

## 高周波誘導プラズマの非平衡理論

大路通雄\* 笹沢 厚\*\* 宮島君夫\*\*\*

(昭和50年3月20日受理)

### A Non-Equilibrium Theory of High-Frequency Induction Plasmas

Michio OHJI, Atsushi SASAZAWA and Kimio MIYAJIMA

Heating of plasmas by high-frequency electromagnetic induction is considered at an intermediate pressure range of about 10~100 Torr, on the basis of the two-fluid model theory. The system of equations to be solved consists of the continuity equation for electron gas, the two energy equations for electron and heavy particle (ion and neutral molecule) -gases, the force balance, the equations of state and the Maxwell equations together with Ohm's law. On assuming the axisymmetric geometry, these are solved numerically for argon plasmas to determine the electron temperature  $T_e$  and the heavy particle temperature  $T_h$  separately. It is shown that even in the absence of the radiation effect,  $T_e$  has an off-axis peak characteristic, whereas  $T_h$  falls off monotonically towards the plasma boundary. The plasmas are thus definitely in non-equilibrium, and possible departures from the complete equilibrium are suggested even for induction plasmas at atmospheric pressure.

### 1 ま え が き

われわれは、別の報告<sup>1)</sup>(Iと略記する)で大気圧における高周波誘導プラズマの加熱理論を取り扱い、熱伝導、高周波入力(Joule加熱)および輻射損失のバランスによって、特徴的な軸外ピーク温度特性が説明されることを示した。そこでは粒子間の衝突が十分に多いとして電子と重粒子の熱平衡を仮定し、プラズマを均質な単一媒質とみなす立場をとったが、圧力が低い場合にはそのような見方は許されなくなるであろう。いいかえれば、非平衡プラズマとしての取り扱いが必要になると考えられる。しかし、電子と重粒子間の相互作用が事実上無視できるほどに圧力が低いときは(0.1 Torr程度以下)、電子についてJoule加熱と熱伝導とのバランスのみを考えればよいから、解析はきわめて簡単で、特に電子の熱伝導率がきわめて大きいことを考慮すると、電子温度は径方向にほとんど変化

\* 機械工学教室 教授

\*\* 大学院修士課程(現在日立製作所)

\*\*\* 大学院修士課程

しないといつてよい<sup>2,3,4</sup>。

これに対し、上のどちらにも属さない中間圧領域（たとえば10~100 Torr 程度）では、粒子間の相互作用が非平衡性を支配するために、問題はきわめて複雑であつて、その研究はまだほとんど進んでいない。また、技術上の困難からこの圧力範囲での実験報告も乏しいが、0.7 Torr の場合（アルゴン）について分光学的測定により温度分布の軸外ピーク特性を得た例がある<sup>5</sup>。一方、Miller & Ayen<sup>6</sup> は、大気圧下でも誘導プラズマの外部電磁場による熱非平衡性が壁付近では無視できないことを指摘し、簡単な近似的評価を試みた。

本論文は、このような背景の下で、高周波電磁場内における非平衡プラズマの基礎的性質を明らかにすることを目的とし、いわゆる2流体モデルを導入してアルゴン・プラズマに対する数値解析を行うものである。

## 2 現象のモデル化と仮定

プラズマを、電子、イオン、中性原子より成る混合気体と考え、各粒子はそれぞれ Maxwell 分布をしているとする。非平衡現象にこの仮定を設けるのは厳密には無理があるが、統計平均された巨視的な量を問題にする限り、仮定からの外れは積分の中にくりこまれるので、比較的良い近似を与えるであろう。さらに、質量のほぼ等しいイオンと中性原子の温度は同じになること ( $T_i = T_a \equiv T_h$  とおく)、プラズマの性質から局所的に準中性 ( $n_e \approx n_i$ ) であることを考えれば、プラズマの3成分を電子と重粒子にまとめることができ、2流体近似が許される。以下、Iと同様に円柱座標を用い、数学的煩雑さ为了避免のために、現象は定常 ( $\partial/\partial t = 0$ )、軸対称 ( $\partial/\partial \theta = 0$ )、1次元で、巨視的な流れはないものとして (Fig. 1)。

電離電圧以上で中性原子は電離して電子とイオンに分れ、密度勾配があればそれらは拡散して行くが、ここでは両極性拡散が支配的であると仮定する。2流体モデルでは、二つの成分気体に対して別個に方程式を立て、衝突による相互作用項で両者を結合させる。こ

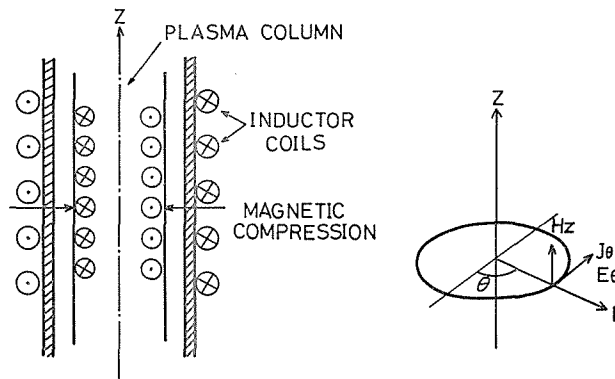


Fig. 1 Transformer representation of induction plasma.  $\otimes$  indicates outward current,  $\odot$  indicates inward current.

の場合の衝突は弾性的に起こるけれども、電離や再結合を伴う衝突は非弾性衝突としなければならない。これらを考慮して電磁方程式と二つのエネルギー方程式を連立で扱い、Iの解析を2流体モデルに拡張することが当面の問題である。もちろん、そこに現われる輸送係数は温度 $T$ の関数で、その結果かなり複雑な非線型問題となることは避けられない。

定性的にいうと、外部電磁場は表皮効果によって壁近くに集中するから Joule 加熱も中心部で小さく(軸対称なら軸上で厳密に0)、壁付近で最大になると予想されるが、圧力が低いとエネルギー交換能率も低下して、加熱のない軸上でも熱非平衡が存在し得る。これは中心付近に電子エネルギーの消失があることを意味し、その限りでは熱平衡を仮定した場合の輻射の効果と同等で、したがって電子温度の分布に軸外ピーク特性が現われる可能性を示唆している(I, 5節参照)。以下の解析においては、この機構に重点をおいて輻射項は無視した。一般に輻射は軸外ピークの出現を助長するであろうが、量的な検討には今後の考察が必要と思われる。

