quad (14)$$

この式(14)は JIS B 0261—1968 の平行ねじゲージの検査方法の三針法計算式として採用されている。以上の諸式を整理すると表 1 を得る。

式(11), (12), (13), (14)はいずれも最適針径の針を用いなければならないが、それ以外の式は、最適針径を用いても用いなくても計算精度にはほとんど影響がないことが確かめられている。

3 数 値 例

1形ウォームは軸平面上の圧力角 α が 20° で、歯末のだけは軸方向モジュール m_a に等しく、歯元のだけは $1.2m_a$ と定められ、基準ピッチ円直径 d_{co} における軸平面上の歯厚は $\frac{1}{2}\pi m_a$ としている。そしてピッチ p とリード l は $p = \pi m_a$, $l = np = n\pi m_a$ から計算される。いま JIS B 1723—1977 の「円筒ウォームの寸法」で 1形ウォームの $m_a = 10$, $\alpha = 20^\circ$, $d_c = 90.000$, $n = 1, 2, 3, 4$, なるねじについて三針法計算を行ない、三針法近似計算式の誤差の評価を行なう。すなわち電子計算機を用いて式(2)と(3)の連立試行法により、理論的オーバピン寸法 M を求めておき、その M について各種計算式を用いて有効径を計算し、正しい値 90.000 に比較して、そのとき生ずる誤差を求め、表 2 を得た。

図 2 は表 2 をグラフにしたものであり、図 2 からつぎのことがわかる。すなわち 1形ウォームのように進み角の大きい三角ねじの三針測定においては、式(4)と(8)を使用すれば最

Table 1 Comparison of the equations for the three-wire method
in measuring triangular screw threads

		the equation for the three-wire method in measuring triangular screw threads				
$M \leftrightarrow h$	calculation	Eq.(2) and Eq.(3)	Eq.(3) and Eq(4)	Eq.(4) and Eq.(5), Eq.(4) and Eq.(8)	Eq.(9)	Eq.(10), Ep.(1), Eq.(12), Eq.(13), Eq.(14)
	$h \rightarrow d_c$	method of trial and error to Eq. (2)	method of succ- essive approxi- mations to Eq.(4)	method of successive approximations to Eq. (4)	simple calculation	simple calculation (apply the best wire diameter)
	Eq. (1)	$d_c \rightarrow h$	method of trial and error to both equations	method of trial and error to both equations	method of successive approximations to both equations	method of successive approximations

Table 2 Comparison of the accuracy of the equations for the three-wire method
in measuring triangular screw threads ($m_a = 10, \alpha = 20^\circ, d_{co} = 90$)

n	l	β_c	$2C_o$	Theoretical value M	$\Delta d_c (\mu m)$							
					Eq. (2) and (3)	Eq. (4) and (5)	Eq. (4) and (8)	Eq. (9)	Eq. (11)	Eq. (12)	Eq. (13)	Eq. (14)
					Eq. (3) and (4)							
1	31.41593	$6^\circ 20' 25''$	16.61396	112.28111	0.00	0.00	0.00	-0.13	-0.04	0.83	0.07	0.95
2	62.83185	$12^\circ 31' 44''$	16.31727	111.83851	0.00	-0.21	0.00	-1.76	-0.52	2.82	1.31	4.65
3	94.24778	$18^\circ 26' 06''$	15.85264	111.14457	0.00	-2.11	-0.04	-7.07	-1.28	5.65	7.78	14.70
4	125.6637	$23^\circ 57' 45''$	15.25812	110.25577	0.00	-9.79	-0.60	-15.24	1.12	12.16	28.90	39.95

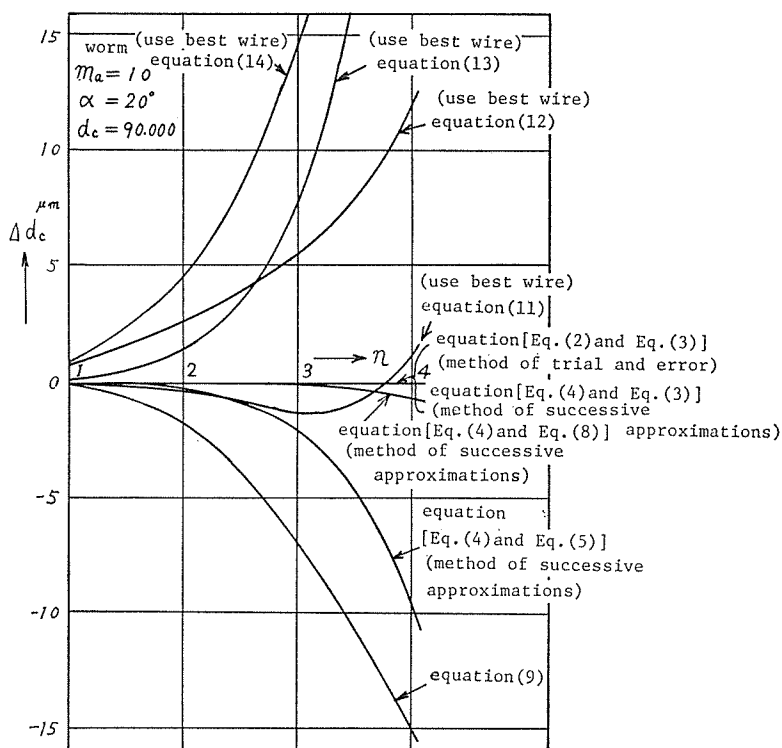


Fig. 2 Comparison of the accuracy of the approximate equations for the three-wire method in measuring triangular screw threads

適針径以外の針を用いても、反復法により非常に高い精度で有効径を計算したり、オーバピン寸法を計算することができる。また最適針径の針を用いるならば、式(11)により反復法を用いることなく、非常に高い精度で容易に有効径を計算したり、オーバピン寸法を計算することができる。なお式(11)の最終項にある $\cos^3 \alpha$ を近似的に 1 とした式(13)や(14)は急速に精度が落ちることがわかる。

4 結 言

1 形ウォームのような進み角の大きい三角ねじに対し、各種三針法計算式を用いて数値計算を行ない、それら計算式の誤差を評価し、それら諸式の精度順位を明らかにし、進み角の大きい三角ねじの三針法計算に準拠を与えた。終りに数値計算に助力された八重島公郎氏に感謝の意を表します。

文 献

- 1) G. A. Tomlinson : Correction for Rake in Screw-Thread Measurement. Proc. Inst. Mech. Engrs., December (1927) p. 1031.
- 2) 文献 1) の p. 1034.

- 3) 両角宗晴：進み角の大きい三角ねじの有効径測定に用いる三針法計算式について。
日本ねじ研究協会誌，7巻10号（昭51—10），p. 303.
- 4) 両角宗晴：三角ねじおよびインボリュートねじの有効径測定に用いる三針法の新しい計算式。
機械の研究，9巻7号（昭32—7），p. 825.
- 5) 両角宗晴，八重島公郎：進み角の大きい三角ねじおよびインボリュートねじの三針法による有効径測定。
精密機械，43巻5号（昭52—5），p. 523.
- 6) 文献5)と同じ。