

効率と磨減を考慮したインボリュートねじ歯車 のねじれ角の選択について (第3報)

両角宗晴*
(昭和51年9月29日受理)

On the Selection of the Helix Angle of the Crossed Helical Involute Gears in Consideration of Efficiency and Defacement (3rd Report)

Muneharu MOROZUMI

The crossed helical involute gears are used to connect nonparallel, nonintersecting shafts.

The crossed helical involute gears have point contact.

In addition, high sliding action, which is not present in parallel axis helical gears, takes place along the tooth.

For these reasons their usage is limited only for the transmitting of light load.

It appears reasonable that the product of unit surface pressure and rubbing speed at the point of contact of two mating teeth should be chosen as the most important factor in dimensioning of the crossed helical involute gears.

In order to increase the load carrying capacity of these gears, from the above point of view, a theoretical study regarding the helix angle of the crossed helical involute gears giving high efficiency and the minimum defacement was made by the author, and as a result of it, the efficiency diagram and the charts for the helix angle giving the minimum defacement were obtained in the previous report.

In this paper, by using the least squares method for the above charts, an experimental equation to determine the helix angle of the crossed helical involute gears at any shaft angle is derived.

1 緒 言

点接触を行なう食違い軸歯車としては、インボリュートねじ歯車またはハイポイドギヤがあるが、このうちインボリュートねじ歯車は製作が容易であり、しかも中心距離や軸角

* 精密工学教室 教授

度が変わっても、かみあいの正しさを保つという特別の利点を有しているので、食違い軸歯車として多く用いられている。しかしねじ歯車のかみあいは理論上点接触であり、しかも歯すじに沿って滑りを有しているから磨滅が激しく、ねじ歯車の限界荷重は、歯の曲げ強さやピッチングではなく、スコーリングや摩耗によって定まり、主として軽荷重用として用いられてきた。しかし最近になって種々の表面処理法が開発され、これをねじ歯車に適用すると、その負荷容量が増大し、運動伝達や軽荷重用歯車として用いられる以外に、動力伝達用歯車としても用いられるようになってきた。そしてねじ歯車の限界荷重は歯車材料の組合せと潤滑油の種類により影響され、また接触幅の大きさ、すなわちなじみの程度によっても変る。なおねじ歯車の設計に際し、ねじれ角の定め方により、かみあい効率と磨滅の値は著しく変化する。軸角が 90° のねじ歯車で磨滅を最小ならしめるねじれ角の決定法については V. Lehel の研究があるが¹⁾、筆者はさらに任意の軸角の場合に、効率を最大ならしめるようなねじれ角と、磨滅を最小ならしめるねじれ角を明らかにし、その結果を図表化した²⁾³⁾。しかし得られた図表は網目図表であり、この結果をねじ歯車の自動設計に用いるためには、これを近似式の形で表わす必要がある。そこで本報においては、任意の軸角のねじ歯車において、効率高くしてしかも磨滅を最小ならしめるようなねじれ角を得るための近似計算式を求め、ねじ歯車の負荷容量増大に一つの準拠を与えんとした。

2 ねじ歯車のかみあい効率

(1) 同方向ねじれ歯車同士のかみあい

$$[180^\circ > \phi (= \gamma_1 + \gamma_2) \geq 0, \text{ ただし } 90^\circ > \gamma_1, \gamma_2 \geq 0]$$

ただし γ_1, γ_2 は歯車 I, II のピッチ円筒におけるねじれ角, ϕ は軸角。

この場合、歯切り精度や摩擦係数などの不確定なファクターの影響が大きいので、大体の目安を知るために、接触点の位置による変化は無視し、力の伝達はピッチ点において行なわれると仮定し、つぎのごとき結果を得た⁴⁾。すなわち歯車 I を原動車としたときの効率 η の計算式は

$$\eta = \frac{1 - \mu \tan(\phi - \gamma_1)}{1 + \mu \tan \gamma_1}. \quad (1)$$

ただし μ は歯面間の摩擦係数にして、摩擦角を ρ とすれば $\mu = \tan \rho$ 。そして η の極大値を与える γ_1 としては $\partial \eta / \partial \gamma_1 = 0$ より

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\phi + \rho), \quad (2)$$

または

$$\gamma_2 = \frac{1}{2}(\phi - \rho). \quad (2')$$

そしてこのときの η_{\max} は

$$\eta_{\max} = \left\{ \frac{\cos \frac{1}{2}(\phi + \rho)}{\cos \frac{1}{2}(\phi - \rho)} \right\}^2 \quad (3)$$

