

3 K 型遊星歯車機構の効率計算式について

両角宗晴*

(昭和51年5月28日受理)

On the Efficiency Formulas of 3K Type Planetary Gears

Muneharu MOROZUMI

The theoretical estimation of the efficiency of planetary gear trains is of value in revealing the characteristics of different kinds of trains.

The calculation of the efficiency of planetary gear trains fundamentally differs from that of stationary gears with the carriers locked to the housings.

The calculation of the efficiency of planetary gear trains is more difficult than that of stationary gear trains.

In this paper, the author treats the derivation of the efficiency formulas for 3K type planetary gear systems, and a simple and clear method for calculating the efficiency of 3K type planetary gear systems is obtained.

To calculate the efficiency of planetary gear systems, these formulas require only the knowledge of the number of teeth and the efficiency of the stationary gear trains.

1 緒 言

遊星歯車機構は入力軸，出力軸および補助軸の三本の基本軸からなっており，これら遊星歯車機構の種類は非常に多いが，そのうちで3ケの太陽歯車が基本軸となるものを，3 K型遊星歯車機構と呼ぶ。これら3 K型遊星歯車機構を設計する際，あらかじめその機構の理論効率値を計算により求め，効率について十分検討しておく必要がある。3 K型遊星歯車機構の効率計算式としては，Кудрявцев 氏の研究¹⁾があるが，その計算式の誘導法はやや難解であり，しかも得られた式は，装置の効率を，歯車の歯数と基準効率から直ちに計算し得る形のものでない。そこで筆者は以前筆者が求めた2 K—H型遊星歯車機構の効率計算式²⁾を用いて，もっとわかり易い方法により3 K型遊星歯車装置の効率を歯車の歯数と基準効率から容易に計算し得る計算式を求めた。

* 精密工学教室 教授

2 3 K型遊星歯車機構の効率計算式の誘導

(1) $Z_a > Z_e$ の場合

図1 (a)に示すとき3 K型遊星歯車機構は、図1 (b)と(c)の2 K-H型遊星歯車機構

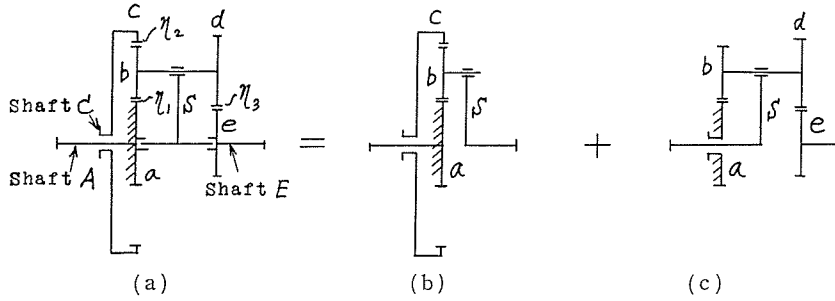


Fig. 1 3 K Type Planetary Gear

の組合わせと考えられるから、これより速比と効率の計算式を求めることができる。

(i) 軸A：固定，軸C：駆動，軸E：従動

いま歯車 a, b, c, d, e の歯数をそれぞれ Z_a, Z_b, Z_c, Z_d および Z_e とし、歯車 a と b とのかみあい効率を η_1 、歯車 b と c とのかみあい効率を η_2 、歯車 d と e とのかみあい効率を η_3 とし、 $i_o = \frac{Z_c}{Z_a}$ 、 $i_o' = \frac{Z_b Z_e}{Z_a Z_d}$ 、 $i_o'' = \frac{Z_c Z_d}{Z_b Z_e} = \frac{i_o}{i_o'}$ とすれば、 $i_o > 1$ 、 $0 < i_o' < 1$ 、 $i_o'' > 1$ であり、図1 (b)に対しては

$$\frac{n_s}{n_c} = \frac{1}{1 + \frac{1}{i_o}}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1 \eta_2 + i_o}{1 + i_o}. \quad 3)$$

図1 (c)に対しては

$$\frac{n_E}{n_s} = 1 - \frac{1}{i_o'}, \quad \eta_c = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o')}{1 - \eta_1 \eta_3 i_o'}. \quad 4)$$

