Journal of the Faculty of Engineering, Shinshu University, No. 40, 1976
信州大学工学部紀要　第40号

差動歯車機構の効率計算式について
（第２報　３Ｋ型差動歯車機構）

両　角　宗　晴*
（昭和51年５月28日受理）

On the Efficiency Formulas of the Differential Gears
(2nd Report, 3K Type Differential Gears)

Muneharu MOROZUMI

The theoretical estimation of the efficiency of differential gears is of value in revealing the characteristics of different kinds of differential gears.

A differential is a simple planetary train in which all the three principal members rotate. Then one of them is the driver, and the other two are followers, or vice versa.

The calculation of the efficiency of differential gears fundamentally differs from that of stationary gears with the carriers locked to the housings.

The calculation of the efficiency of differential gears is more difficult than that of stationary gear trains.

In this paper, the author treats the derivation of the efficiency formulas of 3K type differential gears, and the efficiency formulas of differential gears are obtained.

For the purpose of calculating the efficiency of 3K type differential gears, these formulas require only the knowledge of the number of teeth and the efficiency of the stationary gear trains.

1　緒　　　言

遊星歯車機構は，入力軸，出力軸および補助軸の三本の基本軸からなっており，これら遊星歯車機構の種類は非常に多いが，そのうちで３ケの太陽歯車が基本軸となるものを，３Ｋ型遊星歯車機構と呼ぶ．

そして２つの軸に駆動を与えたとき，第３の軸がそれらの作用を同時に受けて回転したり，または１つの軸を駆動して他の２本の軸が，ある角速度関係をもって被動される装置

＊ 精密工学教室　教授

を３Ｋ型差動歯車機構と呼ぶ．これら３Ｋ型差動歯車機構を設計する際，あらかじめその機構の理論効率値を計算により求め，効率について十分検討しておく必要がある．３Ｋ型差動歯車機構のかみあい損失による理論効率の計算法としては Кудрявцев の研究[1] があるが，その計算式の誘導法はやや難解であり，しかも得られた式は，装置の効率を歯車の歯数と基準効率から直ちに計算し得る形のものでない．そこで筆者は以前筆者が求めた３Ｋ型遊星歯車機構の効率計算式[2)3)] を用いてもっとわかり易い方法により，３Ｋ型差動歯車機構のすべての効率計算式を求めた．そして得られた効率計算式は，装置の歯車の歯数と基準効率から直ちに装置の効率を計算することができる．

2　３Ｋ型差動歯車機構の効率計算式の誘導

2.1　太陽内歯車が２ケの差動歯車機構

図１に示すごとき３Ｋ型差動歯車機構で，歯車 a，b，c，d，e の歯数をそれぞれ Z_a, Z_b, Z_c, Z_d, および Z_e とし，$i_o=\dfrac{Z_c}{Z_a}$,　$i_o'=\dfrac{Z_bZ_e}{Z_cZ_d}$,　$i_o''=\dfrac{Z_bZ_e}{Z_aZ_d}=i_o\cdot i_o'$ とし，歯車 a，c，e およびキャリヤ S の角速度を w_a, w_c, w_e および w_s とする．

いま基本軸 A，C，E の角速度 w_a, w_c, w_e の関係を求めるために，表１のごとき重ね合わせ法を用いる．

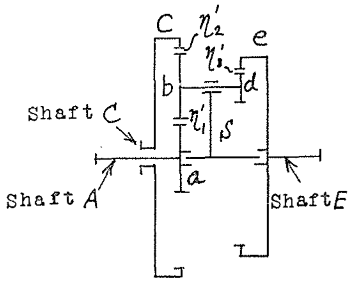


Fig. 1　3K Differential

Table 1. Solution by Tabulation. rad/sec

Step no.	Gear a	Gear b	Gear c	Gear d	Gear e	Arm S
1. Gear locked	w_s	w_s	w_s	w_s	w_s	w_s
2. Arm fixed	$-w_s+w_a$	$(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$(w_s-w_a)\frac{z_az_b}{z_bz_c}$	$(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$(w_s-w_a)\frac{z_az_d}{z_bz_e}$	0
3. Result	w_a	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_c}$	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_az_d}{z_bz_e}$	w_s

表１より次式を得る．

$$w_c=w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_c},\quad \text{これより}\quad w_s=\frac{z_aw_a+z_cw_c}{z_a+z_c}. \tag{1}$$

$$w_e=w_s+(w_s-w_a)\frac{z_az_d}{z_bz_e},\quad \text{これより}\quad w_s=\frac{z_az_dw_a+z_bz_ew_e}{z_az_d+z_bz_e}. \tag{2}$$

