

高周波誘導プラズマの加熱理論

大路通雄* 松沢照男** 笹沢 厚***

(昭和50年3月20日受理)

On the Theory of Heating of High-Frequency Induction Plasmas

Michio OHJI, Teruo MATSUZAWA and Atsushi SASAZAWA

The equation of heat transfer for induction-coupled plasma flows at atmospheric pressure through a straight semi-infinite high-frequency solenoid is solved in combination with the Maxwell electromagnetic equations and Ohm's law. The flow velocity is assumed to be aligned with the magnetic lines of force, and hence does not affect the electromagnetic fields. Under the simplifying conditions where the plasma properties are constant and the radiative heat losses are negligible, an exact solution can be obtained to show the "skin effect" in heating the plasma flows in the inlet portion of the solenoid. If the radiative losses as well as the dependences of plasma properties on the temperature are taken into consideration, numerical procedures are indispensable and the off-axis peak characteristic of the radial temperature profile is shown to be permanent. Comparisons are also made with some other related works.

1 ま え が き

大気圧における高周波誘導プラズマの研究は、1961年 Reed¹⁾により初めて報告された比較的新しい分野である。これは、ふつう数 MHz の高周波発振器に接続したソレノイド状ワークコイル内に石英管をおき、その一端から作動ガスを流入して誘導的にプラズマの加熱と維持を行うもので、容易に 10,000°K 前後の高温に達し、特に直流アークジェットの場合のような電極消耗による不純物の混入がなく、長時間安定であることを大きな特徴としている。したがって、原理上高周波電磁場中のプラズマ流の問題として電磁流体力学、放電物理学等の立場からきわめて興味深いばかりでなく、高温工学におけるさまざまな応用が期待できる。また、最近では核融合装置の予備加熱用としてもこの放電形式が注目されるようになった。

* 機械工学教室 教授

** 医学部公衆衛生学教室 助手

*** 大学院修士課程 (現在日立製作所)

高周波誘導プラズマの物理的特性については、現在いくつかの実験的報告^{1)~6)}があって、たとえば中心軸を外れた所に最高温度が現われる軸外ピーク (off-axis peak) 特性など誘導プラズマに特有の著しい性質は知られているが、発振器により定まるプラズマの外的条件と、プラズマ内の温度分布を始め電場、磁場の強さ、流れの速度、圧力等の定量的関係は、実験的にも理論的にもまだ確立されていない。

この報告では、現象をなるべく簡単な形にモデル化して大気圧領域での誘導プラズマの基本的な加熱機構、特に軸外ピーク特性の発現条件を考察し、合わせて最近独立に報告された二、三の理論的解析との比較検討を行う。

2 基礎方程式

実験は、ふつう Fig. 1 (a) のスケッチのように、水冷石英管を数ターンの高周波ソレノイド・コイルの中に挿入して行われるが、ここではこれを理想化して、管は無限に長く、その外側に $z \geq 0$ の領域で一様な高周波円電流が流れているモデルを考え、内壁上では一定の壁温 T_w に保たれるものとする (Fig. 1 (b)). 一方、プラズマに関しては最も簡単に、電子とイオン・中性粒子の間に局所熱平衡が成り立つと仮定して、巨視的に局所温度 T が定義された、密度 ρ 、導電率 σ の単一流体とみなせば*、粘性散逸 (ふつう重要でない) を無視したエネルギー方程式は、慣用の記法で

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + G - R \quad (2.1)$$

と書かれる (一般化された Elenbaas-Heller 方程式). ここで、 c_p は定圧比熱、 κ は熱伝導率、 G は単位体積・単位時間当たりの投入エネルギー、 R は同じく放射により失われるエネルギーを意味し、特に電流密度を \mathbf{j} 、電場ベクトルを \mathbf{E} とすると

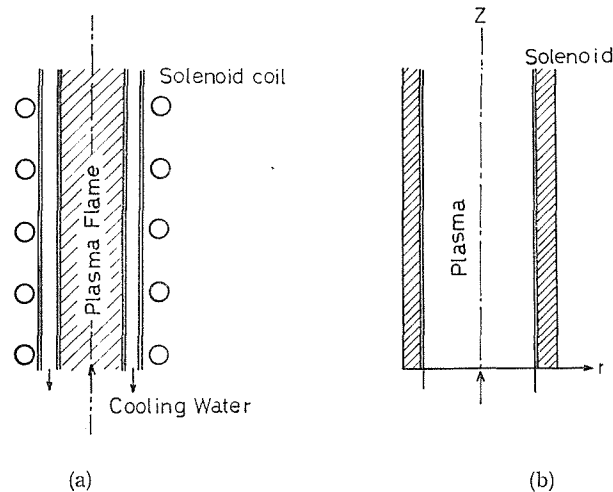


Fig. 1

* このような取り扱いの解釈と限界については、次報⁷⁾で吟味されるであろう。

$$G = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (2.2)$$

である。 G を定めるには Maxwell の方程式と Ohm の法則を用いる。すなわち、 \mathbf{j} , \mathbf{E} のほか磁束密度 \mathbf{B} , 磁場ベクトル \mathbf{H} , 電束密度 \mathbf{D} に対して