また式 (1) より, $\gamma_1 = \phi - 90^\circ + \rho$ のとき $\eta = 0$ となる

$\gamma_1 \leq \phi - 90^\circ + \rho$ のとき, すなわち $\gamma_2 \geq 90^\circ - \rho$, または $\beta_2 \leq \rho$ のとき (β_2 は γ_2 の余角にして従動車IIの進み角), 歯車Iを原動車として歯車IIを駆動することができないことを意味する. また式 (1) において $\gamma_1 = \phi$ (これは $\gamma_2 = 0$ を意味する) とすれば

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \tan \phi} \quad (4)$$

また $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \phi$ とすれば

$$\eta = 1 - \mu \tan \phi. \quad (5)$$

(2) 異方向ねじれ歯車同士のかみあい

(a) $\gamma_1 \geq \gamma_2, 90^\circ > \gamma_1 \geq \phi$ にして $90^\circ > \phi (= \gamma_1 - \gamma_2) \geq 0$ の場合

$$\eta = \frac{1 - \mu \tan(\phi - \gamma_1)}{1 + \mu \tan \gamma_1} \quad (6)$$

この (6) 式は式 (1) と全く同形であるから, 式 (1) について考察したことと同じことが言える. しかしこの場合 η を最大にするのは, $\gamma_1 = \phi, \gamma_2 = 0$ の場合であり, そのときの η は

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \tan \phi} \quad (7)$$

この (7) 式は当然 (4) 式と同一式である.

(b) $\gamma_2 \geq \gamma_1, 90^\circ > \gamma_2 \geq \phi$ にして $90^\circ > \phi (= \gamma_2 - \gamma_1) \geq 0$ の場合

$$\eta = \frac{1 - \mu \tan(\phi + \gamma_1)}{1 - \mu \tan \gamma_1} \quad (8)$$

そして $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \phi$ のとき次式のごとき最大の η を得る.

$$\eta = 1 - \mu \tan \phi. \quad (9)$$

この (9) 式は当然 (5) 式と同一の式になる. 式 (8) において $\gamma_1 = 90^\circ - \phi - \rho$ とおくと, $\eta = 0$ となるから $\gamma_1 \geq 90^\circ - \phi - \rho$ のとき, つまり $\gamma_2 \geq 90^\circ - \rho$ 換言すれば $\beta_2 \leq \rho$ のとき, 歯車Iを原動車として歯車IIを駆動することのできないことを意味する.

(3) ねじ歯車のかみあい効率線図⁵⁾

(1) 式, (6) 式および (8) 式を用いて, $\mu = 0.1$ としてねじ歯車のかみあい効率線図を描くと, 図1のようになる. この図は同方向ねじれ歯車同士のかみあい, 異方向ねじれ歯

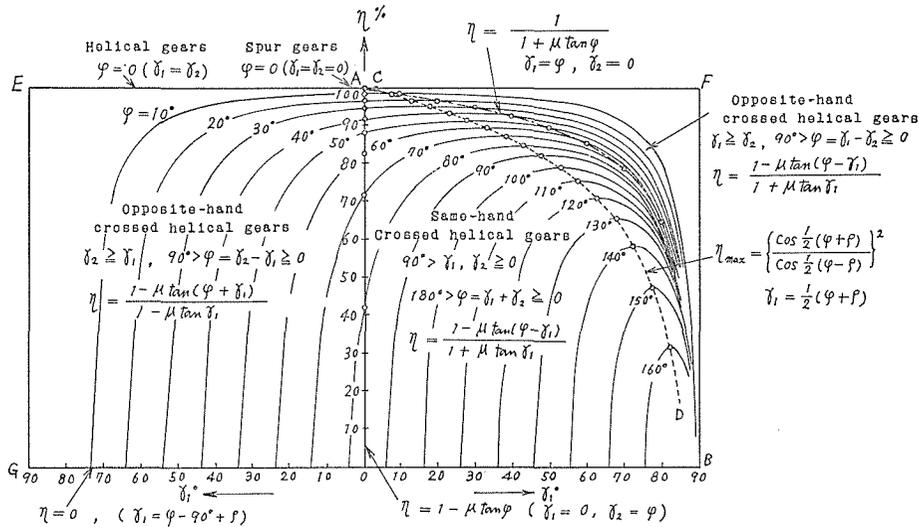


Fig. 1 Efficiency diagram for crossed helical gears [$\mu = 0.1, \rho = 5^\circ 43'$]