式(1)と(2)より w_s を消去すると

$$w_e=\frac{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c-z_a(z_cz_d-z_bz_e)w_a}{z_bz_e(z_a+z_c)}=\frac{(1+i_o'')w_c-(1-i_o')w_a}{i_o'+i_o''}, \tag{3}$$

$$w_c=\frac{z_bz_e(z_a+z_c)w_e+z_a(z_cz_d-z_bz_e)w_a}{z_c(z_bz_e+z_az_d)}=\frac{(i_o'+i_o'')w_e+(1-i_o')w_a}{1+i_o''} \tag{4}$$

$$w_a=\frac{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c-z_bz_e(z_a+z_c)w_e}{z_a(z_cz_d-z_bz_e)}=\frac{(1+i_o'')w_c-(i_o'+i_o'')w_e}{1-i_o'} \tag{5}$$

いま $z_c > z_e$ のときについて考える．

(i) 軸AとCが入力軸で，軸Eが出力軸の場合

w_e は式(3)から計算されるが，この差動歯車機構はつぎのごとき2つの成分遊星歯車装置からなるものと考えることができる．すなわち，内歯車 c を固定し，太陽歯車 a のみの回転によって生じた内歯車 e の角速度 w_{e1} と，内歯車 e に伝達される出力 N_{o1} の遊星歯車装置，および太陽歯車 a を固定し，内歯車 c のみの回転によって生じた内歯車 e の角速度 w_{e2} と，内歯車 e に伝達される出力 N_{o2} の遊星歯車装置からなると考える．

第1成分遊星歯車装置

$w_c=0$ であるから式(3)より次式を得る

$$w_{e1}=\frac{-z_a(z_cz_d-z_bz_e)w_a}{z_bz_e(z_a+z_c)}. \tag{6}$$

そして図1において，キャリヤSを固定したときの，歯車 a と b とのかみあい効率を η_1'，歯車 b と c とのかみあい効率を η_2'，歯車 d と e とのかみあい効率を η_3' とすれば，この第1成分遊星歯車装置の効率 η_1 は

$$\eta_1=\frac{(1+\eta_1'\eta_2'i_o)(i_o'-1)}{(1+i_o)(i_o'-\eta_2'\eta_3')}.\ ^{4)} \tag{7}$$

このときの軸Aからの入力 N_{i1} は

$$N_{i1}=\frac{N_{o1}}{\eta_1}. \tag{8}$$

第2成分遊星歯車装置

$w_a=0$ であるから，式(3)より

$$w_{e2}=\frac{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c}{z_bz_e(z_a+z_c)}. \tag{9}$$

この遊星歯車装置の効率 η_2 は

$$\eta_2=\frac{(1+i_o'')(i_o+\eta_1'\eta_2')\eta_1'\eta_3'}{(1+i_o)(1+\eta_1'\eta_3'i_o'')}.\ ^{5)} \tag{10}$$

このときの軸Cへの入力は

$$N_{i2}=\frac{N_{o2}}{\eta_2}. \tag{11}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta = \frac{N_o}{N_i} = \frac{N_o}{N_{i1} + N_{i2}} = \frac{N_o}{\dfrac{N_{o1}}{\eta_1} + \dfrac{N_{o2}}{\eta_2}}. \tag{12}$$

いま出力トルクを T_o とすると

$$N_o = T_o w_e = T_o(w_{e1} + w_{e2}) = N_{o1} + N_{o2}.$$

すなわち

$$T_o = \frac{N_o}{w_e} = \frac{N_{o1}}{w_{e1}} = \frac{N_{o2}}{w_{e2}}.$$

これより

$$N_{o1} = \frac{w_{e1}}{w_e} N_o = \frac{-z_a(z_c z_d - z_b z_e) w_a \cdot N_o}{z_c(z_a z_d + z_b z_e) w_c - z_a(z_c z_d - z_b z_e) w_a}, \tag{13}$$

$$N_{o2} = \frac{w_{e2}}{w_e} N_o = \frac{z_c(z_a z_d + z_b z_e) w_c \cdot N_o}{z_c(z_a z_d + z_b z_e) w_c - z_a(z_c z_d - z_b z_e) w_a}. \tag{14}$$

式(13), (14)を式(12)に代入すると

$$\eta = \frac{-z_a(z_c z_d - z_b z_e) w_a + z_c(z_a z_d + z_b z_e) w_c}{\dfrac{-z_a(z_c z_d - z_b z_e) w_a}{\eta_1} + \dfrac{z_c(z_a z_d + z_b z_e) w_c}{\eta_2}}.$$

これより

$$\eta = \frac{(i_o' - 1) w_a + (1 + i_o'') w_c}{\dfrac{(i_o' - 1) w_a}{\eta_1} + \dfrac{(1 + i_o'') w_c}{\eta_2}}. \tag{15}$$

(ii) 軸Aが入力軸で，軸CとEが出力軸の場合

w_a は式(5)から計算されるが，この場合もつぎのような２つの成分遊星歯車装置からなるものと考える.