### 3 2流体方程式

問題にしている圧力範囲では、プラズマを構成する成分気体はなお連続体とみなされ、その挙動は巨視的な統計的平均量だけで記述されると考えられる。そこで、 $j$ 種粒子\*の分布関数 $f_j$ を重みとする平均値方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_j \langle \phi_j \rangle) + \frac{\partial}{\partial x^i}(n_j \langle \phi_j u^i \rangle) = I(\phi_j) \quad (3.1)$$

から出発しよう。ただし、 $\langle \rangle$ は統計平均で

$$\langle \phi_j \rangle = \int f_j \phi_j \, d\mathbf{u}_j, \quad (3.2)$$

$I(\phi_j)$ は外部作用と粒子間相互作用による単位体積当たりの $\phi_j$ の変化を示す。簡単のため $f_j$ は $j$ 粒子の速度変数 $\mathbf{u}_j$ (および時間 $t$ )だけの関数と仮定した。このようにして扱っても特に大きい誤りは生じない。(3.1)式で順次に $\phi_j = m_j$ ,  $\phi_j = m_j u_j^i$ ,  $\phi_j = (m_j u_j^i u_j^j / 2) + \psi_j$ ( $\psi_j$ はポテンシャル・エネルギー)とすれば、それぞれ連続方程式、運動方程式、エネルギー方程式が得られる。さきの仮定に従い、 $f_j$ をMaxwell分布とすると、こうして導かれる2流体モデルの基礎方程式とその関連方程式は、1次元軸対称系で次の通りである(MKS単位)：

(1) 電子の連続方程式

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r n_e U_e) = k_{e(\text{rec})} n_e (K_{\text{eq}} n_a - n_e^2), \quad (3.3)$$

(2) 力の釣り合いの式

$$\sum_{j=e, i, a} p_j + p_M = \text{一定} (= p_T \text{ とおく}), \quad (3.4)$$

\*  $j=e$ : 電子,  $j=i$ : イオン,  $j=a$ : 中性原子である。 $i$ と $a$ を区別する必要がない時は、 $j=h$ : 重粒子とする。これらの添字には総和規則を適用しない。

(3) 電子のエネルギー方程式

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \kappa_e \frac{dT_e}{dr} \right) + G = 3k \frac{m_e}{m_a} n_e \nu_e (T_e - T_h), \quad (3.5)$$

(4) 重粒子のエネルギー方程式

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \kappa_h \frac{dT_h}{dr} \right) = -3k \frac{m_e}{m_a} n_e \nu_e (T_e - T_h), \quad (3.6)$$

(5) 状態方程式

$$p_j = k n_j T_j; \quad j = e, i, a, \quad (3.7)$$

(6) Maxwell 方程式と Ohm の法則

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH_R}{dr} + \sigma E_R &= 0, & \frac{dH_I}{dr} + \sigma E_I &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r E_R) &= \omega \mu_0 H_I, & \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r E_I) &= -\omega \mu_0 H_R. \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

記号：

$E$	電場(実効値) = $E_R + iE_I$	$p_j$	粒子圧
$G$	Joule 加熱 = $\sigma E^* E$	$T_j$	粒子温度
$H$	磁場(実効値) = $H_R + iH_I$	$U_e$	電子拡散速度
$K_{eq}$	電離平衡定数(Saha の式)*	$\kappa_j$	粒子熱伝導率
$k$	Boltzmann 定数	$\mu_0$	真空の透磁率 = $4\pi \times 10^{-7}$ MKS
$k_{e(rec)}$	再結合係数*	$\nu_j$	粒子衝突周波数
$m_j$	粒子質量	$\sigma$	導電率
$n_j$	粒子数密度	$\omega$	電磁場の角周波数
$p_M$	磁気圧 = $\mu_0 H^* H / 2$		

各式の導出と意味については付録を参照されたい。また、今は両極性拡散が支配的な圧力範囲を考えているので、電子の拡散流束を

$$n_e U_e = -\frac{D_A}{2kT_h} \frac{d}{dr} (p_e + p_i) \quad (3.9)$$

とすることができる<sup>7)</sup>。  $D_A$  は両極性拡散係数である。以上の連立方程式を適当な境界条件の下で(数値的に)解くのであるが、その前に各輸送係数の性質を特にアルゴンの場合について調べておこう。

#### 4 アルゴン・プラズマの輸送量

(1) 熱伝導率

\* 付録(A4), (A7) 参照.

Chapman & Cowling<sup>8)</sup> が求めた単一気体の熱伝導率は、混合気体の  $j$  成分に対して次のように拡張される：

$$\kappa_j = \frac{75\pi}{128} k n_j \bar{c}_j \left( \frac{\bar{c}_j}{\nu_j} \right). \quad (4.1)$$

ここで  $\bar{c}_j (= \langle c_j^2 \rangle^{\frac{1}{2}})$  は平均熱速度、 $\nu_j$  は衝突周波数で、

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}_j &= \left( \frac{8kT_j}{\pi m_j} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \nu_j &= 2 \sum_{k=e, i, a} n_k Q_{jk} (\bar{c}_j^2 + \bar{c}_k^2)^{\frac{1}{2}} \frac{m_{jk}}{m_j} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

を意味する。 $Q_{jk}$  は  $j$  粒子と  $k$  粒子の衝突断面積、 $m_{jk} = m_j m_k / (m_j + m_k)$  は 2 体換算質量である。アルゴンでは、 $(m_e/m_i)^{1/2} = 1/275 (= \varepsilon)$  であるから、 $\varepsilon^2$  以上のオーダーの項を省略し、 $n_e \simeq n_i$ 、 $T_i = T_a = T_h$  とすれば、

$$\nu_e = \left( \frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} (n_a Q_{ea} + n_e Q_{ei}) \quad (4.3)$$

となり、各熱伝導率は

$$\left. \begin{aligned} \kappa_a &= \frac{75k}{64Q_{aa}} \left( \frac{\pi k T_h}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{n_e}{n_a} \cdot \frac{Q_{ia}}{Q_{aa}} \right]^{-1}, \\ \kappa_i &= \frac{75k}{64Q_{ia}} \cdot \frac{n_e}{n_a} \left( \frac{\pi k T_h}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{n_e}{n_a} \cdot \frac{Q_{ii}}{Q_{ia}} \right]^{-1}, \\ \kappa_e &= \frac{75k}{64(1+\sqrt{2})Q_{ee}} \left( \frac{\pi k T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{n_a}{n_e} \cdot \frac{Q_{ea}}{Q_{ee}} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

で与えられる。(3.6) には  $\kappa_h = \kappa_a + \kappa_i$  を用いればよい。

## (2) 導電率

厳密な計算は気体論的に Chapman-Enskog 法または摂動 Lorentzian 法を用いて行われるが<sup>9)</sup>、ここではよく知られた評価式