車同士のかみあいのあらゆる軸角のねじ歯車のかみあい効率を示す。この図において、点線CDは同方向ねじれ歯車同士のかみあいにおいて、最大かみあい効率を示し、式(2)と(3)から定まる。異方向ねじれ歯車同士のかみあいで、 $\gamma_1 \geq \gamma_2$ のときに最大のかみあい効率を示すのは、 $\gamma_1 = \phi, \gamma_2 = 0$ のとき、すなわち一点鎖線ABの所である。また異方向ねじれ歯車同士のかみあいで、 $\gamma_2 \geq \gamma_1$ のときに最大のかみあい効率を示すのは、 $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \phi$ のとき、すなわち実線AOの所である。そしてこのうちで、かみあい効率が高いのは、点線CD、一点鎖線AB、実線AOの順である。したがって、かみあい効率を大ならしめるといふ見地からは同方向ねじれ歯車同士のかみあいを採用するのが望ましい。

3 インボリュートねじ歯車のかみあい点における接触圧力と滑り速度

ねじ歯車のかみあいは、歯面の曲率半径と同じ半径の円筒が、ななめに接触した場合に置きかえることにより、その接触楕円の大きさおよび最大接触圧力を Hertz の式により計算し、さらに歯すじに沿った滑り速度を考え、この滑り速度と最大圧力との相乗積が最小になるような従動車のねじれ角 γ_2 を求め、これより任意の軸角に対する同方向ねじれ歯車同士のかみあい、および異方向ねじれ歯車同士のかみあいにおいて磨滅を最小ならしめるようなねじれ角選定のための図表として、歯直角圧力角 $\alpha_n = 20^\circ$ 、歯数 Z_1 、ねじれ角 γ_1 なる歯車と、歯数 Z_2 、ねじれ角 γ_2 の歯車を、軸角 ϕ でかみあわせた場合、 $\mu = 0.1$ として、滑り速度と最大接触圧力との相乗積を最小ならしめるための $\phi, \varepsilon (=Z_2/Z_1), \gamma_2$ および磨滅の大小を表わす係数 W との関係の四変数網目図表の図2、図3および図4を得た⁶⁷⁾。図2は同方向ねじれ歯車同士のかみあい、図3は異方向ねじれ歯車同士のかみあいで $\gamma_1 \geq \gamma_2$ の場合(この場合は $\gamma_1 = \phi, \gamma_2 = 0$ のときに磨滅は最小になる)、図4は異

方向ねじれ歯車同士のかみあいで $\gamma_2 \geq \gamma_1$ の場合 (この場合は $\gamma_2 = \phi$, $\gamma_1 = 0$ のときに磨減は最小になる) の図を示す. $\alpha_n = 15^\circ$ の場合についても計算したが, 殆んど $\alpha_n = 20^\circ$ のものと差がないので, $\alpha_n = 20^\circ$ のもののみを示した. これらの図表を比較することにより, 磨減が少くないのは図2の同方向ねじれ歯車同士のかみあいであり, そのつぎが図3の異方向ねじれ歯車同士のかみあいで, $\gamma_1 \geq \gamma_2$ の場合であり, そのつぎが図4の $\gamma_2 \geq \gamma_1$ の場合となる. このことはかみあい効率の高さの順にも一致している. そして磨減を最も少なくする設計にも, 同方向ねじれ歯車同士のかみあいを採用するのが望ましい. なおいずれの場合でも $\epsilon (= Z_2/Z_1)$ が小さくなればなるほど磨減は少なくなるから, 増速の場合の方が減速の場合よりも磨減は少なくなることがわかる.