第１成分遊星歯車装置

太陽内歯車 e を固定し， 太陽外歯車 a を駆動， 内歯車 c が従動の遊星歯車装置では，$w_e = 0$ であるから，式(5)より次式を得る.

$$w_{a1} = \frac{z_c(z_a z_d + z_b z_e) w_c}{z_a(z_c z_d - z_b z_e)}. \tag{16}$$

このときの効率 η_1 は

$$\eta_1 = \frac{(1 + \eta_1' \eta_3' i_o'')(i_o' - 1) \eta_2' \eta_3'}{(1 + i_o'')(i_o' - \eta_2' \eta_3')}. \tag{17}$$ [6)]

そして軸Cへの出力は

$$N_{o1}=N_{i1}\cdot\eta_1. \tag{18}$$

第2成分遊星歯車装置

太陽内歯車cを固定し，太陽外歯車aを駆動，太陽内歯車eが従動の遊星歯車装置では，$w_c=0$ であるから，式(5)より次式を得る．

$$w_{a2}=\frac{-z_bz_e(z_a+z_c)w_e}{z_a(z_cz_d-z_bz_e)}. \tag{19}$$

このときの効率 η_2 は

$$\eta_2=\frac{(1+\eta_1'\eta_2'i_o)(i_o'-1)}{(1+i_o)(i_o'-\eta_2'\eta_3')}. \tag{20}$$ [7)]

そして軸Eへの出力は

$$N_{o2}=N_{i2}\cdot\eta_2. \tag{21}$$

したがって全体の効率ηは

$$\eta=\frac{N_o}{N_i}=\frac{N_{o1}+N_{o2}}{N_i}=\frac{N_{i1}\eta_1+N_{i2}\eta_2}{N_i}. \tag{22}$$

しかるに入力トルクを T_i とすれば

$$N_i=T_iw_a=T_i(w_{a1}+w_{a2})=N_{i1}+N_{i2}.$$

すなわち

$$T_i=\frac{N_i}{w_a}=\frac{N_{i1}}{w_{a1}}=\frac{N_{i2}}{w_{a2}}.$$

これより

$$N_{i1}=\frac{w_{a1}}{w_a}N_i=\frac{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c}{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c-z_bz_e(z_a+z_c)w_e}N_i, \tag{23}$$

$$N_{i2}=\frac{w_{a2}}{w_a}N_i=\frac{-z_bz_e(z_a+z_c)w_e}{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c-z_bz_e(z_a+z_c)w_e}N_i. \tag{24}$$

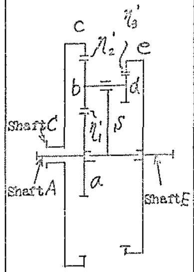
式(23)，(24)を式(22)に代入すると

$$\eta=\frac{z_c(z_az_d+z_bz_e)\eta_1w_c-z_bz_e(z_a+z_c)\eta_2w_e}{z_c(z_az_d+z_bz_e)w_c-z_bz_e(z_a+z_c)w_e}.$$

これより

$$\eta=\frac{(1+i_o'')\eta_1w_c-(i_o'+i_o'')\eta_2w_e}{(1+i_o'')w_c-(i_o'+i_o'')w_e} \tag{25}$$