これより

$$u = \frac{n_E}{n_c} = \frac{n_s}{n_c} \times \frac{n_E}{n_s} = \frac{i_o (i_o' - 1)}{i_o' (1 + i_o)} = \frac{i_o'' (i_o' - 1)}{1 + i_o} \quad (\text{逆方向減速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(\eta_1 \eta_2 + i_o)(1 - i_o') \eta_1 \eta_3}{(1 + i_o)(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}.$$

(ii) 軸A：固定，軸E：駆動，軸C：従動

図1 (b)に対しては

$$\frac{n_c}{n_s} = 1 + \frac{1}{i_o}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o)}{1 + i_o \eta_1 \eta_2}. \quad 5)$$

$$\frac{n_S}{n_E} = \frac{1}{1 - \frac{1}{i_o'}}, \quad \eta_c = \frac{\eta_1\eta_3 - i_o'}{1 - i_o'}. \quad 6)$$

これより

$$u = \frac{n_C}{n_E} = \frac{n_C}{n_S} \times \frac{n_S}{n_E} = \frac{i_o'(1 + i_o)}{i_o'(i_o' - 1)} = \frac{1 + i_o}{i_o''(i_o' - 1)} \quad (\text{逆方向増速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(\eta_1\eta_3 - i_o')(1 + i_o)\eta_1\eta_2}{(1 + i_o\eta_1\eta_2)(1 - i_o')}.$$

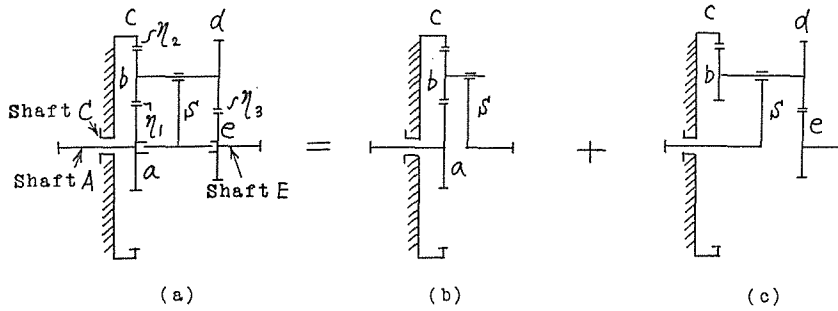


Fig. 2 3K Type Planetary Gear

つぎに図 2 (a)に示すとき 3 K型遊星歯車機構は、図 2 (b)と (c)の 2 K-H型遊星歯車機構の組合わせと考えられる。

(iii) 軸 C : 固定, 軸 A : 駆動, 軸 E : 従動

$$\frac{n_S}{n_A} = \frac{1}{1 + i_o}, \quad \eta_b = \frac{1 + \eta_1\eta_2i_o}{1 + i_o}, \quad 7)$$

$$\frac{n_E}{n_S} = 1 + i_o'', \quad \eta_c = \frac{\eta_2\eta_3(1 + i_o'')}{\eta_2\eta_3 + i_o''}, \quad 8)$$

これより

$$u = \frac{n_E}{n_A} = \frac{n_S}{n_A} \times \frac{n_E}{n_S} = \frac{1 + i_o''}{1 + i_o} \quad (\text{同方向増速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(1 + \eta_1\eta_2i_o)(1 + i_o'')\eta_2\eta_3}{(1 + i_o)(\eta_2\eta_3 + i_o'')}.$$

(iv) 軸 C : 固定, 軸 E : 駆動, 軸 A : 従動

$$\frac{n_A}{n_S} = 1 + i_o, \quad \eta_b = \frac{\eta_1\eta_2(1 + i_o)}{\eta_1\eta_2 + i_o}, \quad 9)$$

$$\frac{n_S}{n_E} = \frac{1}{1 + i_o''}, \quad \eta_c = \frac{1 + \eta_2\eta_3i_o''}{1 + i_o''}. \quad 10)$$

これより

$$u = \frac{n_A}{n_E} = \frac{n_A}{n_S} \times \frac{n_S}{n_E} = \frac{1 + i_o}{1 + i_o''} \quad (\text{同方向減速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o)(1 + \eta_2 \eta_3 i_o'')}{(\eta_1 \eta_2 + i_o)(1 + i_o'')}.$$