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.7)$$

(MKS 有理単位系) とすればよい。ただし、プラズマは電氣的に準中性の導電体と考えられるので、空間電荷および変位電流を無視した。また、 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ において誘電率 ϵ と透磁率 μ は一定であり、特に μ としては真空中の値 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henry/m をとる。

Ohm の法則 (2.7) に現われた \mathbf{u} は巨視的な流れの速度であって、原理的には流体力学的な連続方程式と運動方程式で規定される。しかし、そこには Lorentz 力 $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ の項が存在するから、一般に上の方程式系と独立でない。さらに、エネルギー方程式 (2.1) で $D/Dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla$ であり、これに熱力学の状態方程式を加えたすべての方程式が互いに連成して、きわめて複雑な非線形系を構成している。それを一般的に解くことは余りにもむずかしいので、差し当たり速度場と温度場および電磁場との相互作用を無視して、(2.1) ないし (2.7) だけを取り扱い、 \mathbf{u} はそれと独立に任意に与えられるものとしよう。速度場への反作用に対する吟味は今後の課題である。

このように単純化しても、問題の完全な解析はかなり複雑となるから、以下では現象の本質を代表すると思われる簡単な場合だけを取り扱うこととする。

3 厳密解

まず、最も簡単なモデルとして、方程式 (2.1) ~ (2.7) で輻射項 R を無視し、かつ関係する物性値がすべて温度にかかわらず一定とみなされる場合を考える。後に見るように、これらの仮定は、少なくともプラズマに関する限り決して現実的ではないが、問題の基本的な性格をうかがう意味での第 0 近似の役割を果たすであろう。その著しい特徴は、電磁場が温度場と無関係に定まり、しかもそれぞれの方程式がともに線形となって厳密に解けることである。すなわち、初めに電磁場の方程式によって Joule 加熱 G を求め、次にその G に対してエネルギー方程式を解けばよい。

そこで、図 1(b) に戻って、円柱座標系 (r, θ, z) を導入しよう。簡単のため、ソレノイドの端末効果 ($z=0$ 附近) を無視し、速度 \mathbf{u} は定常な軸方向成分 $U(r)$ のみを持つとすれば、電磁場については $\partial/\partial \theta = \partial/\partial z = 0$ とおいて、方程式 (2.3) ~ (2.7) は

$$\mathbf{H} = (0, 0, H_z), \quad \mathbf{E} = (0, E_\theta, 0), \quad \mathbf{j} = (0, j_\theta, 0), \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) \right\} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (3.2)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial r} = j_\theta = \sigma E_\theta \quad (3.3)$$

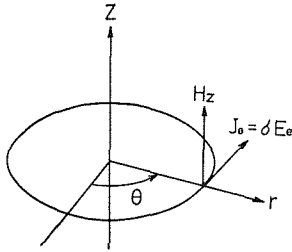


Fig. 2

に帰着する (Fig. 2). H_z, E_θ, j_θ は r と t の関数である. 磁場は速度と平行になるから, この場合には電磁場は厳密に速度場の影響をうけない ($\mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0$). 一方, 温度変動は, ここで考えるような高周波電磁場の速い振動には追随しないので, 加熱項 G として振動の 1 周期にわたる時間平均をとり, 特に定常な作動状態の下では, (2.1) における $\partial/\partial t$ の項を 0 とすることができる. すなわち, 複素振幅の実効値で表わした, 角周波数 $\omega (=$

$2\pi f$) の正弦振動

$$[H_z, E_\theta, j_\theta] = \sqrt{2} [H, E, j] e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

に対しては,

$$G = \overline{\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}} = \frac{1}{2} \text{Re} (\overline{j_\theta E_\theta}) = \sigma E^* E \quad (3.5)$$

となり (* は複素共役), 輻射項を省略したエネルギー方程式は, $z \geq 0$ の領域で

$$\rho c_p U \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \sigma E^* E \quad (3.6)$$

と書かれる.