Table 2 Speed Ratio and Efficiency Formulas for 3K Type Differential Gears

Type	Driver	Follower	Angular Velocity	Efficiency of Differentials	Efficiency of Component planetary Trains	
					$Z_c > Z_e$ $(i_o' > 1)$	$Z_c < Z_e$ $(0 < i_o' < 1)$
	A, C	E	$\omega_e = \frac{(1+i_o'')\omega_c - (1-i_o')\omega_a}{i_o' + i_o''}$	$\eta = \frac{(i_o'-1)\omega_a + (1+i_o'')\omega_c}{\frac{(i_o'-1)\omega_a}{\eta_1} + \frac{(1+i_o'')\omega_c}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \frac{(1+\eta_1'\eta_2' i_o)(i_o'-1)}{(1+i_o)(i_o'-\eta_2'\eta_3')}$ $\eta_2 = \frac{(1+i_o'')(i_o+\eta_1'\eta_2')\eta_1'\eta_3'}{(1+i_o)(1+\eta_1'\eta_3' i_o'')}$	$\eta_1 = \frac{(1+\eta_1'\eta_2' i_o)(1-i_o')\eta_2'\eta_3'}{(1+i_o)(1-\eta_2'\eta_3' i_o')}$
	A, E	C	$\omega_c = \frac{(i_o'+i_o'')\omega_e + (1-i_o')\omega_a}{1 + i_o''}$	$\eta = \frac{(1-i_o')\omega_a + (i_o'+i_o'')\omega_e}{\frac{(1-i_o')\omega_a}{\eta_1} + \frac{(i_o'+i_o'')\omega_e}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \frac{(1+\eta_1'\eta_3' i_o'')(i_o'-1)\eta_2'\eta_3'}{(1+i_o'')(i_o'-\eta_2'\eta_3')}$ $\eta_2 = \frac{(1+i_o)(\eta_1'\eta_3'+i_o'')\eta_1'\eta_2'}{(1+i_o'')(1+\eta_1'\eta_2' i_o)}$	$\eta_1 = \frac{(1+\eta_1'\eta_3' i_o'')(1-i_o')}{(1+i_o'')(1-\eta_2'\eta_3' i_o')}$
	C, E	A	$\omega_a = \frac{(1+i_o'')\omega_c - (i_o'+i_o'')\omega_e}{1 - i_o'}$	$\eta = \frac{(1+i_o'')\omega_c - (i_o'+i_o'')\omega_e}{\frac{(1+i_o'')\omega_c}{\eta_1} - \frac{(i_o'+i_o'')\omega_e}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o'')(\eta_2'\eta_3' i_o'-1)\eta_1'\eta_3'}{(i_o'-1)(i_o''+\eta_1'\eta_3')}$ $\eta_2 = \frac{(1+i_o)(1-\eta_2'\eta_3' i_o')\eta_1'}{(1-i_o')(i_o+\eta_1'\eta_2')\eta_3'}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o'')(\eta_2'\eta_3'-i_o')\eta_1'}{(1-i_o')(i_o''+\eta_1'\eta_3')\eta_2'}$ $\eta_2 = \frac{(1+i_o)(\eta_2'\eta_3'-i_o')\eta_1'\eta_2'}{(1-i_o')(i_o+\eta_1'\eta_2')}$
$i_o = \frac{Z_c}{Z_a} > 1$ $i_o' = \frac{Z_b Z_e}{Z_c Z_d}$	A	C, E	$\omega_a = \frac{(1+i_o'')\omega_c - (i_o'+i_o'')\omega_e}{1 - i_o'}$	$\eta = \frac{(1+i_o'')\eta_1\omega_c - (i_o'+i_o'')\eta_2\omega_e}{(1+i_o'')\omega_c - (i_o'+i_o'')\omega_e}$	$\eta_1 = \frac{(1+\eta_1'\eta_3' i_o'')(i_o'-1)\eta_2'\eta_3'}{(1+i_o'')(i_o'-\eta_2'\eta_3')}$ $\eta_2 = \frac{(1+\eta_1'\eta_2' i_o)(i_o'-1)}{(1+i_o)(i_o'-\eta_2'\eta_3')}$	$\eta_1 = \frac{(1+\eta_1'\eta_3' i_o'')(1-i_o')}{(1+i_o'')(1-\eta_2'\eta_3' i_o')}$ $\eta_2 = \frac{(1+\eta_1'\eta_2' i_o)(1-i_o')\eta_2'\eta_3'}{(1+i_o)(1-\eta_2'\eta_3' i_o')}$
$i_o'' = \frac{Z_b Z_e}{Z_a Z_d} > 1$ $= i_o \cdot i_o'$	C	A, E	$\omega_c = \frac{(i_o'+i_o'')\omega_e + (1-i_o')\omega_a}{1 + i_o''}$	$\eta = \frac{(1-i_o')\eta_1\omega_a + (i_o'+i_o'')\eta_2\omega_e}{(1-i_o')\omega_a + (i_o'+i_o'')\omega_e}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o'')(\eta_2'\eta_3' i_o'-1)\eta_1'\eta_3'}{(i_o'-1)(i_o''+\eta_1'\eta_3')}$ $\eta_2 = \frac{(1+i_o'')(i_o+\eta_1'\eta_2')\eta_1'\eta_3'}{(1+i_o)(1+\eta_1'\eta_3' i_o'')}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o'')(\eta_2'\eta_3'-i_o')\eta_1'}{(1-i_o')(i_o''+\eta_1'\eta_3')\eta_2'}$
	E	A, C	$\omega_e = \frac{(1+i_o'')\omega_c - (1-i_o')\omega_a}{i_o' + i_o''}$	$\eta = \frac{(i_o'-1)\eta_1\omega_a + (1+i_o'')\eta_2\omega_c}{(i_o'-1)\omega_a + (1+i_o'')\omega_c}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o)(1-\eta_2'\eta_3' i_o')\eta_1'}{(1-i_o')(i_o+\eta_1'\eta_2')\eta_3'}$ $\eta_2 = \frac{(1+i_o)(\eta_1'\eta_3'+i_o'')\eta_1'\eta_2'}{(1+i_o'')(1+\eta_1'\eta_2' i_o)}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o)(\eta_2'\eta_3'-i_o')\eta_1'\eta_2'}{(1-i_o')(i_o+\eta_1'\eta_2')}$