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \nu_e} \quad (4.5)$$

に従う ( $e$  は電子電荷、 $\nu_e$  は (4.3) 式)。その妥当性についてはなお検討の余地があるが、第 1 近似としては有効であろう。

## (3) 衝突断面積

(4.3) ~ (4.5) 計算するにはいろいろな衝突断面積の値が必要である。まず、同種の荷電粒子に対し、Debye 半径を切断パラメータとする Spitzer<sup>10)</sup> の結果から

$$Q_{jj} = \frac{\pi e^4 \ln \Lambda}{2(kT_j)^2}; \quad j = e, i \quad (4.6)$$

ただし,

$$A = \frac{3}{2e^3} \left( \frac{k^3 T_e^3}{\pi n_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

(Coulomb 因子). また,  $T_e/m_e \gg T_i/m_i$  であるから, イオン電子衝突はおもに電子温度で左右され

$$Q_{ei} = Q_{ee} \quad (4.7)$$

としてよい. これらは Coulomb 力による遠距離作用で支配されるが, 他の組み合わせの断面積は気体の種類で決まり, アルゴンの場合は次のように計算されている<sup>11)</sup>:

$$\left. \begin{aligned} Q_{aa} &= 1.70 \times 10^{-14} T_h^{-\frac{1}{2}} [\text{cm}^2], \\ Q_{ia} &= 1.40 \times 10^{-14} [\text{cm}^2], \\ Q_{ea} &= (-0.35 + 0.775 \times 10^{-4} T_e) \times 10^{-16} [\text{cm}^2], \quad (T_e \geq 10^4 \text{K}), \\ &= (0.39 - 0.551 \times 10^{-4} T_e + 0.595 \times 10^{-8} T_e^2) \times 10^{-16} [\text{cm}^2], \quad (T_e < 10^4 \text{K}). \end{aligned} \right\} (4.8)$$

すなわち, 中性原子間の衝突は  $r^{-6}$  に比例するポテンシャルを持つ van der Waals 力で規定され, ほとんど剛体球の衝突に近い性質を示すもので, 断面積も相対速度によらない. 荷電粒子と中性原子の衝突は一般に  $r^{-4}$  に比例する相互作用ポテンシャルで特徴づけられる. その断面積は多少とも相対速度に依存し, 特に  $Q_{ea}$  で著しい. 上式の  $Q_{ea}$  は,  $T_e = 4,600 \text{K}$  で極小値  $0.25 \times 10^{-16} \text{cm}^2$  を持つが, これは Ar, Xe, Kr 等に特有な量子力学的効果, いわゆる Ramsauer 効果にほかならない.

## 5 境界条件と熱非平衡性

現象を支配する12個の未知変数  $T_e, T_h, n_e, n_a, p_j$  ( $j = e, i, a$ ),  $U_e, E_R, E_I, H_R, H_I$  に対し, (3.3) ~ (3.9) で同じ数の方程式が与えられているから, 原理的には閉じた系として解くことが可能であるが, これを実行するには適当な境界条件および出発値を指定する必要がある.

初めに, 軸対称性より,

$$T_e'(0) = T_h'(0) = n_e'(0) = n_a'(0) = 0, \quad (5.1)$$

$$E_R'(0) = E_I'(0) = H_R'(0) = H_I'(0) = 0, \quad (5.2)$$

(プライムは  $r$  についての微分). そこで (3.8) から

$$E_R(0) = E_I(0) = 0 \quad (5.3)$$

でなければならない. さらに, 中心軸上では局所的な電離平衡を仮定して Saha の式を適用し, かつ  $p_M \ll p_j$  すれば,

$$\frac{n_e^2(0)}{n_a(0)} = K_{eq}(0), \quad (5.4)$$

$$\sum_{j=e,i,a} kn_j(0) T_j(0) = p_T \quad (5.5)$$

を得る.  $K_{eq}(0)$  は  $T_e(0)$  における  $K_{eq}$  の意味である. 熱非平衡の下でも, 特に中心付近で (5.4) を期待することは必ずしも無理でない<sup>2)</sup>. 軸上で  $p_M$  を無視する仮定も今の場合には妥当と思われる\*. 一方, プラズマ柱表面 ( $r=a$ ) では

$$T_e(a) = T_h(a) \equiv T_w \quad (5.6)$$

を要請しよう. 厳密にいうと, 表面付近では両極性拡散境界層を考慮するべきであるが, 事柄がきわめて複雑となるため, 便宜的に (5.6) で代用するのである. 実際, 境界層は非常に薄く, これを無視しても温度分布の定性的な説明にほとんど影響しないであろう. これらの境界条件の下にさきの方程式系を解くための出発値の選び方と数値積分の結果は 7 節で述べる.

その準備として, 2 流体モデルにおける熱非平衡性の規範について物理的な考察を加えておくことが望ましい. 一般に粒子間の衝突によって交換されるエネルギーは両者の質量比に関係するから, 電子と重粒子の混合気体が熱平衡に達するには衝突回数が非常に多く, したがって圧力も相当高くなければならないが, 高周波誘導プラズマのように空間的な非均一性が著しい場合は, 特に熱伝導の役割を無視することができないと思われる. いま, 電子の拡散を代表する長さのスケールを  $L$  とすれば, 電子エネルギーのバランス (3.5) は, およそ

$$\frac{\kappa_e T_e}{L^2} + \sigma E^2 \simeq 3k \frac{m_e}{m_a} n_e \nu_e (T_e - T_h) \quad (5.7)$$

で表わされ, ここに輸送係数の評価式を入れると, 非平衡度の見積もりとして

$$\frac{T_e - T_h}{T_e} \simeq \frac{c_1}{p^2 L^2} + \left(\frac{E}{p}\right)^2 \frac{c_2}{T_e^2} \quad (5.8)$$

を得る\*\*. ただし,  $\langle c_e \rangle / \nu_e = l_e = l_{e1}/p$  ( $l_{e1}$  は大気圧での電子の平均自由行路) を導入し, 定数を

$$c_1 = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{m_a}{m_e} l_{e1}^2, \quad c_2 = \frac{\pi e^2}{24k^2} \cdot \frac{m_a}{m_e} l_{e1}^2$$

とおいた. (5.8) の右辺第 1 項は熱伝導の効果で, これを省略すれば従来の近似式に一致する. この結果が示すように,  $E=0$  でも熱非平衡が存在することは非常に重要であって,  $L$  はいわゆる表皮厚  $\delta (\sim \omega^{-1/2})$  の程度と見られるので, 低密度高周波プラズマでは  $E=0$  の軸上で  $pL$  の 2 乗に反比例する非平衡性が予想されるわけである. Fig. 2 は粒子温度と  $pL$  の関係に対する定性的な両対数プロットで, ある  $pL$  の値で  $T_e = T_h$  となっ

\* 外部磁場が非常に大きくなると (5.5) は不適當で, すべての量を磁場に平行な成分と垂直な成分に分けて取り扱わなければならない.