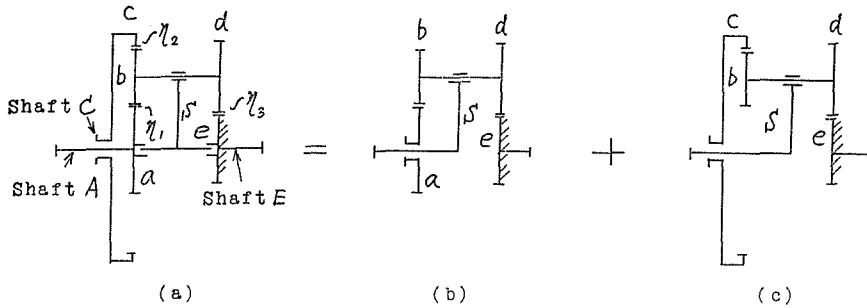


Fig. 3 3K Type Planetary Gear

つぎに図3(a)に示すとき3K型遊星歯車機構は、図3(b)と(c)の2K-H型遊星歯車機構の組合わせと考えられる。

(v) 軸E：固定，軸A：駆動，軸C：従動

$$\frac{n_S}{n_A} = \frac{1}{1 - i_o'}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1 \eta_3 - i_o'}{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o')}, \quad (11)$$

$$\frac{n_C}{n_S} = 1 + \frac{1}{i_o''}, \quad \eta_c = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_o'')}{1 + \eta_2 \eta_3 i_o''}, \quad (12)$$

これより

$$u = \frac{n_C}{n_A} = \frac{n_S}{n_A} \times \frac{n_C}{n_S} = \frac{1 + i_o''}{i_o''(1 - i_o')} \quad (\text{同方向増速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(\eta_1 \eta_3 - i_o')(1 + i_o'')\eta_2}{\eta_1(1 - i_o'')(1 + \eta_2 \eta_3 i_o'')}.$$

(vi) 軸E：固定，軸C：駆動，軸A：従動

$$\frac{n_A}{n_S} = 1 - i_o', \quad \eta_b = \frac{1 - i_o'}{1 - \eta_1 \eta_3 i_o'}, \quad (13)$$

$$\frac{n_S}{n_C} = \frac{i_o''}{1 + i_o''}, \quad \eta_c = \frac{\eta_2 \eta_3 + i_o''}{1 + i_o''}. \quad (14)$$

これより

$$u = \frac{n_A}{n_C} = \frac{n_A}{n_S} \times \frac{n_S}{n_C} = \frac{i_o''(1 - i_o')}{1 + i_o''} \quad (\text{同方向減速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(1 - i_o')(\eta_2\eta_3 + i_o'')}{(1 - \eta_1\eta_3i_o')(1 + i_o'')}.$$

(2) $Z_a < Z_e$ の場合

この場合は, $i_o > 1, i_o' > 1, i_o'' > 1.$

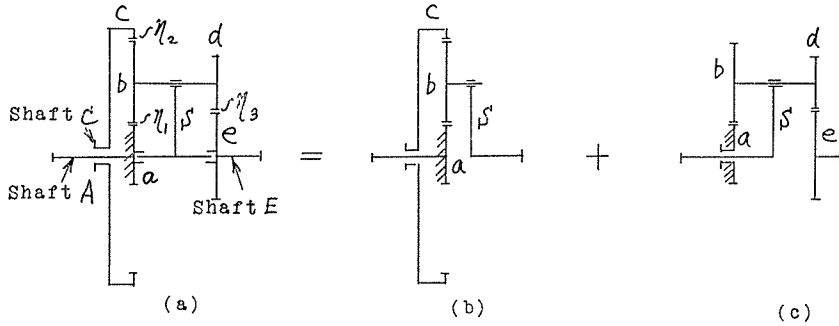


Fig. 4 3 K Type Planetary Gear

図 4 (a) に示すとき 3 K 型遊星歯車機構は, 図 4 (b) と (c) の 2 K-H 型遊星歯車機構の組合せと考えられるから,

(vii) 軸 A : 固定, 軸 C : 駆動, 軸 E : 従動

$$\frac{n_S}{n_C} = \frac{1}{1 + \frac{1}{i_o}}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1\eta_2 + i_o}{1 + i_o}, \quad 15)$$

$$\frac{n_E}{n_S} = 1 - i_o', \quad \eta_c = \frac{1 - i_o'}{1 - \eta_1\eta_3i_o'}. \quad 16)$$