以上の解法と同様にして $z_c < z_e$ の3K型差動歯車機構の角速度と効率の計算式も求め，これら結果を表2に示した．

2.2 太陽外歯車が2ケの差動歯車機構

図2に示すごとき3K型差動歯車機構で，$i_o=\dfrac{z_c}{z_a}$，$i_o'=\dfrac{z_bz_e}{z_az_d}$，$i_o''=\dfrac{z_cz_d}{z_bz_e}$ とし歯車 a，c，e およびキャリヤ S の角速度を w_a，w_c，w_e および w_s とする．いま基本軸 A，C，E の角速度 w_a，w_c，w_e の関係を求めるために，表3のごとき重ね合わせ法を用いる．

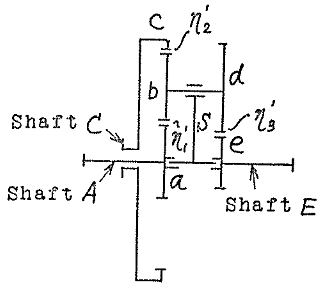


Fig. 2 3K Differential

Table 3 Solution by Tabulation. rad/sec

Step no.	Gear a	Gear b	Gear c	Gear d	Gear e	Arm S
1. Gear locked	w_s	w_s	w_s	w_s	w_s	w_s
2. Arm fixed	$-w_s+w_a$	$(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}\frac{z_b}{z_c}$	$(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$-(w_s-w_a)\frac{z_az_d}{z_bz_e}$	0
3. Result	w_a	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_c}$	$w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_b}$	$w_s-(w_s-w_a)\frac{z_az_d}{z_bz_e}$	w_s

表3より次式を得る．

$$w_c=w_s+(w_s-w_a)\frac{z_a}{z_c},\quad \text{これより}\quad w_s=\frac{z_aw_a+z_cw_c}{z_a+z_c}. \tag{26}$$

$$w_e=w_s-(w_s-w_a)\frac{z_az_d}{z_bz_e},\quad \text{これより}\quad w_s=\frac{z_bz_ew_e-z_az_dw_a}{z_bz_e-z_az_d}. \tag{27}$$

式(26)と(27)より w_s を消去すると

$$w_e=\frac{z_a(z_bz_e+z_cz_d)w_a+z_c(z_bz_e-z_az_d)w_c}{z_bz_e(z_a+z_c)}=\frac{(1+i_o'')w_a+(i_o-i_o'')w_c}{1+i_o}, \tag{28}$$

$$w_c=\frac{z_bz_e(z_a+z_c)w_e-z_a(z_bz_e+z_cz_d)w_a}{z_c(z_bz_e-z_az_d)}=\frac{(1+i_o)w_e-(1+i_o'')w_a}{i_o-i_o''}, \tag{29}$$

$$w_a=\frac{z_bz_e(z_a+z_c)w_e-z_c(z_bz_e-z_az_d)w_c}{z_a(z_bz_e+z_cz_d)}=\frac{(1+i_o)w_e-(i_o-i_o'')w_c}{1+i_o''}. \tag{30}$$

いま $z_a > z_e$ のときについて考える．

(i) 軸 A と C が入力軸で軸 E が出力軸の場合

w_e は式(28)から計算されるが，この差動歯車機構は，つぎのごとき2つの成分遊星歯車装置からなるものと考えることができる．すなわち，歯車 c を固定し，太陽歯車 a のみ