\*\* 複素量  $E$  の絶対値  $|E|$  を単に  $E$  と書いた. I, p.9 脚注参照. 以下も誤解のおそれがない限りこれに準じる.

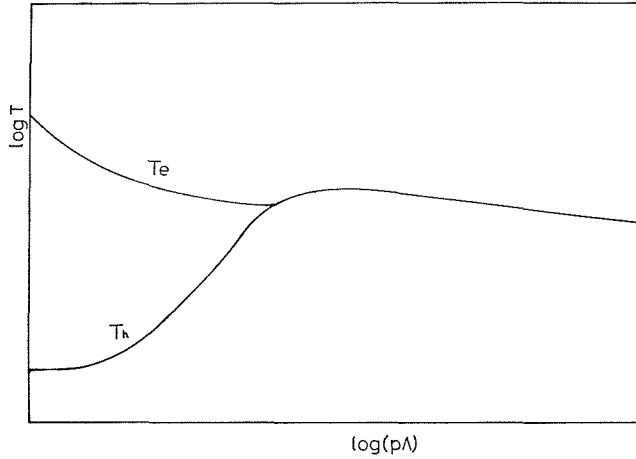


Fig. 2 Schematic profile of temperatures.

た後,  $T$  があまり変化しないのは (誘導プラズマでほぼ  $10,000^\circ\text{K}$  くらい), 輻射の効果と考えられる.

## 6 解析的近似解

数値計算を実行する前に, 簡単なモデルによる解析的に取り扱って概略の目安を得ることが出来る. すなわち, エネルギー方程式 (3.5) と (3.6) を加え合わせて  $r$  について 2 回積分し, 境界条件を使えば, 半径  $r$  の領域に関するエネルギーの収支は

$$\int_{T_e(0)}^{T_w} \kappa_e dT_e + \int_{T_h(0)}^{T_w} \kappa_h dT_h = - \int_0^r \frac{1}{r'} dr' \int_0^{r'} r'' \sigma(r'') E^2(r'') dr'' + C \quad (6.1)$$

である. 左辺は熱流ポテンシャルと呼ばれ,  $C$  は積分定数. これを近似的に評価するために, (3.8) で  $\sigma \sim \sigma_w (r/a)^{-2}$  を仮定すると, Maxwell 方程式は解析的に解け, 表皮厚さ  $\delta_w = (2/\mu_0 \omega \sigma_w)^{1/2}$  を導入して

$$E = E_w \left(\frac{r}{a}\right)^S; \quad S = \left[ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{a}{\delta_w}\right)^4} \right\} \right]^{1/2} \quad (6.2)$$

と書くことができる<sup>13)</sup>. 添字  $w$  は  $r=a$  での値,  $E$  は絶対値とする. 実際には, 数値的に  $a/\delta_w > 2$  であるから,  $S \simeq a/\delta_w$  であり, (6.2) は

$$E = E_w \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{a}{\delta_w}} \quad (6.3)$$

でおきかえてもよい. また, (4.4), (4.8) から熱伝導率をべき法則

$$\kappa_e = \alpha_1 T_e^{5/2}, \quad \kappa_h = \alpha_2 T_h^{3/4} \quad (6.4)$$

で近似し, これらを (6.1) に代入すれば, 簡単に



$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 T_e^{\frac{7}{2}}(r) + 2\alpha_2 T_h^{\frac{7}{4}}(r) &= C_0 - \frac{7}{8} \sigma_w E_w^2 \delta_w^2 \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{2a}{\delta_w}}; \\ C_0 &= \alpha_1 T_e^{\frac{7}{2}}(0) + 2\alpha_2 T_h^{\frac{7}{4}}(0) \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

となる。ところが、重粒子のエネルギー方程式は Joule 加熱項を含まないので、 $T_h$  は  $r$  の単調関数になると考えられ、放物線分布

$$T_h = T_{h0} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{T_w}{T_{h0}} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right\}; \quad T_{h0} \equiv T_h(0)$$

でほぼ代表されるであろう。このとき (6.5) は

$$\alpha_1 T_e^{\frac{7}{2}}(r) = C_0 - 2\alpha_2 T_{h0}^{\frac{7}{4}} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{T_w}{T_{h0}} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right\}^{\frac{7}{4}} - \frac{7}{8} \gamma_w \left( \frac{r}{a} \right)^{\frac{2a}{\delta_w}} \quad (6.6)$$

( $\gamma_w = \sigma_w E_w^2 \delta_w^2$ )。右辺第 1 項は定数、第 2 項は単調減少関数、第 3 項は単調増加関数であり、電子温度は  $T_{h0}$  に依存する極大値を持つことが期待される。圧力が十分低くなると  $T_{h0} \rightarrow 0$  に近づき、第 3 項が卓越する表面付近を除けば、 $T_e^{\frac{7}{2}} =$  一定という Keefer<sup>2)</sup> の結論に帰着する。(6.5) ないし (6.6) はそれを中間圧領域に拡張したものに相当するが、そこでは重粒子温度を直接測定することがむずかしいので、プローブを用いて測定される電子温度から重粒子温度を推定する目的にもこの式は都合が良い。

## 7 数 値 解 析

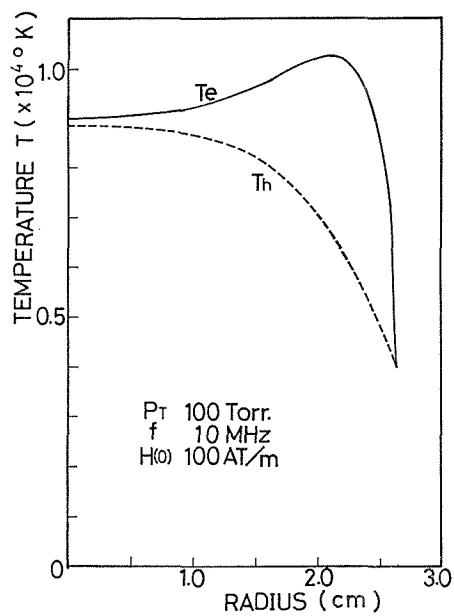
連立方程式 (3.3) ~ (3.9) の数値積分は、 $r = 0$  から出発して Runge-Kutta-Gill の方法で実行することができる。まず、(5.3) により  $E_R$ ,  $E_I$  の出発値は 0 である。 $n_e(0)$  と  $n_a(0)$  は、 $T_e(0)$  と  $T_h(0)$  が決まれば (5.4), (5.5) を用いて定められる。しかし、 $T_e(0)$  と  $T_h(0)$  を独立に与えたのでは、一般に (5.6) が満足されない。そこで、ここでは  $T_e(0)$  を任意パラメータとみなし、 $T_w$  を 3,000°K に設定して同じ  $r$  の値で (5.6) が成り立つまで試行修正をくり返して、対応する  $T_h(0)$  を決定した。磁場の出発値は I (4.6) と同様  $H_I(0) = 0$  にとり  $H_R(0)$  を任意に選ぶ。これを実験条件と関係づけるには、全高周波入力 (全エネルギー方程式の積分)