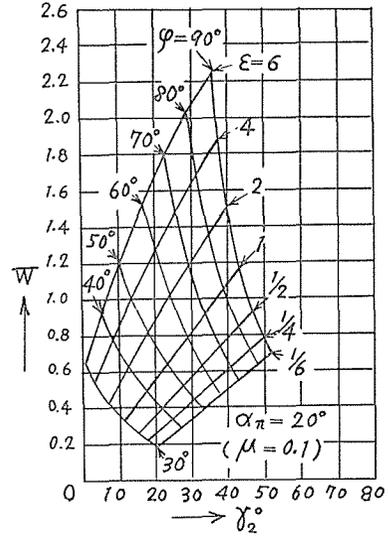


Fig.2 Helix angle giving the minimum defacement (Same-hand crossed helical gears)

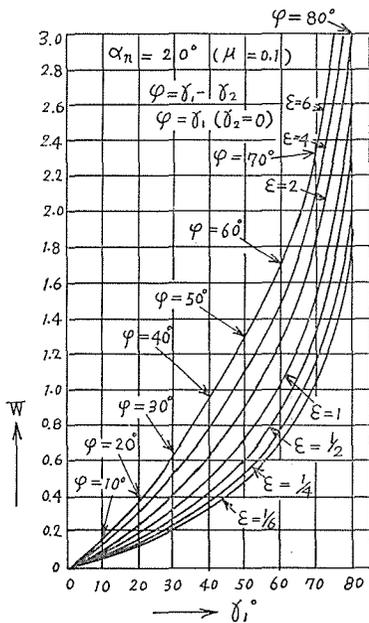


Fig.3 Helix angle giving the minimum defacement (Opposite-hand crossed helical gears)

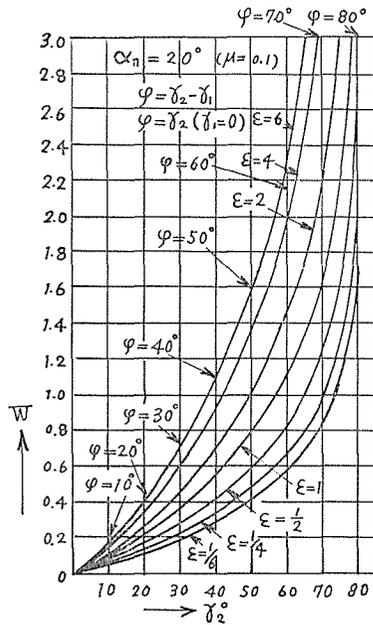


Fig.4 Helix angle giving the minimum defacement (Opposite-hand crossed helical gears)

4 磨減を最小ならしめるねじれ角計算式の誘導

図2の四変数網目図表から、磨減を最小ならしめる ϵ , ϕ , γ_2 の値を読み取り、これらの値を用いて、図5のごとき3変数図表を作成した。なお効率を最大ならしめる値として、(2') 式の $\gamma_2 = \frac{1}{2}(\phi - \rho)$ も図5の中に示した。さて図5を見ると、 γ_2 と ϕ の関係は殆んど直線に近いから、これらをつぎのごとき近似式で表わす。すなわち

$$\gamma_2 = a + b\phi. \tag{10}$$

ただし $a = f(\epsilon)$, $b = g(\epsilon)$.