の回転によって生じた歯車 e の角速度 w_{e1} と，歯車 e に伝達される出力 N_{o1} の遊星歯車装置，および太陽歯車 a を固定し，内歯車 c のみの回転によって生じた歯車 e の角速度 w_{e2} と，歯車 e に伝達される出力 N_{o2} の遊星歯車装置からなると考える．

第1成分遊星歯車装置

$w_c=0$ であるから，式(28)より次式を得る．

$$w_{e1}=\frac{z_a(z_cz_d+z_bz_e)w_a}{z_bz_e(z_a+z_c)}. \tag{31}$$

そして図2においてキャリヤ S を固定したときの，歯車 a と b とのかみあい効率を η_1'，歯車 b と c とのかみあい効率を η_2'，歯車 d と e とのかみあい効率を η_3' とすれば，この第1成分遊星歯車装置の効率 η_1 は

$$\eta_1=\frac{(1+i_o'')(1+\eta_1'\eta_2'i_o)\eta_2'\eta_3'}{(1+i_o)(\eta_2'\eta_3'+i_o'')}. \text{ [8]} \tag{32}$$

このときの軸 A からの入力 N_{i1} は

$$N_{i1}=\frac{N_{o1}}{\eta_1}. \tag{33}$$

第2成分遊星歯車装置

$w_a=0$ であるから，式(28)より

$$w_{e2}=\frac{-z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}{z_bz_e(z_a+z_c)}. \tag{34}$$

この遊星歯車装置の効率 η_2 は

$$\eta_2=\frac{(1-i_o')(\eta_1'\eta_2'+i_o)\eta_1'\eta_3'}{(1+i_o)(1-\eta_1'\eta_3'i_o')}. \text{ [9]} \tag{35}$$

このときの軸 C への入力は

$$N_{i2}=\frac{N_{o2}}{\eta_2}. \tag{36}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta=\frac{N_o}{N_i}=\frac{N_o}{N_{i1}+N_{i2}}=\frac{N_o}{\dfrac{N_{o1}}{\eta_1}+\dfrac{N_{o2}}{\eta_2}}. \tag{37}$$

いま出力トルクを T_o とすると

$$N_o=T_ow_e=T_o(w_{e1}+w_{e2})=N_{o1}+N_{o2}.\ .$$

すなわち

$$T_o=\frac{N_o}{w_e}=\frac{N_{o1}}{w_{e1}}=\frac{N_{o2}}{w_{e2}}.$$

これより

$$N_{o1}=\frac{w_{e1}}{w_e}N_o=\frac{z_a(z_cz_d+z_bz_e)w_aN_o}{z_a(z_cz_d+z_bz_e)w_a-z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}, \tag{38}$$

$$N_{o2}=\frac{w_{e2}}{w_e}N_o=\frac{-z_c(z_az_d-z_bz_e)w_cN_o}{z_a(z_cz_d+z_bz_e)w_a-z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}. \tag{39}$$

式(38), (39)を式(37)に代入すると

$$\eta=\frac{z_a(z_cz_d+z_bz_e)w_a-z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}{\dfrac{z_a(z_cz_d+z_bz_e)w_a}{\eta_1}-\dfrac{z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}{\eta_2}}.$$

これより

$$\eta=\frac{(1+i_o'')w_a-(i_o''-i_o)w_c}{\dfrac{(1+i_o'')w_a}{\eta_1}-\dfrac{(i_o''-i_o)w_c}{\eta_2}}. \tag{40}$$

(ii) 軸Aが入力軸で，軸CとEが出力軸の場合

w_a は式(30)から計算されるが， この場合もつぎのような2つの成分遊星歯車装置からなるものと考える.

第1成分遊星歯車装置

太陽内歯車 c を固定し， 太陽歯車 a を駆動， 太陽歯車 e が従動の遊星歯車装置では， $w_c=0$ であるから，式(30)より次式を得る.

$$w_{a1}=\frac{z_bz_e(z_a+z_c)w_e}{z_a(z_cz_d+z_bz_e)}. \tag{41}$$

このときの効率 η_1 は

$$\eta_1=\frac{(1+i_o'')(1+\eta_1'\eta_2'i_o)\eta_2'\eta_3'}{(1+i_o)(i_o''+\eta_2'\eta_3')}. \text{[10)]} \tag{42}$$

そして軸Eへの出力は

$$N_{o1}=N_{i1}\cdot\eta_1. \tag{43}$$

第2成分遊星歯車装置

太陽歯車 e を固定し，太陽歯車 a を駆動，太陽内歯車 c を従動とする遊星歯車装置では， $w_e=0$ であるから，式(31)より次式を得る.

$$w_{a2}=\frac{z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}{z_a(z_cz_d+z_bz_e)}. \tag{44}$$