$$[G] = 2\pi \int_0^a r \sigma E^2 dr = -2\pi a \{ \kappa_e T_e'(a) + \kappa_h T_h'(a) \} \quad (7.1)$$

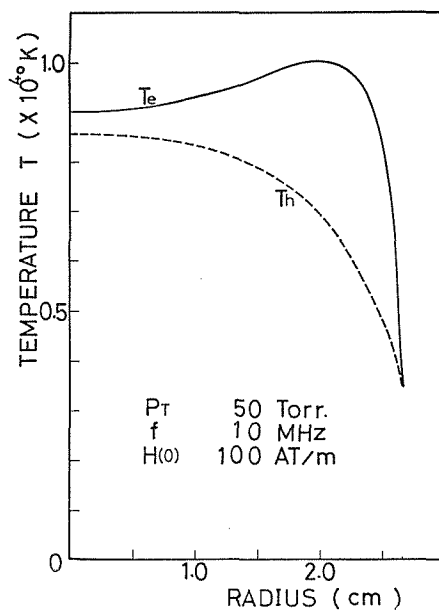
が実験装置の出力に等しくなるようにすればよい。また、 $[G]$  にソレノイド・コイルの長さを乗じたものは、プラズマ柱表面を通る Poynting ベクトル  $S$  の面積分  $\oint S dA$  に厳密に一致するはずで、このことは数値計算の精度の吟味に利用される。

今回の計算では Table 1 の出発値およびパラメータの組み合わせを用いた。結果は Figs. 3 ~ 11 に図示する。

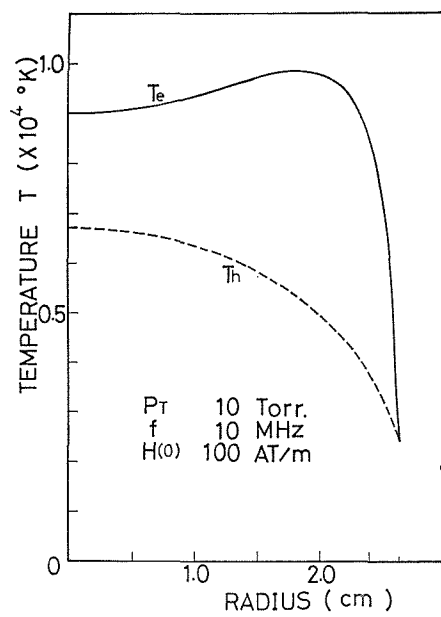
Fig. 3 は  $T_e(0) = 9,000^\circ\text{K}$ ,  $H_R(0) \equiv H(0) = 100 \text{ AT/m}$ , 周波数  $f = \omega/2\pi = 10 \text{ MHz}$  として圧力  $p_T$  を変えた場合の結果である。 $T_e$  の軸外ピーク特性は明らかであるが、圧力



(a)

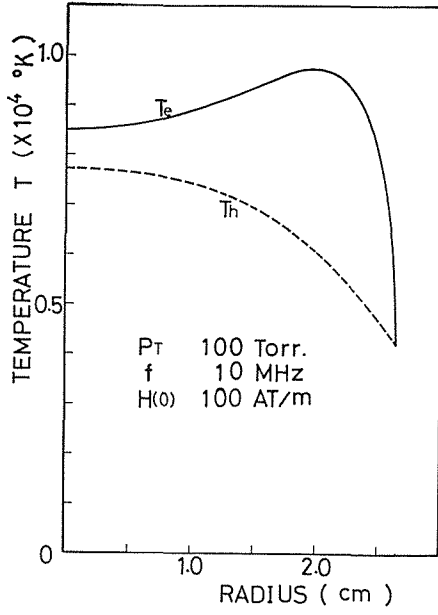


(b)

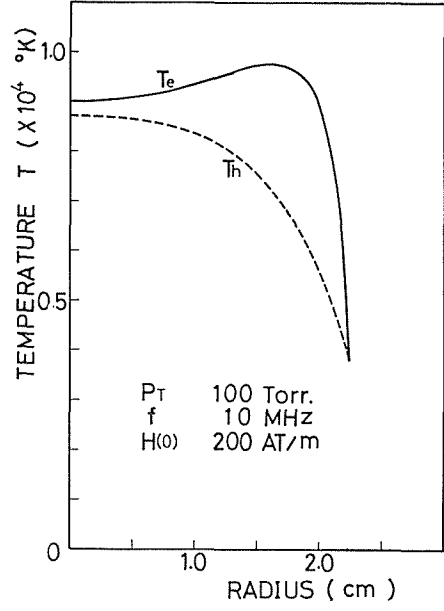


(c)

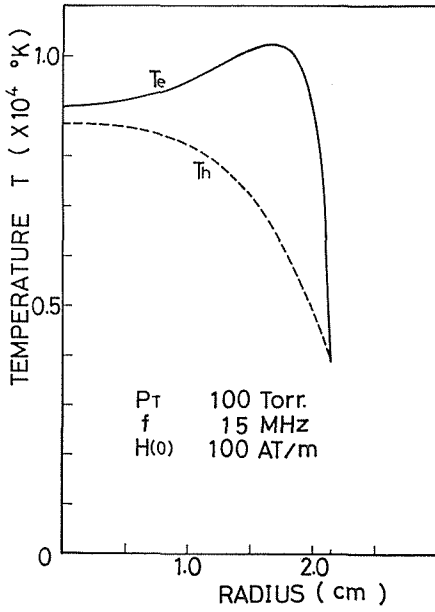
Fig.3 Effect of pressure on radial temperature profiles at constant values of  $f$  and  $H(0)$ .