方程式 (3.2) と (3.3) は, 無限長の軸対称ソレノイドによる固体誘導加熱の場合とまったく同じであって, (3.4) を仮定すると, 管壁 $r = a$ で $H(a) = H_a$ の値を持ち, 軸上 $r = 0$ で有限な解は, 早くから知られているように⁸⁾,

$$H(r) = \frac{H_a I_0(\sqrt{2i}r/\delta)}{I_0(\sqrt{2i}a/\delta)} \quad (3.7)$$

$$E(r) = -\frac{\sqrt{2i}}{\sigma\delta} \frac{H_a I_0'(\sqrt{2i}r/\delta)}{I_0(\sqrt{2i}a/\delta)} \quad (3.8)$$

で与えられる. ここに I_n は n 次の変形 Bessel 関数, プライムは引数についての微分を表わし,

$$\delta = \left(\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega} \right)^{1/2} \quad (3.9)$$

は、いわゆる表皮厚さ (skin depth) である. (3.8) を (3.5) に代入し,

$$I_0(\sqrt{i}x) = \text{ber}(x) + i \text{bei}(x)$$

で定義される Kelvin 関数⁹⁾ を用いると,

$$\sigma E^* E = \frac{2H_a [\{\text{ber}'(\sqrt{2}r/\delta)\}^2 + \{\text{bei}'(\sqrt{2}r/\delta)\}^2]}{\sigma \delta^2 [\{\text{ber}(\sqrt{2}a/\delta)\}^2 + \{\text{bei}(\sqrt{2}a/\delta)\}^2]} \quad (3.10)$$

となる.

次に、管断面での平均流速を U_m として、以下の無次元量を導入しよう.

$$\left. \begin{aligned} P\acute{e} &= \frac{2\rho c_p a U_m}{\kappa} \text{ (Péclet 数)}, \quad r = \frac{2a}{\delta}, \\ \eta &= \frac{r}{a}, \quad \chi = \frac{2z}{P\acute{e}a}, \quad \vartheta = \frac{2a\kappa(T-T_w)}{H_a^2}, \\ f(\eta) &= \frac{U}{U_m} \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

(3.10) を (3.6) に代入して無次元化すれば、 ϑ について

$$\left. \begin{aligned} f(\eta) \frac{\partial \vartheta}{\partial \chi} &= \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + \frac{4}{P\acute{e}^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \chi^2} + r^2 g(\eta); \\ g(\eta) &= \frac{\{\text{ber}'(r\eta/\sqrt{2})\}^2 + \{\text{bei}'(r\eta/\sqrt{2})\}^2}{\{\text{ber}(r/\sqrt{2})\}^2 + \{\text{bei}(r/\sqrt{2})\}^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

を得る. η 方向の境界条件は

$$\eta = 1 \text{ で } \vartheta = 0; \quad \eta = 0 \text{ で } \partial \vartheta / \partial \eta = 0 \quad (3.13)$$

である. また、普通は $P\acute{e} \gg 1$ であるから、以下すべて $\partial^2 \vartheta / \partial \chi^2$ の寄与を無視し、 $\chi \leq 0$ では一様温度 $\vartheta = 0$ ($T = T_w$) と仮定する. 他方、 $\chi \rightarrow \infty$ (無限下流) では軸方向の変化がなくなって、(3.12) は常微分方程式

$$\frac{d^2 \vartheta}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\vartheta}{d\eta} + r^2 g(\eta) = 0 \quad (3.14)$$

に帰着する. ここで、(3.14) の条件を満たす解を ϑ_∞ と書き、 $\phi = \vartheta - \vartheta_\infty$ を新しい変数に選ぶと、(3.12) は

$$f(\eta) \frac{\partial \phi}{\partial \chi} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \quad (3.15)$$

に変換される. 境界条件は、(3.13) のほかに $\chi = 0$ で $\phi = -\vartheta_\infty$ である.

(3.14) は容易に積分されて、 $f(\eta)$ に関係なく

$$g_{\infty}(\eta) = 1 - \frac{\{\text{ber}(\gamma\eta/\sqrt{2})\}^2 + \{\text{bei}(\gamma\eta/\sqrt{2})\}^2}{\{\text{ber}(\gamma/\sqrt{2})\}^2 + \{\text{bei}(\gamma/\sqrt{2})\}^2} \quad (3.16)$$

となるが、(3.15)を解くには速度分布 $f(\eta)$ を与えなければならない。ここでは定性的な傾向をみるために、円管流の両極限として一様流(乱流型)と、Poiseuille流(層流型)をとった結果は*

(1) 一様流の場合、 $f(\eta) = 1$:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\lambda_n^2 \chi) J_0(\lambda_n \eta); \\ A_n &= -\frac{2}{[J_1(\lambda_n)]^2} \int_0^1 g_{\infty}(\eta) J_0(\lambda_n \eta) \eta d\eta, \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

J_0 は第1種 Bessel 関数、 λ_n は J_0 の n 番目の零点.