このときの効率 η_2 は

$$\eta_2=\frac{(1+i_o'')(\eta_1'\eta_3'-i_o')\eta_2'}{(1-i_o')(1+\eta_2'\eta_3'i_o'')\eta_1'}. \quad ^{11)} \tag{45}$$

そして軸 C への出力は

$$N_{o2}=N_{i2}\cdot\eta_2. \tag{46}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta=\frac{N_o}{N_i}=\frac{N_{o1}+N_{o2}}{N_i}=\frac{N_{i1}\eta_1+N_{i2}\eta_2}{N_i}. \tag{47}$$

しかるに入力トルクを T_i とすれば

$$N_i=T_iw_a=T_i(w_{a1}+w_{a2})=N_{i1}+N_{i2}.$$

すなわち

$$T_i=\frac{N_i}{w_a}=\frac{N_{i1}}{w_{a1}}=\frac{N_{i2}}{w_{a2}}.$$

これより

$$N_{i1}=\frac{w_{a1}}{w_a}N_i=\frac{z_bz_e(z_a+z_c)w_e}{z_bz_e(z_a+z_c)w_e+z_e(z_az_d-z_bz_e)w_c}N_i. \tag{48}$$

$$N_{i2}=\frac{w_{a2}}{w_a}N_i=\frac{z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}{z_bz_e(z_a+z_c)w_e+z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}N_i. \tag{49}$$

式(48)，(49)を式(47)に代入すると

$$\eta=\frac{z_bz_e(z_a+z_c)\eta_1w_e+z_c(z_az_d-z_bz_e)\eta_2w_c}{z_bz_e(z_a+z_c)w_e+z_c(z_az_d-z_bz_e)w_c}.$$

これより

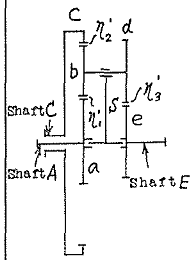
$$\eta=\frac{(1+i_o)\eta_1w_e+(i_o''-i_o)\eta_2w_c}{(1+i_o)w_e+(i_o''-i_o)w_c}. \tag{50}$$

以上の解法と同様にして，$z_a<z_e$ の３Ｋ型差動歯車機構の角速度と効率の計算式も求め，これら結果を表４に示した．

３　結　　　言

３Ｋ型差動歯車機構の効率計算式について考察し，歯車の歯数と基準効率から装置の効率を計算し得る式を導き，角速度と効率計算式の一覧表を作成した．最後に本研究に助力された和田篤君に感謝の意を表します．