(a)



(b)



(c)

Fig.4 Effect of  $T_e(0)$ ,  $H(0)$  and  $f$  on radial temperature profiles at constant pressure.

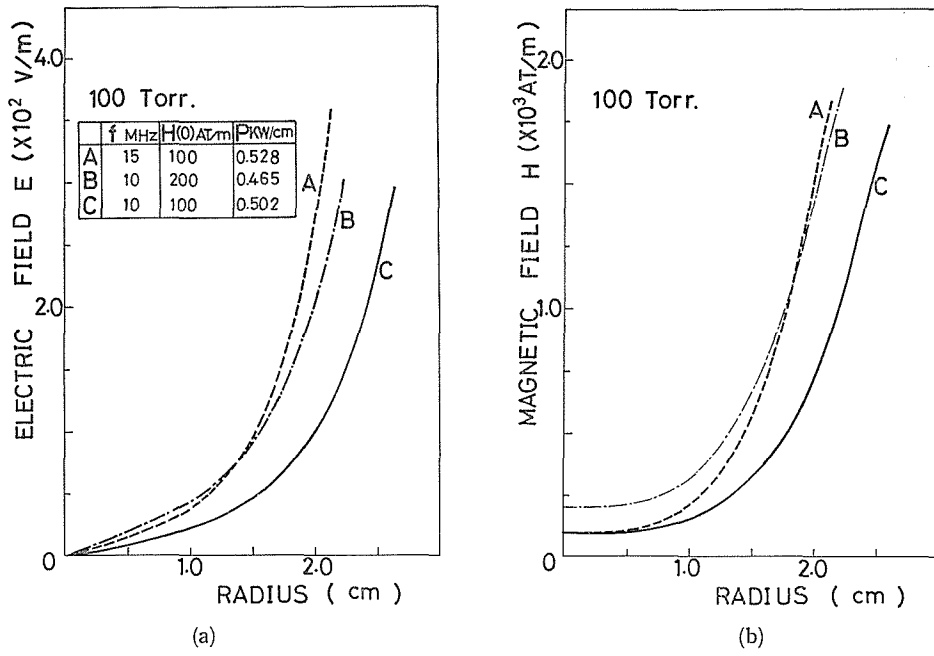


Fig.5 Electric and magnetic field strength profiles.

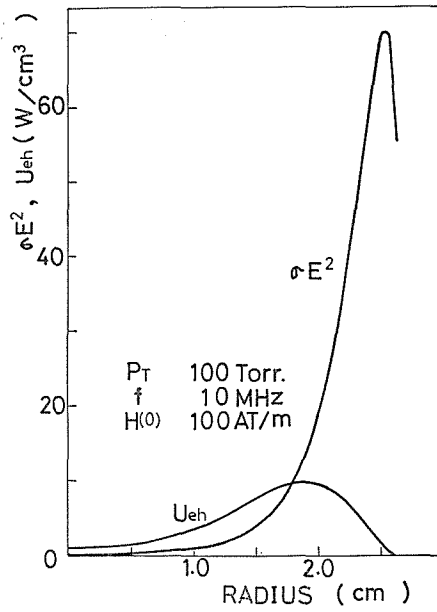


Fig.6 Transport energy by collision and specific power input.

Table.1 Electron temperatures, heavy particle temperatures and number densities used in the present calculations.

$P_T$ Torr	$T_e(0)^\circ\text{K}$	$T_h(0)^\circ\text{K}$	$n_e(0)\text{cm}^{-3}$	$H_r(0)$ AT/m	$f$ MHz
100	9000	8840	$8.0528 \times 10^{14}$	100	10
	8500	7700	$4.5606 \times 10^{14}$	100	15
				200	10
50	9000	8550	$5.7719 \times 10^{14}$	100	10
10	9000	6700	$2.8773 \times 10^{14}$	100	10

が低くなるほど平坦な分布に近づく傾向が見られる。  $T_h$  の分布は放物線に近く、またプラズマ柱半径は圧力にほとんど依存しない。 Fig. 4 は  $p_T=100$  Torr の場合について  $T_e(0)$ ,  $H(0)$ ,  $f$  を変えた影響を示す。 Fig.3 (a) と Fig.4 (a) を比べると  $T_e(0)$  の低い方が非平衡性は大きい ((5.8) 式参照)。 プラズマ半径は  $H(0)$  を増すか (Fig. 4 (b)),  $f$  を増す (Fig. 4 (c)) と小さくなる。 これは  $a/\delta_w$  が  $f$  にかかわりなくほぼ一定値 (= 1.75) を持つという実験結果<sup>14)</sup>に比較して興味深い。

Fig. 5 は Fig.3 (a), Fig.4 (b), (c) に対応する電磁場の分布で、定性的には熱平衡を仮定した I, Figs. 10, 11 と大差ない (表皮効果)。 Fig.6 はエネルギー収支分布の 1 例を示し、 $U_{eh}$  は電子から重粒子へ衝突で移される項 ((3.5) 式右辺) である。表面付近

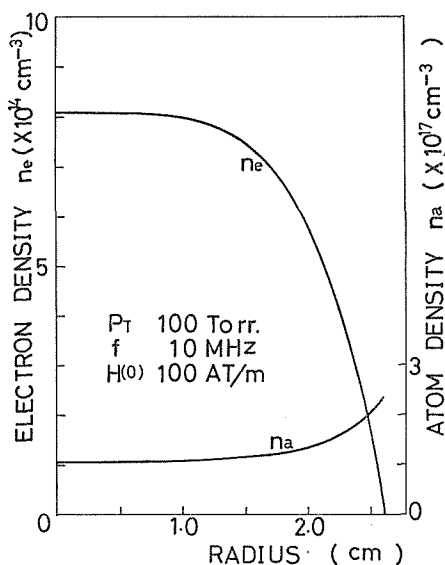


Fig. 7 Electron and neutral atom number density profiles.

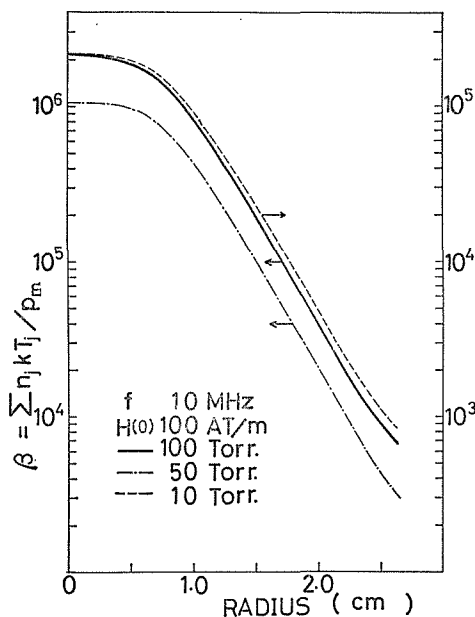


Fig. 8 Effect of magnetic pressure on plasma pressure at constant total pressure.