(2) Poiseuille 流の場合、 $f(\eta) = 2(1-\eta^2)$:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-2\mu_n^2 \chi) \phi_n(\eta); \\ B_n &= -\frac{\int_0^1 g_{\infty}(\eta) \phi_n(\eta) (1-\eta^2) \eta d\eta}{\int_0^1 [\phi_n(\eta)]^2 (1-\eta^2) \eta d\eta}, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

μ_n, ϕ_n は $d^2\phi/d\eta^2 + (1/\eta)d\phi/d\eta + 2\mu^2(1-\eta^2)\phi = 0$ に属する n 番目の固有値と固有関数

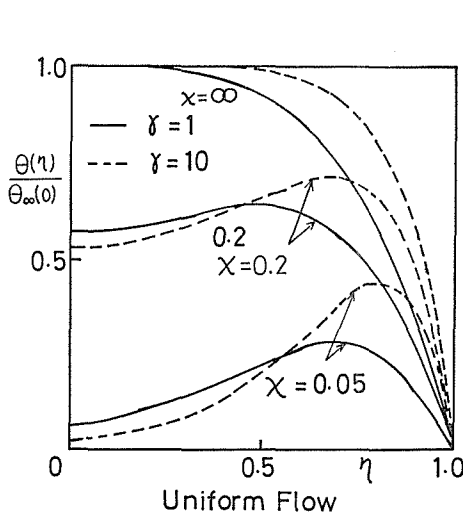


Fig. 3

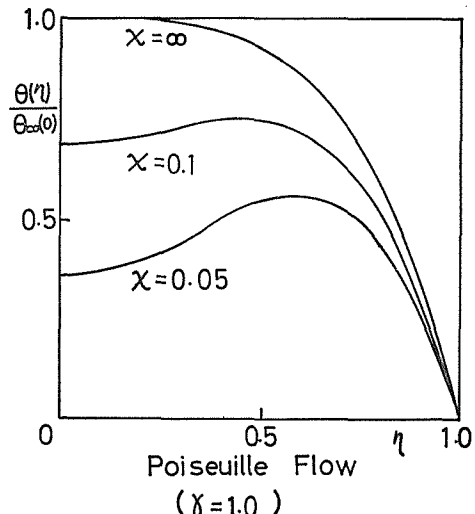


Fig. 4

* (3.15)は内部加熱のない熱伝達方程式¹⁰⁾と同形で、 $\phi \propto e^{-\alpha \chi} \phi(\eta)$ において変数分離すれば、境界条件(3.13)に対する ϕ の固有値問題となる。2次元チャンネルに適用した場合には、文献¹¹⁾参照。

(Graetz 関数) である¹²⁾.

Figs. 3, 4 は, (1) と (2) に対する $\vartheta = \phi + \vartheta_\infty$ のプロフィールを,

$$\vartheta_\infty(0) = 1 - \frac{1}{\{\text{ber}(\gamma/2)\}^2 + \{\text{bei}(\gamma/2)\}^2} \quad (3.19)$$

で規格化して示す. ϑ_∞ は単調関数であるが, いずれの場合にも過渡的に軸外ピーク特性が現われている. いうまでもなく, これは高周波電磁場の表皮効果に基づくもので, 周波数 $\omega/(2\pi)$ が大きいほど ($\gamma = \sqrt{2} a (\mu_0 \sigma \omega)^{1/2}$ が大きいほど), 最高温度の位置は管壁に近い. 同じ γ の値では, Poiseuille 流の場合 (Fig. 4) の方が一様流の場合 (Fig. 3) よりも早く ϑ_∞ に達する ($\mu_n > \lambda_n$). 定性的にいうと, 入力の大い壁付近の領域で前者は流速が小さく, 加熱効率がよいためであろう. また, 初めにソレノイドは半無限に長いとしたけれども, 方程式は放物型であるから, ソレノイドの長さが有限なときにも, その範囲では上の解析がそのまま成り立ち, ソレノイドの出口で再び $g=0$ の解に接続するわけである.

4 数 値 解

次に, いろいろな物性値の温度依存性と輻射項の影響を考慮しよう. このときはエネルギー方程式と電磁方程式が非線形となり, しかも $\sigma(T)$ の関数関係を介して互いにカップルするので, 事柄は格段に複雑で数値解法を用いるほかはない. 本節では, 実験例の最も多いアルゴン・プラズマを対象に $z \rightarrow \infty$ での解だけに注目した計算の試みを述べる. ただし, 添符 ∞ は省略した.