Table 4 Speed Ratio and Efficiency Formulas for 3K Type Differential Gears

Type	Driver	Follower	Angular Velocity	Efficiency of Differentials	Efficiency of Component planetary Trains: $Z_a > Z_e$	Efficiency of Component planetary Trains: $Z_a < Z_e$
	A, C	E	$\omega_e=\dfrac{(1+i_0'')\omega_a+(i_0-i_0'')\omega_c}{1+i_0}$	$\eta=\dfrac{(1+i_0'')\omega_a-(i_0''-i_0)\omega_c}{\dfrac{(1+i_0'')\omega_a}{\eta_1}-\dfrac{(i_0''-i_0)\omega_c}{\eta_2}}$	$\eta_1=\dfrac{(1+i_0'')(1+\eta_1'\eta_2' i_0)\eta_2'\eta_3'}{(1+i_0)(\eta_2'\eta_3'+i_0'')}$ $\eta_2=\dfrac{(1-i_0')(\eta_1'\eta_2'+i_0)\eta_1'\eta_3'}{(1+i_0)(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$	$\eta_2=\dfrac{(1-i_0')(\eta_1'\eta_2'+i_0)}{(1+i_0)(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$
	A, E	C	$\omega_c=\dfrac{(1+i_0)\omega_e-(1+i_0'')\omega_a}{i_0-i_0''}$	$\eta=\dfrac{(1+i_0'')\omega_a-(1+i_0)\omega_e}{\dfrac{(1+i_0'')\omega_a}{\eta_1}-\dfrac{(1+i_0)\omega_e}{\eta_2}}$	$\eta_1=\dfrac{(1+i_0'')(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_2'}{(1-i_0')(1+\eta_2'\eta_3' i_0'')\eta_1'}$ $\eta_2=\dfrac{(1+i_0)(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_1'\eta_2'}{(1-i_0')(1+\eta_1'\eta_2' i_0)}$	$\eta_1=\dfrac{(1+i_0'')(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_2'\eta_3'}{(1-i_0')(1+\eta_2'\eta_3' i_0'')}$ $\eta_2=\dfrac{(1+i_0)(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_2'}{(1-i_0')(1+\eta_1'\eta_2' i_0)\eta_3'}$
	C, E	A	$\omega_a=\dfrac{(1+i_0)\omega_e-(i_0-i_0'')\omega_c}{1+i_0''}$	$\eta=\dfrac{(i_0''-i_0)\omega_c+(1+i_0)\omega_e}{\dfrac{(i_0''-i_0)\omega_c}{\eta_1}+\dfrac{(1+i_0)\omega_e}{\eta_2}}$	$\eta_1=\dfrac{(1-i_0')(\eta_2'\eta_3'+i_0'')}{(1+i_0'')(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$ $\eta_2=\dfrac{(1+i_0)(1+\eta_2'\eta_3' i_0'')\eta_1'\eta_2'}{(1+i_0'')(\eta_1'\eta_2'+i_0)}$	$\eta_1=\dfrac{(1-i_0')(\eta_2'\eta_3'+i_0'')\eta_1'\eta_3'}{(1+i_0'')(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$
$i_0=\dfrac{Z_c}{Z_a}$ $i_0'=\dfrac{Z_b Z_e}{Z_a Z_d}$	A	C, E	$\omega_a=\dfrac{(1+i_0)\omega_e-(i_0-i_0'')\omega_c}{1+i_0''}$	$\eta=\dfrac{(1+i_0)\eta_1\omega_e+(i_0''-i_0)\eta_2\omega_c}{(1+i_0)\omega_e+(i_0''-i_0)\omega_c}$	$\eta_1=\dfrac{(1+i_0'')(1+\eta_1'\eta_2' i_0)\eta_2'\eta_3'}{(1+i_0)(\eta_2'\eta_3'+i_0'')}$ $\eta_2=\dfrac{(1+i_0'')(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_2'}{(1-i_0')(1+\eta_2'\eta_3' i_0'')\eta_1'}$	$\eta_2=\dfrac{(1+i_0'')(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_2'\eta_3'}{(1-i_0')(1+\eta_2'\eta_3' i_0'')}$
$i_0''=\dfrac{Z_c Z_d}{Z_b Z_e}=\dfrac{i_0}{i_0'}$	C	A, E	$\omega_c=\dfrac{(1+i_0)\omega_e-(1+i_0'')\omega_a}{i_0-i_0''}$	$\eta=\dfrac{(1+i_0'')\eta_2\omega_a-(1+i_0)\eta_1\omega_e}{(1+i_0'')\omega_a-(1+i_0)\omega_e}$	$\eta_1=\dfrac{(1-i_0')(\eta_1'\eta_2'+i_0)\eta_1'\eta_3'}{(1+i_0)(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$ $\eta_2=\dfrac{(1-i_0')(\eta_2'\eta_3'+i_0'')}{(1+i_0'')(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$	$\eta_1=\dfrac{(1-i_0')(\eta_1'\eta_2'+i_0)}{(1+i_0)(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$ $\eta_2=\dfrac{(1-i_0')(\eta_2'\eta_3'+i_0'')\eta_1'\eta_3'}{(1+i_0'')(1-\eta_1'\eta_3' i_0')}$
	E	A, C	$\omega_e=\dfrac{(1+i_0'')\omega_a+(i_0-i_0'')\omega_c}{1+i_0}$	$\eta=\dfrac{(1+i_0'')\eta_1\omega_a-(i_0''-i_0)\eta_2\omega_c}{(1+i_0'')\omega_a-(i_0''-i_0)\omega_c}$	$\eta_1=\dfrac{(1+i_0)(1+\eta_2'\eta_3' i_0'')\eta_1'\eta_2'}{(1+i_0'')(\eta_1'\eta_2'+i_0)}$ $\eta_2=\dfrac{(1+i_0)(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_1'\eta_2'}{(1-i_0')(1+\eta_1'\eta_2' i_0)}$	$\eta_2=\dfrac{(1+i_0)(\eta_1'\eta_3'-i_0')\eta_2'}{(1-i_0')(1+\eta_1'\eta_2' i_0)\eta_3'}$

文　　献

1) B. H. Кудрявцев, Планетарные передачи, (1966)

2) 両角宗晴，遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法について，信州大学工学部紀要，31号 (昭46-12)，105.

3) 両角宗晴，3 K型遊星歯車機構の効率計算式について，信州大学工学部紀要，40号 (昭51-7)，51.

4)～7) 文献 2) の P. 116

8)～11) 文献 3) の P. 58.