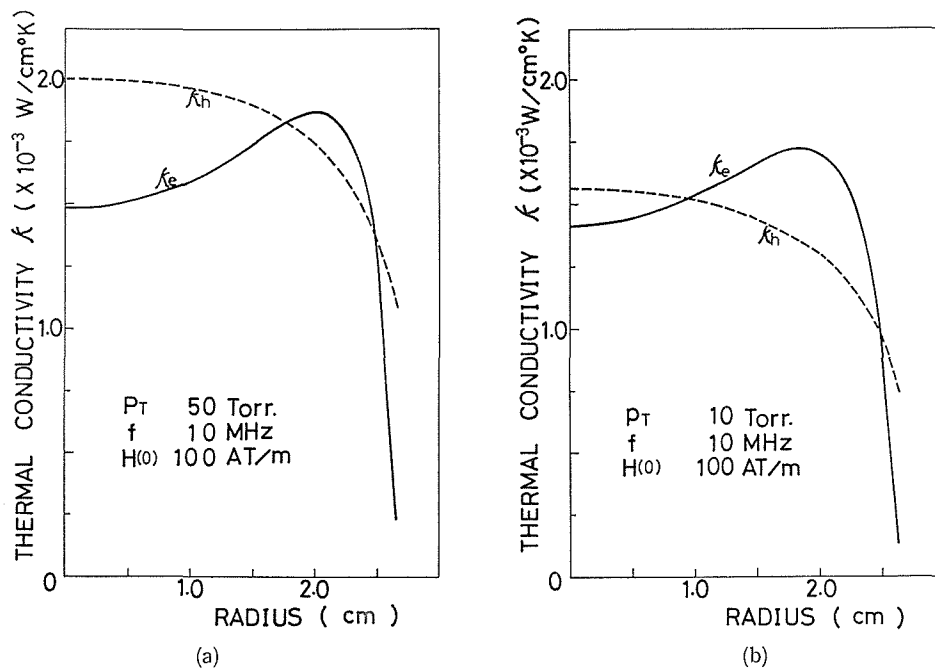


Fig.9 Effect of pressure on electron and heavy particle thermal conductivity profiles at constant values of  $H(0)$  and  $f$ .

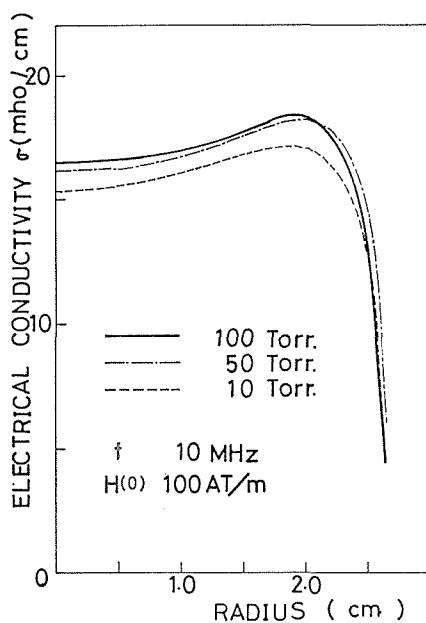


Fig.10 Effect of pressure on electrical conductivity profiles at constant values of  $H(0)$  and  $f$ .

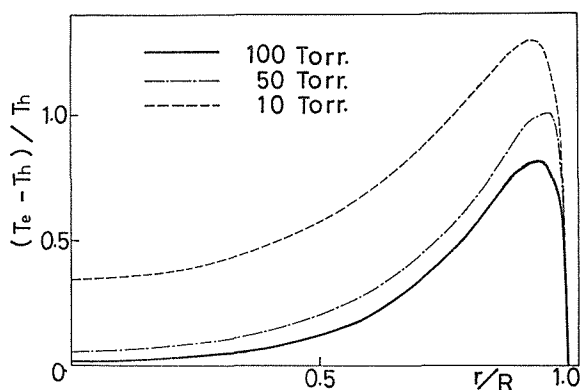


Fig. 11 Effect of pressure on relative degree of thermal non-equilibrium at constant values of  $H(0)$  and  $f$ .

では  $\sigma E^2$  が、中心付近では  $U_{eh}$  が支配的となって電子温度分布に谷間が生じる事情を端的に表わしている。粒子密度の典型的な分布を Fig. 7 に示した。電離度は  $8 \times 10^{-3}$  くらいで、 $n_e$  のプロファイルは Bessel 関数  $J_0$  に近い。表面付近で  $n_a$  が増加するのは再結合のためと解釈される。Fig. 8 は粒子圧と磁気圧の比、いわゆる  $\beta$  値を、圧力パラメータに描いたもので、圧力が低いほど  $\beta$  は小さく、10 Torr になると磁気圧は最大 2.5% 程度効いてくる。

次に、輸送係数の変化を見るため、熱伝導率を Fig. 9 に導電率を Fig. 10 にプロットした。いずれも電子温度に強く依存するが、Fig. 9 によると、圧力が低くなるにつれて電子熱伝導の比重が相対的に増加するといえる。導電率の分布は  $T_e$  のプロファイルに似ていて、しかも圧力が 100 Torr から 10 Torr まで 1/10 に減少しても  $\sigma$  はあまり変わらないことに注意したい (Fig. 10)。

おわりに、いろいろな圧力の下での熱非平衡度  $(T_e - T_h)/T_h$  を求めたものが Fig. 11 である。低圧の場合ほど非平衡性が著しいことは当然であるが、一般にプラズマ柱の表面付近で最大であること、中心軸上でも有限な非平衡性があることを量的にはっきりと示している。この結果から、大気圧下でも局所的には非平衡性が存在すると想像され、 $r/a = 0.9$  で  $(T_e - T_h)/T_h = 0.8$  とした Miller & Ayen<sup>6)</sup> の指摘が裏付けられるように思われる。

## 8 む す び

以上を要約すれば、中間圧領域 (10~100 Torr) の軸対称誘導プラズマについては、(1) 電子温度の径方向分布は軸外ピーク特性を持つ、(2) 重粒子の温度分布は単調に変化する。(3) 熱非平衡性はプラズマ柱表面付近で最も大きく、大気圧下でも完全な熱平衡を仮定することは危険である。したがって、誘導プラズマは少なくとも 2 流体モデルで取り扱うことが望ましい。今後の課題としては、単純化の仮定や輸送係数の評価をさらに吟味すると