無限下流では現象は z 方向に変わらないから, \mathbf{H} と \mathbf{E} の方向はここでも Fig. 2 と同様であるが, 数値計算の必要上, $H = H_R + iH_I$, $E = E_R + iE_I$ とおいて, (3.2), (3.3) を実数形で

$$\frac{dH_R}{dr} + \sigma E_R = 0, \quad \frac{dH_I}{dr} + \sigma E_I = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{dE_R}{dr} + \frac{1}{r} E_R = \omega \mu_0 H_I, \quad \frac{dE_I}{dr} + \frac{1}{r} E_I = -\omega \mu_0 H_R \quad (4.2)$$

と書く. エネルギー方程式 (2.1) は, r 方向の熱流を q として,

$$q = \kappa r \frac{dT}{dr}, \quad (4.3)$$

$$\frac{dq}{dr} = rR - r\sigma(E_R^2 + E_I^2) \quad (4.4)$$

とすれば便利である. 境界条件として中心軸上ですべての量の勾配が 0 であることから,

$$E_R(0) = E_I(0) = \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=0} = 0 \quad (4.5)$$

は明らか. 残る三つの条件には管壁 ($r=a$) での H_R , H_I , T をとるのが自然であるが, いわゆる 2 点境界値問題となるので, 計算時間の増大を避けられない. そこで, 便宜上 a をあらかじめ指定せずに, すべて軸上の値から出発して 1 方向に進む方式の計算で代用する. その場合, $H_I(0)/H_R(0)$ で決まる位相は結果に影響しないから, 一般性を失うことなく, $H_I(0)=0$ としてもよい. すなわち

$$H_R(0)=H_0, \quad H_I(0)=0, \quad T(0)=T_0 \quad (4.6)$$

とにおいて, H_0 と T_0 を任意パラメータとみなせば, (4.5) と (4.6) は方程式系 (4.1) ~ (4.4) に対する必要十分な境界条件を構成している.

実際の計算は, H_0 と T_0 に対して物理的に妥当と思われる適当な値を与え, Runge-Kutta-Gill の方法を用いて行なった. これに用いた物性値等はつぎの通りである.

(1) 物性値. Spitzer & Härm¹³⁾ に従い

$$\sigma = 2 \times 10^9 \gamma_E \frac{(2kT)^{3/2}}{(\pi)^{3/2} m^{1/2} e^2 Z \ln A} \text{ [mho/cm]}, \quad (4.7)$$

$$\kappa = 20 \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \gamma_T \frac{(kT)^{5/2}}{m^{1/2} e^4 Z \ln A} \text{ [cal/cm}\cdot\text{s}\cdot\text{deg}] \quad (4.8)$$

とする. ここに, k は Boltzmann 定数, m は電子質量, e は素電荷, Ze はイオン電荷, また γ_E と γ_T は Z によって決まる定数で, $Z=1$ に対し $\gamma_E=0.582$, $\gamma_T=0.225$, $\ln A$ はいわゆる Coulomb 対数で, 電子密度を n_e とするとき $A=(3/2\pi^{1/2}n_e^{1/2})(kT/e^2)^{3/2}$ によって与えられる. ただし, いずれも完全電離を仮定しているのので, 考える温度範囲 (10^4 °K 程度以下) では, むしろ実験値 (たとえば文献14) を用いる方が現実的であろう.

(2) 輻射項. 理論的には再結合輻射および制動輻射による連続スペクトルと原子およびイオンの線スペクトルから成る. Bauder¹⁵⁾ によれば, 再結合輻射項は

$$R_{\text{rec}} = \left(\frac{32\pi^3 \rho^6}{3m^{3/2} c_0^3}\right) \times \begin{cases} \xi_1 n_e^2 \frac{\nu_g}{(kT)^{1/2}}, & \nu \leq \nu_g, \\ \xi_2 n_e^2 \frac{(kT)^{1/2}}{h}, & \nu \geq \nu_g, \end{cases} \quad (4.9)$$

(c_0 は光速, h は Planck 定数, ξ_1, ξ_2 は無次元係数, ν_g は特性周波数で, アルゴンに対しては $\xi_1=1.1$, $\xi_2=1.3$, $\nu_g=0.95 \times 10^{15}$ /s である).

制動輻射項は

$$R_{\text{brem}} = 1.42 \times 10^{-27} n_e^2 T^{1/2}, \quad (4.10)$$

線スペクトル項は

$$R_{\text{line}} = \frac{n_e^2 h^4 \exp(V/kT)}{2Z(2\pi m kT)^{3/2}} \sum A_{\lambda}^{\mu} g_{\mu\nu} \exp\left(-\frac{V_{\mu}}{kT}\right) \quad (4.11)$$