図5から ϵ と a の関係を読み取って図示すると図6が得られる。

これより $a = K\epsilon + L + \frac{M}{\epsilon}$

とおけば、観測方程式は

$$6K + L + \frac{1}{6}M = -21$$

$$4K + L + \frac{1}{4}M = -15$$

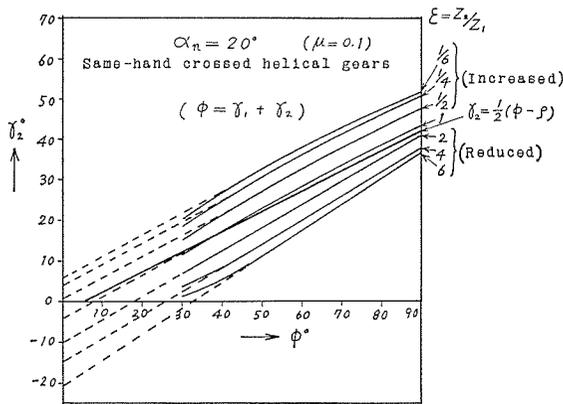


Fig.5 Relation among γ_2 , ϕ and ϵ

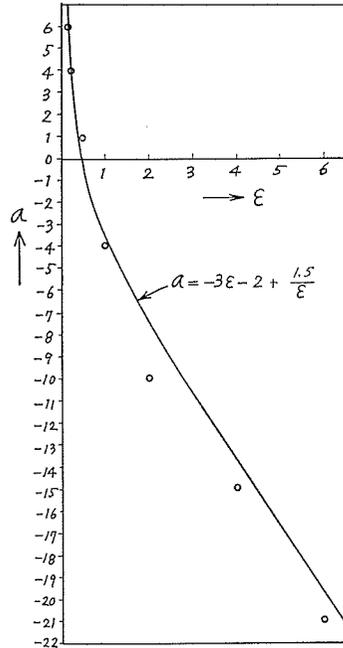


Fig.6 Relation between ϵ and a

$$\begin{aligned}
 2K + L + \frac{1}{2}M &= -10 \\
 K + L + M &= -4 \\
 \frac{1}{2}K + L + 2M &= 1 \\
 \frac{1}{4}K + L + 4M &= 4 \\
 \frac{1}{6}K + L + 6M &= 6
 \end{aligned}$$

これより正規方程式を作り, K, L, M を求めると

$$K = -3.27, L = -1.84, M = 1.45.$$

これより次式が得られる.

$$a \doteq -3\varepsilon - 2 + \frac{1.5}{\varepsilon}. \tag{11}$$

つぎに図5から ε に対する b の値を読みとり, ε と b の関係を図示すると, 図7が得られ, この図から次式を得る.

$$b \doteq \frac{1}{2} + \frac{1}{50}\varepsilon. \tag{12}$$

式 (10), (11), (12) より次式を得る.

$$\gamma_2 (\text{度}) \doteq \left(-3\varepsilon - 2 + \frac{1.5}{\varepsilon}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{50}\varepsilon\right) \phi (\text{度}), \tag{13}$$

または
$$\gamma_1 (\text{度}) \doteq \left(3\varepsilon + 2 - \frac{1.5}{\varepsilon}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{50}\varepsilon\right) \phi (\text{度}). \tag{14}$$

ただし
$$\varepsilon = Z_2/Z_1$$

式 (13) および (14) は同方向ねじれ歯車同士のかみあいで, ねじ歯車歯面の磨減を最小ならしめる γ_2 または γ_1 の計算式として実用上充分使用し得る. ただし $\phi < 30^\circ$ の場合には, この式によらず $\gamma_1 = \gamma_2 \doteq \frac{1}{2}\phi$ とすれば良い.

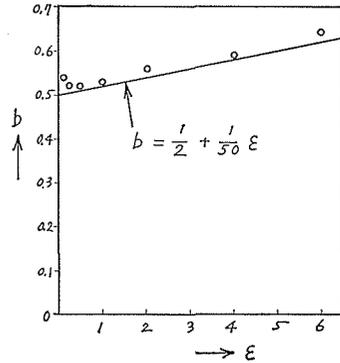


Fig.7 Relation between ε and b

5 結 論

インボリュートねじ歯車のかみあいにおいて, 歯面の磨減が少くないのは, 同方向ねじれ歯車同士のかみあい, 異方向ねじれ歯車同士のかみあいで $\gamma_1 = \phi, \gamma_2 = 0$ の場合, お

よび異方向ねじれ歯車同士のかみあいで、 $\gamma_2 = \phi$, $\gamma_1 = 0$ の場合の順であることを明らかにした。そしてこのことは、かみあい効率の高さの順にも一致していることを示した。そして磨減を最小ならしめるための同方向ねじれ歯車同士のかみあいにおける従動車のねじれ角 γ_2 および原動車のねじれ角 γ_1 の計算式として式 (13) と (14) を与えた。ただし軸角が小となって $\phi < 30^\circ$ の場合は、 $\gamma_1 = \gamma_2 \doteq \frac{1}{2}\phi$ とすればよいことを示した。そしてこれら結果はねじ歯車の自動設計に用いることができ、ねじ歯車の負荷容量の増大に一つの準拠を与え得たものと信ずる。

文 献

- 1) V. Lehel: Pressures on the teeth of skew gears, Engineering, Sept, 20, 27 (1940), p. 221, p. 241.
- 2) 両角宗晴: 嚙合性能向上を目的とするインボリュートねじ歯車の振れ角の選択について. 岩手大学工学部研究報告, 第9輯 (昭30-12), p. 24.
- 3) 両角宗晴, 八重島公郎: 嚙合性能向上を目的とするインボリュートねじ歯車のねじれ角の選択について. (第2報) 岩手大学工学部研究報告, 第12輯 (昭34-3), p. 15.
- 4), 5), 6) 文献2)に同じ.
- 7) 文献3)に同じ.