ともに、実験との比較を進め、かつ輻射や流れの効果を考慮する必要がある。

本研究は、一部文部省科学研究費の援助を受けた。その間有益な示唆と討論を与えられた村岡克紀(九州大学)、蛭原健治(熊本大学) 両助教授、予備的研究の段階から関与して貢献した松沢照男(本学医学部) 助手に深く感謝するものである。

## 付 録

### 基礎方程式の考察

電子に対する Boltzmann 方程式から、一般に

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r n_e U_e) &= \left( \frac{\partial n_e}{\partial t} \right)_{\text{coll}} = (\dot{n}_e)_a + (\dot{n}_e)_e ; \\ (\dot{n}_e)_a &: \text{原子-原子衝突による正味の電子の増加} \\ (\dot{n}_e)_e &: \text{電子-原子衝突による正味の電子の増加} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1})$$

を得るが、10,000°K くらいの高温度域では  $(\dot{n}_e)_e$  が重要であり、また電子の消失には3体再結合が支配的である。したがって、電離係数を  $k_{e(\text{ion})}$ 、再結合係数を  $k_{e(\text{rec})}$  として

$$\left( \frac{\partial n_e}{\partial t} \right)_{\text{coll}} = (\dot{n}_e)_e = k_{e(\text{ion})} n_a n_e - k_{e(\text{rec})} n_e^3 \quad (\text{A2})$$

と書くことができる。ここで局所電離平衡を仮定すれば

$$K_{\text{eq}}(T_e) = \frac{n_e^2_{\text{eq}}}{n_{a\text{eq}}} = \frac{k_{e(\text{ion})}}{k_{e(\text{rec})}} \quad (\text{A3})$$

が成り立ち、平衡定数  $K_{\text{eq}}(T_e)$  は Saha の式から

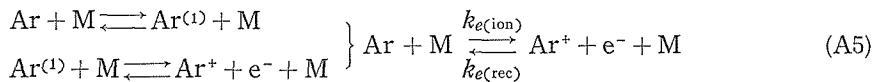
$$K_{\text{eq}}(T_e) = 2 \left( \frac{2\pi m_e k T_e}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( - \frac{eV_i}{kT_e} \right) \quad (\text{A4})$$

( $V_i = k\theta_i/e$  は電離電圧、 $h$  は Planck 定数) で与えられる。(A2)、(A3) を組み合わせた

$$(\dot{n}_e)_e = k_{e(\text{rec})} n_e (n_e^2_{\text{eq}} - n_e^2) = k_{e(\text{rec})} n_e (K_{\text{eq}} n_a - n_e^2)$$

を (A1) に入れたものが (3.3) である。

文献12)によれば、アルゴンの1価電離は、おもに作用粒子 M による第1励起原子  $\text{Ar}^{(1)}$  を仲介として



の2段階で起こる。この過程に対して、 $\text{M} = e^-$  ととり、 $\text{Ar}$  の第1励起温度を  $\theta_a^{(1)}$ 、その衝突パラメータを  $S_{ae}^{(1)}$  とすると、電離係数は



$$k_{e(\text{ion})}(T_e) = S_{ae^{(1)}} \left[ \frac{32(m_a + m_e)}{\pi m_a m_e} \right]^{\frac{1}{2}} (kT_e)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{\Theta_a^{(1)}}{2T_e} + 1 \right) \exp\left( -\frac{\Theta_a^{(1)}}{T_e} \right) \quad (\text{A6})$$

で与えられ, (A3), (A4) から  $k_{e(\text{rec})}$  が決定される.  $\Theta_a^{(1)}$ ,  $S_{ae^{(1)}}$  の値は同文献に挙げられている. 定数を入れると,

$$k_{e(\text{rec})}(T_e) = 1.29 \times 10^{-32} \left( \frac{\Theta_a^{(1)}}{T_e} + 2 \right) \exp\left( \frac{\Theta_i - \Theta_a^{(1)}}{T_e} \right) [\text{cm}^6/\text{s}.] \quad (\text{A7})$$

次に, 非粘性電離気体の運動方程式

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla \left( p + \frac{\mu_0}{2} \mathbf{H}^2 \right) + \mu_0 \mathbf{H} \cdot \nabla \mathbf{H} \quad (\text{A8})$$

において, 右辺第3項は磁力線が平行であれば0になり, 静止プラズマでは左辺も0であるから, これは直ちに積分されて(3.4)が得られる.  $p_T$  は積分定数である.

エネルギー方程式(3.5), (3.6)の右辺は電子-重粒子衝突によるエネルギー輸送を意味し, 相反性(エネルギー保存)が成り立っている. ここで  $T_e = T_h$ ,  $\kappa_e + \kappa_h = \kappa$  として両式を加えると, 熱平衡の場合の Elenbaas-Heller 方程式となる(I, (2.1)式参照). 電磁方程式(3.8)はIとまったく変わりがない.

## 参 考 文 献

- 1) 大路通雄, 松沢照男, 笹沢 厚: 信州大学工学部紀要第38号(1975)
- 2) D. R. Keefer: AIAA Paper, 67-692 (1967).
- 3) D. R. Keefer, M. H. Clarson & B. E. Matheus: AIAA J. **4** (1966) 1850.
- 4) R. R. J. Gange & A. Cantin: J. Appl. Phys. **43** (1972) 2639.
- 5) M. Ohji, A. Akazaki, R. Nakayama, K. Ebihara & T. Masuda: Rep. Res. Inst. Appl. Mech. **16** (1968) 1.
- 6) R. C. Miller & R. J. Ayen: J. Appl. Phys. **40** (1969) 5260.
- 7) C. H. Kruger, M. Mitchner & U. Daybelge: AIAA J. **6** (1968) 1712.
- 8) S. Chapman & T. G. Cowling: "The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases" Cambridge Univ. Press, London (1952).
- 9) E. J. Miller & S. I. Sandler: Phys. Fluids **16** (1973) 491.
- 10) L. Spitzer, Jr.: "Physics of Fully Ionized Gases" Interscience Pub., New York (1955).
- 11) M. Y. Jaffrin: Phys. Fluids **8** (1965) 606.
- 12) M. I. Hoffert & H. Lien: Phys. Fluids **10** (1967) 1769.
- 13) H. U. Eckert: J. Appl. Phys. **41** (1970) 1520.
- 14) B. M. Dymshits & Ya. P. Koretskii: Sov. Phys. -Tech. Phys. **9** (1965) 1294.