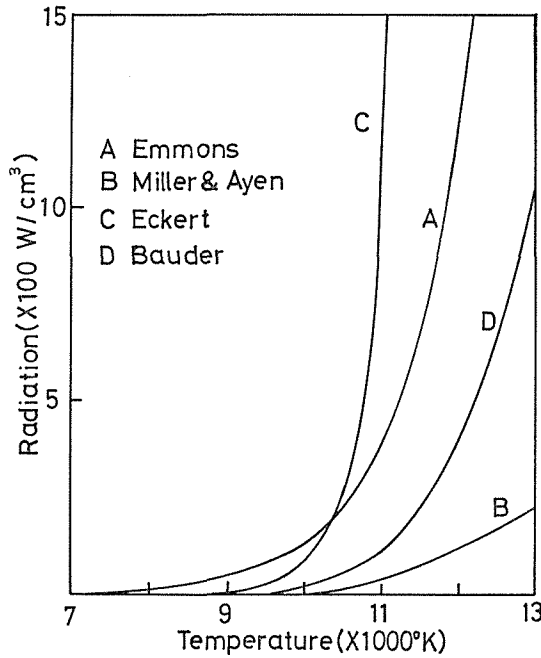


Fig. 5

(V は電離エネルギー, V_μ は準位 μ の励起エネルギー, Z は内部分配関数, A_i^g は遷移確率, g_μ は統計的重率) であって, 全輻射効果は

$$R = R_{\text{rec}} + R_{\text{brem}} + R_{\text{line}} \quad (4.12)$$

で表わされる (単位はいずれも $[\text{erg/s} \cdot \text{cm}^3]$). 電子密度 n_e は, 熱平衡を仮定した Saha の式¹⁶⁾から求めればよい. 以上の理論値と実験値¹⁴⁾の間には, しかしかなりの量的なちがいが認められる (Fig. 5).

計算結果を Figs. 6~11 に示す. Fig. 6 では (4.7)~(4.12) の関係を, Figs. 7~11 では Emmons¹⁴⁾ の実験値を用いたが, 解の定性的な傾向は全体を通じてあまり変わらない. 特に, $z \rightarrow \infty$ に対応する解であるにもかかわらず, 前節の場合と異なり温度分布の軸外ピーク特性が現われるところに著しい特徴がある. Fig. 6 は $T_0 = 10,000^\circ\text{K}$, $H_0 = 50 \text{ AT/m}$, $f = 10 \text{ MHz}$ のときの温度 T , 磁場 H , 電場 E , 加熱輻射比 $\Omega = \sigma E^2/R$ の分布であり*, Fig. 7 は T_0 の影響, Fig. 8 は H_0 の影響, Fig. 9 は f の影響を示している. Figs. 10, 11 は, 各パラメータのいろいろな値に対する E と H の分布である.

さきに述べたように, この計算では初めに管径 a を与えていない. T が適当な特定の温度 T_1 となる r の大きさはプラズマ半径の目安と考えられるが, そこでの磁場 H_1 の値が

* 簡単のため, $|H| = \sqrt{H_R^2 + H_I^2}$, $|E| = \sqrt{E_R^2 + E_I^2}$ をそれぞれ H , E と略記した. また Ω は Joule 加熱項と輻射項の比であって, その値が小さいほど輻射の相対的な効果が大きい.