これより

$$u = \frac{n_E}{n_C} = \frac{n_E}{n_S} \times \frac{n_S}{n_C} = \frac{i_o(1 - i_o')}{1 + i_o} \quad (\text{逆方向減速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(\eta_1\eta_2 + i_o)(1 - i_o')}{(1 + i_o)(1 - \eta_1\eta_3i_o')},$$

(viii) 軸 A : 固定, 軸 E : 駆動, 軸 C : 従動

$$\frac{n_C}{n_S} = 1 + \frac{1}{i_o}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1\eta_2(1 + i_o)}{1 + \eta_1\eta_2i_o}, \quad 17)$$

$$\frac{n_S}{n_E} = \frac{1}{1 - i_o'}, \quad \eta_c = \frac{\eta_1\eta_3 - i_o'}{\eta_1\eta_3(1 - i_o')}. \quad 18)$$

これより

$$u = \frac{n_C}{n_E} = \frac{n_C}{n_S} \times \frac{n_S}{n_E} = \frac{1 + i_o}{i_o(1 - i_o')} \quad (\text{逆方向増速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{\eta_2(1 + i_o)(\eta_1\eta_3 - i_o')}{\eta_3(1 - i_o')(1 + \eta_1\eta_2i_o)}.$$

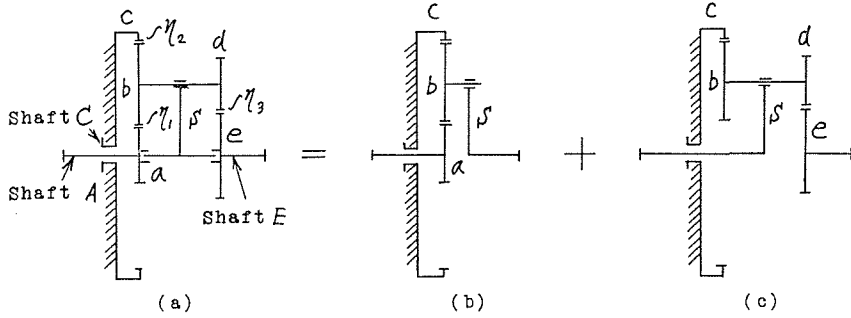


Fig. 5 3K Type Planetary Gear

つぎに図5に示すとき3K型遊星歯車機構は、図5(b)と(c)の2K-H型遊星歯車機構の組合せと考えられるから、

(ix) 軸C：固定，軸A：駆動，軸E：従動

$$\frac{n_S}{n_A} = \frac{1}{1 + i_o}, \quad \eta_b = \frac{1 + \eta_1\eta_2i_o}{1 + i_o}, \quad (19)$$

$$\frac{n_E}{n_S} = 1 + i_o'', \quad \eta_c = \frac{\eta_2\eta_3(1 + i_o'')}{\eta_2\eta_3 + i_o''}. \quad (20)$$

これより

$$u = \frac{n_E}{n_A} = \frac{n_E}{n_S} \times \frac{n_S}{n_A} = \frac{1 + i_o''}{1 + i_o} \quad (\text{同方向減速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(1 + \eta_1\eta_2i_o)(1 + i_o'')\eta_2\eta_3}{(1 + i_o)(\eta_2\eta_3 + i_o'')}.$$

(x) 軸C：固定，軸E：駆動，軸A：従動

$$\frac{n_A}{n_S} = 1 + i_o, \quad \eta_b = \frac{\eta_1\eta_2(1 + i_o)}{\eta_1\eta_2 + i_o}, \quad (21)$$

$$\frac{n_S}{n_E} = \frac{1}{1 + i_o''}, \quad \eta_c = \frac{1 + \eta_2\eta_3i_o''}{1 + i_o''}. \quad (22)$$