自由に選べないので、直接実験と対応づけるには不便である。この点は、必要に応じくり返し計算法によって2点境界値問題を解けば解決できる¹⁷⁾。

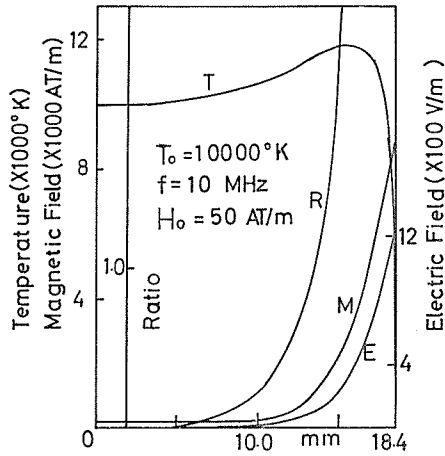


Fig. 6

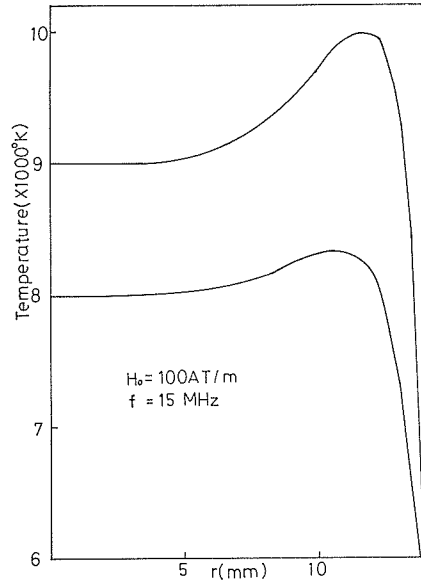


Fig. 7

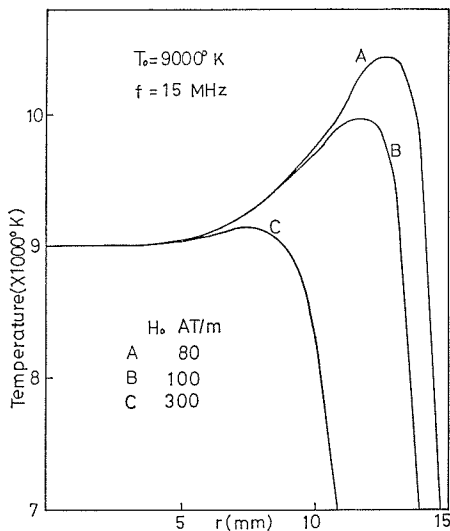


Fig. 8

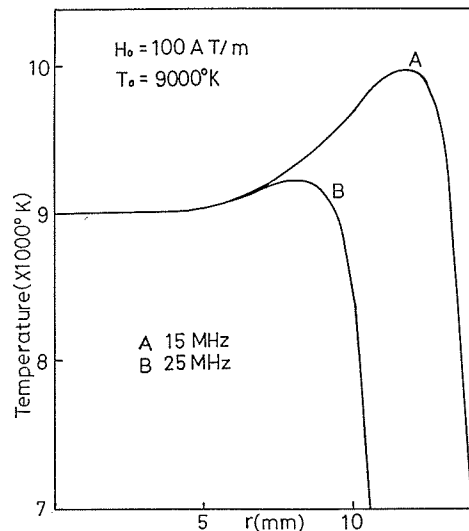


Fig. 9

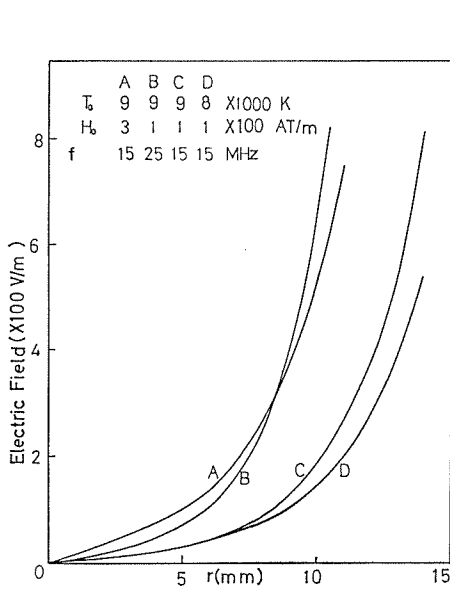


Fig. 10

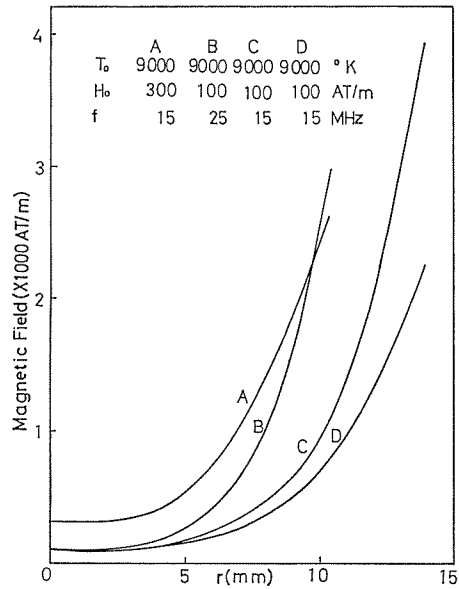


Fig. 11

5 考察とむすび

前節と類似の数値計算は、空気プラズマに対し Soshnikov & Trekov¹⁸⁾ や Hollister¹⁹⁾ によって試みられている。そのほかにも関連する報告は、特に米・ソを中心によく見られるが、中でも $U(r)$ を階段関数として流れの影響を考慮した Miller & Ayen のモデル²⁰⁾ と、領域を径方向に内外2層に分け、それぞれについて物理的な近似の下に解析解を求めた Eckert^{21, 22)} の理論は代表的なものであろう*。いずれの取り扱いも電磁場の表皮集中効果と温度分布の軸外ピーク特性を与える点は4節の結果と共通で、同じ外部条件に対する計算結果(アルゴン・プラズマ)の比較例を Fig. 12 に示した。定性的には、Fig. 13 のような実験結果をほぼ再現していると考えられる。

厳密解(3節)の性質と比べて最も重要な相異点は、無限下流でも温度分布が単調にならないことであって、これはさきに見視した輻射の効果によるものである。すなわち、加熱エネルギーが周辺部に集中しているため、軸射による損失の相対的な影響は中心部ほど大きくなり(Ω が小さくなる)、これによる軸付近でのエネルギー損失を加熱部からの熱伝導で補うことによってバランスが成立していると解釈される。したがって輻射と限らず中心部に何らかのエネルギー逸失機構が存在すれば、表皮効果との兼ね合いで同様な軸外ピークが出現すると思われる。次報⁷⁾は、そのような場合の1例にほかならない。周辺部に最高温度を持つこれらの特異な温度分布の応用は今後の興味ある問題で、そのためには

* 両者の詳細については、原論文のほか文献²³⁾を見られたい。

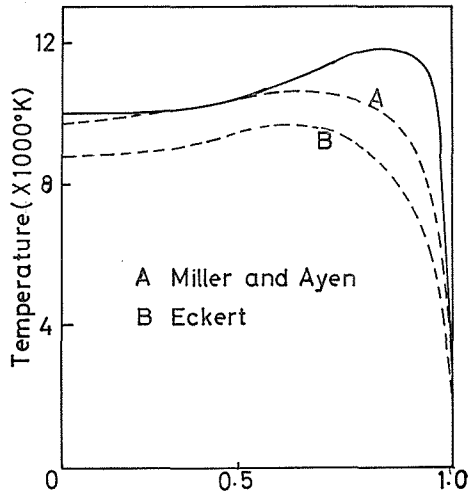


Fig. 12

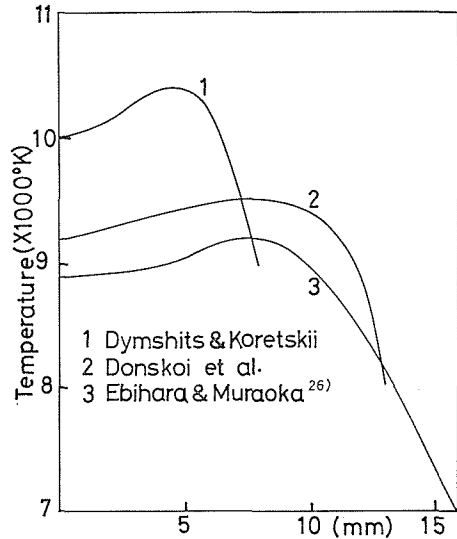


Fig. 13

さらに定量的な検討を加える必要があろう。なお、大気圧誘導プラズマの動作特性や性能解析に関しては、文献 24, 25) がある。

本研究は、一部文部省科学研究費の援助を受けた。また、事実上の共同研究者として加わった現熊本大学工学部蛸原健治助教授の寄与と助言による所がきわめて大きいことを特に付記したい。

参 考 文 献

- 1) T.B.Reed: J. Appl. Phys. **32** (1961) 821.
- 2) M.Ohji, M.Akazaki, R.Nakayama, K.Ebihara & T.Masuda: Rep. Res. Inst. Appl. Mech. **16** (1968) 1.
- 3) B.M.Dymshits & Ya. P.Koretskii: Sov. Phys.-Tech. Phys. **9** (1965) 1294.
- 4) V.M.Gol'dfarb & S.V.Dresvin: High Temp. **3** (1965) 333.
- 5) P.D.Johnston: Phys. Lett. **20** (1966) 499.
- 6) D.W.Hughes & E.R.Wooding: Phys. Lett. **24A** (1967) 70.
- 7) 大 路 通 雄, 笹 沢 厚, 宮 島 君 夫: 信 州 大 学 工 学 部 紀 要, 第 38 号 (1975)
- 8) J.J.Thomson: Phil. Mag. **4** (1927) 1128.
- 9) 寺 沢 寛 一: "数 学 概 論 (増 訂 版)" 岩 波 書 店 (1954).
- 10) W.McAdams: "Heat Transmission" McGraw-Hill, New York (1942)
- 11) K.Ebihara: Rep. Fac. Eng. Yamaguchi Univ. **20** (1970) 419.
- 12) K.Yamagata: Mem. Fac. Eng. Kyushu Univ. **8** (1940) 365.

- 13) L. Spitzer, Jr. & R. Härm: Phys. Rev. **89** (1953) 997.
- 14) H. W. Emmons: Phys. Fluids **10** (1967) 1125.
- 15) U. Bauder: J. Appl. Phys. **39** (1968) 148.
- 16) 後藤憲一: "プラズマ物理学" 共立出版 (1967).
- 17) D. C. Pridmore-Brown: J. Appl. Phys. **41** (1970) 3621.
- 18) V. N. Soshnikov & E. S. Trekov: High Temp. **4** (1966) 165.
- 19) D. D. Hollister: Phys. Lett. **20** (1966) 499.
- 20) R. G. Miller & R. J. Aye: J. Appl. Phys. **40** (1968) 5260.
- 21) H. U. Eckert: J. Appl. Phys. **41** (1970) 1520.
- 22) H. U. Eckert: J. Appl. Phys. **41** (1970) 1529.
- 23) 松沢照男: 信州大学工学部修士論文 (1973).
- 24) 蛭原健治: 電気学会論文誌 **93-A** (1973) 245.
- 25) 蛭原健治: 電気学会論文誌 **94-A** (1974) 485.
- 26) 蛭原健治, 村岡克紀: 電気学会全国大会講演集 (1971) 169.