これより

$$u = \frac{n_A}{n_E} = \frac{n_A}{n_S} \times \frac{n_S}{n_E} = \frac{1 + i_o}{1 + i_o''} \quad (\text{同方向増速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{\eta_1 \eta_2 (1 + i_o) (1 + \eta_2 \eta_3 i_o'')}{(\eta_1 \eta_2 + i_o) (1 + i_o'')}.$$

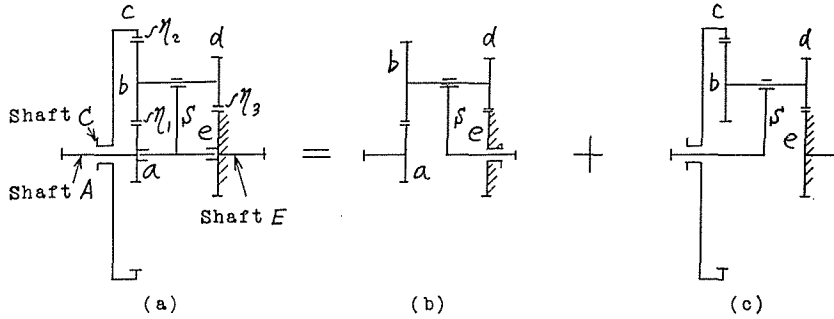


Fig. 6 3K Type Planetary Gear

つぎに図6に示すとき3K型遊星歯車機構は、図6(b)と(c)の2K-H型遊星歯車機構の組合せと考えられるから、

(xi) 軸E：固定，軸A：駆動，軸C：従動

$$\frac{n_S}{n_A} = \frac{1}{1 - \frac{1}{i_o'}}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1 \eta_3 - i_o'}{1 - i_o'} \quad 23)$$

$$\frac{n_C}{n_S} = 1 + \frac{1}{i_o''}, \quad \eta_c = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + i_o'')}{1 + \eta_2 \eta_3 i_o''} \quad 24)$$

これより

$$u = \frac{n_C}{n_A} = \frac{n_S}{n_A} \times \frac{n_C}{n_S} = \frac{i_o' (1 + i_o'')}{i_o'' (i_o' - 1)} \quad (\text{同方向増速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(\eta_1 \eta_3 - i_o') (1 + i_o'') \eta_2 \eta_3}{(1 - i_o') (1 + \eta_2 \eta_3 i_o'')}.$$

(xii) 軸E：固定，軸C：駆動，軸A：従動

$$\frac{n_A}{n_S} = 1 - \frac{1}{i_o'}, \quad \eta_b = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o')}{1 - \eta_1 \eta_3 i_o'} \quad 25)$$

$$\frac{n_S}{n_C} = \frac{1}{1 + \frac{1}{i_o''}}, \quad \eta_c = \frac{\eta_2 \eta_3 + i_o''}{1 + i_o''} \quad 26)$$

これより

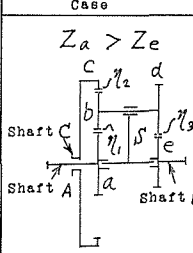
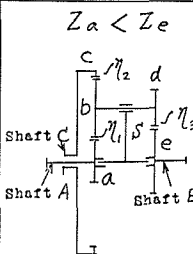
$$u = \frac{n_A}{n_C} = \frac{n_A}{n_S} \times \frac{n_S}{n_C} = \frac{(i_o' - 1)i_o''}{i_o'(1 + i_o'')} \quad (\text{同方向減速}),$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{\eta_1 \eta_3 (1 - i_o') (\eta_2 \eta_3 + i_o'')}{(1 - \eta_1 \eta_3 i_o') (1 + i_o'')}.$$

以上の結果をまとめて表1を得た.

Table 1 Speed Ratio and Efficiency Formulas for 3 K Type Planetary Gears

$$i_o' = \frac{Z_c}{Z_a} > 1 \quad i_o'' = \frac{Z_c Z_d}{Z_b Z_e} = \frac{i_o}{i_o'} > 1$$

Case	Driver	Follower	Fixed	Speed ratio U	Efficiency of Planetary Gears	
$Z_a > Z_e$  $0 < i_o' = \frac{Z_b Z_e}{Z_a Z_d} < 1$	C	E	A	Reduced (Opposite direction)	$\frac{n_E}{n_C} = \frac{(i_o' - 1)i_o''}{1 + i_o'}$ $\eta = \frac{(1 - i_o')(\eta_1 \eta_2 + i_o') \eta_1 \eta_3}{(1 + i_o')(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}$	
	E	C	A	Increased (Opposite direction)	$\frac{n_C}{n_E} = \frac{1 + i_o'}{(i_o' - 1)i_o''}$ $\eta = \frac{(1 + i_o')(\eta_1 \eta_3 - i_o') \eta_1 \eta_2}{(1 - i_o')(1 + \eta_1 \eta_2 i_o')}$	
	A	C	E	Increased (Same direction)	$\frac{n_C}{n_A} = \frac{1 + i_o''}{(1 - i_o')i_o'}$ $\eta = \frac{(1 + i_o'')(\eta_1 \eta_3 - i_o') \eta_2}{(1 - i_o')(1 + \eta_1 \eta_3 i_o') \eta_1}$	
	C	A	E	Reduced (Same direction)	$\frac{n_A}{n_C} = \frac{(1 - i_o')i_o''}{1 + i_o''}$ $\eta = \frac{(1 - i_o')(\eta_2 \eta_3 + i_o'')}{(1 + i_o'')(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}$	
	$Z_a < Z_e$  $i_o' = \frac{Z_b Z_e}{Z_a Z_d} > 1$	C	E	A	Reduced (Opposite direction)	$\frac{n_E}{n_C} = \frac{(1 - i_o')i_o}{1 + i_o}$ $\eta = \frac{(1 - i_o)(\eta_1 \eta_2 + i_o)}{(1 + i_o)(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}$
		E	C	A	Increased (Opposite direction)	$\frac{n_C}{n_E} = \frac{1 + i_o}{(1 - i_o')i_o}$ $\eta = \frac{(1 + i_o)(\eta_1 \eta_3 - i_o') \eta_2}{(1 - i_o')(1 + \eta_1 \eta_2 i_o) \eta_3}$
A		C	E	Increased (Same direction)	$\frac{n_C}{n_A} = \frac{(1 + i_o')i_o'}{(i_o' - 1)i_o''}$ $\eta = \frac{(1 + i_o'')(\eta_1 \eta_3 - i_o') \eta_2 \eta_3}{(1 - i_o')(1 + \eta_2 \eta_3 i_o'')}$	
C		A	E	Reduced (Same direction)	$\frac{n_A}{n_C} = \frac{(i_o' - 1)i_o''}{(1 + i_o'')i_o'}$ $\eta = \frac{(1 - i_o')(\eta_1 \eta_3 + i_o'') \eta_1 \eta_2}{(1 + i_o'')(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}$	
Applicable to both cases given above		A	E	C	Increased (Same direction)	$\frac{n_E}{n_A} = \frac{1 + i_o''}{1 + i_o}$ $\eta = \frac{(1 + i_o'')(1 + \eta_1 \eta_2 i_o) \eta_2 \eta_3}{(1 + i_o)(\eta_2 \eta_3 + i_o'')}$
		E	A	C	Reduced (Same direction)	$\frac{n_A}{n_E} = \frac{1 + i_o}{1 + i_o''}$ --- $Z_a > Z_e$ $\eta = \frac{(1 + i_o)(1 + \eta_2 \eta_3 i_o'') \eta_1 \eta_2}{(1 + i_o'')(1 - \eta_1 \eta_3 i_o')}$
	A	E	C	Increased (Same direction)	--- $Z_a < Z_e$	
	E	A	C	Reduced (Same direction)	--- $Z_a < Z_e$	

3 結 言

2K-H型遊星歯車機構の速比と効率計算式を用いて、3K型遊星歯車機構の速比と効率計算式を求め、これら計算式の一覧表を作成した。これら計算式は、いずれも歯数比と

基準効率を用いて計算することができる。最後に本研究に助力された和田篤君に感謝の意を表す。

文 献

- 1) В. Н. Кудрявцев, Планетарные передачи, (1966)
- 2) 両角宗晴, 遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法について, 信州大学工学部紀要, 31号 (昭46-12), 105.
- 3) ~26) 文献 2) の P.108, P.112